

# FALOWE WŁASNOŚCI MIKROCZĄSTEK

## SPRAWDZANIE HIPOTEZY DE BROGLIE'A

### 1. PODSTAWY FIZYCZNE

Podane przez Einsteina w 1905 roku wyjaśnienie efektu fotoelektrycznego jak również zaobserwowane w 1923r. zjawisko rozpraszania promieni X na swobodnych elektronach zmieniło radykalnie nasze poglądy na naturę fal elektromagnetycznych.

Fale elektromagnetyczne, chociaż wykazują własności charakterystyczne dla ruchu falowego (dyfrakcja, interferencja itp.), w oddziaływaniu z elektronem zachowują się jak strumień cząstek (fotonów), których energia jest równa  $h\nu$  ( $h$  - stała Plancka,  $\nu$  - częstotliwość fali świetlnej) a pęd  $p$ , wynosi:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1)$$

( $c$ - prędkość światła,  $\lambda$  - długość fali). Nie można więc twierdzić, że natura ich jest falowa lub, że jest korpuskularna a jedynie, że wykazuje one cechy zarówno falowe jak i korpuskularne. Ten sposób ich zachowania określa się często jako dualizm korpuskularno-falowy.

W 1924 roku Louis de Broglie przedstawił hipotezę, zgodnie z którą, każdej czystce można przypisać falę o długości:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2)$$

gdzie  $p$  jest pędem cząstki. Warto zwrócić uwagę, że powyższy związek otrzymać można przekształcając wzór (1). Nie jest to zbieżność przypadkowa. U podstaw hipotezy de Broglie'a tkwi bowiem założenie, że dualizm korpuskularno-falowy jest podstawową własnością całej materii, a więc zarówno fotonów jak i cząstek korpuskularnych (tzn. o masie spoczynkowej różnej od zera). Aby sprawdzić słuszność hipotezy de Broglie'a należy doświadczalnie wykazać, że cząstki podlegają zjawiskom charakterystycznym dla ruchu falowego np. zjawisku interferencji, spełniając przy tym zależność (2).

Chcąc zaobserwować zjawisko interferencji, należy dysponować siatką dyfrakcyjną której stała (tzn. odległość pomiędzy szczelinami) nie różni się znacząco od długości fali padającego promieniowania (nie więcej niż dwa rzędy wielkości). Aby cząstki mogły przenikać nawet przez bardzo cienkie warstwy materii, powinny posiadać znaczną energię, wtedy ich pęd będzie duży i zgodnie ze wzorem (2) długość fali de Broglie'a stanie się bardzo mała, a to z kolei narzuca bardzo małą wartość stałej siatki dyfrakcyjnej, znacznie mniejszą od możliwych do wykonania.

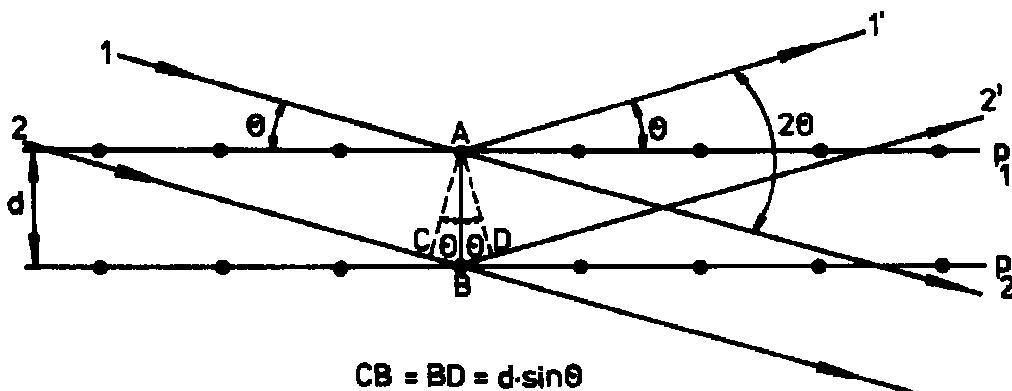
Dla przykładu: elektrony, które mają przeniknąć folię aluminiową o grubości około 50nm, muszą posiadać energię  $\sim 10$  keV, ale wtedy ich długość fali de Broglie'a wyniesie około 0,01 nm. Jest to wartość mniejsza niż średnica atomu. Jak więc wykonać siatki dyfrakcyjne o tak małych odległościach pomiędzy szczelinami?

