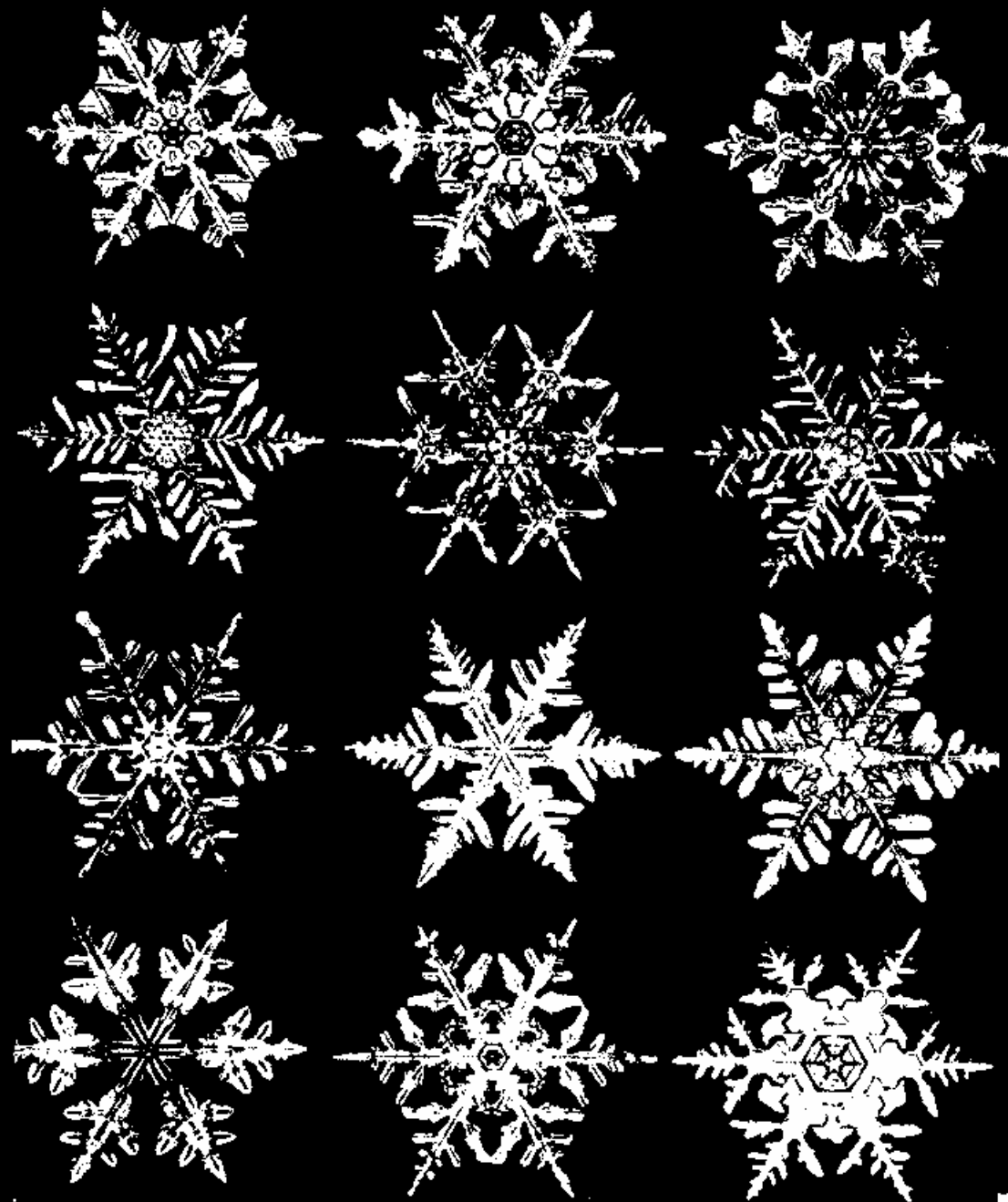


Symetria

Συμμετρία

Symetria w przyrodzie





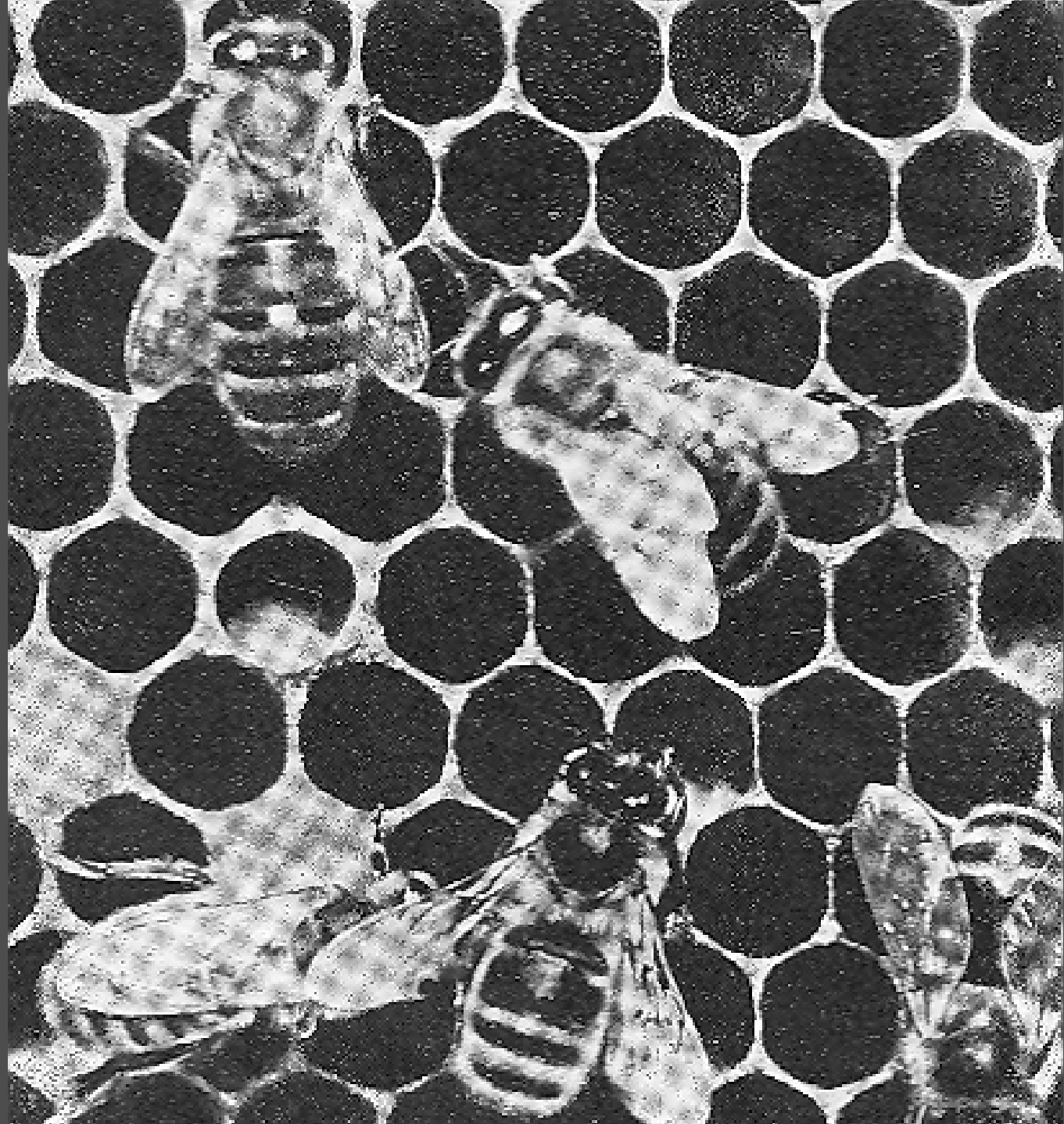
25/08/2006 15:14

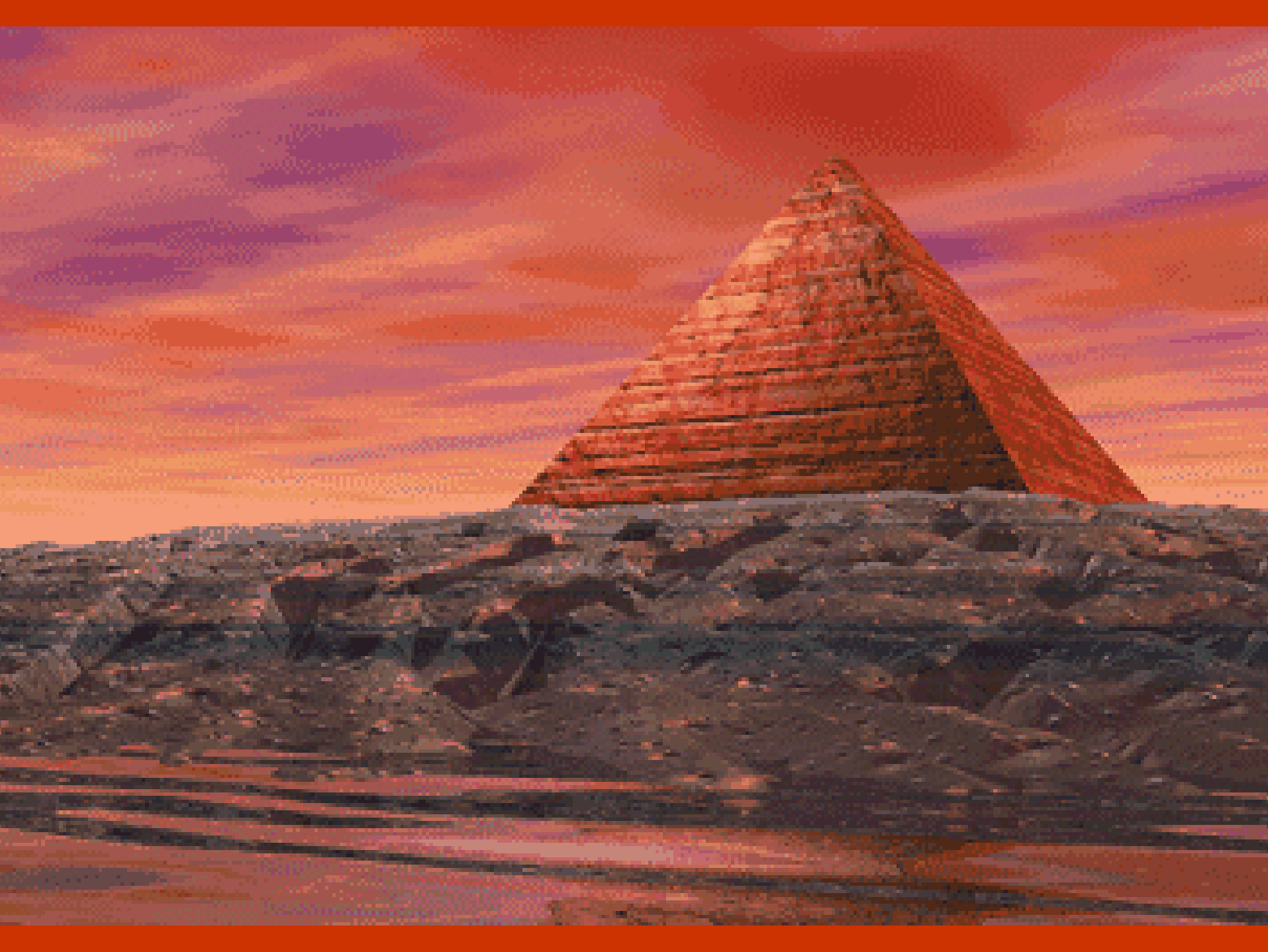


25/08/2006 14:52



© by Mario Maier









PL WPI 50YX

AUTO BIS PEUGEOT Piaseczno ul. Jana Pawła II 15 c 4 (0-22) 735-48-00

Powszechne przejawy symetrii w przyrodzie:

