ELEKTROSTATYKA



Definicje i założenia wstępne

Definicja postulatywna

- 1. Ładunek elektryczny jest cechą własną niektórych cząstek elementarnych (elektron, pozyton)
- 2. ładunek elektryczny tych cząstek elementarnych ma stałą wartość,
- 3. obecność ładunku przejawia się oddziaływaniem między naładowanymi cząstkami (ciałami),
- 4. istnieją dwa rodzaje ładunku elektrycznego,

Definicja 1

Ładunek cząstki elementarnej jest ładunkiem elementarnym oznaczanym (+e) lub (-e);

taką – a także i inne naładowane cząstki nazywamy nośnikami ładunku

Reguly i problemy

- Dualność ładunku > przejaw symetrii przyrody;
 Symetria materia antymateria
 Symetria tej samej własności jak np. symetria prawy lewy?
 (Prawo E. Noether operacja odbicia lustrzanego)
 Najmniejsze ilości przeciwnych ładunków są dokładnie równe, pozyton /=/ elektron
 Ładunek protonu jest dokładnie równy ładunkowi elektronu!?
- Ziarnistość ładunku (kwantyzacja)

 Dlaczego nie mogą istnieć ładunki ½ e lub 0,99 e?
- Niezmienniczość ładunku: jak zmieniają się własności ładunku, który się porusza?
 - 1. Dokładnie obojętne elektrycznie atom wodoru i atom helu
 - 2. Widma optyczne izotopów

Wniosek 1

Każdy makroskopowy ładunek jest zbiorem ładunków elementarnych, więc jest całkowitą wielokrotnością (e), jest więc skwantowany:

$$q = N e$$
,

N - liczba całkowita

(liczba elementarnych cząstek naładowanych)

Uwaga 1

Wielkość ładunku jest niezmiennikiem relatywistycznym (przekształceń Lorentza)

Twierdzenie o stałości ładunku

Sumaryczny ładunek (z uwzględnieniem znaku)

układu elektrycznie izolowanego jest stały

(Prawo E. Noether – operacja zmiany znaku fazy kwant.-mech.)

Uwaga 2

Ładunki elektryczne mogą powstawać i znikać parami (+e i -e ⇒ proces kreacji i anihilacji)

Oddziaływania elektryczne - opis bezpośredni

Prawo Coulomba (1875):

oddziaływania dwóch ładunków punktowych q₁, q₂

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{k} \ (\mathbf{q}_1 \ \mathbf{q}_2)/\mathbf{r}^2 \ \mathbf{e}_{12} \ ,$$
 (SI) $\mathbf{k} = 1/(4\pi\epsilon_0)$, $\epsilon_0 = 0.885 \ 10^{-11} \ \mathrm{F/m} \ - \ \mathrm{stała} \ \mathrm{dielektryczna},$ $\mathbf{e}_{12} - \mathrm{wersor} \ \mathbf{q}_1 \rightarrow \mathbf{q}_2,$ Uwaga 3

Kierunek oddziaływania **e**₁₂ wynika z wymogów symetrii i założenia izotropowości przestrzeni

Jednostki ładunku (*SI*) 1 C ,
$$e = 1,60 \ 10^{-19} \ C$$
, $F(1C, 1C) = 10^9 \ kG$

Uwaga 4

Oddziaływania elektryczne wielu ładunków są niezależne

Oddziaływania elektryczne - opis pośredni

Pole elektryczne E

Natężenie pola elektrycznego: $\mathbf{E} = \mathbf{F_q/q}$, \mathbf{q} - nieruchomy ładunek, jednostki: $[\mathbf{E}] = \mathbf{V/m}$

$$\Rightarrow$$
 $\mathbf{F_q} = \mathbf{q} \mathbf{E}$

Natężenie pola elektrycznego ładunku punktowego Q umieszczonego w środku układu odniesienia

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{Q}{r^2} \vec{e}_r,$$

$$np. \qquad E_{1C}(1m) = 9 \cdot 10^9 \text{ V/m},$$

Uwaga 5

Pole elektryczne jest wielkością addytywną, natężenie pola elektrycznego jest wektorem

$$\mathbf{E} = \Sigma_{\mathbf{i}} \mathbf{E_{\mathbf{i}}}$$
 (zasada superpozycji)

Definicja 2

Linie pola E są to umowne linie, do których wektor E jest w każdym punkcie styczny, a ich przestrzenna gęstość w danym punkcie równa jest natężeniu pola elektrycznego

Twierdzenie

Siła F_q w polu elektrostatycznym wytworzonym przez ładunek punktowy Q jest siłą centralną

Dowód

$$\mathbf{F} = 1/(4\pi\epsilon_{o}) \, \mathbf{Q/r^2} \, \mathbf{e_r} = \mathbf{F(r)} \, \mathbf{e_r}$$

