





Université Cadi Ayyad

Faculté des Sciences Semlalia Laboratoire de Physique des Hautes Énergies et Astrophysique

Mémoire

présenté pour obtenir le diplôme de Master en : Physique des Hautes Énergies, Astrophysique et Physique Computationnelle

Sous le thème :

Titre

Auteur:	Encadrant:
	Pr
	${\it Co\text{-}encadrant}:$
	Pr
Soutenu le Juillet 2021 de	vant la commission d'examen :
•	PES, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech
•	PES, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech
•	PES, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech
•	PES, Faculté des Sciences Semlalia, Marrakech

Table des matières

In	trod	uction Générale	6
\mathbf{R}	ésum	é	10
In	trod	uction	11
1	Gér	néralités sur la structure nucléaire	12
	1.1	Le noyau atomique	12
	1.2		13
	1.3	Les modèles nucléaires	14
	1.4	1Modèle de la goutte liquide	14
		1.4.1 Modèle en couches	16
2	La t	théorie Hartree-Fock-Bogoliubov	20
	2.1	La théorie Hartree-fock	20
	2.2	Les corrélations d'appariement	21
	2.3	Approximation BCS	23
	2.4	Concept de quasi-particules	23
	2.5	La méthode Hartree fock-bogoliubov	24
	2.6	Les interactions Effectives phénoménologiques	26
3		priétés de l'état fondamental des isotopes pairs et impairs de Fl, Lv et	
	$\mathbf{O}\mathbf{g}$		29
	3.1	Résumé	29
	3.2	Code HFBTHO v 3.00	29
	3.3	Détails des calculs	29
	3.4	Énergie de liaison	30
	3.5	Énergie de séparation de neutrons	31
	3.6	Rayons de neutron, de proton et de charge	32

Annexe		36
Conclu	sion Générale	35
3.15	Bibliography	33
3.14		33
3.13		33
3.12		33
3.11		33
3.10		33
3.9	Conclusion	33
3.8	L'énergie d'appariement	33
3.7	Le gap d'appariement	32

Table des figures

1.1	Charte des noyaux en fonction du nombre de neutrons et de protons. Elle montre la vallée de la stabilité des particules et les limites de l'existence nucléaire, ou "drip-lines"	13
1.2	Schéma d'une expérience visant à produire les noyaux exotiques	14
1.3	Contributions des différents termes dans l'expression de l'énergie de liaison	16
1.4	(a) Energies des états de particules de l'oscillateur harmonique (O.H.) en fonction de N. (b) Représentation schématique des énergies des états de particules dans le potentiel de Woods-Saxon, ce qui est équivalent à ajouter au potentiel O.H un terme en l^2 . (c) Représentation schématique de la levée de dégénérescence due au terme de couplage spin-orbite; les labels des états sont les nombres quantiques nlj. (d) Nombre de particules identiques $(2j+1)$ qui peuvent occuper un état. (e) Au niveau des "gap" en énergie, lesnombres magiques sont reproduits	19
2.1	spectre d'excitation des isotopes $_{50}\mathrm{sn}$	22
2.2	Représentation schématique du spectre d'un noyau non magique traité avec la théorie HF (gauche) et avec HFB (droite). Un gap entre les états de quasi-trous et quasi-particules est généré via la transformation de Bogoliubov	27

Liste des tableaux

Remerciements

Introduction Générale

Contrairement à ce que l'on pense généralement de la physique nucléaire, les propriétés des noyaux ne sont pas encore totalement comprises et le domaine a récemment accompli des progrès majeurs tant d'un point de vue théorique qu'expérimental.

Auparavant, l'étude des noyaux atomiques se limitait aux noyaux stables ou à ceux situés près de la vallée de stabilité. Cependant, au fil des années, Les recherches en physique nucléaire ont été étendues aux noyaux exotiques. Les modèles nucléaires, qui sont essentiellement basés sur des noyx proches de stabilité, divergent à mesure que l'on s'approche des limites de Stabilité. Pour remédier à ce problème plusieurs approches ont été élaborées pour décrire les noyaux stables et appliquées à certains noyaux exotiques.

Pour les noyaux légers, le nombre relativement petit de nucléons donne la possibilité d'utiliser l'interaction à deux corps pour reproduire les comportements nucléaires, par exemple : calculs ab-initio (fonction de Green - modèle en couches Monte-Carlo). Les noyaux de masse moyenne jusqu'à $A \sim 60$ peuvent être traités par le modèle en couche à grande échelle. Pour les noyaux plus lourds, on utilise des théories de champ moyen soient non relativistes ou relativistes.

Les méthodes microscopiques utilisent les théories du champ moyen ont acquis un degré de fiabilité remarquable car ils sont moins compliqués et ils décrivent avec succès les propriétés statiques et dynamiques des noyaux. L'une des approches phénoménologiques les plus importantes, largement utilisée dans les calculs de structure nucléaire, est la méthode Hartree-Fock-Bogoliubov, qui permet de traiter les particules et les trous sur un pied d'égalité en unifiant la description auto-cohérente des orbitales nucléaires, telle qu'elle est donnée par l'approche Hartree-Fock (HF), et la théorie de l'appariement Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) en une seule méthode variationnelle.

L'objectif de ce travail est d'étudier les propriétés de l'état fondamental de plusieurs chaines isotopiques, allant du côté riche en protons jusqu'au côté riche en neutrons, en utilisant la méthode de Hartree Fock Bogoliubov non relativiste.

N	FRDM	RMF	exp_energy	calculated_enery	P_e	R_n	R_p	S_n1	S_n2
155	1916.58			1925.767348	260.939817	6.2065	6.1569	8.2364	16.6037
156	1926.23			1933.878206	260.677806	6.2143	6.1601	8.1109	16.3473
157	1934.24	1919.91		1941.860606	259.872191	6.2227	6.1641	7.9824	16.0933
158	1943.67	1929.57		1949.717137	259.181932	6.2308	6.1678	7.8565	15.8389
159	1951.52	1937.25		1957.449324	258.545313	6.2387	6.1713	7.7322	15.5887
160	1960.74	1946.83		1965.058785	257.96184	6.2464	6.1746	7.6095	15.3416
161	1968.37	1954.36		1972.547286	257.427435	6.2539	6.1777	7.4885	15.098
162	1977.3	1963.85		1979.916749	256.93799	6.2611	6.1806	7.3695	14.858
163	1984.59	1971.11		1987.169245	256.486877	6.2682	6.1832	7.2525	14.622
164	1993.83	1980.5		1994.306998	256.066681	6.275	6.1857	7.1378	14.3902
165	2000.77	1987.94		2001.332378	255.668505	6.2816	6.1879	7.0254	14.1631
166	2009.21	1996.4		2008.247894	255.281893	6.288	6.1898	6.9155	13.9409
167	2015.85	2003.69		2015.05619	254.895942	6.2942	6.1915	6.8083	13.7238
168	2023.88	2011.87		2021.760046	254.496955	6.3001	6.193	6.7039	13.5122
169	2030.13	2019.05		2028.36236	254.066343	6.3058	6.1943	6.6023	13.3062
170	2037.98	2027.07	2034.292	2034.866058	253.577759	6.3114	6.1955	6.5037	13.106
171	2044.36	2034.13	2040.315	2041.27376	252.986443	6.3168	6.1965	6.4077	12.9114
172	2051.93	2042.01	2047.474	2047.586779	252.222716	6.3224	6.1978	6.313	12.7207
173	2058.11	2048.28	2053.485	2053.799535	250.867187	6.3299	6.2012	6.2128	12.5258
174	2065.62	2055.37	2060.352	2059.896926	249.298874	6.3383	6.2057	6.0974	12.3101
175	2071.58	2061.44	2066.061	2065.876614	247.810655	6.3468	6.2102	5.9797	12.0771
176	2078.82	2068.32	2072.63	2071.737661	246.423667	6.3553	6.2147	5.861	11.8407
177	2084.47	2074.21	2078.031	2077.479208	245.159826	6.3638	6.2192	5.7415	11.6026
178	2091.52	2080.98		2083.100536	244.041241	6.3724	6.2238	5.6213	11.3629
179	2096.9	2086.79		2088.601105	243.088816	6.381	6.2284	5.5006	11.1219
180	2103.36	2093.35		2093.980633	242.321705	6.3897	6.2332	5.3795	10.8801
181	2108.51	2099.08		2099.239124	241.754306	6.3986	6.2379	5.2585	10.638
182	2114.66	2105.41		2104.376938	241.398838	6.4075	6.2428	5.1378	10.3963
183	2119.43	2111.13		2109.394813	241.2593	6.4165	6.2477	5.0179	10.1557
184	2125.19	2116.96		2114.293892	241.334583	6.4256	6.2528	4.8991	9.917
185	2128.8	2120.68		2119.075696	241.615973	6.4348	6.2579	4.7818	9.6809
186	2134.23	2125.63		2123.742129	242.089842	6.4441	6.2631	4.6664	9.4482
187	2137.39	2129.34		2128.295388	242.736371	6.4535	6.2684	4.5533	9.2197
188	2142.65	2134.26		2132.737946	243.533396	6.463	6.2738	4.4426	8.9958
189	2145.78	2137.95		2137.072449	244.45551	6.4726	6.2793	4.3345	8.7771
190	2150.87	2142.86		2141.301671	245.477906	6.4822	6.2848	4.2292	8.5637

