

НИУ «Высшая школа экономики»

Лабораторная работа №2

# **Изучение законов вращательного движения при помощи маятника Обербека**

Выполнил Никитин Илья

БФЗ 191\_2

## Оглавление

Цель работы.....	2
Теоретическое обоснование.....	2
Экспериментальная установка.....	3
Ход эксперимента.....	3
Вычисление угловой скорости.....	4
Вычисление моментов инерции.....	6
Вычисление погрешности.....	7
Вывод.....	7

## Цель работы

Вычислить момент инерции «пустого» обода с помощью серии измерений с различными массами приводящих в движение грузов и с добавлением известных масс на обод.

## Теоретическое обоснование

Для описания законов движения выведем формулу полного момента инерции маятника:

$$I = I_0 + M_{\text{отяз}} R,$$

где  $M_{\text{отяз}}$  - масса дополнительного отягощения,  $R$ - радиус обода.

Заметим, что при движении груза на вращающиеся части маятника действуют силы трения, которые, совершая работу, уменьшают энергию колебаний.

Рассмотрим движение системы без учёта сил трения.

Груз на нити, прикрепленной к оси колеса, совершает колебания. Для получения необходимых формул рассмотрим эти движения отдельно:

### 1. Движение вниз:

а)  $Mg - T = Ma$  (из II закона Ньютона),

где  $M$ - масса груза,

$g$  - ускорение свободного падения,

$T$  - сила натяжения нити,  $T = M(g - a)$

б) Рассмотрим моменты сил, действующие в системе, относительно центра

колеса:  $TR = I \frac{d\omega}{dt}$  ,

где  $R$ - радиус оси колеса,

$\frac{d\omega}{dt}$  - угловая ускорение вращения колеса в некоторый момент времени,

$$M(g - a)R = I \frac{d\omega}{dt}$$

заметим, что  $a = \frac{d\omega}{dt} R$  . Отсюда  $\frac{d\omega}{dt} = \frac{MR}{MR^2 + I} g$ .

## 2. Движение вверх:

а)  $Ma = Mg - T$

$$T = M(g - a)$$

б)  $TR = -I \frac{d\omega}{dt}$

$$M(g - a)R = -I \frac{d\omega}{dt}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{MR}{MR^2 - I} g$$

В итоге получаем систему двух уравнений для спуска и подъема. Экспериментально вычислив угловое ускорение, по выведенным формулам найдём искомое значение момента инерции обода.

## Экспериментальная установка

В ходе лабораторной работы использовалось следующее оборудование:

- Маятник Обербека с намотанной изолентой (велосипедное колесо)  
Радиус оси:  $r = 15$  мм  
Радиус обода:  $R = 290$  мм
- Дополнительные отягощения (грузы и гайки)  
Малый груз: 10г  
Средний груз: 14,75г  
Большой груз: 105,5г  
Шайба: 11,2г  
Крючок: 7,5г
- Оборудование для считывания данных с датчиков и сами датчики
- Линейка (погрешность: 0,1 мм)
- Весы (погрешность: 0,01 г)
- Штатив с креплением

