

BADANIE OSŁABIENIA PROMIENIOWANIA GAMMA PRZY PRZECHODZENIU PRZEZ MATERIE

JOLANTA GAŁĄZKA-FRIEDMAN

Spis treści

1. Wstęp.....	2
2. Oddziaływanie promieniowania γ z ośrodkiem materialnym.....	3
A. Rozpraszanie komptonowskie	3
B. Zjawisko fotoelektryczne.....	4
C. Zjawisko tworzenia się par elektron-pozyton.....	5
D. Współczynnik osłabienia.....	5
3. Wykonanie ćwiczenia i opracowanie wyników.....	7
4. Pytania kontrolne.....	8
5. Literatura.....	8
6. Dodatki.....	9
A. Zależność współczynnika osłabienia od energii promieniowania γ oraz liczby atomowej Z absorbentu.....	9
B. Kinematyka procesów rozpraszania Comptonowskiego, zjawiska fotoelektrycznego oraz procesu tworzenia się par elektron-pozyton.....	10
C. Metoda najmniejszych kwadratów.....	11
D. Propozycja oszacowania niepewności pomiarowych (zgodnie z zaleceniami ISO).....	11
D1. Szacowanie niepewności wielkości x	11
D2. Szacowanie niepewności wielkości y ($y = \ln N$).....	12

28 styczeń 2011

v. 3.0

1. WSTĘP

W przyrodzie znane są trzy podstawowe przemiany promieniotwórcze: rozpad alfa, beta i gamma (α , β i γ). Rozpad alfa polega na emisji z jądra macierzystego cząstki alfa, czyli podwójnie zjonizowanego atomu helu. Przemianie tej ulegają na ogół jądra ciężkie o liczbie masowej A większej od 200. W czasie przemiany beta z jądra emitowany jest elektron i antyneutrino elektronowe (przemiana beta minus) lub pozyton i neutrino elektronowe (przemiana beta plus). Emisja tych cząstek następuje w wyniku przemiany nukleonów (protonu lub neutronu) znajdujących się w jądrach macierzystych.

Przemianom alfa i beta towarzyszy zwykle promieniowanie elektromagnetyczne zwane promieniowaniem gamma. W czasie tej przemiany następuje wyzbycie się przez jądro nadmiaru energii (tzw. energii wzbudzenia). Liczba neutronów i protonów w jądrze w czasie tej przemiany pozostaje nie zmieniona.

Tempo wszystkich rozpadów promieniotwórczych opisuje ta sama zależność zwana również prawem rozpadu promieniotwórczego:

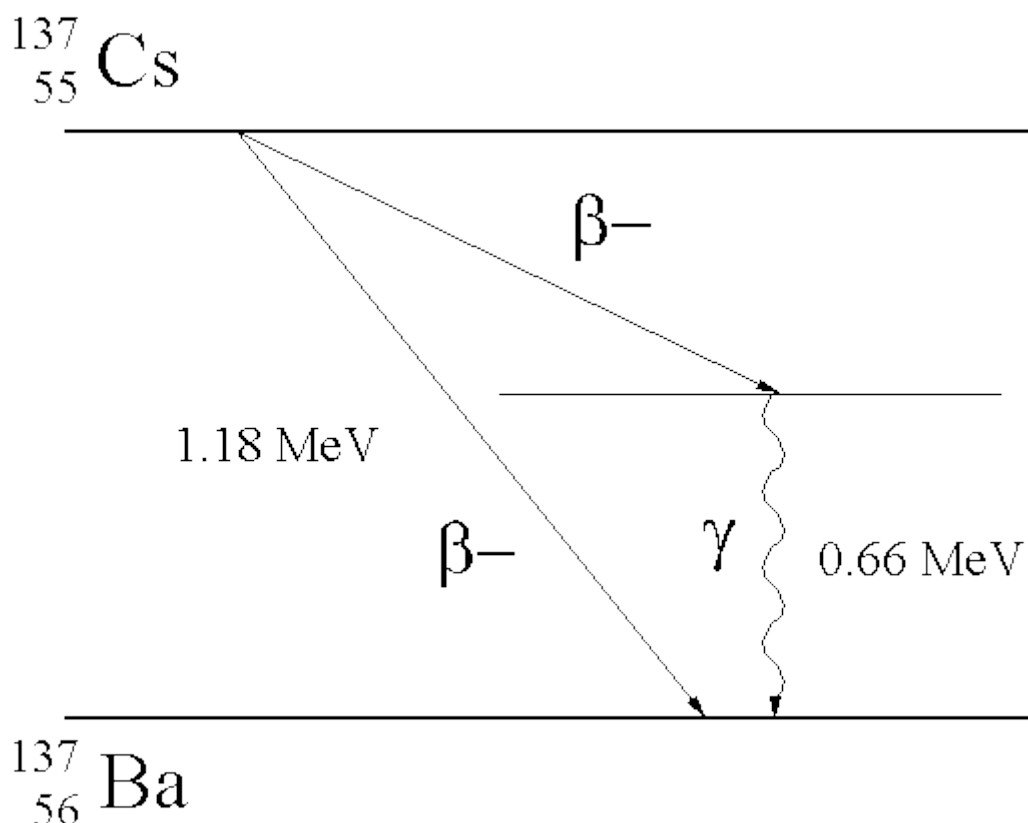
$$(1) \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