- symetria kryształów
- symetria materii ożywionej
(*anatomiczna budowa organizmów*)
- symetria ładunków dodatni-ujemny
(*tj. cząstek elementarnych elektron-pozyton, i.t.d.*)
- symetria zjawisk (*np. indukcja magnetyczna: pole B - prąd*)

Pojęcie symetrii odnosi się nie tylko do obiektów fizycznych -

Synonimy:

harmonia w *muzyce i akustyce*,
równowaga w *naturze i w usposobieniu*
symetria pojęć (*dobro-zło, lewy - prawy, i.t.p*)

doskonałość

W ujęciu ścisłym (matematycznym)

„Symetria jest cechą niezmienniczości obiektu względem grupy przekształceń automorficznych”

Symetria geometryczna:

Odwzorowanie, które każdemu punktowi obiektu przyporządkowuje jego obraz:

- 1. obraz i obiekt są takie same,*
- 2. odwzorowanie jest wynikiem pewnej operacji, np. odbicia, obrotu*

W ujęciu ogólnym (potocznym)

Symetria jest synonimem piękna, harmonii, umiaru, równowagi, dobranych proporcji, nastroju, wyważenia i rozwagi, cnoty, porządku i prawa, dobra nawet temperamentu czy stanu ducha jednakowo odległego od skrajności,

- jednym słowem jest synonimem doskonałości.

Dlaczego w świecie istnieje symetria?

Jeśli przejawy symetrii w przyrodzie są tak powszechne, to muszą one być wyrazem bardziej podstawowej symetrii:

symetrii praw natury

Symetria w fizyce

Co to jest zatem symetria w fizyce?

Symetria geometryczna:

Odwzorowanie, które każdemu punktowi obiektu przyporządkowuje jego obraz:

- 1. obraz i obiekt są takie same,*
- 2. odwzorowanie jest wynikiem pewnej operacji, np. odbicia, obrotu*

Definicja symetrii w fizyce:

Symetria (względem pewnej operacji) występuje, gdy prawo fizyki (*obiekt*) pozostaje niezmienione w “operacji symetrii”

Operacje symetrii w fizyce ; niezmienniczość

- przesunięcie w przestrzeni
- obrót o ustalony kąt
- odbicie przestrzenne
- przesunięcie w czasie
- odwrócenie czasu
- jednostajna prędkość (układy inercjalne)
- wymiana jednakowych atomów
- faza kwantowo-mechaniczna
- materia – antymateria

Brak symetrii

- zmiana skali

Symetria a zasady zachowania (tw. E. Noether)

Każdy rodzaj (każda z operacji) symetrii w fizyce prowadzi do pewnej zasady zachowania

- s. wzgl. przesunięcia przestrzennego + mechanika kwantowa \Rightarrow zasada zachowania pędu
- s. przesunięcia czasowego + m.k. \Rightarrow zas. zach. energii,
- s. obrotowa + m.k. \Rightarrow zas. zach. momentu pędu,
- s. odbicia lustrzanego + m.k. \Rightarrow zas. zach. parzystości,
- s. fazy kwant.-mech. + m.k. \Rightarrow zas. zach. ładunku elektrycznego

Zasady zachowania

Zasada zachowania **pędu**

Zasada zachowania **energii całkowitej**

Zasada zachowania **momentu pędu**

Zasada zachowania **ładunku elektrycznego**

Zasada zachowania **spinu**

Zasada zachowania **liczby leptonowej**

Zasada zachowania **liczby barionowej**

Zasada zachowania **dziwności**

Zasada zachowania **powabu**

Zasada zachowania **parzystości**

Dlaczego więc, choć występuje symetria praw natury, to jednak świat nie jest doskonale symetryczny?

Jedną z odpowiedzi dał Arystofanes:

Na początku ludzie byli okrągli, ich grzbiety i piersi tworzyły koło. Ale ludzie byli pyszni i wynosili się ponad miarę.

Aby uśmierzyć ich pychę i zakusy, Zeus poprzecinał ich na połowy, a Apollo przełożył ich twarze i części rodne na stronę przekroju. I Zeus zagroził: „Jeśli zuchwalstwo ich nie opuści, podzielę ich jeszcze raz i będą skakać na jednej nodze.”

Arystofanes w „Uczcie” Platona

bowiem **symetria = doskonałość** jest cechą boską

Inną odpowiedź dają

artyści:

Symetria = doskonałość;

brama w Neiko

a inną

fizycy:

**Symetria powstaje wszędzie tam, gdzie
nie pojawią się dodatkowe, szczególne warunki**

Implikacje symetrii w nauce,

zarówno pozytywne, owocne, jak też negatywne i szkodliwe, przejawiają się w różnych formach i w wielu miejscach, poczynając od kosmologicznych teorii - wyobrażenia świata w starożytności do narodzin teorii względności i mechaniki kwantowej (*twierdzenie E.Noether*).