Table 1 continued from previous page

N	FRDM	RMF	exp	_energy	calculated_enery		R_n	R_p	S_n1	S_n2
191	2153.98				2145.42843	246.575212				8.356
192	2158.94				2149.45556	247.724663				8.1539
193	2162.11				2153.385849	248.904427				7.9574
	2167.25				2157.221999	250.096061	6.5209	6.3075	3.8362	7.7664
195	2170.72	2163.62			2160.96662	251.282487	6.5306	6.3132	3.7446	7.5808
196	2175.67	2168.48			2164.622202	252.44995	6.5403	6.319	3.6556	7.4002
197	2182.37	2172.01			2168.19111	253.585915	6.55	6.3248	3.5689	7.2245
198	2187.33	2176.81			2171.675573	254.680729	6.5597	6.3306	3.4845	7.0534
199	2188.59	2179.76			2175.077691	255.725603	6.5693	6.3364	3.4021	6.8866
200	2193.52	2184.21			2178.399438	256.714027	6.5789	6.3422	3.3217	6.7239
201	2197.06	2187.06			2181.642644	257.64036	6.5885	6.3481	3.2432	6.565
202	2201.73	2191.32			2184.809033	258.500243	6.5981	6.3539	3.1664	6.4096
203	2204.8	2194.09			2187.900207	259.290196	6.6076	6.3597	3.0912	6.2576
204	2209.04	2198.27			2190.917648	260.007677	6.6171	6.3655	3.0174	6.1086
205	2211.93	2200.98			2193.862747	260.650686	6.6265	6.3713	2.9451	5.9625
206	2215.97	2205.1			2196.736775	261.217985	6.6359	6.3771	2.874	5.8191
207	2218.77	2207.76			2199.540922	261.708638	6.6453	6.3828	2.8041	5.6782
208	2222.77	2211.84			2202.276286	262.122354	6.6546	6.3886	2.7354	5.5395
209	2225.5	2214.43			2204.94387	262.458958	6.6638	6.3943	2.6676	5.4029
210	2229.37	2218.49			2207.544607	262.718848	6.673	6.4001	2.6007	5.2683
211	2232.06	2221			2210.079347	262.902411	6.6822	6.4058	2.5347	5.1355
212	2235.91	2225.05			2212.54886	263.010568	6.6913	6.4114	2.4695	5.0043
213	2238.46	2227.49			2214.953866	263.044077	6.7004	6.4171	2.405	4.8745
214	2242.15	2231.54			2217.294987	263.004302	6.7094	6.4227	2.3411	4.7461
215	2244.55	2233.9			2219.572813	262.892321	6.7184	6.4284	2.2778	4.6189
216	2248.23	2237.95			2221.787843	262.7098	6.7274	6.4339	2.215	4.4929
217	2250.52	2240.3			2223.940542	262.458093	6.7362	6.4395	2.1527	4.3677
218	2253.98	2244.29			2226.031295	262.139111	6.7451	6.445	2.0908	4.2435
219	2256.07	2246.62			2228.060445	261.754529	6.7539	6.4505	2.0292	4.1199
220	2259.52	2250.56			2230.028276	261.306417	6.7626	6.456	1.9678	3.997
221	2261.7	2252.86			2231.935022	260.796729	6.7713	6.4615	1.9067	3.8746
222	2265.16	2256.75			2233.780864	260.22775	6.78	6.4669	1.8458	3.7526
223	2267.59	2259.01			2235.565927	259.601697	6.7886	6.4723	1.7851	3.6309
224	2271.24	2262.86			2237.290304	258.921073	6.7971	6.4776	1.7244	3.5094
225	2273.53	2265.05			2238.954023	258.188375	6.8056	6.4829	1.6637	3.3881

Table 1 continued from previous page

N	FRDM	RMF	energy	calculated_enery			R_p	S_n1	S_n2
226		2268.88		2240.557083	257.406344	6.8141	6.4882	1.6031	3.2668
227		2271.09		2242.099421	256.57777	6.8225	6.4935	1.5423	3.1454
228		2274.78		2243.580949	255.705661	6.8308	6.4987	1.4815	3.0239
229		2277.06		2245.001529	254.793125	6.8392	6.5038	1.4206	2.9021
230		2280.54		2246.360977	253.843464	6.8474	6.509	1.3594	2.78
231		2282.84		2247.659085	252.86013	6.8557	6.514	1.2981	2.6576
232		2286.17		2248.895595	251.846747	6.8638	6.5191	1.2365	2.5346
233		2288.46		2250.070236	250.807153	6.872	6.5241	1.1746	2.4112
234		2291.69		2251.182683	249.74531	6.8801	6.529	1.1124	2.2871
235		2293.94		2252.232601	248.665488	6.8881	6.5339	1.0499	2.1624
236		2297.1		2253.219625	247.572002	6.8961	6.5388	0.987	2.0369
237		2299.24		2254.14336	246.469346	6.9041	6.5436	0.9237	1.9108
238		2302.34		2255.003405	245.362961	6.912	6.5484	0.86	1.7838
239		2304.34		2255.799346	244.257046	6.9199	6.5532	0.7959	1.656
240		2307.19		2256.530751	243.1578	6.9277	6.5579	0.7314	1.5273
241		2309.12		2257.197199	242.069786	6.9355	6.5625	0.6664	1.3979
242		2311.81		2257.79826	240.999635	6.9433	6.5672	0.6011	1.2675
243		2313.68		2258.333512	239.952337	6.951	6.5718	0.5353	1.1363
244		2316.32		2258.802565	238.934774	6.9588	6.5763	0.4691	1.0043
245		2318.11		2259.205038	237.952304	6.9664	6.5808	0.4025	0.8715
246		2320.73		2259.540585	237.011874	6.9741	6.5853	0.3355	0.738
247		2322.52		2259.808903	236.118939	6.9817	6.5898	0.2683	0.6039
248		2325.04		2260.009732	235.280304	6.9893	6.5943	0.2008	0.4691
249		2326.82		2260.142876	234.501062	6.997	6.5987	0.1331	0.334
250		2329.24		2260.208201	233.787763	7.0045	6.6031	0.0653	0.1985
251		2330.96		2260.205647	233.144194	7.0121	6.6076	-0.0026	0.0628
252		2333.33		2260.13525	232.575411	7.0197	6.612	-0.0704	-0.073
253		2335.05		2259.997112	232.084653	7.0273	6.6164	-0.1381	-0.2085
254		2337.24		2259.791454	231.674867	7.0349	6.6209	-0.2057	-0.3438
255		2338.92		2259.518587	231.34728	7.0425	6.6253	-0.2729	-0.4785
256		2340.97		2259.17893	231.102605	7.0501	6.6298	-0.3397	-0.6125
257		2342.69		2258.772991	230.939692	7.0577	6.6343	-0.4059	-0.7456
258		2344.51		2258.3014	230.856796	7.0653	6.6389	-0.4716	-0.8775
259		2343.87		2257.764854	230.850351	7.0729	6.6434	-0.5365	-1.0081
260		2344.22		2257.164169	230.916337	7.0806	6.648	-0.6007	-1.1372

Résumé

Dans le but de comprendre la nature de la structure nucléaire, il est devenu essentiel d'explorer et d'étudier non seulement le comportement des noyaux stables de la charte nucléaire, mais aussi ceux exotiques qui se trouvent loin de la vallée de stabilité. Les expériences menées sur les noyaux stables ne suffisent pas pour tester l'universalité des modèles nucléaire. Seule une étude systématique au voisinage des noyaux exotiques, le long d'une chaîne isotopique, permet d'apporter de nouvelles contraintes sur l'évolution de la structure nucléaire. Dans ce mémoire, nous étudions les propriétés de l'état fondamental de certains noyauxsuper-lourds éloignés de la stabilité pour les chaînes isotopiques à savoir : les isotopes de Flérovium (Fl, Z=114),Livermorium (Lv, Z=116) et L'oganesson (Og, Z=118) en utilisant L'approche non relativiste de Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) avec la force de Skyrme SLy4. Les propriétés étudiées sont : l'énergie de liaison, l'énergie de séparation d'un et de deux neutrons, le rayon des protons et des neutrons, L'énergie d'appariement et le spectre d'énergie. Les résultats obtenus ont été comparés avec les données expérimentales disponibles et avec les prédictions des autres modèles théoriques tels que : le modèle de la gouttelette liquide à portée finie (FRDM), le modèle du champ moyen relativiste (RMF) et l'expérience de Skyrme.

Introduction

Contrairement à ce que l'on pense généralement de la physique nucléaire, les propriétés des noyaux ne sont pas encore totalement comprises et le domaine a récemment accompli des progrès majeurs tant d'un point de vue théorique qu'expérimental. Auparavant, l'étude des noyaux atomiques se limitait aux noyaux stables ou à ceux situés près de la vallée de stabilité. Cependant, au fil des années, Les recherches en physique nucléaire ont été étendues aux noyaux exotiques qui présentent de nouveaux comportements et des phénomènes très inattendus par rapport à la vision standard de la structure nucléaire. Ces noyaux ont une courte durée de vie, ce qui rend leur étude expérimentale difficile. Même si elles peuvent être observées, on ne connaît même pas leurs propriétés de base telles que la masse, la forme, la demi-vie et les états d'excitation les plus bas. Les modèles nucléaires, qui sont essentiellement basés sur des noyaux proches de stabilité, divergent à mesure que l'on s'approche des limites de Stabilité dri-plines". Pour remédier à ce problème plusieurs approches ont été élaboréespour décrire les" noyaux stables et appliquées à certains noyaux exotiques. Pour les noyaux légers, le nombre relativement petit de nucléons donne la possibilité d'utiliser l'interaction à deux corps pour reproduire les comportements nucléaires, par exemple : calculs ab-initio (fonction de Green modèle en couches Monte-Carlo). Les noyaux de masse moyenne jusqu'à $A \sim 60$ peuvent être traités par le modèle en couche à grande échelle. Pour les noyaux plus lourds, on utilise des théories de champ moyen soient non relativistes u relativistes. Les méthodes microscopiques utilisent les théories du champ moyen ont acquis un degré de fiabilité remarquable car ils sont moins compliqués et ils décrivent avec succès les propriétés statiques et dynamiques des noyaux. L'une des approches phénoménologiques les plus importantes, largement utilisée dans les calculs de structure nucléaire, est la méthode Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB), qui permet de traiter les particules et les trous sur un pied d'égalité en unifiant la description auto-cohérente des orbitales nucléaires, telle qu'elle est donnée par l'approche Hartree-Fock (HF), et la théorie de l'appariement Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) en une seule méthode variationnelle. L'objectif de ce travail est d'étudier les propriétés de l'état fondamental de plusieurs chaines isotopiques, allant du côté riche en protons jusqu'au côté riche en neutrons, en utilisant la méthode de Hartree Fock Bogoliubov non relativiste.