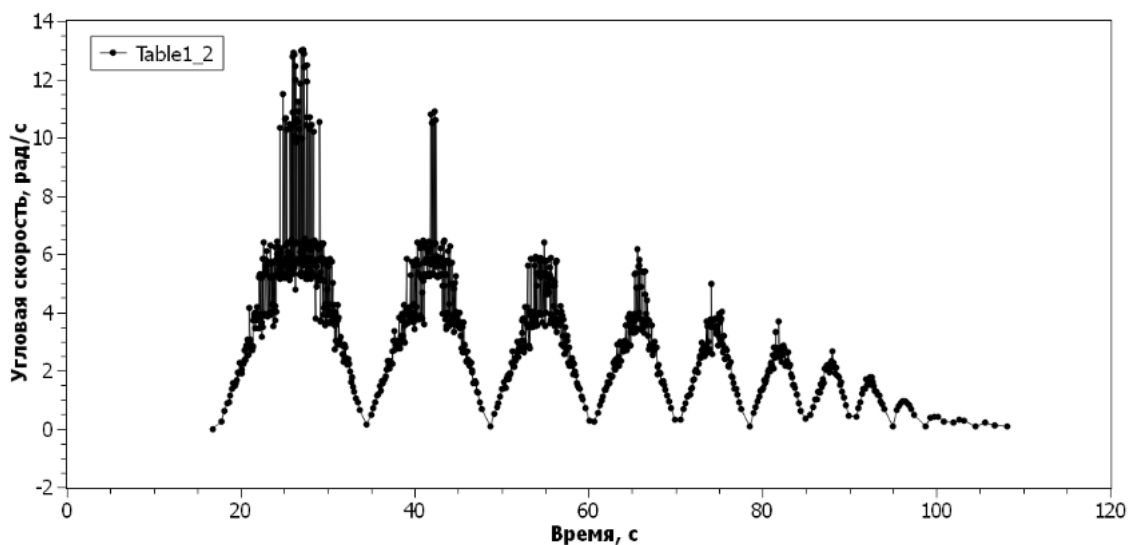
## Ход эксперимента

Устанавливаем рядом с колесом штатив, к которому прикреплен оптодатчик. Датчик располагается сбоку от колеса, чтобы он считывал моменты времени между пробегающими мимо белыми и черными полосками. Подключаем к компьютеру, чтобы с помощью программы, написанной на LabView, обработать данные и получить значения угловой скорости.

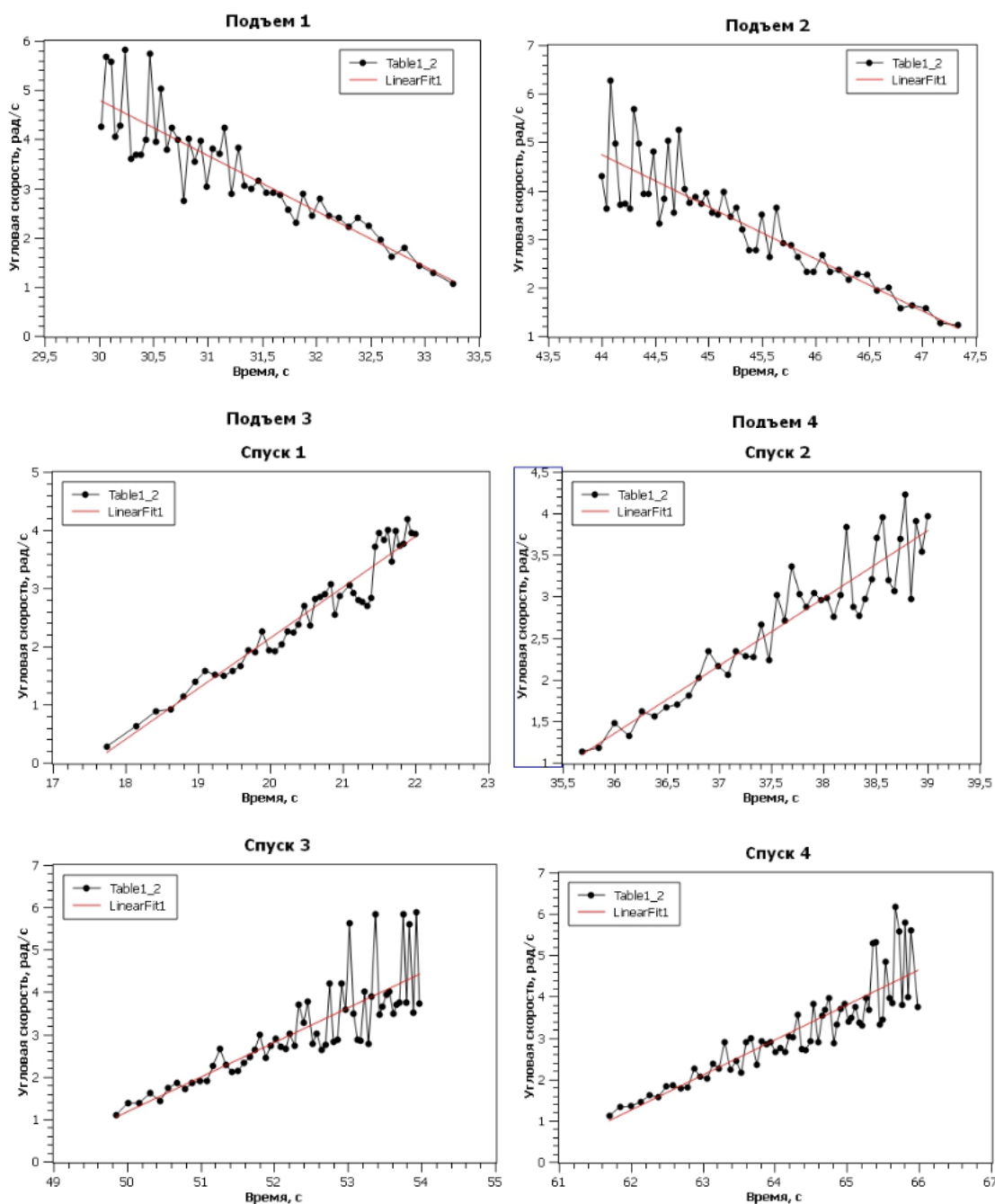
Всего было проведено 9 экспериментов в разных конфигурациях