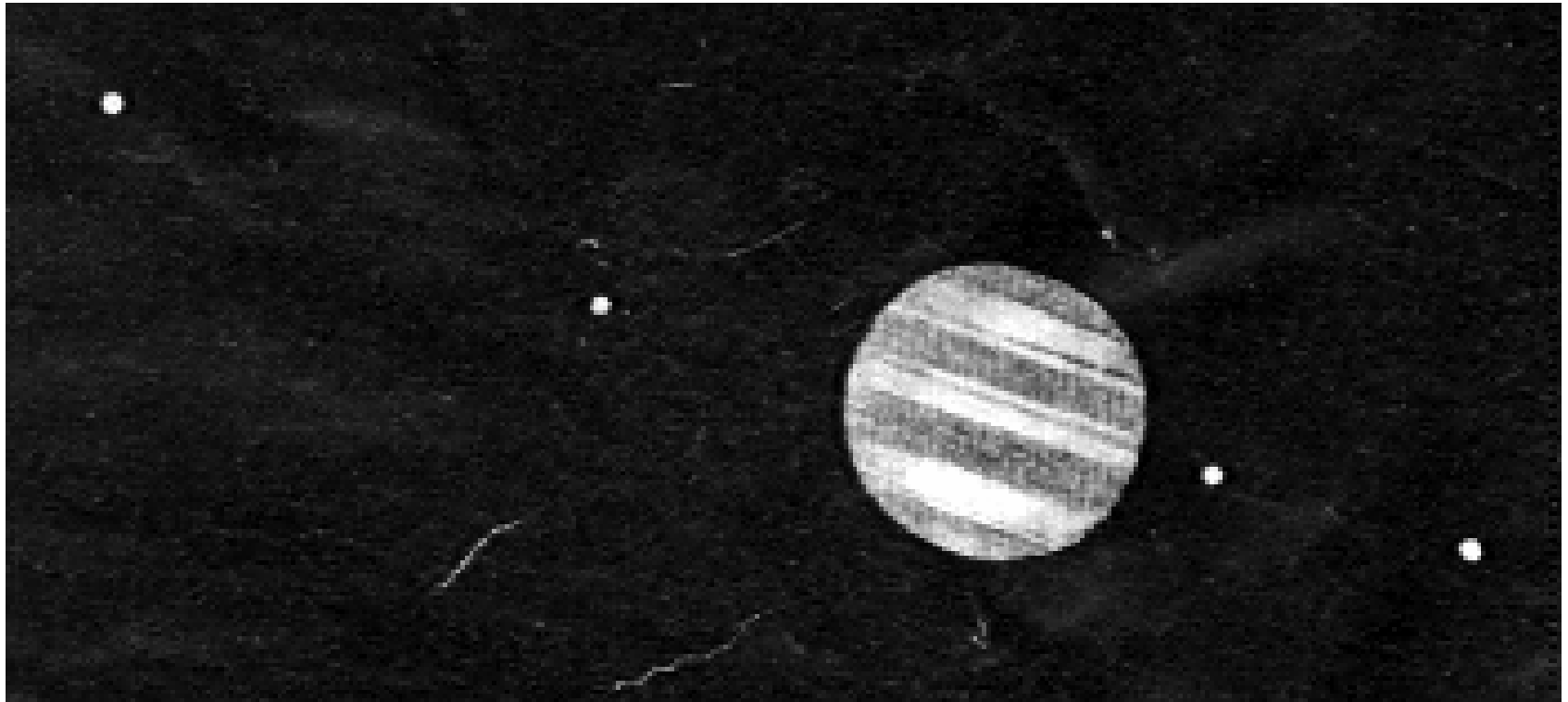
Błędne modele kołowych orbit planetarnych przetrwały Kopernika i dotrwały do czasów Keplera przez 2000 lat, ponieważ Arystoteles przypisał ciałom niebieskim i ich orbitom kształt o najwyższej symetrii, czyli kulisty lub kołowy, bowiem :

„ każdy inny byłby z uszczerbkiem dla ich (oczywistej) niebiańskiej doskonałości”.

Z drugiej strony **teoria względności** powstała niejako z powodu wymagań symetrii równań Maxwella.

Powszechna Grawitacja

Mechanika nieba



II w. n.e., Aleksandria – Ptolemeusz-
geocentryczny układ ciał niebieskich; podstawy matematyczne
Obrotu całego sklepienia; *planetes* („błąkający”): *deferensy*,
epicykle, *ekwansy*; 15 wieków nawigacji żeglarskiej

1473 – 1543, Toruń/Frombork - Mikołaj Kopernik –
heliocentryczny układ planetarny ; *orbity kołowe*, *epicykle*;
M.K. 30 lat zwleka z opublikowaniem „De revolutionibus
orbium coelestium”, *umiera nie widząc swego dzieła*

1571 – 1630, Graz/Tybinga - Johanes Kepler -
Poprawny model matematyczny układu planetarnego; orbity
eliptyczne, 3 prawa „fenomenologiczne” *oparte na danych*
obserwacyjnych gł. Tychona de Brache

Prawo ciążenia powszechnego

Isaac Newton(1643–1727), Cambridge/Londyn

Przesłanki Newtona:

1. doświadczalne prawa Keplera $T^2/r^3 = \text{const} = C$

2. kształt Ziemi - kula o promieniu R

3. kształt orbity Księżyca – koło o promieniu $\sim 60R$

4. kinematyka i własne prawa dynamiki :

$$\mathbf{a}_n = \omega^2 \mathbf{r} \quad ; \quad (\omega = 2\pi/T); \quad \mathbf{a}_n = [(4\pi^2/T^2) r] \mathbf{e}_r \quad , \quad ; \quad \mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

5. obserwacja spadania ciał na powierzchni Ziemi („jabłko Newtona”)

Wnioski Newtona (1666)

1. -jabłko spada ruchem przyspieszonym – doznaje siły $F=mg$
-przyspieszenie $g=9,81 \text{ m/s}^2$ jednakowe dla każdego ciała
-spada na Ziemię \longrightarrow siła jest oddziaływaniem Ziemi
-ta siła rozciąga się w przestrzeni; może „dosięgać” Księżyca
-przyspieszenie Księżyca z ruchu po okręgu

$$a_n = [(4\pi^2/T^2) r] = 0,0027 \text{ m/s}^2;$$

- siła działająca na Księżyc oddalony od Ziemi o r $F_r = M_{Ks} a_n$
-siła jaka działałaby na Księżyc na powierzchni Ziemi $F_R = M_{Ks} g$
-stosunek $g/ a_n = 3600 = (60)^2 = (r_K/R)^2$;
-stosunek sił $F_R/F_r = g/ a_n = (r_K/R)^2$ ($F=m a$)
-siła oddziaływania Ziemi zatem $F \div 1/r^2$
-z doświadczenia na Ziemi $F \div m$
-stąd i z III prawa dynamiki :

$$\longrightarrow F = G m_K M_Z / r^2$$

2. - z III prawa Keplera $T^2 = C r^3$,

$$a_n = (4\pi^2/T^2)r$$

—————→ $a_n = (4\pi^2/Cr^2)$

$$F = (4\pi^2/C) m /r^2$$

-stąd i z III prawa dynamiki ($F_a = F_r$)