Wniosek 2

Pole elektryczne (od dowolnego ładunku) jest polem potencjalnym (suma pól potencjalnych jest polem potencjalnym)

Potencjał pola elektrycznego

Definicja 3

Różnicą **potencjałów** ΔV_{AB} w punktach A i B pola elektrycznego nazywa się pracę przesunięcia jednostkowego ładunku elektrycznego między tymi punktami:

$$\Delta V_{AB} = V_B - V_A = W_q(A \rightarrow B)/q$$

$$\downarrow \downarrow$$

$$W_q(A \rightarrow B) = q (V_B - V_A)$$

$$V_B = W_q(A \rightarrow B)/q + V_A$$

Założenie

$$V_{\infty} = 0 \text{ (A=∞)} \implies V_{B} = W_{q}(∞\rightarrow B)/q + 0$$

 $V(r) = W_{q}($\infty$\rightarrow r)/q = W_{q}(r)/q$

Uwaga 6

lub

Potencjał jest wielkością skalarną

Wniosek 2

Zgodnie z Uwagą 4 potencjał jest wielkością addytywną

Zgodnie z *Wnioskiem 2* potencjał jest wielkością **zachowawczą** (zależy tylko od miejsca – t.zn. jest funkcją pola)

(Oddziaływania elektryczne wielu ładunków są niezależne, pole elektryczne jest polem potencjalnym)

Jednostki potencjału

Volt
$$[1V] = [1J/1C] = [1eV/1e]$$

Wniosek 3

Potencjał ładunku punktowego Q jest:

$$V(r) = \int_{\infty}^{r} \vec{E} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_{o}} \frac{Q}{r}$$

Związek między natężeniem pola E i potencjałem V

$$\mathbf{E} = -\nabla \mathbf{V} \qquad [\mathbf{F} = -\nabla(U)]$$
$$[\mathbf{q} \ \mathbf{E} = -\nabla(\mathbf{q} \ V)]$$

$$(E_x, E_y, E_z) = [(\delta V/\delta x), (\delta V/\delta y), (\delta V/\delta z)],$$

dla dowolnej osi 1:

$$E_{l} = (\delta V / \delta l),$$

oraz

$$(V_A - V_B) = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

$$V(r) = \int_{r}^{\infty} \vec{E} d\vec{l}$$

Wniosek 4

(ze względu na wniosek 2)

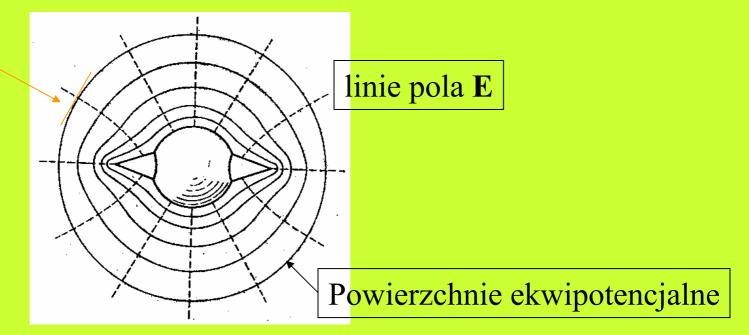
$$\oint_{1} \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Definicja 4

Powierzchnia, której wszystkie punkty mają jednakowy potencjał nazywa się powierzchnią ekwipotencjalną

Uwaga 7

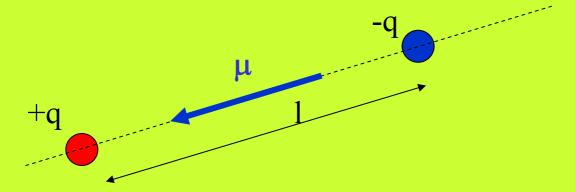
Wektor natężenia pola E (także linie pola) są prostopadłe do powierzchni ekwipotencjalnej $(V_l=const, \Rightarrow (\delta V/\delta l) = E_l = 0,$ (*l-styczna do pow. ekwipotencjalnej*)



Dipol elektryczny

Definicja 5

Dipolem elektrycznym nazywa się układ dwóch punktowych ładunków elektrycznych, równych co do wartości, ale przeciwnego znaku, umieszczonych w odległości l Prosta na której leżą nazywa się osią dipola



Definicja 6

Wektor μ dla dipola elektrycznego (+q,-q, l) o wartości μ = ql oraz kierunku i zwrocie od ładunku ujemnego do dodatniego nazywa się **momentem dipola**