gdzie: $N(t)$ – liczba jąder promieniotwórczych, które nie uległy rozpadowi do chwili czasu t , N_0 – liczba jąder promieniotwórczych w chwili czasu $t = 0$, $N(0) = N_0$, λ – stała, zwana stałą rozpadu.

Stała rozpadu λ wiąże się z okresem połowicznego zaniku $T_{1/2}$ (czasem, po upływie którego połowa jąder promieniotwórczych ulega rozpadowi $N(T_{1/2}) = N_0/2$) następującą zależnością:

$$(2) \quad T_{1/2} = \ln \frac{2}{\lambda}.$$

W omawianym ćwiczeniu do pomiarów używa się źródeł promieniotwórczych: ^{60}Co oraz ^{137}Cs , których okresy połowicznego zaniku wynoszą odpowiednio 5, 26 lat oraz 30 lat. Na rysunku 1 przedstawiono schemat rozpadu ^{137}Cs .



Rysunek 1: Schemat rozpadu ^{137}Cs .

Z powyższego schematu rozpadu wynika, że interesującemu nas promieniowaniu gamma towarzyszyć będzie promieniowanie beta.

2. ODDZIAŁYWANIE PROMIENIOWANIA γ Z OŚRODKIEM MATERIALNYM

Wiązka promieniowania gamma przechodząc przez ośrodek materialny ulega osłabieniu. Eksperymentalnie można stwierdzić (pod warunkiem poprawnie wykonanych pomiarów), że osłabienie to zależy wykładniczo od grubości absorbentu:

$$(3) \quad I = I_0 e^{-\mu x}$$

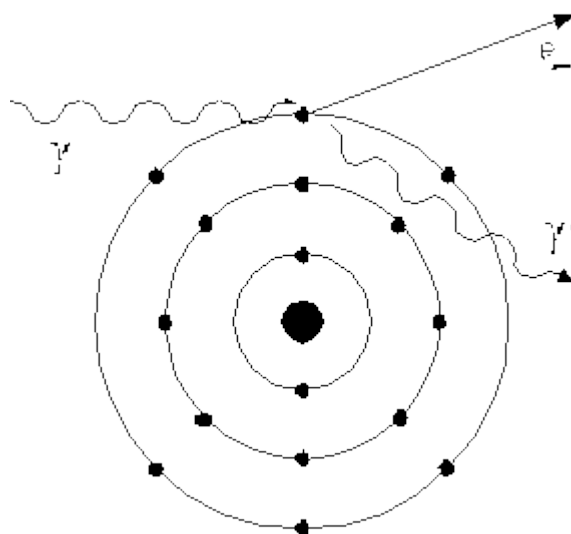
gdzie: $I(x)$ – natężenie wiązki po przejściu przez absorbent o grubości x , $I_0 = I(0)$ – początkowe natężenie wiązki, μ – współczynnik osłabienia promieniowania gamma, którego wartość będziemy w tym ćwiczeniu wyznaczać.