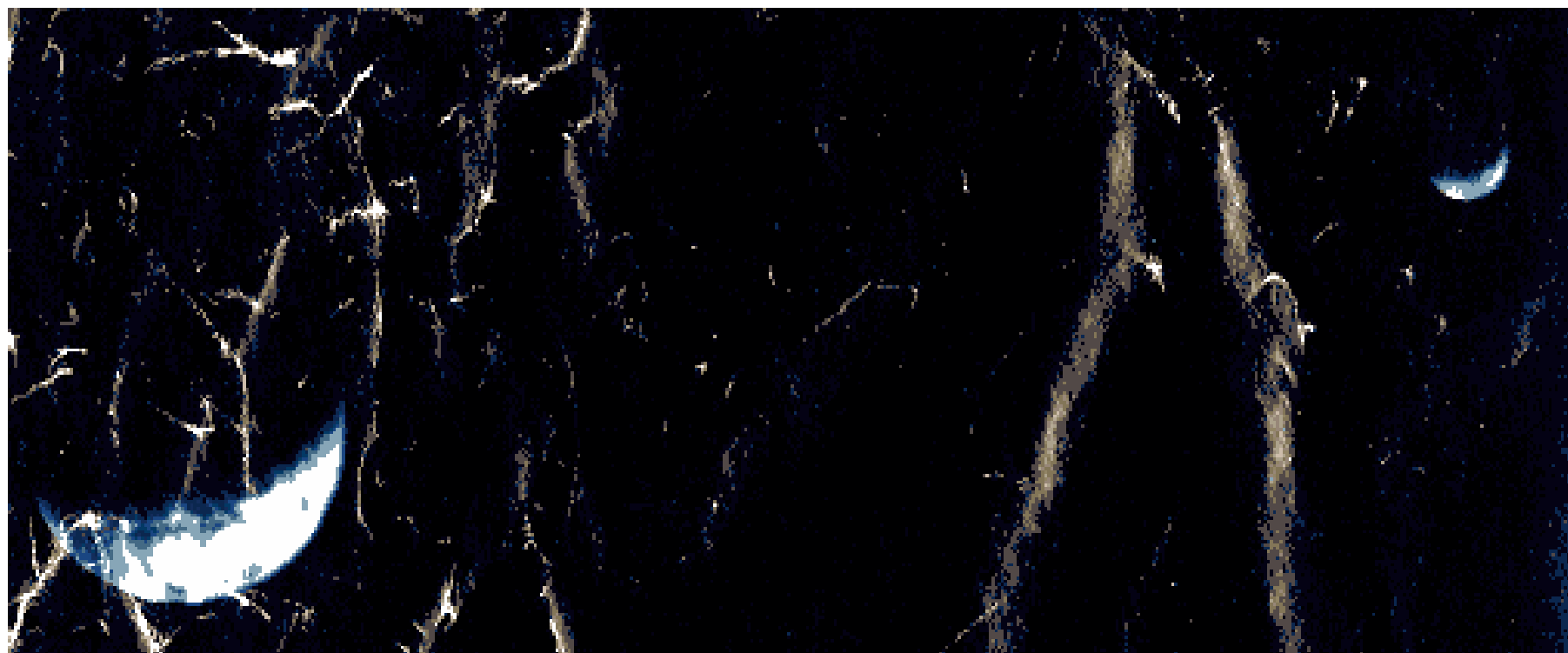
$$F = G m M/r^2 ; \quad G = (4\pi^2/C)$$

Uwaga 1

Pole grawiracyjne masy kulisto-symetrycznej jest polem centralnym $\mathbf{F} = f(r) \mathbf{e}_r$, gdzie $f(r) = G m M/r^2$,
 ➡ jest więc polem zachowawczym

Uwaga 2

Intuicyjne, słuszne, ale formalnie nieuzasadnione założenie Newtona - odległość r liczona jest od środka Ziemi



Po sformułowaniu prawa ciążenia I. Newton sprawdza jego słusność obliczając orbitę Księżyca; orbita się nie zgadza z pomiarami i Newton wstrzymuje publikację swych równań na 4 lata; publikuje je dopiero po sprawdzeniu z nowymi, poprawniejszymi danymi; jednak mimo to spotyka go krytyka świata uniwersyteckiego

R. Bentley z Cambridge, 10 grudnia 1692 r. :

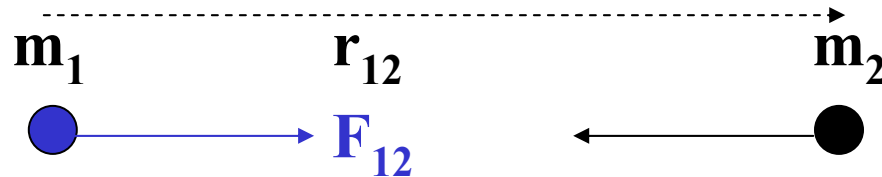
gdyby istotnie wszystkie ciała przyciągały się z siłą sięgającą nieskończenie daleko, to wszystkie gwiazdy spadłyby na siebie tworząc gigantyczną kulę ogniową...

Zakłopotany Newton odpowiada:

...Wszechświat mógłby ocaleć, gdyby gwiazdy były rozmieszczone równomiernie w nieskończonej przestrzeni....mógłby tak istnieć, gdyby siła boska zapewniła takie ich rozmieszczenie....choć to, że jedno ciało może oddziaływać na drugie na odległość przez próżnię bez pośrednictwa jakiegokolwiek innej rzeczy jest i dla mnie tak wielkim absurdem, że nie wierzę, aby ktokolwiek zdolny do kompetentnego myślenia w filozofii mógł tak twierdzić.....