Oddziaływanie dipola o momencie µ z zewnętrznym polem elektrycznym **E**

Moment sily

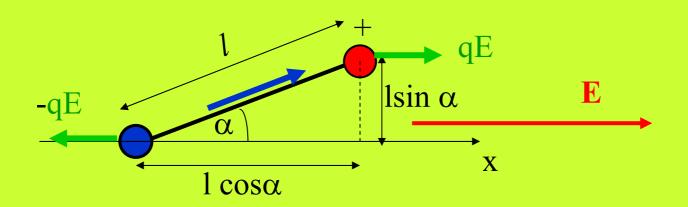
$$N = \mu E \sin \alpha$$
, $(qE r_{FF} = qE 1 \sin \alpha)$
 $N = \mu x E$

Energia W_u dipola w polu elektrycznym

$$W_{\mu} = q(V_{+} - V_{-}) = \mu E \cos\alpha$$

$$[(V_{+} - V_{-}) \approx dV; dV = -E dx, dx \approx l \cos\alpha]$$

$$W_{\mu} = -\mu E$$



Twierdzenie

Cyrkulacja wektora (więc i rotacja)
natężenia pola <u>elektrostatycznego</u> E
po dowolnym konturze zamkniętym jest zerowa,

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \ d\mathbf{l} = 0, \Rightarrow \text{ rot } \mathbf{E} = 0$$
(mówimy, że pole elektrostatyczne jest bezwirowe)

Dowód

Pole elektrostatyczne jest polem zachowawczym:

$$\oint_{\Gamma} q\mathbf{E} \ d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow \oint_{\Gamma} \mathbf{E} \ d\mathbf{l} = 0$$

$$\Rightarrow$$
 na podstawie tw.O-G rot $\mathbf{E} = 0$

Twierdzenie Gaussa

(dla pola elektrycznego)

Strumień wektora natężenia pola elektrycznego

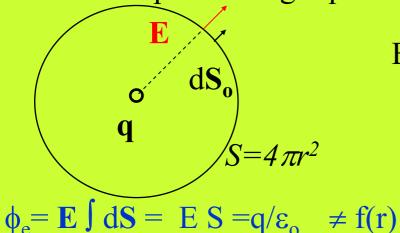
przez dowolną powierzchnię zamkniętą

jest równy - z dokładnością do stałej dielektrycznej -

ładunkowi elektrycznemu zamkniętemu przez tę powierzchnię

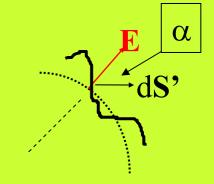
$$\iint_{\widetilde{\Omega}} \mathbf{E} \ d\mathbf{S} = \mathbf{q}/\epsilon_{o}$$

Dowód



1. Dla ładunku punktowego q:
$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$$

$$E(r=const)=const$$



$$\mathbf{E} d\mathbf{S'} = (\mathbf{E}\mathbf{cos}\alpha) d\mathbf{S'} =$$

$$= \mathbf{E} (d\mathbf{S'cos}\alpha) = \mathbf{E} d\mathbf{S}_{\alpha}$$

2. dla ładunku rozłożonego

Z zasady superpozycji dla ładunku rozłożonego \oiint \mathbf{E} d $\mathbf{S} = q_{\text{sum}}/\epsilon_{\text{o}}$

Dywergencja wektora natężenia pola elektrycznego jest równa

- *z dokładnością do stałej dielektrycznej* – gęstości ładunku elektrycznego w danym punkcie

$$\nabla \mathbf{E} = \rho/\epsilon_{\rm o}$$

dla ładunku rozłożonego

$$q_{\text{sum}}/\epsilon_{\text{o}} = \iiint_{V} \rho/\epsilon_{\text{o}} dV$$

(na podst. tw. O-G)

$$\iiint_{\mathbf{V}} \nabla \mathbf{E} \ d\mathbf{V} = \oiint_{\mathbf{S}} \mathbf{E} \ d\mathbf{S} = \iiint_{\mathbf{V}} \rho / \epsilon_{o} \ d\mathbf{V}$$

Przykłady stosowania tw. Gaussa: linia, płaszczyzna, kula naładowana jednorodnie

Pole elektryczne równomiernie naładowanej (nieskończonej) płaszczyzny

1. Metoda elementarna (z pr. Coulomba)

Definicja 8

Gęstością powierzchniową / objętościową ładunku nazywamy odpowiednio:

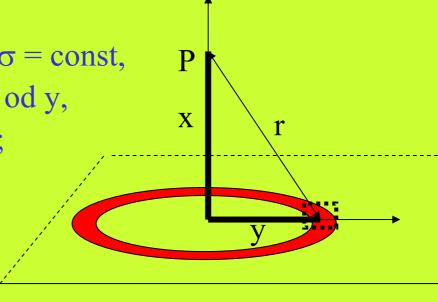
$$\sigma = \delta q/\delta S$$
, $\rho = \delta q/\delta V$

stała powierzchniowa gęstość ładunku σ = const, symetria \longrightarrow pole E nie może zależeć od y, oraz E jest prostopadłe do płaszczyzny;

potencjał ładunku punktowego q:

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{r}$$

$$q \rightarrow dq = \sigma dS = \sigma 2\pi y dy$$



Potencjał obręczy w punkcie P $dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r} = \frac{2\pi\sigma y dy}{4\pi\varepsilon_0 r}$

Potencjał płaszczyzny (x=const,
$$r^2=x^2+y^2$$
)

$$V(P) = V(x) = \int_{y}^{\infty} dV = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \int_{0}^{\infty} \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} dy$$

$$t = \sqrt{x^2 + y^2}, \dots dt = \frac{ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \left[\sqrt{x^2 + y^2} \right]_0^{\infty} = (const \Rightarrow \infty) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} x$$

$$E = -|gradV| = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

2. Metoda Gaussa (płaszczyzna, kula)

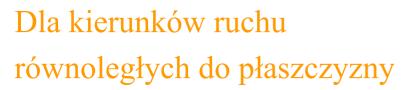
Pole elektryczne szybko poruszających się ładunków

Ładunek jest niezmiennikiem przekształcenia Lorentza;

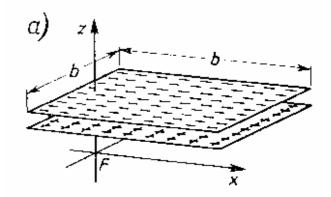
Pole elektryczne E?

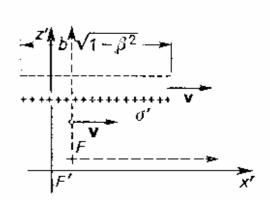
Przypadek poruszających się płaszczyzn; pole E płaszczyzny to:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} = \frac{1}{2\varepsilon_o} \frac{dq}{dS}$$

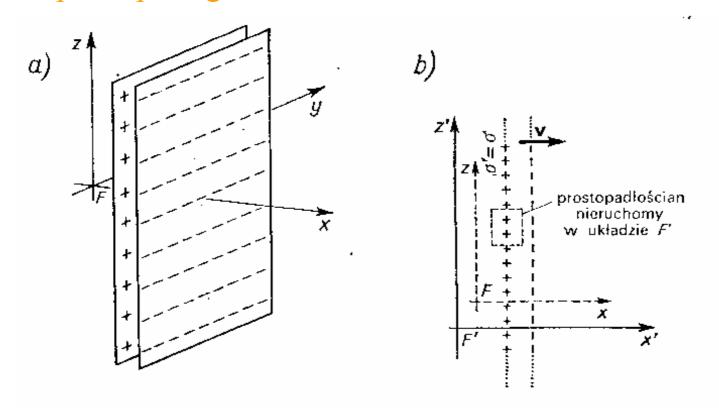


- skrócenie Fitzgeralda-Lorentza
- dS maleje, dq=const
- σ rośnie
- E rośnie



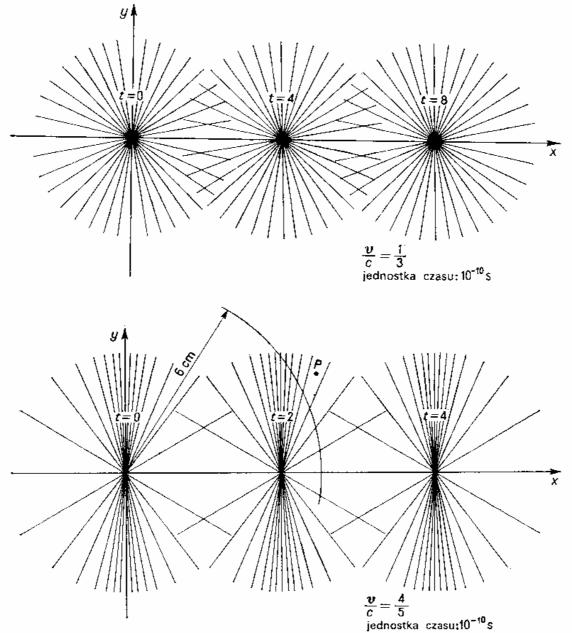


Dla ruchu prostopadłego:



Skróceniu ulega tylko wzajemna odległość płaszczyzn; σ oraz pole E pozostają niezmienione