Généralités sur la structure nucléaire

1.1 Le noyau atomique

La recherche de la structure nucléaire a commencé avec la première observation de la radioactivité. En 1911, Ernest Rutherford à découvert qu'au cœur de chaque atome se trouve un noyau. Le noyau atomique est constitué de A nucléons avec A = N + Z, où A est le nombre de masse, N et Z sont respectivement les nombres de neutrons et de protons. Ces derniers sont maintenus ensemble par la force nucléaire forte. Bien que Le noyau ne représente que moins de 0,01% du volume de l'atome. Mais il contient généralement plus de 99,9% de sa masse. Les propriétés chimiques d'une substance sont déterminées par les électrons chargés négativement qui entourent le noyau. Il est très fréquent de tracer tous les nucléides connus avec le nombre de neutrons sur l'axe des abscisses et le nombre de protons sur l'axe des ordonnées pour obtenir la dite « charte nucléaire » ou "nuclear landscape" (Fig. 1.1). La charte nucléaire (Fig. 1.1) montre plusieurs milliers de novaux qui devraient être liés par la force forte. La région noire montre les noyaux stables, non radioactifs ou à longue durée de vie, avec des demi-vies comparables ou plus longues que l'âge de la terre. Il y a moins de 300 de ces espèces et ils constituent ce qu'on appelle "la vallée de la stabilité". Les noyaux légers sont stables si le nombre de protons et le nombre de neutrons sont approximativement égaux. En augmentant le nombre de masse, le nombre de neutrons doit être plus grand que celui de protons afin d'équilibrer la force de répulsion coulombienne entre les protons. En outre, les noyaux avec N ou Z égal à certains nombres montrent une stabilité spéciale : les nombres magiques (Ceux qui marquent les lignes rouges horizontales et verticales sur la figure 1.1). Ces noyaux sont de forme sphérique avec des couches nucléaires externes fermées. Alors que d'autres noyaux trouvés loin de la vallée de la stabilité sont également liés, mais ne sont pas complètement stables. Les noyaux avec un excès ou une déficience des neutrons par rapport à la vallée de la stabilité sont instables et donc ils se désintègrent. La région jaune autour de la zone de stabilité de la figure 1. 1 indique les noyaux artificiels produits dans les laboratoires avec de courtes demi-vies. Des milliers de noyaux radioactifs avec des rapportsdeneutrons àprotonstrès petitsou très grandssontencore à

explorer, c'est la zone des noyaux instables indiquée en vert sur la figure 1.1 appelée« Terra Incognita», c'est-à-dire en latin « Terre inconnue ». En ajoutant des protons ou des neutrons, nous nous éloignons de la vallée de la stabilité, et nous atteignons les limites de la stabilité des particules nucléaires, appelées les "drip-lines" où la liaison nucléaire se termine, les forces entre les protons et les neutrons ne sont plus assez fortes pour les maintenir ensemble. La drip-line des protons est déjà déterminée expérimentalement jusqu'au Protactinium (Pa, Z=9). Tandis que la drip-line des neutrons est considérablement plus éloignée de la vallée de lastabilité et plus

1.2. LPHEA

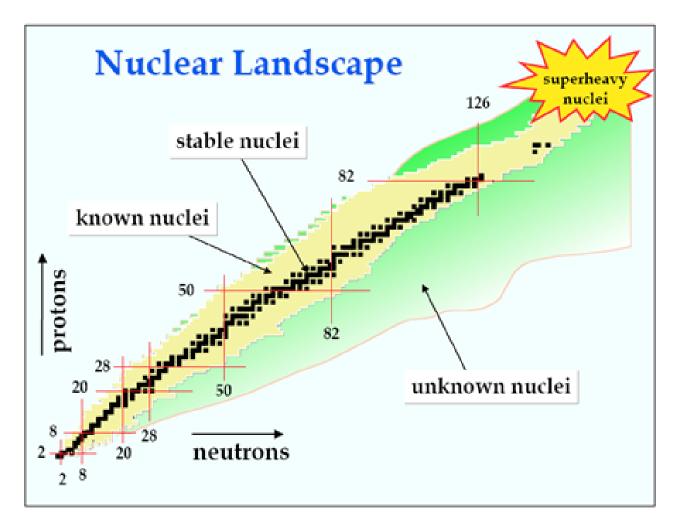


Fig. 1.1 – Charte des noyaux en fonction du nombre de neutrons et de protons. Elle montre la vallée de la stabilité des particules et les limites de l'existence nucléaire, ou "drip-lines"

difficile à approcher et elle n'a été déterminée que jusqu'à l'Oxygène (O, Z = 8). La différence de largeur des drip-lines des protons et des neutrons par rapport à la ligne de stabilité s'explique par la force de répulsion de Coulomb, qui devient plus grande à mesure que plus de protons sont ajoutés.

1.2

Production des noyaux exotiques Les noyaux à durée de vie limitée, instables, radioactifs, sont dits exotiques lorsqu'ils développent des structures inhabituelles (grande extension de matière, halo ou peau de neutrons, couches présentant de nouveaux nombres magiques. Le développement de techniques expérimentales de plus en plus performantes permet désormais de produire et d'étudier la structure de ces noyaux. Diverses réactions nucléaires dans une large gamme d'énergie sont utilisées pour la production de noyaux radioactifs. Les faisceaux primaires les plus couramment utilisés sont les neutrons, les protons, les deutons et les ions lourds, leur énergie varie des énergies thermiques aux énergies relativistes. Après la phase de production, les noyaux exotiques sont manipulés et préparés pour l'expérience. L'ensemble du processus doit être très rapide à cause de lademi-vie extrêmement courte de ce type des noyaux.

Dans le cas d'une réaction de fragmentation, les noyaux exotiques se produit en bombardant une cible avec le faisceau d'ions stables; l'interaction entre les ions projectiles et ceux de la

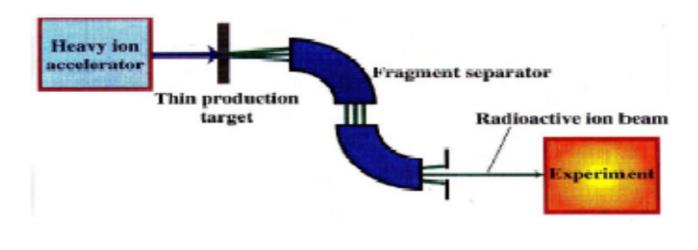


Fig. 1.2 – Schéma d'une expérience visant à produire les noyaux exotiques.

cible donne naissance à une grande variété de noyaux, dont de nombreux exotiques. Comme la création d'un noyau exotique spécifique ne se produit que pour un noyau incident sur dix mille a un million, on comprend alors qu'il faut atteindre les plus hauts flux d'ions incidents produits pour accroitre la production d'ions secondaires.

1.3 Les modèles nucléaires

Après l'avènement de la physique nucléaire dans les années 30 par la découverte d'un noyau atomique chargé en 1911, et l'identification du proton quelques années plus tard, il a fallu attendre 1932 pour que Chadwick mette en évidence l'existence du neutron . Une fois les constituants du noyau ont été identifiés, les physiciens ont alors commencé à proposer des modèles théoriques pour décrire ses propriétés statiques et dynamiques. La plupart de ces modèles sont souvent utilisés localement pour décrire une région spécifique de la charte nucléaire. Tout d'abord, il y avait le modèle de la goutte liquide offrant une description satisfaisante des masses et également capable de donner une première interprétation à la fission des noyaux. Cependant, Ce modèle ne permet toutefois pas d'expliquer certaines propriétés plus fines des noyaux (niveaux d'énergie des nucléons, transitions nucléaires, nombres magiques,...), ce que font mieux des modèles dits à particules indépendantes. Dans ce qui suit, certains des modèles précurseurs et plus récents représentant le noyau seront brièvement décrits afin de présenter quelques concepts et formalismes.

1.4 1Modèle de la goutte liquide

Le modèle de la goutte liquide (LDM) a été historiquement le premier modèle proposé pour expliquer les différentes propriétés du noyau. Malgré son ancienneté et sa simplicité, il permet d'excellentes prédictions pour les masses des noyaux. C'est également le premier modèle à donner une interprétation de la fission. Dans ce modèle semi-empirique, le noyau est interprété comme une sphère de liquide visqueux incompressible de rayon R proportionnel à la racine cubique du nombre A de nucléon, composé de nucléons interagissant via l'interaction nucléaire et coulombienne (pour les protons). L'énergie de liaison totale dépend du nombre de protons

et neutrons Z et N:

$$B(N,Z) = a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(A)$$
(1.1)

Cette expression constitue la formule de Bethe et Weizsäcker, obtenue en 1935. Elle fournit l'énergie de liaison d'un noyau quelconque dans un état fondamental. Les termes a_v , a_s , a_c et a_a correspondent respectivement aux coefficients d'énergie de volume, de surface, coulombienne et d'asymétrie, Les valeurs de ces coefficients sont ajustées sur des masses mesurées. Elles sont données, ci-dessous, en MeV :

$$a_v = -15.7; a_s = 18.6; a_c = 0.7; a_s = 28.1$$
 (1.2)

La signification physique de la formule (1.1) est la suivante : Le premier terme est appelé généralement terme de volume, parce qu'il est proportionnel à A (\propto R³). C'est le terme principal qui résulte des forces d'interaction nucléaire (attractives). En raison de la saturation de ces forces, l'énergie de liaison qui en résulte est la même pour tous les nucléons. Le coefficient a_v correspond donc à l'énergie de liaison moyenne par nucléon, B/A \approx +16 MeV. Le second terme est proportionnel à A²/³(\propto R²), il est donc appelé le terme de surface. Il traduit le fait que les nucléons en surface sont moins liés, puisqu'ils ont un nombre de voisins plus faible. On peut calculer à partir de paramètre a_s la tension superficielle σ définie comme l'énergie de surface par unité de surface.

$$\sigma = \frac{a_s}{4\pi r_0^2} = 1.03 MeV. fm^{-2}$$
 (1.3)

, avec

$$r_0 = 1.3 fm \tag{1.4}$$

Le troisième terme décrit la répulsion colombienne entre les protons qui tend à diminuer l'énergie de liaison. On peut la calculer approximativement en supposant que les charges sont uniformément distribuées sur une sphère. L'énergie colombienne d'un tel système est proportionnelle au nombre de paires de protons (\propto Z²). Le quatrième terme représente le terme d'asymétrie. Il décrit la différence d'énergie créée par des nombres non égaux de neutrons et de protons. En effet, les noyaux sont plus stables quand le nombre de neutrons et de protons est identique (si on néglige l'effet de la répulsion électrostatique). Pour comprendre l'effet d'un excès de neutrons sur ce terme, on suppose qu'une situation d'équilibre (N = Z) est perturbée par la transformation de protons en neutrons, et vice versa. Le nombre de protons ainsi convertis sera N - Z. Pour chaque conversion, l'énergie de liaison diminue d'une quantité proportionnelle à la différence fractionnaire entre les niveaux les plus élevés de neutrons et de protons occupés. Le dernier terme $\delta(A)$ favorisera en énergie les noyaux à nombres pairs de neutrons et protons et pénalisera les autres cas possibles. Il permet de prendre en compte les corrélations d'appariement :

$$\delta\left(A\right) = \begin{cases} +34A^{-2/3} \text{ pour les noyaux pairs-pairs,} \\ 0 \text{ pour les noyaux pairs-impairs,} \\ -34A^{-2/3} \text{ pour les noyaux impairs -impairs.} \end{cases}$$
(1.5)

La figure 1.3 représente les contributions des différents termes, à part celui d'appariement, dans la formule de masse 1.1. Nous pouvons voir que, lorsque A augmente, le terme de surface perd son importance en faveur du terme coulombien. L'énergie de liaison a un large maximum au voisinage de $A \propto 56$ ce qui correspond aux isotopes de Z pair du fer et du nickel.