Prawo ciążenia powszechnego Newtona dla dwóch mas punktowych m_1, m_2

$$\vec{F}_{12} = [(G m_1 m_2) / r^2] \vec{e}_{12}$$



W tej formie prawo to stosuje się również do brył kulisto-symetrycznych

**Pomiar Cavendisha (1798), von Jolly'ego (),
Heyla i Chrzanowskiego (NBS,1942):**

$$G = (6,673 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$$

Pole grawitacyjne - opis pośredni grawitacji

Oddziaływania grawitacyjne realizują się za pośrednictwem specyficznej przestrzeni - pola grawitacyjnego;

Definicja 1:

Nateżeniem pola grawitacyjnego jest stosunek siły grawitacyjnej działającej w pewnym miejscu przestrzeni na dowolną masę punktową m do tej masy

(t. zn. siła grawitacyjna wywierana na jednostkową masę)

$$\begin{aligned}\vec{\gamma} &= \vec{F}(m)/m \\ \vec{\gamma} &= [-G (M)/r^2] \vec{e}_r = \vec{g}\end{aligned}$$

początek układu odniesienia jest w centrum pola (środku masy M)

Energia potencjalna pola grawitacyjnego kuli o masie M :
(*tj. masy m w polu grawitacyjnym M*)

$$U(r) = \int_{\infty}^r F(r) \, dr = \int_{\infty}^r (G \, m \, M)/r^2 \, dr$$

$$U(r) = G \, (m \, M) \int_{\infty}^r (1/r^2) \, dr = - (G \, m M)/r$$

Definicja 2

Potencjałem pola grawitacyjnego wytwarzanego przez masę M w pewnym punkcie pola nazywamy stosunek energii potencjalnej dowolnej masy punktowej do tej masy

(*t. zn. energia jednostkowej masy w polu grawitacyjnym*)

$$V(r) = U(r) / m$$

t.zn dla kuli o masie M : $V(r) = - (G \, M)/r$

Układ dwu ciał:
Słoneczny układ odniesienia
Zagadnienie dwóch ciał

siła działająca na planetę $\mathbf{F}_p = -f(r) \mathbf{e}_r$,

siła działająca na Słońce $\mathbf{F}_s = f(r) \mathbf{e}_r$,

$$f(r) = G m_p M_s / r^2$$

Wniosek 8

Oba ciała są w ruchu przyspieszonym o przyspieszeniach
(w układzie „laboratoryjnym”) :

$$\mathbf{a}_p = - (1/m_p) f(r) \mathbf{e}_r = - G(M_s / r^2) \mathbf{e}_r ,$$

$$\mathbf{a}_s = (1/M_s) f(r) \mathbf{e}_r = +G(m_p / r^2) \mathbf{e}_r ,$$

Przyspieszenie planety względem Słońca (w układzie słonecznym- transformacja Galileusza)

lub

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a}_p - \mathbf{a}_s = -[G(M_s + m_p)/r^2] \mathbf{e}_r ,$$
$$d^2 \mathbf{r}'/dt^2 = -[G(M_s + m_p)/r^2] \mathbf{e}_r$$

$$d^2 \mathbf{r}'/dt^2 = -[G (M_s + m_p) / (M_s m_p) r^2] \mathbf{e}_r \bullet (M_s m_p)$$

Oznaczenie

$$(M_s m_p) / (M_s + m_p) = \mu - \text{masa zredukowana},$$

inaczej

$$\mu (d^2 \mathbf{r}'/dt^2) = -G(m_p M_s / r^2) \mathbf{e}_r ,$$
$$\mu \mathbf{a}' = \mathbf{F}_{gr}$$

Wniosek 9

W układzie słonecznym ruch planety (dookoła nieruchomego Słońca) można znaleźć przyjmując zamiast jej masy –

masę zredukowaną μ

Wobec tego całkowita energia mechaniczna

układu planeta – Słońce, w układzie słonecznym (*ukł.zamkn.*) jest:

$$\frac{1}{2}\mu v_p'^2 + U_p = \text{const}$$

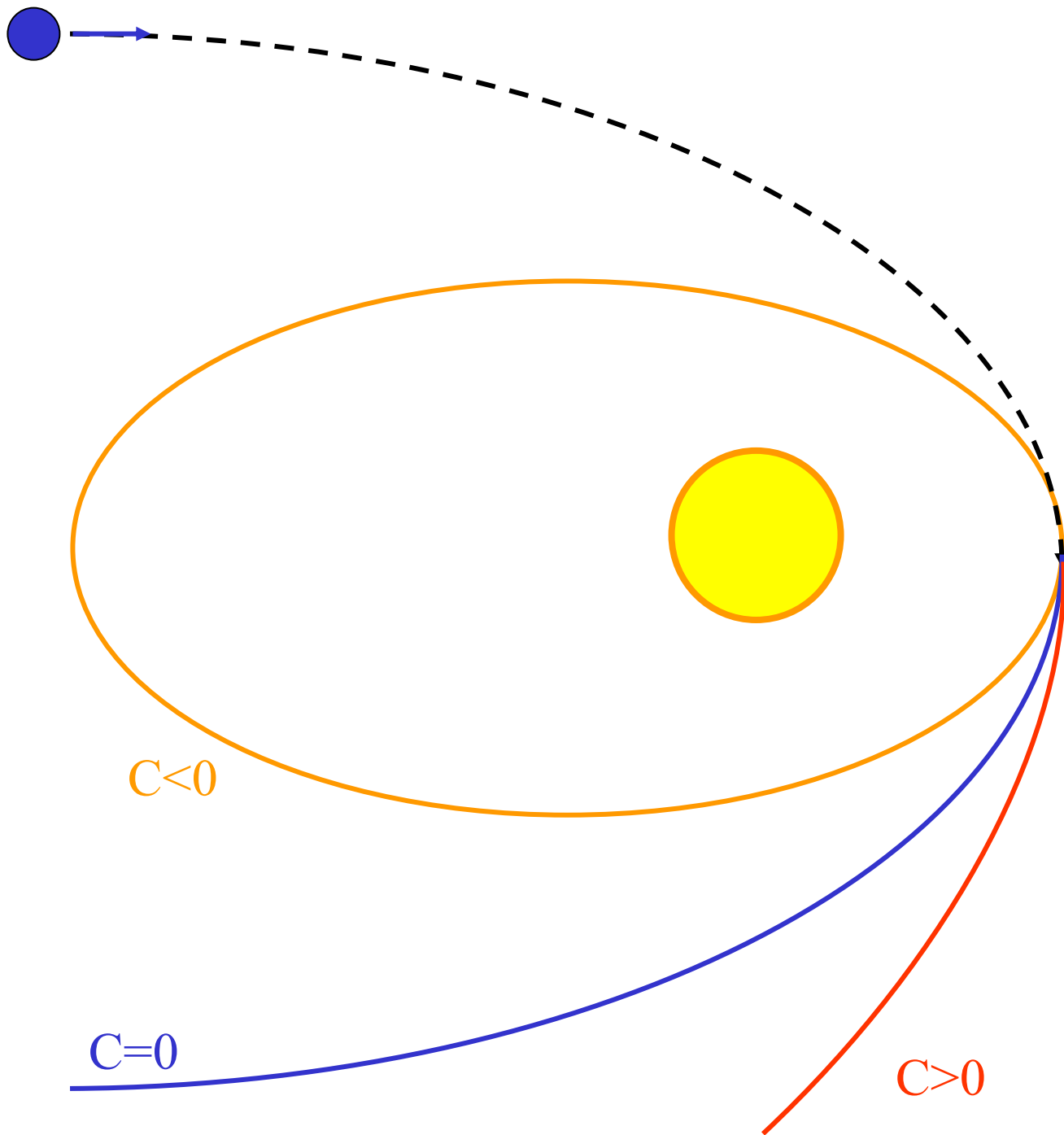
$$\frac{1}{2}\mu v_p'^2 - (G m_p M_S)/r_{p-S} = C$$