Promieniowanie gamma przechodząc przez ośrodek materialny oddziałuje zarówno z elektronami jak i jądrami atomowymi ośrodka. Podstawowe procesy, które powodują osłabienie wiązki kwantów γ to: rozpraszanie komptonowskie, zjawisko fotoelektryczne oraz zjawisko tworzenia par elektron – pozyton.

A. ROZPRASZANIE KOMPTONOWSKIE

Rozpraszanie komptonowskie (zjawisko Comptona) polega na oddziaływaniu kwantów γ z elektronami, które możemy traktować jako swobodne. W wyniku takiego oddziaływania kwant γ zmienia kierunek ruchu

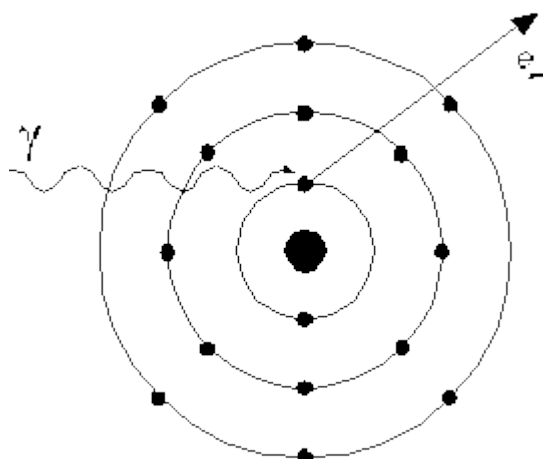
oddając część energii elektronowi. Rysunek 2 przedstawia schematycznie przebieg zjawiska Comptona. Zauważmy, że przy typowych energiach promieniowania gamma elektrony znajdujące się na ostatnich orbitach można traktować jak elektrony swobodne.



Rysunek 2: Ilustracja przebiegu zjawiska Comptona.

B. ZJAWISKO FOTOELEKTRYCZNE

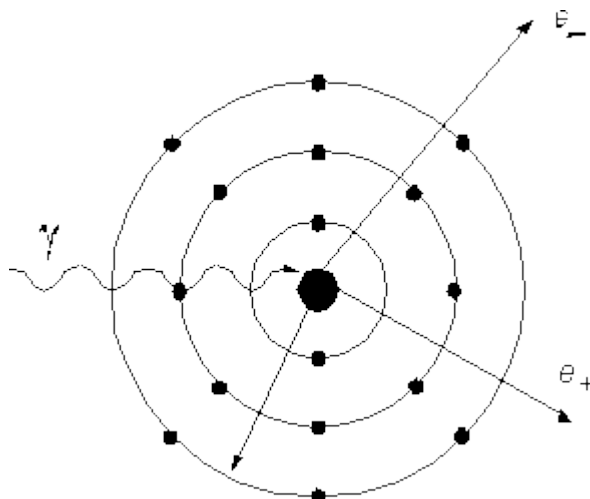
Zjawisko fotoelektryczne polega na oddziaływaniu kwantów γ z elektronami silnie związanymi w atomie, a więc znajdującymi się na powłokach położonych najbliżej jądra. W zjawisku tym cała energia kwantów γ zostaje zużyta na oderwanie elektronu od atomu i nadaniu mu pewnej energii kinetycznej. Rysunek 3 ilustruje przebieg zjawiska fotoelektrycznego.



Rysunek 3: Ilustracja zjawiska fotoelektrycznego.

C. ZJAWISKO TWORZENIA SIĘ PAR ELEKTRON-POZYTON

Przy dostatecznie dużych energiach kwantu γ , może on ulec przemianie na parę elektron-pozyton. Zjawisko to nie może zachodzić w próżni. Do jego zajścia potrzebna jest obecność trzeciego ciała (na przykład jądra atomowego), które mogłoby odebrać część pędu, zapewniając tym równocześnie spełnienie prawa zachowania energii i pędu. Energia progowa dla tego zjawiska wynosi 1.02 MeV - czyli wartość sumarycznej energii elektronu i pozytonu. Rysunek 4 ilustruje przebieg tego zjawiska.



