N1

$\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ - вероятность не закончить игру к n-шагу

$\frac{1}{6}$ - вер-ть закончить игру на n-шаге при условии, что не зак. ранее $\Rightarrow$ $\boxed{\langle N \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \cdot \frac{1}{6} \cdot n = \frac{3}{2}}$

N2

а) $p(\varphi) = A\cos^2\frac{\varphi}{2} \Rightarrow \int_0^{2\pi} p(\varphi)\cdot d\varphi =$

$= A\int_0^{\pi} \cos^2\frac{\varphi}{2}\, d\varphi = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{\pi}$

~~[illegible]~~ $x_1 = L\cos\varphi_1$ $\quad x_2 = x_1 + L\cos\varphi_2$

$y_1 = L\sin\varphi_1$ $\quad y_2 = y_2 + L\sin\varphi_2$

П

$$x_n = L \cdot \sum_{i=1}^{N} \cos\varphi_i$$

$$y_n = L \cdot \sum_{i=1}^{N} \sin\varphi_i$$

$$\langle x_n \rangle = L \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2\frac{\varphi_i}{2} \cdot \cos\varphi_i \, d\varphi_i = L \cdot \frac{1}{\pi} \cdot N \int_0^{2\pi} \cos^2\frac{\varphi}{2} \cos\varphi \, d\varphi$$

$$\boxed{\langle x_n \rangle = \frac{NL}{\pi \cdot 4} \int_0^{2\pi} \left[1 + 2\cos\varphi + \cos 2\varphi\right] d\varphi =}$$

$$= \frac{NL}{4\pi} \cdot 2\pi = \boxed{\frac{NL}{2}}$$

$$\boxed{\langle y_n \rangle = \frac{NL}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2\frac{\varphi}{2} \sin\varphi \, d\varphi =}$$

$$= \frac{NL}{\pi \cdot 4} \int_0^{2\pi} \left[2\sin\varphi + \sin 2\varphi\right] d\varphi \boxed{= 0}$$

$$\langle x_n^2 \rangle = \frac{L^2}{\pi^2} \int \left(\sum_{i=1}^{N} \cos\varphi_i \right)^2 \cos^2 \frac{\varphi_i}{2} \, d\varphi_i =$$

$$= \frac{L^2}{\pi^2} \cdot N \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi_i \cdot \cos^2 \frac{\varphi_i}{2} \, d\varphi + \frac{L^2}{\pi^2} N \cdot (N-1) \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi \cos^2 \frac{\varphi}{2} \, d\varphi$$

$$= \frac{L^2 N \cdot 4\pi}{8\pi^2} + \frac{L^2}{\pi^2} N(N-1) \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 \cdot 2$$

$$\Rightarrow \sigma_x = \langle x_n^2 \rangle - \langle x_n \rangle^2 = \frac{L^2 N}{2\pi} + \frac{L^2}{[illegible]} N(N-1) - \frac{L^2 N^2}{4}$$

$$\langle y_n^2 \rangle = \frac{L^2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \left(\sum_i^N \sin\varphi_i \right)^2 \cos^2 \frac{\varphi_i}{2} \, d\varphi_i =$$

$$= \frac{L^2}{\pi^2} N \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi \cos^2 \frac{\varphi}{2} \, d\varphi + 0$$

т.к. $\langle y_n \rangle = 0$

$$\Rightarrow \langle y_n^2 \rangle = \frac{L^2 N}{8\pi^2} \int \left[2 + \cos\varphi - 2\cos 2\varphi - \cos 3\varphi \right] d\varphi =$$

$$= \frac{L^2 N}{2\pi}$$

$$\sigma_y = \langle y_n^2 \rangle - \langle y_n \rangle^2 = \frac{L^2 N}{2\pi}$$

N3

2 частицы $\longrightarrow$ движение 1 броуновской частицы с эффективной диффузией $2D$

Т.е задача переформулируется как

$\langle T^{-1} \rangle^{-1}$ где T – время первого столкновения броун. частицы

с коэфф диффузии $2D$ со стенкой на

расстоянии L в одномере.

$$\partial_t n = \partial_x^2 n$$

$$n(x,t) = \frac{1}{\sqrt{8\pi D t}}\left[\exp\left(-\frac{(x-L)^2}{8Dt}\right) - \exp\left(-\frac{(x+L)^2}{8Dt}\right)\right]$$

$$P(t) = \operatorname{erf}\left(\frac{L}{2\sqrt{2Dt}}\right) \Rightarrow \langle T^{-1} \rangle =$$

$$= \int_0^\infty \frac{P(t)}{t}\,dt = \left\{ \eta = \frac{L}{2\sqrt{2Dt}} \right\} = \int_0^{\infty}$$

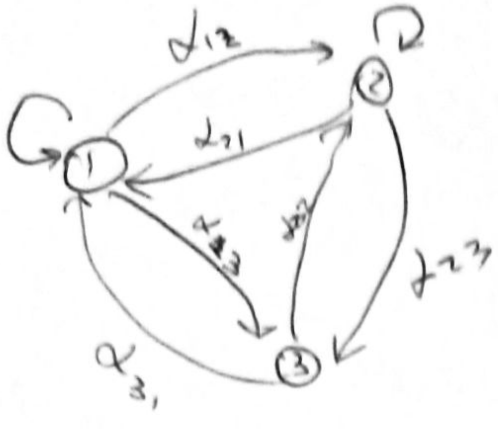
$$t^2 = \frac{L^2}{8D\eta}$$

$$2t\,dt = \frac{-L^2}{8D\eta^2} \Rightarrow dt = \frac{-L^2}{8D \cdot 2t\,\eta^2}\,d\eta \qquad t = \frac{L}{\eta\sqrt{8D}}$$

$$dt = \ominus \int \frac{1}{2\eta^{3/2}}\,\eta^{1/2}\,\mathrm{erf}(\eta)\,d\eta = \infty \Rightarrow$$

$$\boxed{\Rightarrow \langle T^{-1} \rangle^{-1} = 0}$$

N4



Вероятность, что сост 2 наступит раньше чем сост 3:

$$P(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P = \alpha_{12} \sum_{n=0}^{\infty} \left((\alpha_{12} + \alpha_{13})^n \right)$$

вероятность перейти в сост 2

~~вероят~~ вероятность остаться в 1

Вспомним что задача непрерывная $\Rightarrow$

$$\cancel{P = \alpha_{12}} \; P = \int_0^{\infty} \alpha_{12} (\alpha_{12} + \alpha_{13})^t \, dt =$$

$$= -\alpha_{12} \cdot \frac{1}{\log(\alpha_{12} + \alpha_{13})}$$