Okazuje się, że wcale takich siatek nie musimy wytwarzać, gdyż ich rolę spełniają kryształy. Atomy w krysztale s1 rozmieszczone w sposób periodyczny, a odległości międzyatomowe wynoszą kilka Å ( $1\text{A} = 0,1$  nm), co czyni je przydatnymi do obserwacji zjawiska interferencji fal de Broglie'a.

### **Dyfrakcja fali na sieci krystalicznej**

Załóżmy, że na kryształ pada fala o długości  $\lambda$ . Każdy atom z nią oddziałujący (zakładamy, że fala oddziałuje z atomami kryształu) sam staje się źródłem nowej (wtórnej) fali kulistej o tej samej długości. Fale wtórne, emitowane przez poszczególne atomy, będą interferować ze sobą. Aby znaleźć wynik interferencji w przypadku ogólnym, rozpatrzmy na początku przypadek, kiedy fala płaska oddziaływała będzie tylko z jedną płaszczyzną atomową.. Efektem końcowym oddziaływania z tą płaszczyzną, będzie powstanie fali odbitej (oprócz fali przechodzącej bez zmiany kierunku). Zachowana zostaje równość kątów padania i odbicia.

Ponieważ kryształ możemy otrzymać jako zbiór równoległych płaszczyzn atomowych to proces powstawania w nim fali odbitej opisać można jako nakładanie się (interferencja) fal odbitych od poszczególnych płaszczyzn atomowych. Fale te dadzą (po nałożeniu), w zależności od różnicy ich dróg optycznych, wzmacnienie lub osłabienie (wygaszenie), patrz rys.1.



Rys.1. Powstawanie odbicia Bragga

Z rysunku 1 wynika ze różnica dróg promieni ( $1'$  i  $2'$ ) odbitych od dwóch kolejnych płaszczyzn atomowych ( $p_1$  i  $p_2$ ) wynosi:  $CB + BD = 2d \sin\theta$ . Wzmocnienie interferencyjne (a więc fala odbita) wystąpi gdy będzie ona równa całkowitej wielokrotności długości fali, tj.:

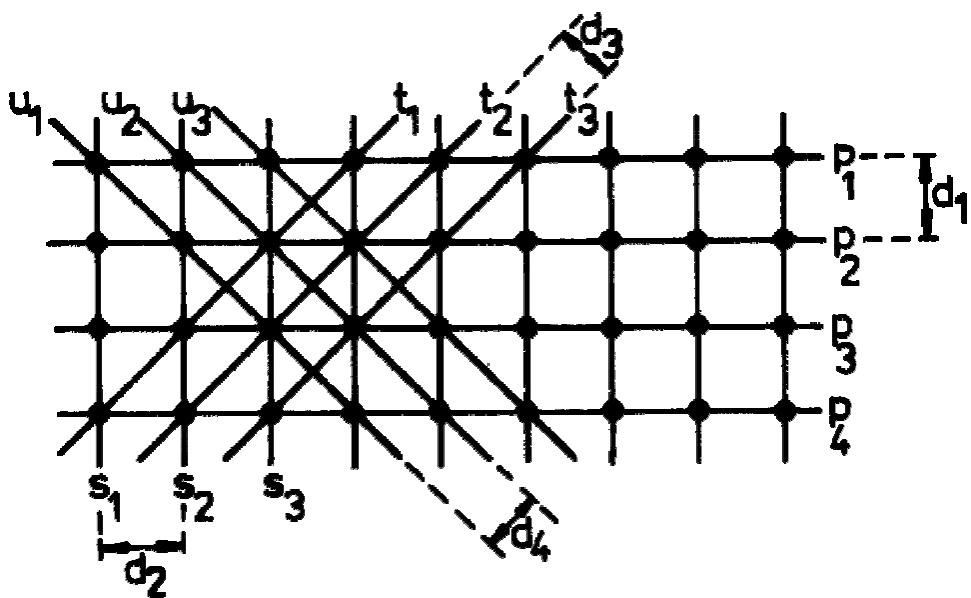
$$2d \sin\theta = n\lambda \quad (3)$$

gdzie  $d$  jest odległością między płaszczyznami atomowymi a  $\theta$  kątem pomiędzy promieniem padającym a płaszczyzną atomową tzw. kątem poślizgu (nie mylić z kątem padania), natomiast  $n = 1, 2, 3\dots$

Równanie (3) nosi nazwę wzoru Bragga. Chociaż przy wyprowadzaniu wzoru Bragga rozważane były fale odbite tylko od dwóch kolejnych płaszczyzn atomowych, to okazuje się, że jest on słuszny również dla udziału dużej liczby tych płaszczyzn.

Z rys.1 widać również, że kąt pomiędzy kierunkiem fali odbitej a przedłużeniem kierunku fali padającej wynosi 20°.

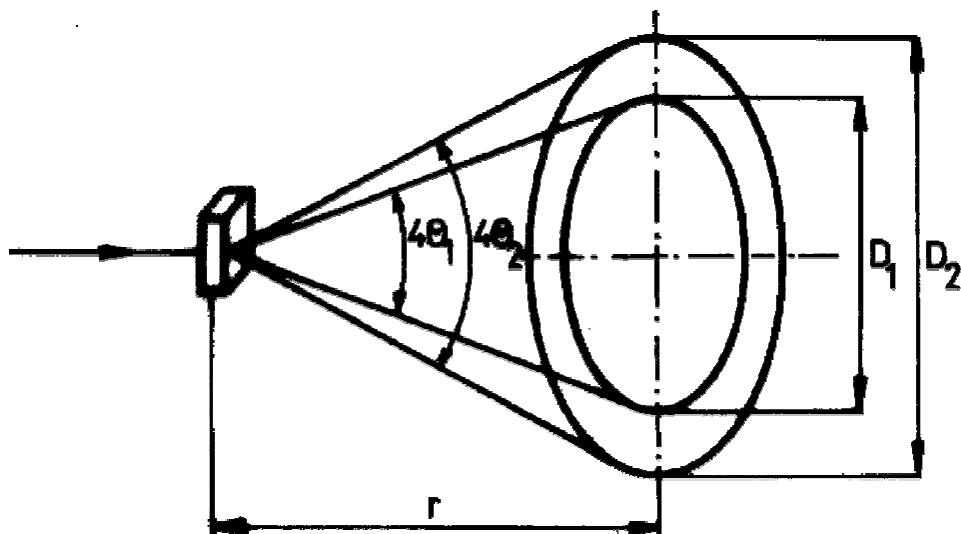
Opisany wyżej mechanizm odbicia fali od kryształu nosi nazwę odbicia braggowskiego. Pamiętać jednak należy, że jest to szczególne odbicie tj. zachodzi tylko wtedy, gdy spełniony jest warunek:  $2d \sin\theta = n\lambda$ . Tylko fale o długościach porównywalnych z odlegością pomiędzy płaszczyznami międzyatomowymi ( $d \sim 0.1$  nm) i krótsze, mogą dać odbicie braggowskie. Spełnienie równania (3) dla promieniowania X jest więc możliwe, a dla światła ( $\lambda = 400 - 700$  nm) niemożliwe. W kryształach można wyróżnić wiele rodzin płaszczyzn atomowych. Np., w przekroju kryształu przedstawionym na rys. 2, oprócz płaszczyzn  $p_1, p_2, p_3, \dots$  można wyróżnić płaszczyzny:  $t_1, t_2, t_3, \dots; u_1, u_2, u_3, \dots; s_1, s_2, s_3, \dots$ . Każda rodzina wymienionych tu płaszczyzn, charakteryzująca się własną odlegością między płaszczyznami  $d_i$ , może dać odbicie, jeżeli tylko spełniony będzie warunek Bragga. Z tego też powodu otrzymujemy wiele wiązek odbitych pod różnymi kątami poślizgu  $\theta$ .