Rysunek 4: Ilustracja procesu tworzenia się par elektron-pozyton.

D. WSPÓŁCZYNNIK OSŁABIENIA

Tak więc współczynnik osłabienia promieniowania gamma μ występujący w równaniu 2 będzie sumą współczynników osłabienia, za które odpowiedzialne są procesy rozpraszania komptonowskiego μ_c , zjawiska fotoelektrycznego μ_f oraz proces tworzenia się par μ_p :

$$(4) \quad \mu = \mu_c + \mu_f + \mu_p$$

Rozumiejąc mechanizm osłabiania promieniowania γ przy przechodzeniu przez warstwę materii, postaramy się wyprowadzić wzór (3). Wszystkie z omawianych zjawisk: efekt Comptona, zjawisko fotoelektryczne czy też tworzenie się par elektron-pozyton powodują usunięcie danego kwantu γ z wiązki. Zajście takiego zjawiska ma charakter przypadkowy. Możemy zatem powiedzieć, że ubytek fotonów (na skutek oddziaływania z materią) $-dI$ jest wprost proporcjonalny do liczby fotonów i grubości absorbenta dx :

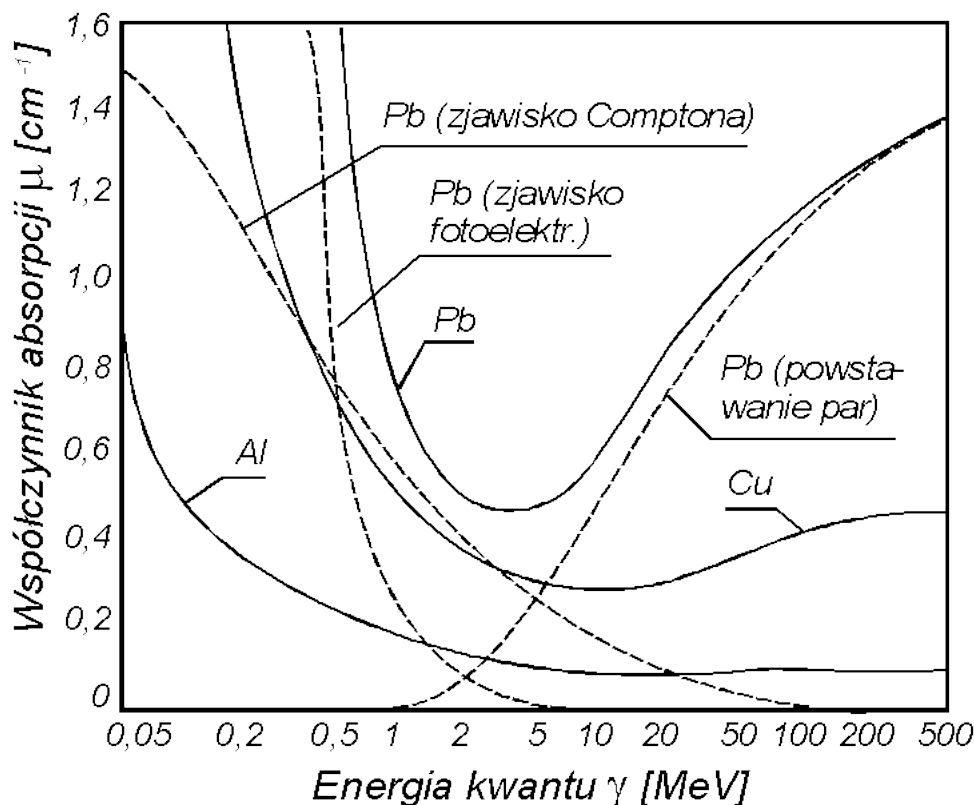
$$(5) \quad -dI = B I dx$$

gdzie: B to współczynnik proporcjonalności.