Pole elektryczne ładunku punktowego w ruchu

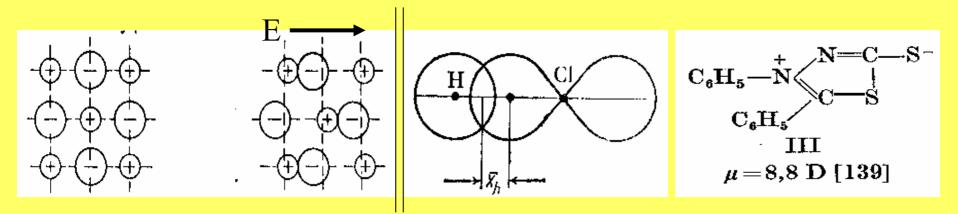


Pole elektryczne w dielektrykach

Budowa: cząsteczki niepolarne (H₂, O₂, N₂)



i polarne (CO, NH, HCl);



sumaryczny ładunek = 0

Polaryzacja (*izotropowych*) dielektryków polarnych i niepolarnych

Definicja 7

Momentem dipolowym cząsteczki jest wypadkowy średni moment wszystkich jej ładunków

$$\mathbf{p} = \sum \mathbf{q_i} \langle \mathbf{r_i} \rangle$$

Momenty trwałe i indukowane;

Obserwacja 1

Moment indukowany cząsteczki niepolarnej

$$\mathbf{p} = \alpha \, \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{o}} \, \mathbf{E},$$

$$[\alpha] = m^3$$

Wektor polaryzacji

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Lambda \mathbf{V}} \Sigma \mathbf{p}$$

$$[P] = C/m^2$$

$$p(E) \Rightarrow P(E);$$

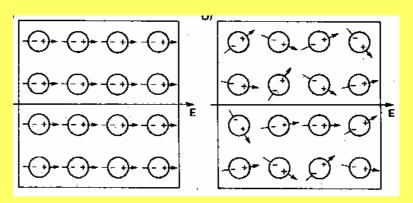
$$\mathbf{P} = \kappa \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

κ- podatność dielektryczna

Na podstawie Obs. 1 i Def.7

 ${f P}={f n}\ {f \alpha}\ {f \epsilon}_{{f o}}\ {f E}, \qquad {f n}$ - koncentracja cząsteczek w dielektryku Uwaga 1

Zależność $P = n \alpha \epsilon_0 E$ zachowuje słuszność również dla polaryzacji orientacyjnej (dipolowe momenty trwałe) w dielektrykach polarnych (konkurencyjne oddziaływanie temperatury i pola E)



Ładunki obce q ⇔ ładunki związane q';

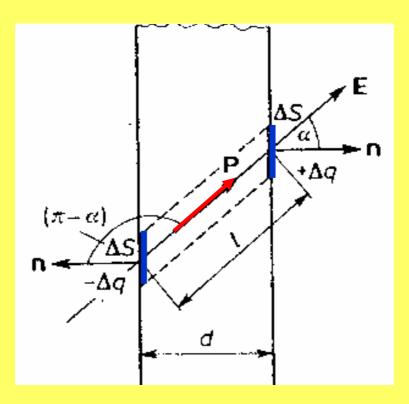
Tak q jak i q' generują E, zatem: $E = E_0 + E'$

Gęstością powierzchniową ładunku nazywamy: $\sigma = \delta q/\delta S$,

 \Rightarrow dielektryk niespolaryzowany: $\sigma' = 0$ (ładunki związane),

Jeśli P $\neq 0 \Rightarrow \sigma' \neq 0 \Rightarrow$ moment dipolowy obszaru (1, ΔS) dielektryka wynosi: $P \Delta V = P 1 \Delta S \cos \alpha = (\sigma' \Delta S) 1$,

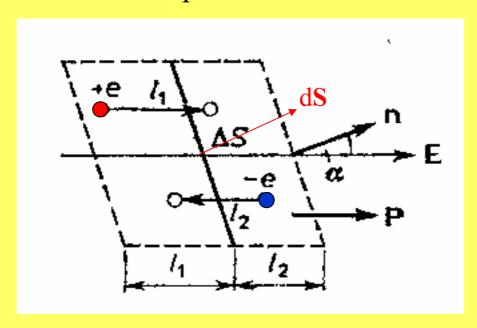
$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n$$
 lub $\sigma' = \varepsilon_o \kappa E_n$



⇒ ładunek przepływający przez powierzchnię ΔS w kierunku dS podczas polaryzacji **P**

$$\Delta q' = \sigma' \Delta S = P \cos \alpha \Delta S,$$

 $dq' = P dS$



Przez dowolną powierzchnię zamkniętą przepływa na zewnątrz:

$$q'_{wy} = \iint_{S} dq' = \iint_{S} P dS.$$

lub

$$q'_{\text{nad}} = - q'_{\text{wy}} = \iint_{S} -\mathbf{P} d\mathbf{S} = -\Phi_{\mathbf{P}}$$

lub

$$\iiint_{V} \rho' dV = q'_{nad} = \iint_{S} - \mathbf{P} d\mathbf{S}.$$

Na podstawie Tw. O-G:
$$\oiint_V \rho' dV = \oiint_V -\nabla P dV$$
,

lub

$$\rho' = - \nabla P$$

Na podstawie twierdzenia Gaussa

$$\nabla \mathbf{E} = 1/\epsilon_o (\rho + \rho'),$$

stąd

$$\nabla \mathbf{E} = 1/\epsilon_o (\rho - \nabla \mathbf{P}),$$

lub

$$\nabla (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho$$

Definicja 9

Wielkość $(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \mathbf{D}$ nazywa się przesunięciem elektrycznym lub wektorem indukcji elektrycznej