prędkość grawitacja

Rozwiązanie tego równania daje tor planety dookoła Słońca;

wyróżnione są warunki:

1. gdy $C < 0$, tor planety jest krzywą zamkniętą - elipsą,
2. gdy $C > 0$, tor planety jest krzywą otwartą - hiperbolą,
3. gdy $C = 0$, tor planety jest krzywą otwartą - parabolą



Prawa Keplera ruchu planet

I prawo Keplera

Każda z planet porusza się po torze eliptycznym dookoła Słońca, które jest w jednym z ognisk elipsy

Ruch w polu centralnym = grawitacyjnym

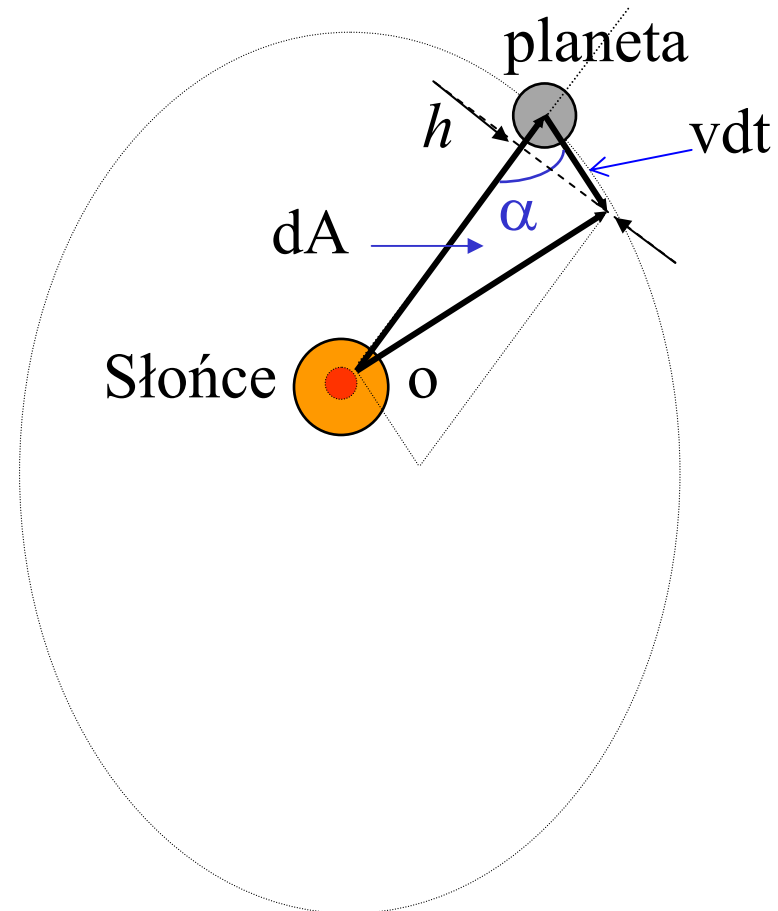
Słońce (M_S) - planeta (m)

$$\mathbf{F} = f(r) \mathbf{e}_r \rightarrow \mathbf{N}(o) = 0 \rightarrow \mathbf{M}(o) = \text{const},$$

moment pędu $\mathbf{M} = |\mathbf{M}| = |m (\mathbf{r} \times \mathbf{v})|$

$$\begin{aligned} dA &= \frac{1}{2} r [(v dt) \sin \alpha] = \\ &= \frac{1}{2} |\mathbf{r} \times \mathbf{v} dt| = \frac{1}{2} |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| dt, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dA &= \frac{1}{2} (\mathbf{M} dt) / (m), \quad \mathbf{M} = \text{const}, \\ dA/dt &= M/2m = \text{const} \end{aligned}$$



Wniosek 7

W polu centralnym (grawitacyjnym) tor ciała jest krzywą płaską
($M = \text{const}$),
a prędkość polowa jest stała
($dA/dt = \text{const}$)

II Prawo Keplera:

*Promień wodzący od Słońca do planety zakreśla
w równych odstępach czasu równe pola*

III Prawo Keplera

Kwadraty okresów obiegu planet są proporcjonalne do sześciątów ich wielkich półosi

Przyspieszenie planety jest przyspieszeniem dośrodkowym

$$a_n = \omega^2 r, \quad (\omega = 2\pi/T)$$

więc $(4\pi^2 r/T^2) = F_{\text{dośr}} = F_{\text{graw}} = G(M_S / r^2) ,$

$$T^2 = 4\pi^2 r^3 / (G M_S)$$

zatem $T^2 / r^3 = 4\pi^2 / (G M_S) = \text{const}$

Konsekwencje siły ciężkości:

budowa wszechświata - skupiona materia w kosmosie, ruchy ciał niebieskich, kształt Ziemi, zjawisko przyływów i odpływów i.t.d.

