

НИУ «Высшая школа экономики»

Лабораторная работа №1

Изучение статистики распределения параметров номинально одинаковых объектов

Выполнил Никитин Илья

БФЗ 191_2

Оглавление

Цель работы.....	2
Теоретическое обоснование.....	2
Экспериментальная установка.....	2
Ход эксперимента.....	3
Измерение масс.....	3
Измерение отклонения от идеальной сферы.....	4
Измерение объемов.....	5
Вычисление плотности.....	6
Вывод:.....	7

Цель работы

При выполнении работы требуется изучить распределение параметров исследуемых объектов (массы, размеров, объёма), оценить их среднюю плотность и сделать вывод, сделаны ли эти элементы из одного материала или нет.

Теоретическое обоснование

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2} \quad \text{-стандартное отклонение величины } x$$

$$\sigma_{x_{ca}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad \text{-случайная погрешность}$$

$$\sigma_{x_{abs}} = \sqrt{\sigma_{x_{ca}}^2 + \Delta_{\theta}^2} \quad \text{-абсолютная погрешность}$$

$$\sigma_{f(x,y)} = \sqrt{\left(\partial \frac{f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\partial \frac{f}{\partial y} \sigma_y\right)^2} \quad \text{-абсолютная погрешность } f(x,y)$$

Определение плотности веществ, из которых изготовлены исследуемые объекты: $\rho = \frac{m}{V}$

Экспериментальная установка

- Электронные ювелирные весы с погрешностью $\pm 0,01\text{г}$
- Мензурка с погрешностью $\pm 0,5\text{мл}$
- Микрометр с погрешностью $\pm 0,005\text{ мм}$



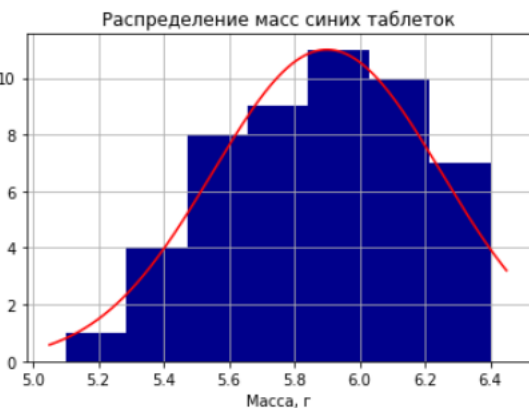
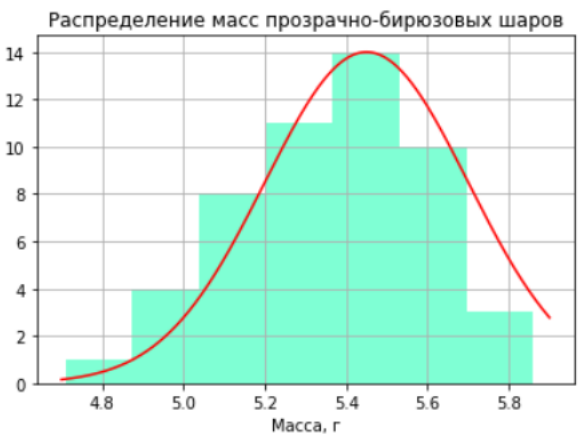
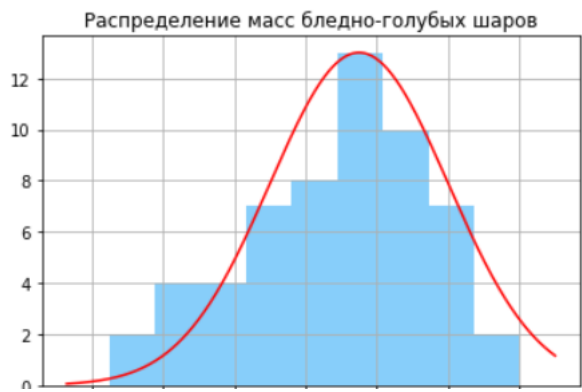
Ход эксперимента

Измерение масс

В ходе работы я измерил массы таблеток, а также шариков трех разных цветов, результаты измерений занесены в соответствующую таблицу:

Бледно-голубые		Тёмно-зелёные		Прозрачно-бирюзовые		Таблетки Синие	
№	Масса, гр	№	Масса, гр	№	Масса, гр	№	Масса, гр
1	5.16	1	5.21	1	4.96	1	6.27
2	4.93	2	5.53	2	5.51	2	5.99
3	5.15	3	5.19	3	5.36	3	6.19
4	5.34	4	5.25	4	5.36	4	5.46
5	4.77	5	5.23	5	5.25	5	5.91
6	4.89	6	5.42	6	5.56	6	5.88
7	5.15	7	5.46	7	5.40	7	5.73
8	5.26	8	5.13	8	5.23	8	5.86
9	4.99	9	5.20	9	5.86	9	6.13
10	5.25	10	5.23	10	5.26	10	6.11
11	5.29	11	4.98	11	5.21	11	5.98
12	4.67	12	5.26	12	5.20	12	5.92
13	5.11	13	5.18	13	5.39	13	5.73
14	5.34	14	5.44	14	4.90	14	5.64
15	4.85	15	5.46	15	4.96	15	6.09
16	5.05	16	5.09	16	5.65	16	5.70
17	4.84	17	5.14	17	5.99	17	6.28
18	5.60	18	5.42	18	5.21	18	5.47
19	5.36	19	5.09	19	5.10	19	5.64
20	5.24	20	5.19	20	5.59	20	5.73
21	4.77	21	5.33	21	5.47	21	5.90
22	4.70	22	5.51	22	5.26	22	5.10
23	5.11	23	5.21	23	5.41	23	6.20
24	4.70	24	5.36	24	5.68	24	6.09
25	4.82	25	5.10	25	5.48	25	5.95
26	5.20	26	5.29	26	5.05	26	6.31
27	4.68	27	5.24	27	5.38	27	6.11
28	5.15	28	5.57	28	5.64	28	5.67
29	4.93	29	5.49	29	5.61	29	6.40
30	5.16	30	5.22	30	5.66	30	5.62
31	5.28	31	5.58	31	5.06	31	5.39
32	4.81	32	4.99	32	5.59	32	5.53
33	4.93	33	5.68	33	5.00	33	6.37
34	5.11	34	5.34	34	5.64	34	6.14
35	4.57	35	5.81	35	5.78	35	5.63
36	5.06	36	5.46	36	5.11	36	6.30
37	5.22	37	5.59	37	4.71	37	5.95
38	5.23	38	5.49	38	5.78	38	6.11
39	5.28	39	5.61	39	5.48	39	5.97
40	5.15	40	5.69	40	5.34	40	6.33
41	5.00	41	5.33	41	5.21	41	5.54
42	5.21	42	5.44	42	5.51	42	5.81
43	4.92	43	5.32	43	5.45	43	5.47
44	5.11	44	5.00	44	5.50	44	6.10
45	5.08	45	5.15	45	5.18	45	6.00
46	5.00	46	5.40	46	5.16	46	5.58
47	4.45	47	5.43	47	5.06	47	5.82
48	5.01	48	5.38	48	5.50	48	5.58
49	5.03	49	5.30	49	5.47	49	5.75
50	4.97	50	5.40	50	5.48	50	5.80
51	5.37			51	5.29		
52	5.49						
53	5.40						
54	5.45						
55	5.39						
56	5.40						
57	5.37						

По результатам экспериментов были построены гистограммы распределения масс в таблетках и шарах различных цветов:



Рассчитаем погрешность измерения массы:

Стандартное отклонение массы: $\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (m_i - m_{cp})^2}$

$$\sigma_{m_{\text{бледно-голубых}}} = 0,2488$$

$$\sigma_{m_{\text{темно-зеленых}}} = 0,1901$$

$$\sigma_{m_{\text{прозрачных бирюзовых}}} = 0,2540$$

$$\sigma_{m_{\text{таблеток}}} = 0,2951$$

Находим случайную погрешность массы: $\sigma_{m_{сл}} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{n}}$

$$\sigma_{m_{сл, \text{бледно-голубых}}} = 0,0330$$

$$\sigma_{m_{сл, \text{темно-зеленых}}} = 0,0269$$

$$\sigma_{m_{сл, \text{прозрачных бирюзовых}}} = 0,0356$$

$$\sigma_{m_{сл, \text{таблеток}}} = 0,0417$$

Учитывая инструментальную погрешность весов $\Delta_v = 0.01$ г, абсолютная погрешность массы равна: $\sigma_{m_{абс}} = \sqrt{\sigma_{m_{сл}}^2 + \Delta_v^2}$

$$\sigma_{m_{абс, \text{бледно-голубых}}} = 0,0344$$

$$\sigma_{m_{абс, \text{темно-зеленых}}} = 0,0287$$

$$\sigma_{m_{абс, \text{прозрачных бирюзовых}}} = 0,0370$$

$$\sigma_{m_{абс, \text{таблеток}}} = 0,0429$$

Измерение отклонения от идеальной сферы

В ходе работы у бледно-голубых шаров были измерены поперечные размеры в 5 различных осях:

Бледно-голубые						
№	Массы, гр	Диаметр 1, мм	Диаметр 2, мм	Диаметр 3, мм	Диаметр 4, мм	Диаметр 5, мм
1	5,16	15,91	15,89	15,92	15,93	15,95
2	4,50	15,17	15,18	15,20	15,21	15,22
3	4,93	15,65	15,67	15,64	15,68	15,65
4	5,15	15,90	15,93	15,87	15,91	15,84
5	5,34	16,07	16,04	16,08	16,08	16,13
6	4,77	15,47	15,55	15,51	15,49	15,54
7	4,89	15,61	15,66	15,62	15,63	15,63
8	5,15	15,92	15,91	15,38	15,92	15,89
9	5,26	15,94	16,00	15,99	15,98	15,97
10	4,99	15,76	15,74	15,74	15,77	15,69
11	5,25	15,95	15,96	15,97	15,93	15,96
12	5,29	16,05	16,06	16,06	16,05	16,08
13	4,67	15,35	15,33	15,34	15,37	15,34
14	5,11	15,80	15,85	15,84	15,86	15,81
15	5,34	16,34	16,09	16,23	16,15	16,27
16	4,85	15,63	15,64	15,61	15,57	15,59
17	5,05	15,74	15,83	15,79	15,71	15,78
18	4,84	15,55	15,53	15,50	15,54	15,57
19	5,60	16,20	16,31	16,19	16,32	16,26
20	5,36	15,99	16,09	16,07	16,17	16,01

Найдем ошибку диаметра для каждого шарика по формулам: $\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - d_{cp})^2}$

$$\sigma_{d_{ca}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} \quad \sigma_{d_{обс}} = \sqrt{\sigma_{d_{ca}}^2 + \Delta_{\delta}^2}$$

№	Ошибка диаметра
1	0,011
2	0,011
3	0,009
4	0,017
5	0,015
6	0,016
7	0,010
8	0,010
9	0,011
10	0,015
11	0,008
12	0,007
13	0,008
14	0,013
15	0,044
16	0,014
17	0,021
18	0,013
19	0,027
20	0,032

Найдем среднее отклонение как среднюю ошибку диаметра: $\sigma_{ср.откл} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{d_{обс} i}}{n}$

$$\sigma_{ср.откл} = 0.0156$$

Измерение объемов

В ходе работы были измерены объемы шаров и таблеток с помощью нескольких мензурок:

Прозрачные бирюзовые			
№	Кол-во шариков	Общая масса, гр	Объем, мл
1	1	5,23	2
2	2	10,42	4
3	3	15,86	6
4	4	21,19	8
5	5	26,99	10
6	10	53,00	21
7	20	107,00	43
8	40	213,59	85
9	60	321,77	127

Бледно-голубые			
№	Кол-во шариков	Общая масса, гр	Объем, мл
1	1	5,22	2
2	2	10,01	4
3	3	15,10	6
4	4	20,02	8
5	5	25,37	10
6	10	49,60	21
7	20	98,56	41
8	40	201,85	83
9	60	301,74	123

Тёмно-зеленые			
№	Кол-во шариков	Общая масса, гр	Объем, мл
1	1	4,69	2
2	2	10,16	4
3	3	15,32	6
4	4	20,00	8
5	5	25,50	11
6	10	51,72	21
7	20	105,87	43
8	40	211,30	85
9	60	318,11	127