Wniosek 4

$$D = \varepsilon_o \mathbf{E} + \varepsilon_o \kappa \mathbf{E} = \varepsilon_o (1 + \kappa) \mathbf{E}$$

Definicja 10

Bezwymiarową wielkość $(1+\kappa) = \epsilon$ nazywa się (względną) przenikalnością elektryczną dielektryka Zatem

$$\mathbf{D} = \varepsilon \, \varepsilon_0 \, \mathbf{E}$$
$$\nabla \, \mathbf{D} = \rho,$$

lub

$$\iiint_V \nabla \mathbf{D} \, dV = \iiint_V \rho \, dV$$

Na podstawie Tw. O-G:

$$\iiint\limits_V \rho \ dV = \iint\limits_S \mathbf{D} \ d\mathbf{S} = \mathbf{q}_S$$

Uwaga: w zwykłych dielektrykach D jest niemal liniową funkcją pola E

Twierdzenie Gaussa dla wektora D

Strumień przesunięcia elektrycznego ${\bf D}$ przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest równy (obcemu) ładunkowi elektrycznemu q zamkniętemu wewnątrz tej powierzchni

$$\iint_{S} \mathbf{D} \, d\mathbf{S} = \mathbf{q}_{S}$$

Wniosek 5

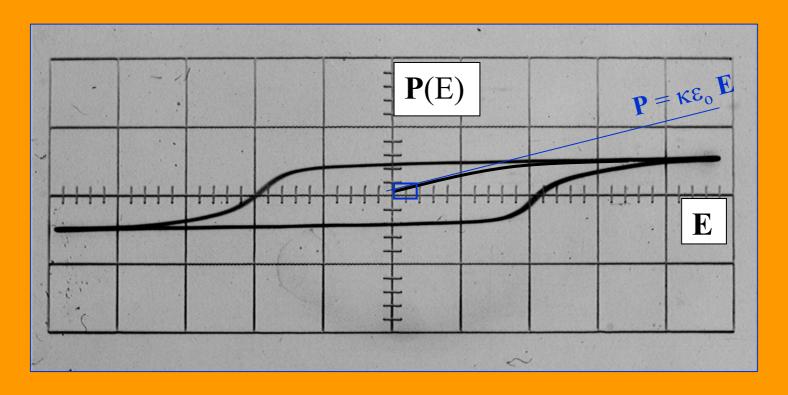
Źródłem wektora pola E mogą być zarówno ładunki obce q, jak i związane q', natomiast źródłem wektora indukcji **D** są tylko ładunki obce q

Ferroelektryki

- temperatura Curie T_c (punkt Curie)

klasa dielektryków

- 1. wysoka przenikalność ε (kilka tysięcy),
- 2. ε (E), t.zn. P(E), D(E) jest funkcją nieliniową,
- 3. histereza P(E), D(E).



Przewodniki w polu elektrycznym

Wolne (ruchome) ładunki elektryczne,



- 1. wewnątrz przewodnika E=0 i V=const,
- 2. przewodnik naładowany ładunkiem obcym gromadzi go tylko na powierzchni z gęstością σ,
- 3. na powierzchni przewodnika $E = E_n \implies V_{pow} = const$ (powierzchnia ekwipotencjalna)

Wniosek 9

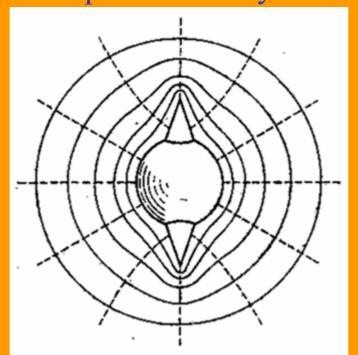
Każda porcja ładunku rozkłada się na przewodniku w ten sam sposób Wniosek 10

Potencjał odosobnionego przewodnika jest liniową funkcją zgromadzonego na nim ładunku

Wniosek 11

Usunięcie ze środka przewodnika dowolnej ilości materiału nie zmienia rozkładu ładunków w przewodniku → ekrany elektryczne *Uwaga 3*

