

# POMIAR DŁUGOŚCI FAL ELEKTROMAGNETYCZNYCH METODAMI INTERFERENCYJNYMI

## 1. PODSTAWY FIZYCZNE<sup>1</sup>

Do najbardziej charakterystycznych zjawisk ruchu falowego należy interferencja. W najogólniejszym sformułowaniu, jest to efekt nakładania się fal. W wyniku tego nałożenia może wystąpić wzmocnienie natężenia fali wypadkowej (fale nakładają się w fazach zgodnych) lub osłabienie (nakładanie się fal o fazach przeciwnych). Przy czym, fazą nazywamy argument funkcji okresowej opisującej rozchodzącą się falę. Aby można było zaobserwować zjawisko interferencji, nakładające się fale (o tej samej częstotliwości) muszą posiadać stałą w czasie różnicę faz, tzn. być spójne.

Jeśli ten warunek nie jest spełniony, to w pewnych chwilach czasu w danym punkcie przestrzeni fazy są zgodne, powodując wzmocnienie, a w innych chwilach przeciwnie, dając osłabienie. Rezultatem tych szybko zmieniających się wzmocnień i osłabień jest brak dającego się zaobserwować obrazu interferencyjnego.

Założmy, że dwie płaskie, harmoniczne fale elektromagnetyczne 1 i 2 (posiadające identyczną częstotliwość kołową  $\omega$  i taką samą polaryzację) rozchodzą się w kierunku dodatniego zwrotu osi  $x$ . Fale te są opisywane przez wartości natężeń ich pól elektrycznych  $E_1$  i  $E_2$ .

Niech fala 2 przebywa dodatkową drogę  $\Delta$ . Wówczas propagacja fal 1 i 2 może być opisana przez wyrażenia:

$$E_1 = E_{01} \sin(\omega t - kx)$$

$$E_2 = E_{02} \sin[\omega t - k(x + \Delta)]$$

gdzie  $E_{01}$  i  $E_{02}$  oznaczają amplitudy fal 1 i 2,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  jest liczbą falową, a  $\lambda$  - długością fali.

---

<sup>1</sup> Wykorzystano obszernie fragmenty instrukcji K. Blankiewicza do ćwiczenia "Pierścienie Newtona"

Jeśli założymy, że fale rozchodzą się w powietrzu (gdzie współczynnik załamania  $n = 1$ ), to występujący w argumentach funkcji sinus wyraz  $\Delta$  nosi nazwę różnicy dróg optycznych. Natomiast iloczyn  $k\Delta$ , charakteryzujący zmianę fazy spowodowaną przebyciem dodatkowej drogi optycznej, nazywany jest kątem przesunięcia fazowego  $\phi$  ( $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ ).

Gdy fale rozchodzą się w innym ośrodku niż powietrze (czyli  $n \neq 1$ ), wówczas zmienia się długość fali w tym ośrodku a w konsekwencji i liczba falowa  $k$ . Długość fali zmniejsza się do wartości  $\frac{\lambda}{n}$ , a liczba falowa  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  wzrośnie i wyniesie  $nk$ . Różnica dróg optycznych równa będzie iloczynowi  $n\Delta$ . Natomiast kąt przesunięcia fazowego  $\phi = kn\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} n\Delta$ . W dalszym ciągu będziemy zakładać, że fale rozchodzą się w powietrzu i nie będziemy uwzględniać współczynnika załamania  $n$ . Wtedy droga optyczna równa jest drodze geometrycznej.