Jeśli scałkujemy równanie (5) przy założeniu, że fotony przeszły przez warstwę materii o grubości x , to otrzymujemy następującą zależność:

$$(6) \quad I(x) = I_0 e^{-Bx}$$

Porównując wzór (6) ze wzorem (3) dochodzimy do wniosku, że współczynnik proporcjonalności użyty po raz pierwszy we wzorze (5) to po prostu współczynnik μ osłabienia promieniowania γ . Wkład poszczególnych procesów powodujących osłabienie promieniowania γ , w zależności od energii tego promieniowania oraz liczby porządkowej Z absorbenta ilustruje rysunek 5.



Rysunek 5: Zależność współczynników absorpcji kwantów γ od ich energii dla ołowiu, miedzi i aluminium.

Jak poprawnie wyznaczyć współczynnik osłabienia promieniowania γ ?

We wzorze (3) definiującym współczynnik μ promieniowania γ występują trzy wielkości, które należałoby zmierzyć, aby móc wyznaczyć współczynnik μ . Są to: natężenie początkowe - I_0 wiązki promieniowania γ (bez absorbenta), grubość absorbenta x oraz natężenie I wiązki promieniowania γ po przejściu przez absorbent. Bezpośredni pomiar rzeczywistej wielkości I_0 jest niemożliwy. Gdy umieścimy w domku osłonowym jeden z preparatów (^{60}Co lub ^{137}Cs) i zmierzemy intensywność wiązki bez absorbenta będzie to intensywność wiązki promieniowania γ z domieszką promieniowania β , które towarzyszy promieniowaniu γ (patrz rysunek 1). To promieniowanie β zostanie już całkowicie pochłonięte jeżeli zastosujemy jeden z najcieńszych absorbentów. Musimy więc znaleźć taką metodę wyznaczania współczynnika μ , aby nie było w niej konieczności korzystania z bezpośrednio mierzonej wartości I_0 . Taką metodą może być metoda najmniejszych kwadratów. Obszerniejsze omówienie metody najmniejszych kwadratów znajdzie czytelnik w Dodatku C. W tym

miejsu przypomnijmy tylko, że dzięki metodzie najmniejszych kwadratów możemy wyznaczyć parametry prostej opierając się na serii pomiarów par wielkości związanych ze sobą zależnością liniową. Aby otrzymać zależność liniową między wielkościami występującymi w równaniu (3), logarytmujemy obie strony tego równania:

$$(7) \quad \ln(I) = \ln(I_0) - \mu x$$

Dokonując teraz podstawienia $\ln(I) = y$ oraz $\ln(I_0) = b$ i $\mu = a$ otrzymujemy dobrze znane równanie prostej:

$$(8) \quad y = ax + b$$

Jak poprawnie zmierzyć współczynnik osłabienia promieniowania γ ?

Z poprzedniego paragrafu wynika iż w celu poprawnego wyznaczenia współczynnika osłabienia promieniowania γ nieodzowne jest zastosowanie metody najmniejszych kwadratów. To z kolei związane jest z koniecznością wykonania serii pomiarów osłabienia wiązki promieniowania γ dla różnych grubości absorbentu.

W paragrafie drugim dowiedzieliśmy się z kolei, że osłabienie wiązki promieniowania następuje w wyniku całkowitego pochłonięcia kwantów γ (zjawisko fotoelektryczne i tworzenie się par elektron-pozyton) jak również w zjawisku Comptona. W zjawisku tym kwanty γ tracą swoją energię częściowo. Rozproszony kwant γ o mniejszej energii leci pod pewnym kątem w stosunku do padającej wiązki i jeśli nie zadbamy o właściwą geometrię pomiarów może on dotrzeć do detektora i być zarejestrowany. To sztuczne zaniżenie współczynnika osłabienia może być usunięte poprzez zastosowanie kolimatora. Rolę kolimatora może spełnić walec ołowiany z wytoczonym we wnętrzu otworem. Otwór ten sprzyja uformowaniu odpowiedniego kształtu wiązki. Konieczne jest również ustawienie kolimatora między absorbentem i detektorem.

3. WYKONANIE ĆWICZENIA I OPRACOWANIE WYNIKÓW

Ćwiczenie na temat osłabienia promieniowania gamma można wykonać w wielu wariantach. Jeśli asystent prowadzący dane ćwiczenie nie zaleci jakiegoś szczególnego wariantu wykonania ćwiczenia, należy postępować według podanego poniżej schematu.