W pobliżu dodatnich krzywizn gęstość ładunku na przewodniku wrasta ze wzrostem krzywizny, a w pobliżu krzywizn ujemnych maleje → piorunochrony



Pojemność elektryczna

Przewodniki odosobnione

Zgodnie z *Wnioskiem 10* q = C V C- stała

Definicja 11

Stałą proporcjonalności między ładunkiem a powstałym potencjałem

$$C = q/V$$

nazywamy pojemnością elektryczną, [C] = F (farad)

Pojemność kuli $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_o R$,

$$1F \Rightarrow \text{kula R} = 9 \cdot 10^9 \text{ m}$$

Ziemia \Rightarrow C= 0,000 7 F

Układy przewodników – kondensatory

Osłabienie pola **E** przy określonym ładunku \Rightarrow zmniejszenie potencjału V \Rightarrow wzrost pojemności *Definicja 12*

Pojemnością kondensatora jest współczynnik proporcjonalności między ładunkiem a napięciem pomiędzy okładkami

$$C = q/(V_1 - V_2),$$

$$C = q/U$$

lub

Pojemność kondensatora płaskiego

$$C = \varepsilon \varepsilon_o S/d$$

Energia naładowanego przewodnika

$$W = \sum (V_q \Delta q) = \frac{1}{2} (V q),$$
 lub
$$W = \frac{1}{2} C V^2$$

$$W = \frac{1}{2} q^2 / C$$

Energia kondensatora

lub

$$W = \frac{1}{2} [(q+) V_1 + (q-) V_2] = \frac{1}{2} qU,$$

$$W = \frac{1}{2} CU^2$$

$$W = \frac{1}{2} q^2 /C$$

Energia pola elektrycznego

dla kondensatora płaskiego

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} (\epsilon \epsilon_0 S U^2 / d) = (\epsilon \epsilon_0 / 2) (U/d)^2 (Sd)$$

$$\Rightarrow$$
 W = $(\epsilon \epsilon_0 / 2) E^2 V$

$$\Rightarrow$$
 w = W/V = $(\epsilon_0/2)$ E² = ED/2

lub (dla dielektryka izotropowego)

$$\mathbf{W} = \mathbf{E}\mathbf{D}/2$$

Prad elektryczny

Definicja 1

Prądem elektrycznym w przekroju S nazywa się proces przenoszenia ładunku elektrycznego o niezerowej wypadkowej wartości przez powierzchnię tego przekroju (ruch cieplny i ruch uporządkowany)

Definicja 2

Nośnikami ładunku są cząstki naładowane elektrycznie, które mogą się przemieszczać co najmniej w granicach ośrodka przewodzącego prąd elektryczny (elektrony, jony, krople, cząstki makroskopowe)

Definicja 3

Natężeniem prądu nazywamy strumień ładunku przenoszonego przez powierzchnię S:

$$I = dq_{S} / dt = dq_{S+} / dt + |dq_{S-} / dt|$$
; $[I] = A = C/s$

- *jako kierunek prądu przyjmuje się kierunek ruchu nośników dodatnich,
- *jednostka natężenia prądu 1 A jest jednostką podstawową SI

Doświadczenie Rieckego

Trzy walce o wyszlifowanych podstawach (dwa miedziane i jeden aluminiowy) złożono szeregowo Cu – Al – Cu i przepuszczono przez nie stały prąd w jednym kierunku przez okres jednego roku. W tym czasie przepłynął ładunek 3,5 10⁶C



Wnioski

Stwierdzono, że przepływ prądu nie miał żadnego wpływu na ciężar przewodzących go walców. Badanie mikroskopowe nie wykazało przenikania jednego metalu w drugi → przenoszenie ładunków metalach nie odbywa się za pośrednictwem atomów, lecz przez cząstki obecne i jednakowe we wszystkich metalach.

1897: Thompson odkrywa elektrony.

Wniosek 1

Jednostka ładunku SI - 1 C (1 kulomb) - jest ładunkiem przenoszonym przez prąd o natężeniu 1A w czasie 1 s przez przekrój poprzeczny przewodnika

Uwaga 1

Natężenie prądu I nie jest wektorem

Definicja 4

Gęstością prądu na powierzchni S nazywa się taki wektor \mathbf{j} , że: $I = \mathbf{j} dS$

Wniosek 2

W ośrodku, w którym prędkości nośników ładunku są (u+) i (u-), a ich koncentracja (n+) i (n-) :

$$\mathbf{j} = \mathbf{q}_+ \, \mathbf{n}_+ \, \mathbf{u}_+ + \mathbf{q}_- \, \mathbf{n}_- \, \mathbf{u}_-$$

Równanie ciągłości prądu

(= zasada zachowania ładunku)