Rys. 2. Przykłady rodzin płaszczyzn atomowych w krysztale

Jeżeli kryształ zaczniemy obracać względem osi pokrywającej się z kierunkiem wiązki padającej, to wiązki odbite zaczynają zataczać powierzchnie stożkowe o kącie rozwarcia  $4\theta$ . Gdy równoległa

i monochromatyczna fala pada na polikryształ tzn. materiał zawierający dużą liczbę małych (o rozmiarach mikronowych) monokryształów (krystalitów) zorientowanych w sposób przypadkowy, to zaobserwujemy efekt taki jak przy obrocie kryształu, gdyż zawsze znajdzie się pewna liczba krystalitów, dla których warunek Bragga będzie spełniony dla danego kąta  $\theta$  i wówczas wiązki odbite tworzyć będą powierzchnie stożków o kątach rozwarcia  $4\theta$ . Jeżeli na drodze wiązki odbitych ustawimy ekran, z którym oddziałuje użyte promieniowanie to zaobserwujemy na nim okręgi (rys. 3).



Rys. 3. Odbicie Bragga dla próbki polikrystalicznej

### **Doświadczenie Thomsona**

Rozważania przeprowadzone wcześniej, stanowią podstawę do zrozumienia doświadczenia przeprowadzonego przez G. P. Thomson w 1927 r. potwierdzającego hipotezę de Broglie'a [1]. Thomson umieścił w lampie oscyloskopowej, za układem anod ogniskujących, cienką złotą folię (folia taka ma budowę polikrystaliczną). Elektrony padając na nią, podlegały zjawiskom, które zostały wyżej omówione (tzn. zjawisku interferencji), dając w rezultacie na ekranie okręgi o różnych średnicach  $D_i$ .

Powstały na ekranie układ pierścieni daje się wyjaśnić, jeżeli przyjmiemy, że z elektronem związana jest fala, której długość określona jest przez wzór:  $\lambda = h/p$ . Oddziałuje ona z folią polikrystaliczną w przedstawiony sposób. Dodatkowym argumentem za słusznością tego założenia jest fakt, że ten sam układ okręgów otrzymamy przy naświetleniu wspomnianej folii promieniami X o tej samej długości fali, co długość fali elektronów przewidywana przez de Broglie'a. Doświadczenie Thomsona potwierdza więc hipotezę de Broglie'a.

### **Jaka jest natura fal de Broglie'a ?**

Próbując odpowiedzieć na to pytanie, odwołamy się do eksperymentu. Jeżeli w eksperymencie Thomsona użyć wiązki elektronowej o niezwykle małym natężeniu tak, aby można było przyjąć, że na folię padają pojedyncze elektryny, to na ekranie obserwować będziemy pojedyncze błyski o jednakowym natężeniu. Najwięcej będzie ich w miejscu odpowiadającym przechodzeniu elektronów na wprost, ale pewna liczba błysków będzie obserwowana na okręgach interferencyjnych.

Pojawienie się pojedynczych błysków wyraźnie przeczy ewentualności, że fala de Broglie'a to po prostu falowanie materii elektronowej. Gdyby tak było, wówczas obserwowałibyśmy cały obraz interferencyjny (tj. układ okręgów), chociaż o bardzo małym natężeniu, już przy przejściu pojedynczego elektronu.

Wynik tak przeprowadzonego doświadczenia nie powinien jednak zachwiać naszego przekonania o falowych własnościach elektronu (własnościach a nie naturze), gdyż błyski pojawiały się (oprócz miejsca odpowiadającemu przechodzeniu elektronów na wprost) tylko na okręgach interferencyjnych, ale do tego jak wykazano wyżej, potrzebne jest oddziaływanie fali (elektronu) z wieloma płaszczyznami atomowymi, a więc elektron zachowuje się jak fala. Jednakże nie potrafimy wyjaśnić dlaczego pojedynczy elektron oddziałuje z płaszczyznami atomowymi jako fala, a z atomami ekranu jak korpuskuła ?