1. Włączyć aparaturę w obecności asystenta zgodnie z załączoną do danego stanowiska instrukcją obsługi. Pomiar można rozpocząć po upływie 20 min od włączenia aparatury.
2. W oparciu o załączone wyniki pomiarów grubości poszczególnych absorbentów obliczyć wartość oczekiwaną grubości i oszacować jej niepewność.
3. W protokole ćwiczeń zapisać podstawowe informacje dotyczące stanowiska pomiarowego: rodzaj detektora i jego napięcie pracy, rodzaj źródła promieniowania gamma, sposób kolimacji wiązki, nazwy absorbentów.

4. W czasie rozmowy z asystentem, spośród zalecanych warunków pomiaru wybrać określony sposób pomiaru (czas pomiaru, zestaw absorbentów i źródeł promieniowania).
5. Zmierzyć tło.
6. Wykonać serię pomiarów natężenia wiązki (np. dla ołowiu) w zależności od grubości absorbentu umieszczając kolejne płytki absorbentów pomiędzy kolimatorami.
7. Korzystając z programu komputerowego wyznaczyć współczynnik osłabienia dla danego absorbentu i określonej energii promieniowania gamma.
8. Otrzymany wynik pomiaru porównać z wartością tablicową. Wyjaśnić przyczynę ewentualnych odstępstw od tych wartości.
9. Punkty 6, 7, i 8 powtórzyć dla innych absorbentów (miedzi i aluminium).
10. Na podstawie otrzymanych wyników sporządzić wykres zależności osłabienia wiązki od grubości absorbentu w skali liniowo-liniowej i logarytmiczno-liniowej. Na wykres nanieść niepewności pomiarowe obu współrzędnych.

4. PYTANIA KONTROLNE

1. Zależność opisująca tempo rozpadu promieniotwórczego i osłabienie promieniowania gamma ma charakter wykładniczy. Czy jest to zbieżność przypadkowa?
2. Wyjaśnij, dlaczego w tym ćwiczeniu, w celu poprawnego opracowania wyników, konieczne jest zastosowanie metody najmniejszych kwadratów.
3. Znając mechanizm podstawowych procesów powodujących osłabienie promieniowania gamma: rozproszenia komptonowskiego, zjawiska fotoelektrycznego oraz zjawiska tworzenia par elektron-pozyton, wytłumacz, który z procesów jest najbardziej prawdopodobny przy małych energiach promieniowania gamma oraz przy najwyższych.
4. Aby otrzymać poprawną wartość współczynnika osłabienia promieniowania gamma, konieczne jest zastosowanie kolimatora. Jak zmieni się współczynnik osłabienia, gdy wykonamy pomiary bez użycia kolimatora?
5. Wykaż, w oparciu o prawo zachowania energii i pędu, że konwersja kwantu gamma na elektron i pozyton nie może nastąpić w próżni.

5. LITERATURA

1. E. Skrzypczak, Z. Szepliński, „Wstęp do fizyki jądra atomowego i cząstek elementarnych”, PWN, Warszawa, 1995

2. J. Araminowicz, K. Małuszyńska, M. Przytuła, „Laboratorium fizyki jądrowej”, PWN, Warszawa 1978
3. C. Kittel, W.D. Knight, M.A. Ruderman, „Mechanika”, PWN, Warszawa 1975
4. H. Abramowicz, „Jak analizować wyniki pomiarów”, PWN, Warszawa 1992 I.
5. J. Gałązka-Friedman, I. Śledzińska „Metody opracowywania i analizy wyników pomiarów”, Skrypt CLF
6. A. Kubiacyk, „Określanie niepewności pomiarów (poradnik do Laboratorium Fizyki)”
7. Instrukcja do ćw. 7 CLF