1.4.1 Modèle en couches

1.4.2.1 Nombres magiques

En observant de plus près les énergies de liaison des nucléides, on trouve que les noyaux ayant des nombres pairs de protons et de neutrons sont plus stables que les noyaux ayant l'un ou l'autre de ces nombres ou les deux impairs. En particulier, certains nombres, de neutrons et de protons, appelés "nombres magiques", favorisent la stabilité de ces noyaux. Ces nombres, bien connus dans la littérature, sont 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Les noyaux, ayant leur nombre de protons ou de neutrons égal à ces valeurs sont appelés "noyaux magiques". Si, à la fois, leurs nombres de protons et de neutrons sont des nombres magiques, ces noyaux sont dits "doublement magiques". C'est pourquoi, dès le début du XXème siècle, les physiciens ont essayé de reproduire ces résultats expérimentaux par l'élaboration d'un modèle en couches similaire à celui du modèle de l'atome. La saturation de ces couches induit une plus grande stabilité du noyau.

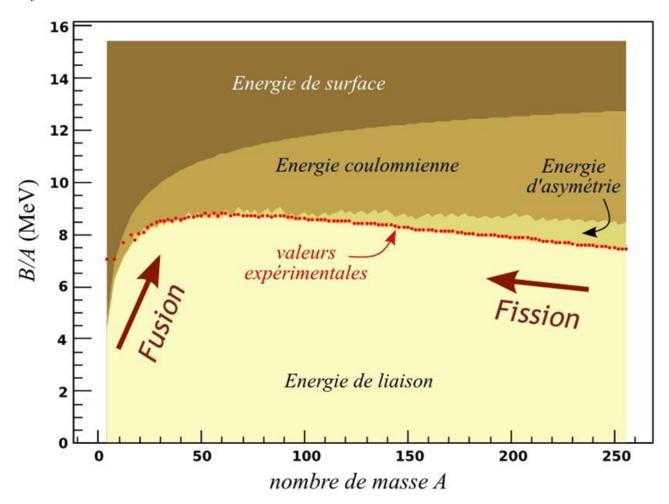


Fig. 1.3 – Contributions des différents termes dans l'expression de l'énergie de liaison

1.4.2.2 Modèle en couches sphériques

Le modèle en couches a pour objectif de décrire la structure des noyaux connus ainsi que de prédire celle des noyaux non encore étudiés. Donc, en première instance, le modèle en couches doit permettre de retrouver ces nombres magiques établis pour des noyaux stables. Le modèle en couches décrit des particules indépendantes se déplaçant dans un potentiel moyen engendré par l'ensemble des nucléons. En première approximation, les particules se déplacent librement, sans aucune interaction entre elles. Nous nous trouvons donc confronté à la résolution d'un problème à 1 corps où chaque particule obéit à l'équation de Schrödinger. Dans le cas du

modèle en couches sphériques, l'hamiltonien est constitué d'un potentiel harmonique, donc central. Le choix classique de potentiel moyen central est celui de l'oscillateur harmonique isotrope, invariant par rotation :

$$U(r) = -U_0 + \frac{1}{2}\mu\omega^2 r^2$$
 (1.6)

(1.6) où U_0 est la profondeur du puits, μ la masse réduite du nucléon : $\mu = m\frac{A-1}{A}$, m étant la masse du nucléon libre et r la distance entre le nucléon et l'origine du référentiel, ω est la fréquence de l'oscillateur harmonique. En raison de la symétrie sphérique, la fonction d'onde d'un nucléon peut être réécrite en séparant les parties angulaire et radiale comme suit :

$$\psi(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi) \tag{1.7}$$

où $R_{nl}(r)$ est la fonction radiale et $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ sont les fonctions harmoniques sphériques, n étant le nombre quantique principal et l et m sont respectivement le moment angulaire orbital et sa projection sur l'axe de quantification. Les valeurs propres, ou les énergies des états, sont données par :

$$E_{nl} = (2n + l - \frac{1}{2})\hbar\omega = (N + \frac{3}{2})\hbar\omega \tag{1.8}$$

avec N=2(n-1)+l le nombre de quanta excités de l'oscillateur harmonique. l prend de valeurs de 0 à N. La notation spectroscopique fait correspondre aux valeurs de $l=0,\,1,\,2,\,3,4,\,5,\,6$... les lettres : $s,\,p,\,d,\,f,\,g,\,h,\,i$ Différentes valeurs de n et de l peuvent conduire à une valeur identique de N; ces états sont donc dégénérés en énergie, ce qui conduit à la situation se trouvant à l'extrême gauche sur la figure $(1.4\ (a))$ caractérisée par les nombres quantiques n (nombre de phonons de l'oscillateur). La dégénérescence correspond au nombre de nucléons que peut contenir la couche considérée : g=2(2l+1). Avec cette formule, le nombre de nucléons dans un noyau avec couches remplies est $2,\,8,\,20,\,40,\,70,\,112,\,\ldots$ On trouve donc les trois premiers nombres magiques mais pas plus. Un potentiel un peu plus compliqué et plus réaliste que celui de l'oscillateur harmonique qui tend vers l'infini, est le potentiel de Woods-Saxon. Il modélise la forme aplatie du fond du puits de potentiel et ainsi reproduit mieux la forme du noyau. Il est paramétrisé par :

$$U(r) = \frac{-U_0}{1 + e^{\frac{r - R_0}{a}}} \tag{1.9}$$

où r est la distance radiale du potentiel, a est un paramètre de diffusivité et R_0 est le rayon dans lequel $U(R) = -U_0/2$ où U_0 définit la profondeur du puits de potentiel. Les valeurs typiques de ces paramètres sont $U_0 - 50$ MeV, $R_0 = r_0 A^{1/3}$ et a \sim 0.7 fm. L'utilisation de ce potentiel comme potentiel moyen ressenti par chaque nucléon permet de lever la dégénérescence en l; les états de plus grande valeur de l étant plus liés, ils sont plus bas en énergie (voir figure 1.4(b)). Considérer un potentiel de Woods-Saxon est équivalent à ajouter au potentiel de l'oscillateur harmonique un terme en l^2 . Même en utilisant un potentiel plus proche de la réalité, tel que le potentiel de Woods-Saxon, les nombres magiques ne sont pas reproduits, sauf les 3 premiers (2, 8, 20). Il était assez clair qu'un potentiel central n'arrive pas à lui seul à reproduire tous les nombres magiques. C'est pourquoi, en 1948, M. G. Mayer et, indépendamment, D. Haxel, J. Jensen et H. Suess, ont adjoint au potentiel de Woods-Saxon, un potentiel dit de spin-orbite U_{so} , reflétant l'existence d'un couplage entre le moment angulaire orbital \overrightarrow{l} et le spin \overrightarrow{s} du nucléon :

$$U_0 = f(r) \overrightarrow{l} \overrightarrow{s} \tag{1.10}$$

f(r) est la constante de couplage et \overrightarrow{s} est le spin du nucléon et représente son mouvement intrinsèque. \overrightarrow{l} et \overrightarrow{s} étant couplés, ils ne sont pas de bons nombres quantiques de l'hamiltonien.

C'est le moment angulaire total $\overrightarrow{j} = \overrightarrow{l} + \overrightarrow{s}$ qui est un invariant de H. Le couplage spin-orbite est dû à l'interaction nucléon-nucléon qui ne dépend pas seulement de la position et du spin des nucléons, mais également de leur vitesse relative. Avec le terme de spin-orbite, les énergies des états l sont séparées pour $j = l \pm 1/2$, les états de plus grand j étant les plus liés (voir figure 1.4(c)). Le nombre de particules identiques qui peuvent occuper un état quantique, soit la dégénérescence d'une orbitale $(n \ l \ j)$, est donné par $2 \ j + 1$ (voir figure1.4(d)). Avec cette modélisation de l'hamiltonien, la séquence des nombres magiques est alors reproduite (voir figure 1.4(e)). Cependant, ce modèle n'est valable que pour les noyaux sphériques.