Analizując wyniki innych eksperymentów sformułować można wniosek: jeżeli oddziaływanie cząstki jest tego rodzaju, że niemożliwe jest stwierdzenie z jaką częścią obiektu oddziałuje cząstka, to ujawniają się jej własności falowe (oddziaływanie z płaszczyznami atomowymi). Natomiast, kiedy mamy możliwość zlokalizowania oddziaływującej cząstki (oddziaływanie z konkretnymi atomami ekranu), to wtedy oddziałuje jak korpuskuła.

Dla dopełnienia obrazu dodajmy jeszcze, że gdy w omawianym eksperymencie zamiast obserwować pojedyncze błyski, umieścić za ekranem kliszę fotograficzną, to po dłuższym naświetleniu, otrzymany na niej obraz niczym nie będzie się różnił od obrazu obserwowanego na ekranie przy dużym natężeniu wiązki elektronowej. Ten ostatni wynik świadczy o statystycznym charakterze praw rządzących zachowaniem się cząstek. Pogląd ten reprezentuje mechanika kwantowa, teoria, do której powstania przyczyniła się hipoteza de Broglie'a. Mechanika kwantowa nie wniką w naturę fal de Broglie'a, a jedynie zajmuje się opisem zachowania się cząstek z uwzględnieniem ich falowych własności.

Stan cząstki w mechanice kwantowej opisuje funkcja falowa  $\Psi(x, y, z)$ , którą znajdujemy rozwiązuając równania Schrödingera (podstawowe równania mechaniki kwantowej). Jej interpretacja jest probabilistyczna (statystyczna). Kwadrat modułu funkcji  $\Psi(x, y, z)$  jest gęstością prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w danym punkcie przestrzeni o współrzędnych: x, y, z.

Natomiast prawdopodobieństwo  $P$  znalezienia cząstki w elemencie objętości  $dV$  w pobliżu danego punktu przestrzeni wynosi:

$$P = |\Psi(x,y,z)|^2 dV$$

Fala de Broglie'a w tym obrazie, to funkcja  $\Psi(x, y, z)$  mająca postać fali.

## 2. OPIS ĆWICZENIA

Do sprawdzenia hipotezy de Broglie'a użyto odpowiednio przygotowanej lampy oscyloskopowej, w której na drodze wiązki elektronowej umieszczono cienką folię grafitową. Jej grubość wynosi  $\sim$  kilka nm. Tak cienka folia jest przezroczysta dla elektronów o energiach powyżej 8 keV. Otrzymuje się ją poprzez próżniowe naparowanie. Emitowane przez katodę lampy oscyloskopowej elektrony, nim padną na folię grafitową, są przyspieszane do energii kinetycznej  $E_k = eU$  przez przyłożone napięcie  $U$ , które można regulować. Ponieważ odległość folii od ekranu jest znacznie większa od średnicy otrzymanych na ekranie okręgów interferencyjnych  $D$  to zgodnie z rys.3:  $\sin 4\theta \sim 4\theta \sim D/r$  ( $r$  - odległość folia-ekran,  $r = 127 \pm 3$  mm), a stąd:  $\sin\theta \sim \theta \sim D/4r$ . Podstawiając tak obliczoną wartość  $\sin\theta$  do wzoru Bragga (3), otrzymujemy:

$$\frac{dD}{2r} = n\lambda \quad (4)$$

Wartość  $\lambda$  znajdujemy z wzoru (1) tzn.  $\lambda = h/p$ . Pęd elektronu  $p$  policzymy znając napięcie  $U$  z klasycznego związku pomiędzy pędem a jego energią  $eU$ , tj:  $eU = p^2/2m$  ( $e$  - ładunek elektronu,  $m$  - jego masa). Relatywistyczna zmiana masy elektronu wraz z prędkością przy używanych tu napięciach wprowadza błąd pomijalnie mały. Kładąc we wzorze (4)