6. DODATKI

A. Zależność współczynnika osłabienia od energii promieniowania γ oraz liczby atomowej Z absorbentu

Przedstawiona na rysunku 5 zależność współczynnika osłabienia μ od energii fotonu dla ołowiu przedstawia dosyć skomplikowaną krzywą z minimum dla wartości energii około 4.5 MeV. Skomplikowany charakter krzywej wynika z faktu, że jest ona sumą trzech różnych zależności: osłabienia promieniowania γ na skutek zachodzenia zjawiska fotoelektrycznego, tworzenia się par elektron-pozyton oraz rozpraszania komptonowskiego. Zależność poszczególnych współczynników osłabienia od energii kwantu γ oraz liczby atomowej Z absorbenta przedstawia się następująco:

dla zjawiska fotoelektrycznego:

$$(9) \quad \mu_f \sim \frac{Z^h}{E^k}$$

przy czym wykładniki k i h zależą od energii kwantu gamma i zmieniają się od wartości $h=4$ i $k=3,5$ dla niskich energii do $h=4,6$ oraz $k=1$ dla energii bardzo wysokich,

dla rozproszenia komptonowskiego:

$$(10) \quad \mu_c \sim \frac{Z}{E},$$

dla procesu tworzenia się par:

$$(11) \quad \mu_p \sim Z^2 f(E)$$

przy czym $f(E)$ jest funkcją energii kwantu gamma rosnącą z E najpierw logarytmicznie, a potem, dla bardzo dużych energii przechodzącą w wartość stałą, niezależną od energii.

Wszystkie zacytowane zależności wskazują, że najbardziej efektywnymi absorbentami promieniowania gamma są materiały o dużym Z - a więc na przykład ołów.

B. Kinematyka procesów rozpraszania Comptonowskiego, zjawiska fotoelektrycznego oraz procesu tworzenia się par elektron-pozyton

W procesie rozproszenia komptonowskiego kwant γ o energii $h\nu$ oddziałuje z elektronem, który można uważać za swobodny. W wyniku tego oddziaływania następuje zmiana energii kwantu γ (na wartość $h\nu'$) oraz zmiana jego kierunku pędu o kąt θ w stosunku do pierwotnego kierunku. Możemy założyć, że elektron, uzyskując energię kinetyczną E_k będzie się poruszał pod kątem ϕ w stosunku do kierunku pierwotnego. Prawa zachowania energii i pędu dla tego oddziaływania będą wyglądały następująco:

$$(12) \quad h\nu = h\nu' + E_k$$

oraz

$$(13) \quad \frac{h\nu}{c} = \left(\frac{h\nu'}{c} \right) \cos \theta + p \cos \phi$$

$$(14) \quad 0 = \left(\frac{h\nu'}{c} \right) \sin \theta - p \sin \phi$$

Przekształcając powyższe równania oraz korzystając z zależności relatywistycznych opisujących energię i pęd fotonu, otrzymujemy zależność opisującą energię rozproszonego kwantu γ w zależności od kąta rozproszenia θ :

$$(15) \quad h\nu' = h\nu \frac{mc^2}{mc^2 + h\nu(1 - \cos \theta)}$$

Jak już było powiedziane wyżej w zjawisku fotoelektrycznym całkowita energia fotonu $h\nu$ zostaje zużyta na wybicie z atomu jednego z elektronów i nadaniu mu pewnej energii kinetycznej E_k . Prawo zachowania energii dla tego zjawiska można zapisać następująco:

$$(16) \quad h\nu = W + E_k$$

gdzie W – energia wiązania elektronu.

W zjawisku tworzenia par elektron-pozyton następuje przemiana (konwersja) fotonu na elektron i pozyton. Aby zjawisko to zaszło potrzebna jest obecność trzeciego ciała, które przejmuje część pędu i energii. Tym trzecim ciałem może być jądro atomowe. Prawo zachowania energii dla tego zjawiska można sformułować następująco:

$$(17) \quad h\nu = 2mc^2 + E_e + E_p + E_j$$

gdzie m – masa elektronu lub pozytonu, E_e – energia kinetyczna elektronu, E_p – energia kinetyczna pozytonu, E_j – energia kinetyczna trzeciego ciała (najczęściej jądra atomowego).