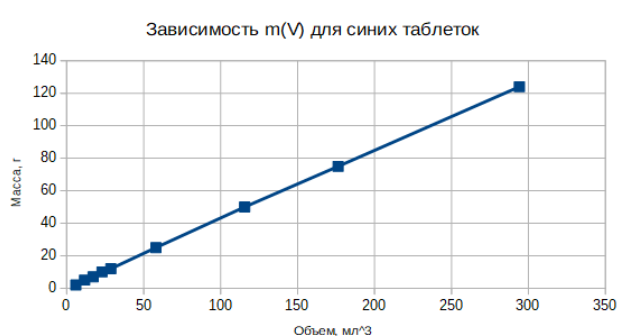
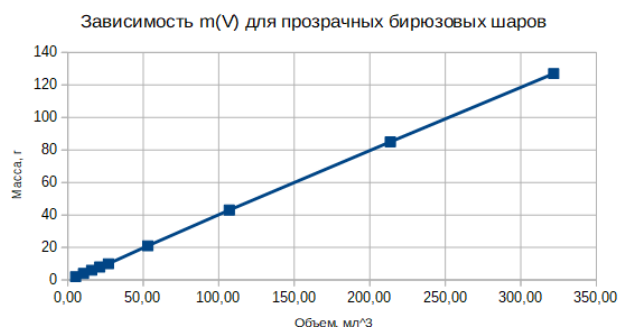
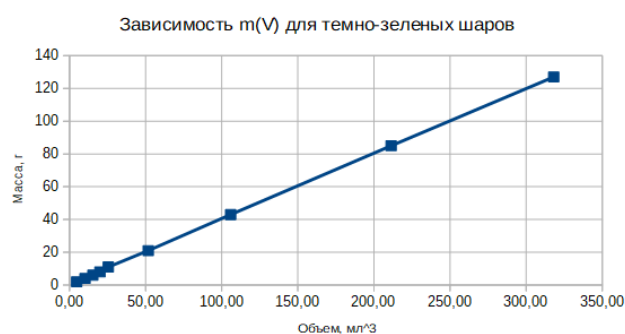
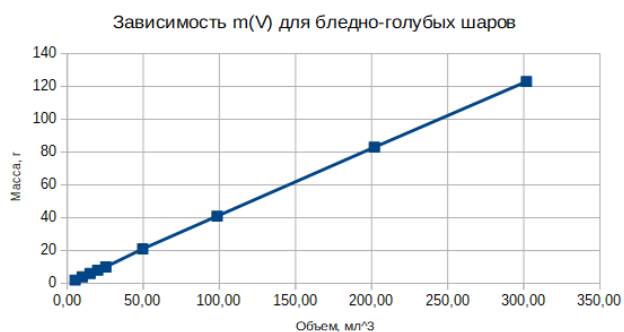
Таблетки синие			
№	Кол-во таблеток	Общая масса, гр	Объем, мл
1	1	5,89	2
2	2	11,59	5
3	3	17,11	7
4	4	22,91	10
5	5	28,64	12
6	10	57,96	25
7	20	115,58	50
8	30	176,31	75
9	50	294,13	124

Найдем ошибку объема по данным эксперимента 9 (так как чем больше тел одновременно, тем выше точно) формулам, написанным выше:

	Ошибка объема
Бледно-голубые	0,0083
Темно-зелёные	0,0083
Прозрачные бирюзовые	0,0083
Таблетки синие	0,0100

Вычисление плотности

По полученным данным построим графики зависимости $m(V)$, а так же посчитаем погрешности измерений плотности:



Для вычисления плотности воспользуемся формулой: $\sigma_{f(x,y)} = \sqrt{\left(\partial \frac{f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\partial \frac{f}{\partial y} \sigma_y\right)^2}$

$$\sigma_\rho = \sqrt{\left(\partial \frac{\rho}{\partial V} \sigma_v\right)^2 + \left(\partial \frac{\rho}{\partial m} \sigma_m\right)^2}$$

	Средний объем	Средняя масса	Ошибка объема	Ошибка массы	Ошибка плотности
Бледно-голубые	2,12	5,36	0,0083	0,0344	0,0191
Темно-зелёные	2,05	5,03	0,0083	0,0287	0,0172
Прозрачные бирюзовые	2,12	5,30	0,0083	0,0370	0,0200
Таблетки синие	2,48	5,88	0,0100	0,0429	0,0198

Итоговая таблица значений:

	Средняя плотность, г/мл³	Средний объем, мл³	Средняя масса, г	Ошибка объема, мл³	Ошибка массы, г	Ошибка плотности, г/мл³	Плотность, г/мл³	Объем, мл³	Масса, г
Бледно-голубые	2,53	2,12	5,36	0,0083	0,0344	0,0191	2,53 ± 0,02	2,12 ± 0,01	5,36 ± 0,03
Темно-зелёные	2,45	2,05	5,03	0,0083	0,0287	0,0172	2,45 ± 0,02	2,05 ± 0,01	5,03 ± 0,03
Прозрачные бирюзовые	2,50	2,12	5,30	0,0083	0,0370	0,0200	2,50 ± 0,02	2,12 ± 0,01	5,30 ± 0,04
Таблетки синие	2,37	2,48	5,88	0,0100	0,0429	0,0198	2,37 ± 0,02	2,48 ± 0,01	5,88 ± 0,04

Вывод:

1. В ходе работы были измерены массы таблеток и шариков различного цвета. Результаты измерений показали, что распределение масс удовлетворяет распределению Гаусса.
2. С помощью мензурки были получены значения объема шариков и таблеток, опыт с измерением объема большого количества шариков одновременно позволил довольно точно определить объем. Так же была посчитана плотность материала, из которого сделаны шарики и таблетки.
3. С помощью микрометра было получено среднее отклонение шарика от идеальной сферы. Оно довольно мало и позволяет считать шарики идеальными сферами.
4. Плотность всех видов шариков с хорошей точностью совпадает с плотностью силикатного стекла $\rho_{\text{силикат}} = 2,5 \text{ г/мл}^3$. Плотность таблеток позволяет предположить, что таблетки сделаны из кварцевого стекла плотностью $\rho_{\text{кварц}} = 2,2 \text{ г/мл}^3$.