

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное
государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6
ПО ИНФОРМАТИКЕ
«Работа с системой компьютерной вёрстки T_EX»
Вариант №34

Выполнил: Соколов А.В., группа Р3112
Проверил: к.т.н., преподаватель Белозубов А.В.

г. Санкт-Петербург
2022г.

Решения задач из этого номера можно посылать не позднее 31 мая 1973 года по адресу: 11701, Москва В-71, Ленинский проспект, 15, издательство “Наука”, журнал “Квант”. После адреса на конверте напишите, решения каких задач вы посылаете, например: “Задачник “Кванта”, М196, М198 или “... Ф210”. Решения задач по каждому из предметов (математике или физике), а также новые задачи просьба присылать в отдельных конвертах. Оригинальные задачи, предлагаемые для публикации этих задач (на конверте пометьте: “Задачник кванта”, новая задача по физике” или “... новая задача по математике”). Задачи из разных номеров журнала присылайте в конвертах.

Задачи повышенной трудности отмечены звездочкой.

После формулировки задачи мы обычно указываем, кто предложил нам эту задачу. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Задачи

М196-М200; Ф208-Ф212

М196. В окружности радиуса 1 проведено несколько хорд. Докажите, что если каждый диаметр пересекает не более k хорд то сумма длин хорд меньше πk

А. Т. Колотов

М197. В прямоугольную таблицу из m строк и n столбцов записаны mn произвольных положительных чисел. Найдем произведение чисел в каждом столбце и затем сумму S всех n таких произведений. Докажите, что если переставить числа в каждой строке в порядке возрастания, то сумма S для новой таблицы будет не меньше, чем в первоначальной. (На рисунке 1 приведен один пример ситуации, описанной в задаче; здесь $m = 3, n = 4$.)

$S = 84$				$S = 132$			
1	5	6	2	1	5	6	2
4	3	7	2	2	3	4	7
1	2	1	2	1	1	2	2
4	30	42	8	2	6	40	84

Рис. 1

Решите эту задачу:

а) для $m = n = 2$ (для таблицы 2×2);

б) для $m = 2$ и произвольного n (для таблицы из двух строк);

в)* для любых натуральных m и n .

М198. Дан параллелограмм $ABCD$. На прямых AB и BC выбраны точки соответственно H и K так, что треугольники KAB и HCB равнобедренные ($KA = AB$ и $HC = CD$; рис.2). Докажите, что треугольник KDH - тоже равнобедренный.

В. Л. Гутенмахер

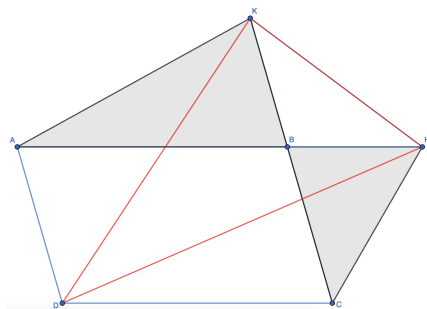


Рис. 2

М199. а) Докажите, что сумма

$$C_n^0 - C_n^1 \frac{1}{4} + C_n^2 \frac{1}{4^2} - \dots + (-1)^i C_n^i \frac{1}{4^i}$$

(сумма берется по всем целым i , $0 \leq i \leq \frac{n}{2}$) равна $\frac{n+1}{2^n}$

б)* Докажите, что если p и q - различные числа и $p+q = 1$, то сумма

$$C_n^0 - C_{n-1}^1 pq + C_{n-2}^2 p^2 q^2 - \dots + (-1)^i C_{n-i}^i p^i q^i + \dots$$

аналогичная предыдущей, равна $\frac{p^{n+1} - q^{n+1}}{p - q}$ при произвольном n .

Здесь C_n^k - биномиальные коэффициенты, то есть $C_n^0 = 1$ и $C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}$. О числах C_n^k рассказывалось в «Кванте» №2 за этот год.)

Д. А. Фридкин

М200. а) на рисунке 3 изображены шесть точек, которые лежат по три на четырех прямых. Докажите, что 24 способами отобразить это множество из шести точек так, чтобы каждые три точки, лежащие на одной прямой, отображались в три точки, также лежащие на одной прямой.

б) На рисунке 4 девять точек лежат по три на девяти прямых, причем через каждую точку проходит по три таких прямых. Эти девять точек и девять прямых образуют знаменитую “конфигурацию Паскаля”. Сколькими способами можно множество наших девяти точек отобразить на себя так, чтобы каждая тройка точек, лежащая на одной из девяти наших прямых, отображалась на тройку точек, которая тоже лежит на некоторой прямой на нашей конфигурации?

в) Тот же вопрос для конфигурации Дезарга (из десяти точек и десяти прямых), изображенной на рисунке 5.

А. Н. Колмогоров

Ф208. У автомобиля, участвующего в гонке, лопается шина. Оценить, с какой скоростью должен ехать автомобиль, чтобы шина не сминалась.

П. Л. Капица

Ф209. Смоделировать траекторию заряженной частицы в магнитном поле можно, поместив в однородное магнитное поле закрепленный на концах гибкий проводник, по которому пропускается ток. Каким будет натяжение такого провода при токе 1 а, если он имитирует

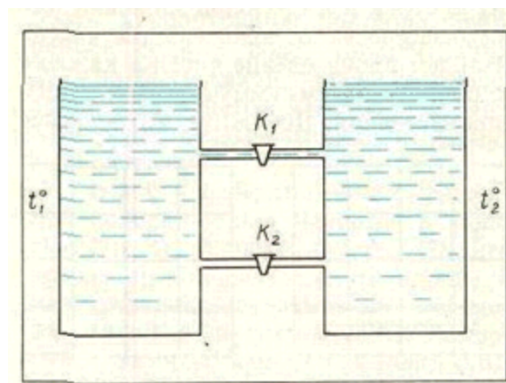


Рис. 6