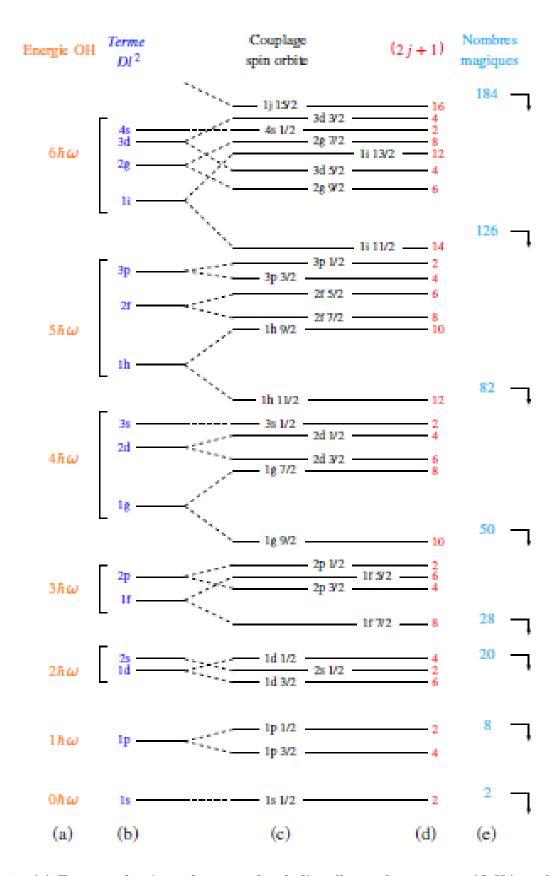


FIG. 1.4 – (a) Energies des états de particules de l'oscillateur harmonique (O.H.) en fonction de N. (b) Représentation schématique des énergies des états de particules dans le potentiel de Woods-Saxon, ce qui est équivalent à ajouter au potentiel O.H un terme en l^2 . (c) Représentation schématique de la levée de dégénérescence due au terme de couplage spin-orbite; les labels des états sont les nombres quantiques nlj. (d) Nombre de particules identiques (2j+1) qui peuvent occuper un état. (e) Au niveau des "gap" en énergie, lesnombres magiques sont reproduits.

Chapitre 2

La théorie Hartree-Fock-Bogoliubov

La théorie Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) est à la fois une extension de la théorie de Hartree-Fock (HF) et de la théorie de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS). Afin d'avoir une bonne compréhension de cette approche, il est utile de passer en revue un bref résumé de la théorie la plus générale de Hartree-Fock et de la théorie de (BCS) de l'appariement.

2.1 La théorie Hartree-fock

La méthode Hartree-Fock a été introduite par D. Hartree, V. Fock et J. C. Slater pourapproximer l'état fondamental (et son énergie) de problèmes généraux à N corps en physique quantique. Et la principale application de cette méthode était, en physique atomique, l'étude des systèmes coulombiens (atomes et molécules) avec l'hamiltonien purement coulombien des électrons interagissant avec des noyaux statiques. L'approche a été appliquée en physique nucléaire pour la première fois en 1963 par Kelson. [Warning: Draw object ignored] La méthode de Hartree-Fock (HF) est basée sur l'hypothèse que les nucléons composant le noyau peuvent être considérés comme indépendants dans un champ moyen construit de manière auto-cohérente. Ceci s'explique par la nature quantique des nucléons, le principe de Pauli et la partie fortement répulsive à courte portée de l'interaction nucléon-nucléon. Ainsi, on peut considérer les nucléons comme des particules indépendantes se déplaçant dans un potentiel moyen qu'ils créent eux-mêmes. [Warning: Draw object ignored] FIG 2.1 Illustration de l'approximation de champ moyen qui consiste à approximer un ensemble de nucléons en interaction par un ensemble de particules indépendantes dans un champ moyen. L'ingrédient de base de ces théories est l'hamiltonien microscopique qui régit la dynamique des nucléons individuels plongés dans un potentiel moyen qu'ils créent collectivement. Cet hamiltonien peut s'écrire sous la forme :

$$H = \sum_{ij} T_{ij} a_i^+ a_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} V_{ijkl} a_i^+ a_j^+ a_k a_l$$
 (2.1)

où le premier terme correspond à l'énergie cinétique et V_{ijkl} l'élément de matrice a deux corps de l'interaction effective. Les opérateurs a_i^+ et a_i représentent respectivement les opérateurs de création et d'annihilation de fermions dans l'état à un corps $|i\rangle$. Ces opérateurs respectant les règles d'anticommutation,

$$[a_i^+, a_j^+]_+ = [a_i, a_j]_+ et[a_i, a_j^+]_+ = [a_i^+, a_j]_+ = \delta_{ij}$$
(2.2)

Dans la méthode de Hartree-Fock (HF), La fonction de l'état fondamental du noyau est recherchée sous la forme d'un déterminant de Slater construit à partir des fonctions d'onde

individuelles des nucléons :

$$|\Psi_{HF}\rangle = \det\left[\Phi_{\alpha 1}\left(x_{1}\right).\Phi_{\alpha 2}\left(x_{2}\right)...\Phi_{\alpha A}\left(x_{A}\right)\right] \tag{2.3}$$

avec $|\Psi_{HF}\rangle$ la fonction d'onde du noyau. Les équations de Hartree-Fock s'obtiennent en minimisant l'énergie totale du noyau :

$$E_{HF} = \frac{\langle \Psi_{HF} | H | \Psi_{HF} \rangle}{\langle \Psi_{HF} | \Psi_{HF} \rangle} \tag{2.4}$$

Ce principe variationnel conduit aux équations de Hartree-Fock (HF) :

$$h\Phi_{\beta_i} = \left\{ \frac{-\hbar}{2m} \nabla^2 + U_{HF} \left[\Phi_{\alpha} \right] \right\} \Phi_{\beta_i} = \varepsilon_{\beta_i}$$
 (2.5)

$$i = 1, \dots, A \tag{2.6}$$

où le champ Hartree-Fock $U_{HF}[\Phi_{\alpha}]$ dépend lui-même des fonctions d'onde individuelles Φ_{α} générant ainsi un système auto-cohérent de A équations non-linéaires. Pour résoudre ce système d'équations (Eq. (2.5)), il faudrait déjà connaître la solution! On procède donc de manière itérative en postulant une solution (fonction test) et en l'injectant dans le système, ce qui permet de construire le premier hamiltonien HF que l'on diagonalise. Les états propres et fonctions propres obtenus sont ensuite utilisés pour reconstruire un nouvel hamiltonien, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la variation du jeu de fonctions d'onde entre deux itérations successives soit inférieure à une valeur fixée. Certaines symétries du système sont généralement prises en compte lors de la résolution de ces équations : les noyaux pairs-pairs seront par exemple décrits avec un état Ψ_{HF} invariant par renversement du temps (dégénérescence de Kramers) qui permettra de diviser par deux le nombre d'équations à traiter. L'approximation de Hartree-Fock est bien adaptée à la description des noyaux pour lesquels il existe, dans le spectre de particules individuelles un écart en énergie ("gap") important entre le dernier niveau occupé et le premier état vide. Ce "gap" garantit la stabilité du noyau générant un nombre magique pour le nombre de neutrons ou de protons correspondant. C'est le cas des noyaux pairs-pairs à couches fermées. L'approximation HF est par contre insuffisante dès que l'on veut décrire les états fondamentaux des noyaux situés en milieu de couches pour lesquels l'état fondamental sera quasiment dégénéré avec une multitude d'autres états obtenus à partir de configurations de type particule-trou construites sur ce dernier. L'introduction des corrélations d'appariement permet de restaurer un "gap" en énergie entre états de "quasi-particules", et ainsi de redonner une bonne solution pour l'état fondamental du noyau.

2.2 Les corrélations d'appariement

Le concept d'appariement a été introduit en physique de la matière condensée, où, sous l'action d'une interaction attractive (efficace), les électrons peuvent se coupler pour former les paires de Cooper, responsables à basse température du phénomène de supraconductivité. Les évidences expérimentales confirmant ce phénomène nucléaire sont nombreuses et connues depuis longtemps. Résumons brièvement certains de ces faits expérimentaux :

Le gap d'énergie. Les spectres des noyaux déformés montrent une différence caractéristique entre les nombres de nucléons pairs et impairs. Les noyaux pairs-pairs ne possèdent que quelques niveaux (collectifs) jusqu'à une énergie d'excitation de 1,5 MeV. La situation est très

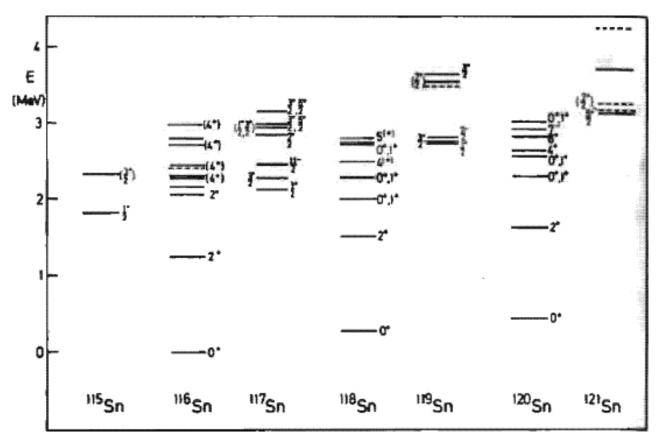


Fig. 2.1 – spectre d'excitation des isotopes ₅₀sn

différente pour les noyaux pairs-impairs, qui ont de nombreux niveaux collectifs et mono- particulaires dans le même intervalle d'énergie. Figure 2.2 montre le spectre de certains isotopes de l'étain à titre d'exemple.

Pour les noyaux entre couches fermées, la configuration énergétiquement la plus favorable sera celle dans laquelle tous les nucléons (sauf le dernier dans le cas des noyaux pairs-impairs) sont appariés. Pour exciter les noyaux pairs-impairs, nous devons donc briser au moins une paire ce qui demande beaucoup d'énergie contrairement aux noyaux pairs-impairs dont laquelle une excitation peut être obtenue en plaçant le nucléon impair dans un niveau d'énergie très bas. L'énergie de liaison d'une paire étant de l'ordre de 1-2 MeV, le gap d'énergie entre l'état fondamental et le premier état excité dans les noyaux pairs et impairs s'explique donc qualitativement.

Effet pair-impair. L'énergie de liaison totale d'un noyau pair-impair est inférieure à la moyenne arithmétique des énergies de liaison des deux noyaux pairs voisins. Par conséquent, nous avons la relation suivante des masses des noyaux voisins :

$$M_{(Aimpair)} > \frac{M_{A-1} + M_{A+1}}{2}$$
 (2.7)

Ce phénomène peut être expliqué par le modèle d'appariement. Lorsque le noyau possède un nombre pair de protons et de neutrons, chacun de ces nucléons se couple à un autre pour former une pairedans un état de spin opposé afin d'augmenter la stabilité du noyau.