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

oraz  $n = 1$ , gdyż tylko okręgi pierwszego rzędu są widoczne, dostajemy:

$$D = \frac{2rh}{d\sqrt{2meU}} \quad (5)$$

Średnica okręgu interferencyjnego  $D$ , pochodzącego od tego samego zespołu płaszczyzn atomowych powinna być odwrotnie proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego napięcia przyspieszającego elektrony  $U$ . Jeżeli istnienie takiej zależności potwierdzą otrzymane wyniki eksperymentalne to nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy de Broglie'a.

## 3. WYKONANIE ĆWICZENIA

1. Zapoznać się z obsługą zasilacza lampy oscyloskopowej (w razie wątpliwości - pytać prowadzącego).
2. Upewnić się czy pokrętło regulacji napięcia przyspieszającego elektrony jest w położeniu zerowym (skręcone w "lewo") - jeżeli nie, to przestawić w to położenie.
3. Włączyć zasilanie zasilacza i oczekać ~ 2 min. aby rozżarzyła się katoda lampy oscyloskopowej.
4. Pokręcając pokrętłem regulacji napięcia przyspieszającego elektrony zaobserwować pojawienie się plamki na ekranie (w zależności od potrzeby regulujemy jej jasność).
5. Zwiększamy napięcie przyspieszające elektrony aż do pojawienia się pierścieni (kontrolując jasność i ostrość obrazu).
6. Mając ustalone napięcie przyspieszające U mierzymy średnice  $D_i$  wszystkich widocznych na ekranie pierścieni.
7. Wybieramy dobrze widoczny pierścień i mierzymy jego średnicę  $D$  w funkcji napięcia przyspieszającego  $U$  dla co najmniej 6-ciu różnych napięć.
8. Skręcamy pokrętło regulacji napięcia przyspieszającego w położenie zerowe (skrajne w "lewo") i wyłączamy zasilanie.
9. Notujemy odległość  $r$  (folia-ekran).

#### **4. OPRACOWANIE WYNIKÓW**

1. Sprawdzić czy uzyskane wyniki są zgodne z wzorem (5), sporządzając wykres zależności średnicy wybranego pierścienia  $D$  od odwrotności pierwiastka kwadratowego napięcia przyspieszającego ( $1/U^{1/2}$ ) i korzystając z metody najmniejszej sumy kwadratów znaleźć wartość współczynnika nachylenia otrzymanej prostej  $a$ .
2. Biorąc pod uwagę, że w naszym przypadku

$$a = \frac{rh}{d} \sqrt{\frac{2}{me}}$$

(patrz wzór (5)), wyliczyć wartość odległości między płaszczyznami atomowymi  $d$ , dającymi w odbiciu braggowskim ten pierścień oraz wartość błędu  $\Delta d$  (potrzebne stałe fizyczne wziąć z tablic).

3. Na podstawie wzoru (5) wyliczyć odległości  $d$ , dające pozostałe pierścienie widoczne na ekranie oraz określić ich błędy  $\Delta d$ . Wyniki przedstawić w postaci tabelki.
4. Ustosunkować się do otrzymanych wyników, odpowiadając na pytanie dotyczące prawdziwości hipotezy de Broglie'a.

## **5. PYTANIA KONTROLNE**

1. Jakie założenie tkwi u podstaw hipotezy de Broglie?
2. Założmy, że neutron i elektron posiadają taką samą energię. Której cząstki długość fali de Broglie'a jest większa?
3. Wyprowadź wzór Bragga.
4. Jak mechanika kwantowa interpretuje falę de Broglie'a?
5. Wyjaśnij istotę doświadczenia Thomsona. Jaka jest zależność pomiędzy średnicą pierścienia a napięciem przyspieszającym?

## **6. LITERATURA**

[1]. R. Eisberg i R. Resnick, Fizyka kwantowa - str. 78, PWN W-wa 1983