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = -\operatorname{d}\rho/\operatorname{dt}, \quad (\rho = \operatorname{dq/dV})$$

Dowód

$$\iint_{S} \mathbf{j} \, d\mathbf{S} = - \, \mathrm{d}\mathbf{q}/\mathrm{d}t = \frac{d}{dt} \left[- \int_{V} \rho \, \mathrm{d}V \right] = \int_{V} \left[\frac{d}{dt} \left(- \rho \right) \right] \, \mathrm{d}V$$

Na podstawie Tw.O-G:
$$\int_{V} \nabla \mathbf{j} \, dV = \iint_{S} \mathbf{j} \, d\mathbf{S} = \int_{V} \left[-\frac{d}{dt} \, \rho \right] dV$$

Wniosek 3

W warunkach stacjonarnych ($d\rho/dt=0$, dla prądu stałego)

$$\nabla \mathbf{j} = 0$$

t.j. pole prądu stacjonarnego jest bezźródłowe

Uwaga 2

Przepływ prądu stacjonarnego w obwodzie zamkniętym w warunkach praktycznych wymaga istnienia pola sił obcych (nie-elektrostatycznych), ponieważ cyrkulacja pola elektrostatycznego jest zerowa ($\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \ d\mathbf{l} = 0$)

Definicja 5.

Pracę sił zewnętrznych w obwodzie nad jednostkowym ładunkiem elektrycznym nazywa się siłą elektromotoryczną SEM

$$SEM = \mathcal{E} = W_z/q$$

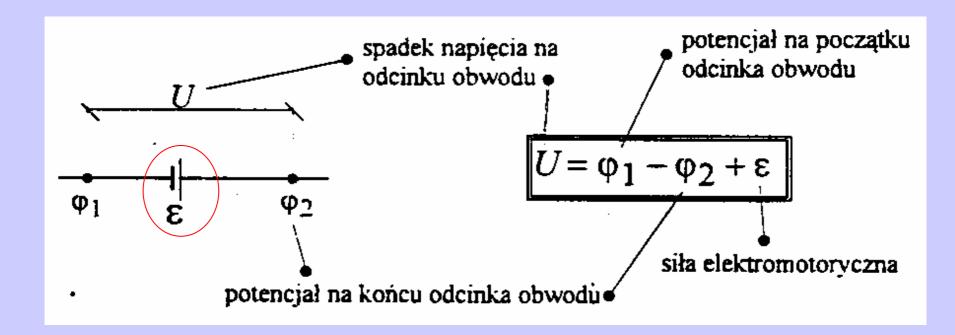
Uwaga 3

SEM ma charakter potencjału; może mieć źródło chemiczne, termiczne, magnetyczne

Definicja 6

Napięcie U na odcinku obwodu jest równe całkowitej pracy wykonywanej nad jednostkowym ładunkiem elektrycznym przez siły elektrostatyczne i zewnętrzne na tym odcinku i odniesionej do tego ładunku:

$$U_{12} = V_1 - V_2 + \mathcal{E}_{12}$$



Prawo Ohma

Natężenie prądu w odcinku obwodu jest proporcjonalne do spadku napięcia na nim 1

$$I = \frac{1}{R} U;$$

R (stała) jest oporem elektrycznym odcinka; jednostka [R] = 1Ω

Dla przewodnika jednorodnego
$$\mathbf{R} = \frac{l\rho}{S}\,,\quad \rho \ [\Omega \mathrm{m}] - \mathrm{oporność} \ \mathrm{właściwa}$$

Prawo Ohma w postaci różniczkowej

$$\mathbf{j} = (1/\rho) \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E};$$
 $[\sigma] = S/m = (1/\Omega)(1/m)$

Praca i moc prądu elektrycznego (stałego)

Praca na odcinku obwodu

$$W = qV_1 - qV_2 + W_z$$

$$W = qU$$

$$W = I t U$$

korzystając z prawa Ohma

$$W = I^2 R t = \frac{U^2 t}{R}$$

Moc

$$P = W/t = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$



Natężenie płynącego prądu piorunu może sięgać dziesiątek tysięcy amperów, a różnica potencjałów wywołująca błyskawicę sięga kilku milionów voltów. Błyskawica przebiega z prędkością około 100 000 km/h.

Kanał piorunu (tor powietrzny po którym przebiega, nie szerszy od średnicy długopisu) rozgrzewa się do około 30 000° C w ułamku sekundy. Gwałtowne rozprężenie się powietrza w tym kanale powoduje falę uderzeniową - odgłos grzmotu





Naszą planetę razi około 100 piorunów na sekundę!!!!!.

W Polsce średnio na każdy kilometr kwadratowy trafiają 2 pioruny rocznie. Dziennie na świecie pioruny zabijają około 20 osób a ranią kolejne 80.