Déformations. Si, dans le modèle en couche pure, nous calculons la distribution de la densité des nucléons en fonction du nombre de masse nucléaire. On peut constater que les noyaux à couches fermées ont une forme symétrique sphérique. Ce n'est pas le cas pour ceux à couchemoitié remplis qui subissent une grande déformation. L'existence de paires-comme nous l'avons vu dans la fig. (2.2)- favorise une forme nucléaire sphérique (aucune direction n'est

préférable). Les noyaux dont les nombre de massesne dévient pas beaucoup des configurations des couches fermées auront donc toujours une symétrie sphérique, puisque l'influence de la force d'appariement l'emporte sur la tendance à la déformation. Plus loin des couches fermées nous aurons la situation inverse. De cette façon, le passage plutôt soudain de la sphéricité à la déformation peut être compris.

Le moment d'inertie des noyaux déformés peut être mesuré à partir de la structure de niveau des bandes rotationnelles. Les calculs basés sur le modèle à particule unique pure s'écartent d'un facteur 2 des valeurs expérimentales. Si l'appariement est inclus, la théorie et l'expérience sont en bien meilleur accord. Donc une description réaliste des noyaux doit prendre en compte ces corrélations. Ce qui n'est pas le cas dans l'approximation de Hartree-Fock où l'interaction résiduelle de l'appariement est négligée.

2.3 Approximation BCS

La méthode "'classique" de traitement des corrélations d'appariement est l'approximation BCS, proposée par J. Bardeen, L.N. Cooper et J.R. Schrieffer en 1957. Dans la théorie BCS, la fonction d'onde de l'état fondamental d'un système pair-pair est approximée par l'expression suivante :

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k a_k^+ a_{\overline{k}}^+) |0\rangle$$
 (2.8)

où k et \overline{k} représentent des états appariés à une seule particule et sont reliés par l'opérateur de renversement du sens de temps, de telle sorte que l'espace des états à un corps est partitionné en des états k>0 et des états $\overline{k}<0.u_k$ et v_k sont les amplitudes d'occupation $(|v^2_k|$ est la probabilité que la paire (k,\overline{k}) soit occupée et $|u_k^2|+|v_k^2|=1$. Le système est donc décrit en terme de paires indépendantes, et non en terme de particules indépendantes. Le nombre de particules dans la théorie BCS n'est pas conservé; il n'est fixé qu'en valeur moyenne par (en contraignant le système par un multiplicateur de Lagrange λ):

$$\left\langle BCS \left| \widehat{N} \right| BCS \right\rangle = \sum_{k>0} 2v_k^2 = N$$
 (2.9)

Cette violation du nombre de particules n'a pas beaucoup d'importance en physique du solide, où le nombre de particules est typiquement de l'ordre ou proche du nombre d'Avogadro (N $\simeq 10^{23}$). La dispersion qu'on peut montrer être égale à $1/\sqrt{N}$, est donc faible. Ceci n'est pas le cas en physique nucléaire où N $\approx 10-100$ et donc le problème devient réel. L'approximation BCS permet donc un traitement approché des effets d'appariement. Cependant, elle brise une symétrie (celle de la conservation du nombre de particules) qui s'ajoute aux symétries déjà brisées dans l'approximation d'HF, ce qui est un point de défaut. En plus, cette approche présente l'inconvénient de ne pas être adaptée pour le cas des noyaux impairs. Il est nécessaire de la généraliser selon la méthode de Hartree Fock Bogoliubov(HFB).

2.4 Concept de quasi-particules

Pour tenir compte des effets d'appariement dans le noyau, on introduit le concept de quasiparticules deBogoliubov dans la méthode hartree-fock. On transforme ainsi l'état HF de particules indépendantes a, a^+ en un état Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) de quasi-particules indépendantes β, β^+ en utilisant la transformation suivante :

$$\beta_{\alpha} = \sum_{i} U_{i\alpha}^* a_i + V_{i\alpha}^* a_i^+ \tag{2.10}$$

$$\beta_{\alpha}^{+} = \sum_{i} U_{i\alpha} a_{i}^{+} + V_{i\alpha} a_{i} \tag{2.11}$$

Les équations (6,7) peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$(\beta\beta^{+}) = (U^{+}V^{+}V^{T}U^{T})(aa^{+}) = W^{+}(aa^{+})$$
(2.12)

La transformation de Bogoliubov préserve les relations d'anticommutation. Le calcul des anticommutateurs entre les opérateurs de création β^{\dagger}_{i} et d'annihilation β_{j} de quasi-particules permet de montrer que la matrice W (matrice de Bogoliubov) est unitaire : $WW^{+} = W^{+}W = 1$ c'est à dire :

$$U^{+}U + V^{+}V = 1 (2.13)$$

,

$$UU^{+} + V^{*}V^{T} = 1 (2.14)$$

$$U^T V + V^T U = 0 (2.15)$$

 $, UV^* + V^*U^T = 0$

2.5 La méthode Hartree fock-bogoliubov

Dans l'approximation HFB, l'hamiltonien est essentiellement réduit à deux potentiels : le potentiel moyen auto-cohérent Γ de la théorie de Hartree-Fock, et un champ d'appariement supplémentaire Δ , connu de la théorie BCS. L'état HFB, noté $|\Phi\rangle$, est défini comme le vide associé aux opérateurs d'annihilation de quasi-particules β_i . Il vérifie donc, pour tout i:

$$\beta_i | \Phi \rangle = 0 \tag{2.16}$$

On impose de plus à cet état d'être normé :

$$\langle \Phi | \Phi \rangle = 0 \tag{2.17}$$

L'hamiltonien nucléaire H, qui décrit le système de Z+N=A nucléons, contient un terme cinétique T à un corps et une série de termes $V^{(n)}$ qui décrivent les interactions simultanées de n nucléons entre eux :

$$H = T + V^{(2)} + V^{(3)} + \dots V^{(A)}$$
(2.18)

Le terme cinétique T décrit un système de A particules libres. Le terme à deux corps décrit l'interaction entre chaque paire de particules :

$$V^{(2)} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^{A} v_{ij} \tag{2.19}$$

où l'opérateur v_{ij} décrit l'interaction à deux corps entre la particule i et la particule j. Les termes décrivant les interactions à trois corps ou plus seront négligés. L'hamiltonien nucléaire H se réécrit :

$$H = \sum_{i=1}^{A} t_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^{A} v_{ij}$$
 (2.20)

et en seconde quantification:

$$H = \sum_{ij} T_{ij} a_i^+ a_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} V_{ijkl} a_i^+ a_j^+ a_k a_l$$
 (2.21)

avec v_{ijk} , les éléments de matrice de l'interaction NN antisymétrisée :

$$V_{ijkl} = \langle ij | v | kl \rangle - \langle ij | v | lk \rangle \tag{2.22}$$

Pour un état HFB $|\Phi\rangle$ donné, l'énergie moyenne E_{HFB} de cette configuration sera donnée par :

$$E_{HFB} = \langle \Phi | H | \Phi \rangle = \sum_{ij} t_{ij} \rho_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} v_{ijkl} \left[\rho_{ki} \rho_{lj} + \frac{1}{2} k_{ij}^* k_{kl} \right]$$
 (2.23)

où ρ est la matrice densité du système, définie par :

$$\rho = \langle \Phi \rangle = \sum_{m} V_i^{m*} V_j^m \tag{2.24}$$

La densité ρ est une observable, elle est donc hermitienne, soit : $\rho \dagger = \rho$. La trace de la matrice densité correspond au nombre total de particules qu'il contient :

$$N = tr(\rho) = \sum_{\alpha} V_i^{m*} V_i^m \tag{2.25}$$

La norme du vecteur V_i donne la contribution des quasi-particules au nombre total de particules N dans le système. Lorsque $|V_i|^2 > 1/2$, c'est un état de trou et lorsque $|V_i|^2 < 1/2$ c'est un état de particule, en moyenne.

Le terme K est le tenseur d'appariement (ou densité anormale) définie par :

$$K_{ij} = \langle \Phi \rangle = \sum_{m} V_i^{m*} U_j^m \tag{2.26}$$

Le terme en K^*K , dans l'équation de l'énergie E_{HFB} , représente la contribution des corrélations d'appariement à l'énergie. Dans la limite où l'appariement est nul, on retrouve l'énergie moyenne de la théorie HF. Il est également utile de définir la matrice densité généralisée, notée R, qui permet de regrouper la matrice densité a un corps, ρ , et le tenseur d'appariement, k, en une seule matrice. Elle est définie comme :

$$R = \begin{pmatrix} \rho & k \\ -k^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

et dont les vecteurs propres sont les coefficients $\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$ définissant la transformation unitaire de Bogoliubov. On minimise l'énergie EHFB de la même manière que pour HF, en utilisant un principe variationnel. On obtient alors les équations HFB qui s'écrivent sous forme matricielle :

$$H_{HFB} = \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix}$$
 (2.28)

$$H_{HFB} = \begin{pmatrix} u_i^* \\ v_i^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i^* \\ v_i^* \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} u_i^* \\ v_i^* \end{pmatrix}$$
(2.29)

où h est le champ particule-trou (champ Hartree-Fock) :

$$h_{ik} = \frac{\delta(E - \lambda_p Z - \lambda_n N)}{\delta \rho_{ki}} = h_{ki}^*$$
(2.30)

et Δ est le champ d'appariement dont les éléments de matrices sont :

$$\Delta_{ij} = \frac{\delta(E - \lambda_p Z - \lambda_n N)}{\delta k_{ii}^*} = \Delta_{ji}^*$$
 (2.31)

 λp et λn sont les multiplicateurs de Lagrange correspondant respectivement aux potentiels chimiques des protons et neutrons :

$$\lambda_p = \frac{\delta E}{\delta Z}, \lambda_n = \frac{\delta E}{\delta N} \tag{2.32}$$

ce qui donne pour une force à deux corps ne dépendant pas de la densité, d'après la définition de l'Hamiltonien nucléaire (Eq. 2.19) :

$$h_{ik} = t_{ik} + \sum_{jl} v_{ijkl} \rho_{lj} \tag{2.33}$$

et

$$\Delta_{ik} = \frac{1}{2} \sum_{kl} v_{ijkl} K_{kl} \tag{2.34}$$

Pour conclure, la théorie HFB permet, grâce à la prise en compte des corrélations d'appariement, d'améliorer la fonction d'onde approchant l'état fondamental dans les noyaux non magiques, et ceci en régénérant un gap au-dessus du niveau de Fermi similaire à celui observé dans les noyaux magiques à l'approximation HF à travers une transformation de Bogoliubov.