Prędkości kosmiczne

I prędkość kosmiczna: prędkość orbitalna satelity na niskiej orbicie okołoziemskiej (m – masa satelity, M – masa Ziemi)

$$F_{\text{dośr}} = F_{\text{graw}} : \longrightarrow \frac{m (v^2 / R_Z)}{v_I = \sqrt{g R_Z} = 8 \text{ km/s}} = m g$$

II prędkość kosmiczna: prędkość ucieczki z Ziemi

$$E_{\text{kin}} = U(R_Z) \longrightarrow \frac{(m v^2)}{v_{II} = \sqrt{2g R_Z} = \sqrt{2} v_I \approx 11,2 \text{ km/s}} = (m G M) / R_Z$$

Wartość v_{II} *nie zależy* od kierunku ruchu ciała względem Ziemi; zależy *tor*

III prędkość kosmiczna: prędkość ucieczki z układu Słonecznego

$$v_{III\text{min}} = 17 \text{ km/s}, \quad v_{III\text{max}} = 73 \text{ km/s}$$

Wartość v_{III} *zależy* od kierunku ruchu ciała względem Ziemi

Zasada równoważności

dynamika

$$F = m_b a$$

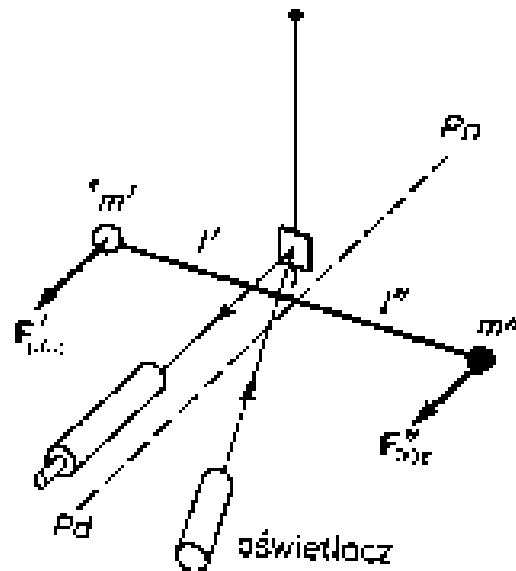
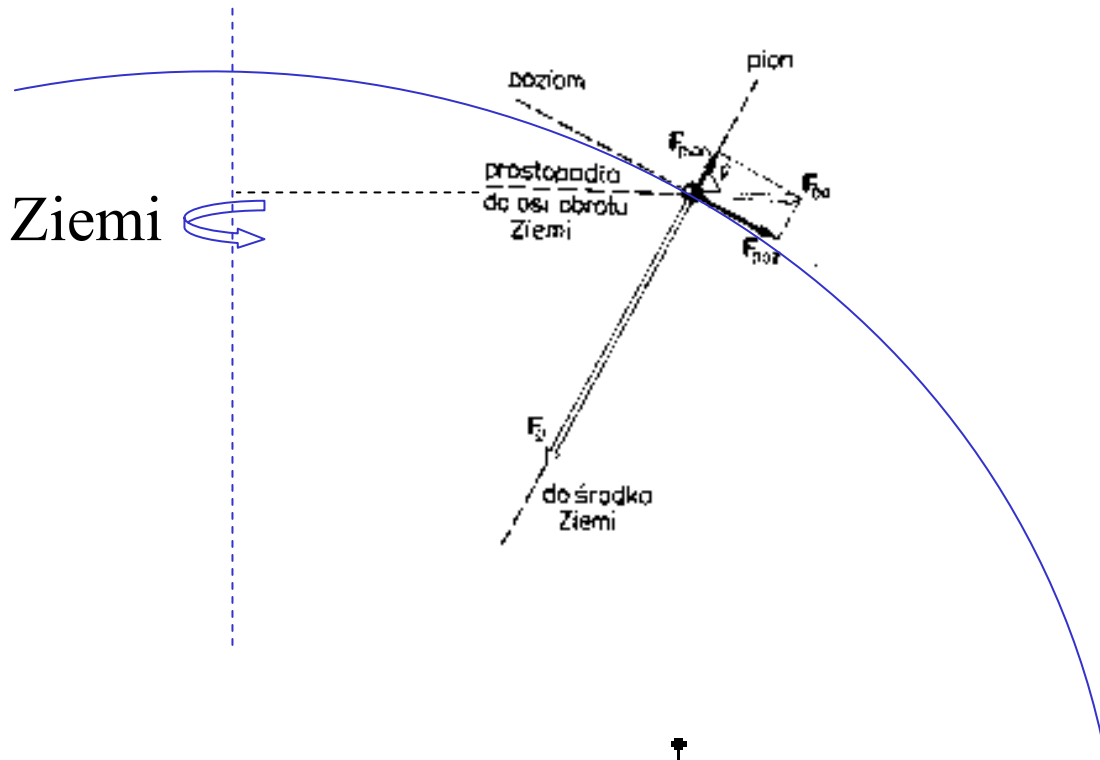
gravitacja

$$F = G (m_g M_Z) / r^2$$

$$m_b = m_g ?$$

Doświadczenie Eotvosa

Oś obrotu Ziemi



Doświadczalny pomiar stosunku m_b / m_g

Eotvos (1887- 25 lat)	$m_b / m_g = 1 \pm 10^{-8}$
Dicke (1961 - 1964)	$m_b / m_g = 1 \pm 10^{-11}$
Bragiński, Panow (1971)	$m_b / m_g = 1 \pm 10^{-12}$

Oznacza to równoważność sił grawitacyjnych i bezwładności;

Zasada równoważności mas jest podstawą
ogólnej teorii względności Einsteina