C. Metoda najmniejszych kwadratów

Wzory opisujące parametry prostej, wyprowadzono przy założeniu, że niepewności współrzędnej x są do zaniedbania, a współrzędne y mają niejednakowe niepewności pomiarowe.

Jeżeli dwie wielkości fizyczne x i y łączą zależność liniową $y = ax + b$, niepewności wielkości x są do zaniedbania, a niepewności wielkości y wynoszą σ , wówczas, stosując metodę najmniejszych kwadratów możemy otrzymać następujące oszacowanie parametrów a i b :

$$a = \frac{S_{xy}S - S_x S_y}{S_{xx}S - S_x^2} \quad b = \frac{S_{xx}S_y - S_{xy}S_x}{S_{xx}S - S_x^2}$$

gdzie:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \quad S_x = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_i^2} \quad S_y = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\sigma_i^2} \quad S_{xx} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i y_i}{\sigma_i^2}$$
$$\sigma_a^2 = \frac{S}{D} \quad \sigma_b^2 = \frac{S_{xx}}{D} \quad D = S_{xx}S - S_x^2$$

D. Propozycja oszacowania niepewności pomiarowych (zgodnie z zaleceniami ISO (GUM))

Wyniki pomiarów należy przedstawić na wykresie. Najprościej byłoby to zrobić w skali logarytmiczno-liniowej – to znaczy na osi X odłożyć grubość absorbentu a na osi Y – $\ln N$, gdzie N to liczba kwantów γ zarejestrowanych po przejściu wiązki przez absorbent o grubości x . Po naniesieniu wyników na wykres należy do każdego punktu dołączyć odcinek, którego długość będzie informowała o niepewności wielkości x oraz o niepewności wielkości y . Obie te niepewności należy oszacować zgodnie z normami ISO.

D1. Szacowanie niepewności wielkości x .

Ze względu na ograniczenia czasowe oraz finansowe studenci nie wykonują samodzielnie pomiarów grubości absorbentów. Wyniki pomiarów grubości, wykonanych przez obsługę techniczną CLF, umieszczone są w materiałach pomocniczych dołączonych do stanowisk pomiarowych.

Studenci powinni przedyskutować z asystentem jakiemu rozkładowi prawdopodobieństwa powinny podlegać wyniki tych pomiarów i w zależności od konkluzji oszacować niepewność pomiarową wielkości x w odpowiedni sposób.

Założmy, że dojdziemy do wniosku iż rozkład, który poprawnie opisuje wyniki pomiarów grubości absorbentu jest rozkład Gaussa. Wówczas, na podstawie otrzymanych wyników pomiarów obliczamy najlepszą estymatę wartości rzeczywistej x_0 , czyli średnią arytmetyczną (wzór 20 z [5]) oraz niepewność tej wielkości (wzór 23 z [5]). Należy również oszacować niepewność pomiaru wynikającą z dokładności przyrządu pomiarowego. Aby wyznaczyć całkowitą niepewność pomiarową należy dodać do siebie te dwie niepewności pamiętając jednak że są to niepewności różnych typów (wzór 49 z [5]).

D2. Szacowanie niepewności wielkości y ($y=\ln N$)

Wielkość y jest wielkością złożoną, albowiem wykonujemy bezpośrednio pomiary wielkości N , a nie $\ln N$. Tak jak w poprzednim przypadku należy zastanowić się (i przedyskutować z asystentem) jakiemu rozkładowi prawdopodobieństwa podlegają wartości N .

Założmy, że dojdziemy do wniosku, iż rozkład któremu podlegają mierzone wielkości N jest rozkładem Poissona. Niepewnością pomiarową wielkości N jest wówczas wartość \sqrt{N} (patrz [7]). Niepewność pomiarową wielkości y szacujemy na poziomie jednego odchylenia standardowego korzystając ze wzoru 38 z [5]. Łatwo wykazać, że ostatecznie niepewność pomiarową wielkości y

wynosi: $\sqrt{\frac{1}{N}}$.

W tym przypadku uwzględnianie niepewności pomiarowych wynikających z własności przyrządu pomiarowego jest nieuzasadnione (ten problem należy również przedyskutować z asystentem).