2.6 Les interactions Effectives phénoménologiques

Dans la pratique, la méthode HFB demande une interaction effective pour calculer le champ d'appariement Δ et le champ Hartree-Fock (HF) h.Plusieurs interactions effectives phénoménologiques ont été développées ces dernières années. Ce type d'interaction est représenté sous une forme analytique paramétrisable puis ajuste sur des propriétés générales du milieu nucléaire. Les paramètres sont alors définis une fois pour toutes. Les deux grandes familles de forces utilisées actuellement sont :

• Interactions de portée finie

À partir des années 60 et jusqu'à nos jours, l'interaction effective de portée finie est probablement la plus étudiée parce que peut-être la plus naturelle. La portée finie permet en effet une meilleure simulation des longue et moyenne portées de l'interaction nucléon-nucléon(NN) réaliste. Elle autorise en outre un traitement auto-cohérent des corrélations d'appariement dans

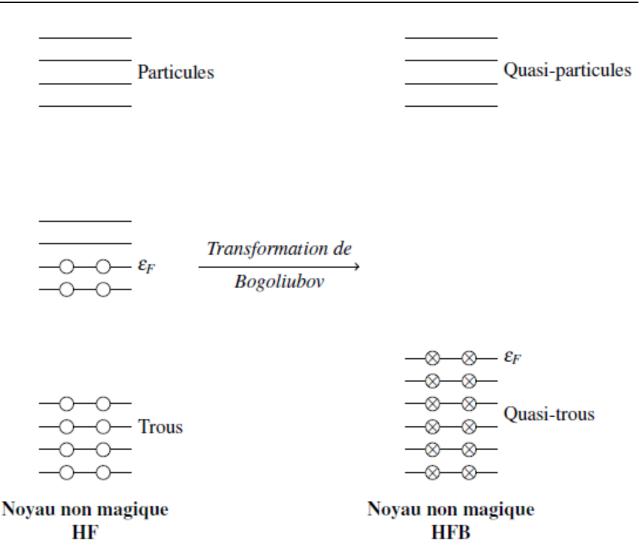


FIG. 2.2 – Représentation schématique du spectre d'un noyau non magique traité avec la théorie HF (gauche) et avec HFB (droite). Un gap entre les états de quasi-trous et quasi-particules est généré via la transformation de Bogoliubov.

un formalisme Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) : dans l'espace des moments la portée des corrélations d'appariement sera finie éliminant ainsi toute divergence. C'est à l'évidence un atout important dès que l'on veut s'éloigner vers les grandes déformations ou vers les lignes d'instabilité proton ou neutron, les corrélations d'appariement s'adaptant automatiquement à ces nouvelles conditions. La force de Gogny est modélisée par une somme de termes gaussiens attractifs ou répulsifs, A ces éléments, il faut ajouter un terme dépendant de la densité ainsi qu'un terme d'interaction spin-orbite, tous deux de portée nulle. Son expression générale en représentation coordonnée s'écrit :

$$V(\overrightarrow{r}_{1}, \overrightarrow{r}_{2}) = \sum_{i=1}^{2} \left[W_{i} + B_{i} P_{\sigma} - H_{i} P_{\tau} - M_{i} P_{\sigma} P_{\tau} \right] e^{\frac{-r^{2}}{\mu_{i}}} + t_{3} \left(1 + x_{3} P_{\sigma} \right) \left[\rho(\overrightarrow{R}) \right]_{\alpha} \delta(\overrightarrow{r})$$

$$+ i W_{0} \overrightarrow{\sigma} \cdot \left[\overrightarrow{P} * \wedge \delta(\overrightarrow{r}) \overrightarrow{P} \right]$$

$$(2.35)$$

• Interaction de portée nulle : la force de Skyrme

La force de Skyrme est une interaction effective phénoménologique de portée nulle qui permet de modéliser de façon simple les interactions entre les nucléons dans le noyau. Proposée en 1956 par T.H.R, Skyrme. La portée nulle permet de simplifier les calculs numériques. Ces forces sont

représentées, mathématiquement, par une distribution de Dirac $\delta(\overrightarrow{r})$:

$$V(\overrightarrow{r_1}, \overrightarrow{r_2}) = t_0(1 + x_0 P_{\sigma}) \delta(\overrightarrow{r})$$

$$+ t_2 (1 + x_2 P_{\sigma}) \overrightarrow{P}^* \delta(\overrightarrow{r}) \overrightarrow{P} + \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_{\sigma}) [\rho(\overrightarrow{R})]^{\alpha} \delta(\overrightarrow{r})$$

$$+ i w_0 \overrightarrow{\sigma} . [\overrightarrow{P}^* \wedge \delta(\overrightarrow{r}) \overrightarrow{P}]$$

$$(2.36)$$

avec les notations usuelles :

$$r = r_1 - r_2 (2.37)$$

,

$$R = \frac{1}{2}(r_1 + r_2) \tag{2.38}$$

$$P = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)P^* \tag{2.39}$$

cc de \overrightarrow{P} agissant à gauche et également

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \tag{2.40}$$

;

$$P_{\sigma} = (1 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)/2 \tag{2.41}$$

Au premier terme, terme central décrivant le terme attractif de la force, il convient d'ajouter deux termes « non locaux », Ceux-ci, qui dépendent des vitesses, peuvent être vuscomme une simulation de portée nulle d'effets de portée finie comme introduits dans la force de Gogny. Le dernier terme est un terme d'interaction spin-orbite indispensable pour reproduire la série des nombres magiques dans les noyaux qui, comme nous l'avons déjà mentionné auparavant, est construit de manière purement phénoménologique.



Propriétés de l'état fondamental des isotopes pairs et impairs de Fl, Lv et Og

3.1 Résumé

Afin d'étudier les propriétés de l'état fondamental des isotopes pairs et impairs de Flérovium (Fl, Z=114), Livermorium (Lv, Z=116) et L'oganesson (Og, Z=118), la matrice HFB est résolue en utilisant le code HFBTHO version 3.00 [14], avec l'interaction Skyrme SLy4, où l'ensemble de paramètres typiques de cette force est présentés dans le tableau (3.1).

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats numériques de notre étude y compris l'énergie de liaison, l'énergie de séparation des deux neutrons, les rayons de charge, de neutrons et de protons. L'énergie d'appariement et le spectre d'énergie. Les résultats ont été comparés avec les données expérimentales disponibles et avec les prédictions de certains modèles nucléaires tels que le modèle de la gouttelette liquide à portée finie (Finite Range Droplet Model, FRDM) et la théorie du champ moyen relativiste (RMF).

3.2 Code HFBTHO v 3.00

3.3 Détails des calculs

Dans le présent travail, Les calculs ont été effectués avec le code HFBTHO v3.00 [14] et ont été exécutés de manière répétitive avec un script python pour modifier les entrées et pour enregistrer et analyser les données de sortie. Parmi plusieurs ensembles de paramètres pour la prédiction des propriétés de l'état fondamental nucléaire, nous avons utilisé la force de Skyrme SLy4 [15] qui est largement utilisée dans les calculs de la structure nucléaire. La force de Skyrme SLy4 a été développée par E. Chabanat et ses collaborateurs. Elle fait partie de la famille de forces SLyx. Pour déterminer l'ensemble des paramètres de cette force (10 au total), les auteurs ont suivi un protocole d'ajustement incluant certaines propriétés de la matière nucléaire infinie (valeur de saturation 0 et coefficient d'incompressibilité) et quelques propriétés de la matière nucléaire finie (masses et rayons de quelques noyaux doublement magiques). Cette force a été construite pour des conditions extrêmes d'isospin et de densité. Néanmoins, elle conduit à de

très bons résultats pour les noyaux de la vallée de stabilité et les noyaux fortement déformés.

L'ensemble des paramètres SLy4 [15] utilisés dans cette étude est présenté dans le tableau 3.1.

Table 3.1 Paramètres de la force de Skyrme SLy4

Parameter	Sly4
$t_0 \; (\text{MeV fm}^3)$	-2484.91
$t_1 \; (\text{MeV fm}^5)$	486.82
$t_2~({ m MeV~fm^5})$	-546.39
$t_3~({ m MeV~fm^4})$	13777.0
x_0	0.834
x_1	-0.344
x_2	-1.0
x_3	1.354
$W_0 \; (\text{MeV fm}^5)$	123
	1/6

nous avons modifié les valeurs de la force d'appariement pour les neutrons V_{n0} et protons V_{p0} (en MeV), qui peuvent être différentes, mais dans notre étude, la force d'appariement $V_{n,p0}$ est considérée comme étant la même pour les deux. Pour chaque isotope, nous avons exécuté le code en utilisant un $V_{n,p0}$ et nous avons comparé l'énergie de liaison totale obtenue à l'état fondamental obtenue avec la valeur expérimentale. Cette procédure a été répétée jusqu'à ce que nous trouvions, pour chaque nombre de masse A (pair et impair), la valeur de $V_{n,p0}$ qui donne l'énergie de liaison totale à l'état fondamental la plus proche de la valeur expérimentale.

L'ensemble des résultats numérique des paramètres calculés en utilisant le code HFBTHO version 3.00 est regroupé dans le tableau ci-dessous :

Table 3.2 L'énergie de liaison, l'énergie de séparation d'un et des deux neutrons, les rayons de charge, de neutrons et de protons et L'énergie d'appariement des isotopes de Fl,Lv,Og

The big table a smail

3.4 Énergie de liaison

L'énergie de liaison est importante dans l'étude de la physique nucléaire et a une relation directe avec la stabilité des noyaux. L'énergie de liaison nucléaire est définie comme l'énergie qui doit être fournie pour briser le noyau d'un atome en protons et neutrons séparés. Dans cette étude, nous calculons l'énergie de liaison moyenne par nucléon (/) d'un état fondamental pour les isotopes pairs et impairs de Fl, Lv et Og dont les résultats sont dressées dans le tableau 3.2 et tracées dans la figure 3.1. Pour montrer la validité de nos calculs, nous les comparons avec les données expérimentales disponibles [16], FRDM(2012) [17] et RMF[18].