# Вычисление угловой скорости

График зависимости угловой скорости от времени:



Рассмотрим части этого графика в линейном приближении:



Внесем получившиеся угловые ускорения в таблицу:

Опыт 1		Опыт 2		Опыт 3	
Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>		Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>		Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>	
1_1	0,8575004503	1_1	0,9900128786	1_1	1,307652185
1_2	0,8116426824	1_2	0,9404703755	1_2	1,254025709
1_3	0,815740963	1_3	0,9431899413	1_3	1,19567568
1_4	0,8467851881	1_4	1,014789528	1_4	1,228110671
1	0,832917321	1	0,9721156809	1	1,246366061
2_1	-1,128127466	2_1	-1,049507325	2_1	-1,275636127
2_2	-1,074271483	2_2	-1,235936722	2_2	-1,398700993
2_3	-1,073751344	2_3	-1,185966765	2_3	-1,442629576
2_4	-1,100661158	2_4	-1,213677433	2_4	-1,319849245
2	-1,094202863	2	-1,171272061	2	-1,359203985

Опыт 4		Опыт 5		Опыт 6	
Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>		Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>		Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>	
1_1	0,8860924862	1_1	0,5912935607	1_1	0,8457869901
1_2	0,7929662577	1_2	0,6383883017	1_2	0,7524179114
1_3	0,7553546622	1_3	0,5707639255	1_3	0,7598177586
1_4	0,7393433402	1_4	0,5807610011	1_4	0,7444168122
1	0,7934391866	1	0,5953016973	1	0,7756098681
2_1	-1,054948713	2_1	-0,6888586118	2_1	-0,977191016
2_2	-1,074271483	2_2	-0,6938311681	2_2	-0,9193941106
2_3	-1,012632385	2_3	-0,6468325433	2_3	-0,8536564817
2_4	-1,095304984	2_4	-0,7307704166	2_4	-0,8666814045
2	-1,059289391	2	-0,690073185	2	-0,9042307532