LES GRAPHES POUR FI, Lv, Og

FIG 3.1 Energies de liaison par nucléon pour les isotopes pairs et impairs de Fl, Lv et d'Og (en MeV).

A partir de la figure 3.1, on voit que les énergies de liaison par nucléon des isotopes de Fl, Lv et d'Og produites par nos calculs en utilisant HFB avec les paramètres SLy4 sont en bon accord avec les données expérimentales. Nous notons aussi que le maximum d'énergie de liaison par nucléon (BE/A), pour les isotopes de Fl, est observé en n=184 qui pourrait être le 8ème nombre magique.

Les erreurs maximales approximatives des énergies de liaison par nucléon (BE/A) entre les résultats théoriques et les données expérimentales pour Fl, Lv et Og sont listées dans le tableau 3.3.

TABLE 3.3 L'erreur maximale (BE/A)theor -(BE/A)exp (en Mev).

nayou	ce travail	FRDM	RMF
Fl	0.00336	0.02212	0.02542
$\mathbf{L}\mathbf{v}$	0.00665	0.01555	0.01903
Og	0.00895	0.01474	0.01209

3.5 Énergie de séparation de neutrons

Les énergies de séparation d'un neutron et de deux neutrons sont des quantités très importantes dans l'étude de la structure nucléaire. Dans ce travail, nous les avons calculées pour les isotopes pairs et impairs de Fl, Lv et Og dans la paramétrisation SLy.

L'énergie de séparation d'un neutron, Sn, est définie comme suit :

$$S_n(Z, N) = BE(Z, N) - BE(Z, N - 1)$$
 (3.1)

et l'énergies de séparation de deux neutrons, S_{2n} , est donnée par :

$$S_{2n}(Z, N) = BE(Z, N) - BE(Z, N-2)$$
 (3.2)

Les énergies S_n et S_{2n} calculées pour les isotopes de Fl, Lv et Og sont affichées sur les figures 3.2 et 3.3, respectivement. Les données expérimentales disponibles [16], les prédictions des modèles FRDM [17] et RMF [18] sont aussi présentés à titre de comparaison.

FIG 3.2 Les énergies de séparation d'un neutron, S_n , des isotopes de Fl ,Lv et Og.

FIG 3.3 Les énergies de séparation de deux neutrons, S_{2n} , des isotopes de Fl, Lv de Og.

D'après les figures 3.2 et 3.3, on voit clairement que les énergies de séparation expérimentales sont bien reproduites par nos calculs. Malgré les légères différences dans le cas de certains isotopes, nos résultats ont l'erreur moyenne absolue la plus faible par rapport aux autres modèles, comme nous pouvons le voir dans le tableau 3.4.

TABLE 3.4 L'erreur absolue moyenne (S_{2n}) theor $-(S_{2n})$ exp et (S_n) theor $-(S_n)$ exp (en Mev).

	$(S?_2$	$(S)_{theor} - (S)_2$	$(n)_{\text{exp}}$	$(S?_n)_{theor} - (S?_n)_{exp}$			
	This work FRDM		RMF	This work	FRDM	RMF	
Fl							
Lv							
Og							

3.6 Rayons de neutron, de proton et de charge

Le rayon quadratique moyen de charge (rms), R_c , est liée au rayon du proton, R_p , par

$$R_c^2 = R_p^2 + 0.64(fm) (3.3)$$

où le facteur 0.64 dans l'équation (3.3) tient compte des effets de taille finie du proton. Dans la figure 3.4, les rayons de charge quadratique prédits par nos calculs HFB sont comparés avec les données expérimentales disponibles [], les prédictions de la théorie RMF [18] et la théorie FRDM .Les valeurs numériques des rayons de charge sont présentées dans le tableau 3.2

Un bon accord entre la théorie et l'expérience peut être clairement vu dans la figure 3.4.

FIG 3.4 Les rayons de charge obtenus par nos calculs HFB comparés aux données expérimentales disponibles, les prédictions de la théorie RMF [18] et la théorie FRDM [17].

La figure 3.5 montre les rayons de neutrons et de protons des isotopes de Fl, Lv et Og obtenus dans nos calculs. Les prédictions de la théorie de RMF et de la théorie FRDM sont également données à titre de comparaison. Nous avons tracé les rayons de neutrons et de protons (Rn et Rp) ensemble afin de voir la différence entre eux. Les valeurs numériques des rayons de neutrons et de protons des isotopes de Fl, Lv et Og sont dressées dans le tableau 3.2.

FIG 3.5 Les rayons de neutrons et de protons des isotopes de Fl, Lv et Og.

3.7 Le gap d'appariement

Le gap d'appariement n'est pas directement accessible expérimentalement. Par conséquent, il existe diverses formules de différences finies dans la littérature, qui sont souvent interprétées comme une mesure du gap d'appariement empirique, telles que :

La formule de la différence de trois points [19] :

$${}_{N}^{(3)}(N) = \frac{N}{2} [E_b(Z, N-1) - 2E_b(Z, N) + E_b(Z, N+1)]$$
(3.4)

où N et Z sont les nombres de neutrons et de protons et E_b est l'énergie de liaison (négative) du noyau. $N = (-1)^N$ est le nombre de parité.

Une autre relation couramment utilisée est la formule de la différence de quatre points [20] :

$$_{N}^{(4)}(N) = \frac{N}{4} \left[E_{b}(Z, N-2) - 3E_{b}(Z, N-1) + 3E_{b}(Z, N) - E_{b}(Z, N+1) \right]$$
(3.5)

Dans la figure 3.6, les gaps d'appariement des neutrons obtenus dans nos calculs HFB sont comparés aux données expérimentales obtenu à partir des énergies de liaison données de la Référence [16] en utilisant les formules de trois points $\Delta^{(3)}$, de quatre points $\Delta^{(4)}$ et avec les prédictions du model FRDM [17].

FIG 3.6 Les gaps d'appariement des isotopes de Fl, Lv et Og.

3.8 L'énergie d'appariement

A suivre

3.9 Conclusion

La théorie HFB avec la force de Skyrme SLy4 a été utilisée pour étudier les propriétés de l'état fondamental de chaînes isotopiques paires et impaires de Fl, Lv et Og. Les énergies de liaison, les énergies de séparation de deux neutrons, et les rayons de charge, de protons et de neutrons ont été calculés ainsi que le gap d'appariement. Les résultats de ces calculs reproduisent très bien les données expérimentales disponibles, y compris l'énergie de liaison par nucléon, les énergies de séparation d'un et de deux neutrons, les rayons de neutrons, de protons, et de charge, le gap d'appariement des neutrons.

- 3.10
- 3.11
- 3.12
- 3.13
- 3.14

3.15 Bibliography

- [1] El Bassem, Younes, and Mustapha Oulne. "Nuclear structure investigation of even—even and odd Pb isotopes by using the Hartree—Fock—Bogoliubov method." International Journal of Modern Physics E 26.12 (2017): 1750084.
- [2] Balbuena, Edgar Teran. Hartree-Fock-Bogoliubov calculations for nuclei far from stability. Vanderbilt University, 2003.
 - [3] G. Audi and A.H. Wapstra, Nuclear Physics A565, 1 (1993).
- [4] JOLIOT-CURIE, E. I., BLAIZOT, J., POES, A., HEENEN, P., VAN DUPPEN, P., GALL, B., ... & HELLO, P. « Structure nucléaire : un nouvel horizon...-Cenbg-IN2P3.

- [5] Chomaz, Ph. Noyaux exotiques et faisceaux radioactifs. No. GANIL-P-96-24. SCAN-9609097, 1996.
 - [6] Ring, Peter, and Peter Schuck. The nuclear many-body problem. Springer Science &
 - [7] J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, Phys. Rev. 108 (1957) 1175.
- [8] BUSKULIC, Damir. PHYS 801 course notes. Introduction to nuclear physics; Notes de cours de PHYS 801-Introduction à la Physique Nucleaire. 2013.
 - [9] Lawson R. D. Theory of the Nuclear Shell Model. Clarendon Press Oxford, 1980..
- [10] MEYER, JACQUES. Interactions effectives theories de champ moyen masses et rayons nucleaire Effective interactions, mean field theories, masses and nuclear radii. In: Annales de physique. 2003. p. 1-112.
- [11] EL ADRI, M. et OULNE, M. Neutron shell closure at N= 32 and N= 40 in Ar and Ca isotopes. The European Physical Journal Plus, 2020, vol. 135, no 2, p. 1-16.ysique. 2003. p. 1-112.
 - [12] J. Dechargé, D. Gogny, Phys. Rev. C 21, 1568 (1980).
- [13] T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. Nuclear Physics, 9(4):615–634, jan1958.
- [14] Perez, R. N., Schunck, N., Lasseri, R. D., Zhang, C., & Sarich, J. (2017). Axially deformed solution of the Skyrme–Hartree–Fock–Bogolyubov equations using the transformed harmonic oscillator basis (III) HFBTHO (v3. 00): A new version of the program. *Computer Physics Communications*, 220, 363-375.
- [15] E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer. A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities Part II. Nuclei far from stabilities. Nuclear Physics A, 635:231–256, 1998.
- [16] Wang, M., Huang, W. J., Kondev, F. G., Audi, G., & Naimi, S. (2021). The AME 2020 atomic mass evaluation (II). Tables, graphs and references. Chinese Physics C, 45(3), 030003.
- [17] Möller, P., Sierk, A. J., Ichikawa, T., & Sagawa, H. (2016). Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM (2012). Atomic Data and Nuclear Data Tables, 109, 1-204.
- [18] Lalazissis, G. A., Raman, S., & Ring, P. (1999). Ground-state properties of even—even nuclei in the relativistic mean-field theory. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 71(1), 1-40.
- [19] W Satuła, J Dobaczewski, and W Nazarewicz. Odd-Even Staggering of Nuclear Masses: Pairing or Shape Effect. Physical Review Letters, 81(17):3599–3602, oct 1998.
- [20] S. J. Krieger, P. Bonche, H. Flocard, P. Quentin, and M. S. Weiss. An improved pairing interaction for mean field calculations using skyrme potentials*. Nuclear Physics, Section A, 517(2):275–284, 1990.

Conclusion Générale

Annexe