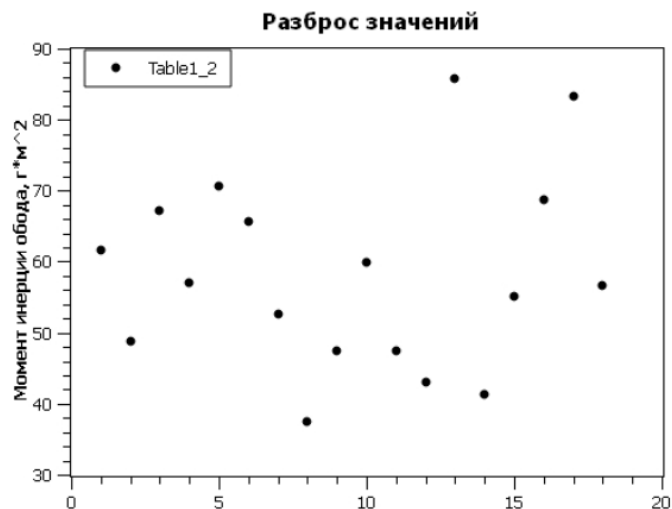
  

Опыт 7		Опыт 8		Опыт 9	
Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>		Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>		Угловое ускорение, рад/с <sup>2</sup>	
1_1	0,2238876997	1_1	0,339922634	1_1	0,3689804903
1_2	0,2606033554	1_2	0,3573150221	1_2	0,4205907022
1_3	0,2282765808	1_3	0,3702779424	1_3	0,396016205
1_4	0,200718274	1_4	0,3747122616	1_4	0,426792936
1	0,2283714775	1	0,360556965	1	0,4030950834
2_1	-0,2914350962	2_1	-0,3861436798	2_1	-0,5500078569
2_2	-0,3105790376	2_2	-0,4367729146	2_2	-0,540161246
2_3	-0,3464418647	2_3	-0,4322081169	2_3	-0,5036967372
2_4	-0,3084147446	2_4	-0,4159542773	2_4	-0,4951964335
2	-0,3142176858	2	-0,4177697471	2	-0,5222655684

## Вычисление моментов инерции

С помощью полученных данных вычислим момент инерции пустого обода по результатам разных опытов, построим график разброса значений:

Опыт	Момент инерции, г*м^2
1_1_1	61,64401547
1_1_2	48,6975859
1_2_1	67,21531751
1_2_2	57,11700457
1_3_1	70,66938795
1_3_2	65,58729756
2_1_1	52,54164114
2_1_2	37,49418379
2_2_1	47,36739615
2_2_2	59,9978
2_3_1	47,36486107
2_3_2	42,99554422
3_1_1	85,74270834
3_1_2	41,3286
3_2_1	55,0199
3_2_2	68,6315
3_3_1	83,356921
3_3_2	56,5565
Ср. знач.:	58,29600915



Из диаграммы видно, что разброс значений довольно большой. Скорее всего это связано с неточностью работы датчика на высоких скоростях (что наблюдается в опытах с большими грузами).

## Вычисление погрешности

$$\sigma_I = \sqrt{\left(\partial \frac{I}{\partial M} \sigma_M\right)^2 + \left(\partial \frac{I}{\partial R} \sigma_R\right)^2 + \left(\partial \frac{I}{\partial \epsilon} \sigma_\epsilon\right)^2}$$

где  $\sigma_M = 0,01 \text{ г}$  - погрешность измерения весов,

$\sigma_R = 0,25 \text{ см}$  - погрешность измерения линейки,

$\sigma_\epsilon$  – погрешность измерения углового ускорения (в зависимости от эксперимента).

$$\text{Итого } \sigma_I = 1.7913 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

## Вывод

1. Итоговое значение момента инерции  $I = (58,2960 \pm 1.7913) \text{ г} \cdot \text{м}^2$
2. Мы подтвердили теоретическое утверждение о том, что груз будет подниматься вверх быстрее, чем спускаться вниз.
3. Разброс полученных значений довольно большой. Скорее всего это связано с неточностью работы датчика на высоких скоростях (что наблюдается в опытах с большими грузами).