Policzmy teraz, jaki będzie wynik nałożenia się fal 1 i 2.

$$E = E_1 + E_2 = E_{01} \sin(\omega t - kx) + E_{02}(\omega t - kx - \phi) \quad (1a)$$

Energia przenoszona przez falę jest proporcjonalna do kwadratu natężenia pola elektrycznego. Dla rozpatrywanego przez nas przypadku będzie, więc proporcjonalna do:

$$E^2 = (E_1 + E_2)^2 = E_{01}^2 \sin^2(\omega t - kx) + E_{02}^2 \sin^2(\omega t - kx - \phi) + 2E_{01}E_{02} \sin(\omega t - kx) \sin(\omega t - kx - \phi) \quad (1b)$$

Zgodnie ze znanym wzorem trygonometrycznym:  $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\beta - \alpha}{2}$  ostatni człon wyrażenia na  $E^2$  możemy przekształcić do postaci następującej:

$$2E_{01}E_{02} \sin(\omega t - kx) \sin(\omega t - kx - \phi) = E_{01}E_{02} \{ \cos \phi - \cos[2(\omega t - kx) - \phi] \}$$

Biorąc pod uwagę ostatni wynik,  $E^2$  możemy wyrazić jako:

$$E^2 = E_{01}^2 \sin^2(\omega t - kx) + E_{02}^2 \sin^2(\omega t - kx - \phi) + E_{01}E_{02} \{ \cos \phi - \cos[2(\omega t - kx) - \phi] \} \quad (2)$$

Detektory fal elektromagnetycznych reagują na natężenie fali  $I$ , tj. średnią ilość energii padającej na jednostkową powierzchnię w jednostce czasu. Dla rozpatrywanego tu rodzaju fal, można tę średnią policzyć według wzoru:

$$I = \langle E^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E^2 dt \quad (3a)$$

Jak wynika z (2) i (3a) znalezienie  $\langle E^2 \rangle$  sprowadza się do policzenia średnich wartości w okresie funkcji typu  $\sin^2(\omega t + \delta)$  i  $\cos(2\omega t + \gamma)$ . Uśrednienie pierwszej z wymienionych funkcji daje wartość 1/2 a drugiej 0. Stąd otrzymujemy:

$$I = \langle E^2 \rangle = \frac{E_{01}^2}{2} + \frac{E_{02}^2}{2} + E_{01}E_{02} \cos \phi \quad (3b)$$

czyli:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \quad (3c)$$

Pierwszy wyraz prawej strony wyrażenia (3c) (tj.  $I_1$ ) jest natężeniem fali 1, drugi natężeniem fali 2, natomiast trzeci opisuje efekt interferencji fali 1 i 2. W zależności od kąta przesunięcia fazowego  $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$  wartość tego wyrazu zmienia się w granicach od  $-2\sqrt{I_1 I_2}$  (wtedy  $\cos \phi = -1$  a  $\phi = (2m+1)\pi$ ) gdzie  $m = 0, 1, 2, \dots$  do  $2\sqrt{I_1 I_2}$  (wówczas  $\cos \phi = 1$  a  $\phi = m2\pi$ ).

W pierwszym przypadku wystąpi osłabienie natężenia ( $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ ), a w drugim jego wzmocnienie ( $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ ). Warunek na osłabienie (lub wzmocnienie) natężenia najwygodniej jest formułować w odniesieniu do różnicy dróg optycznych  $\Delta$ .  $\Delta = m\lambda$

Z powyższych rozważań wynika, że osłabienie otrzymamy, gdy

$$\Delta = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad (4)$$

a wzmocnienie – kiedy

$$\Delta = m\lambda \quad (5)$$

Rozpatrzmy przypadek szczególny, gdy  $I_1 = I_2 = I_0$ . Po podstawieniu tych wartości do (3c) otrzymamy:  $I = 2I_0 + 2I_0 \cos \phi$ . Dla wzmocnienia, (tj. gdy  $\cos \phi = 1$ )  $I = 4I_0$ . Oznacza to, że przy nałożeniu fal 1 i 2 wypadkowe natężenie jest aż cztery razy większe od natężenia fali składowej, a nie dwa razy jak tego należałoby oczekiwać. Czyżby zasada zachowania energii przestała tu obowiązywać? To pozorne naruszenie zasady zachowania energii łatwo wyjaśnimy, jeżeli zwrócimy uwagę na fakt, że oprócz miejsc gdzie występuje wzmocnienie, dla których  $I = 4I_0$ , istnieją takie obszary, gdzie otrzymujemy  $I = 0$  a więc wygaszenie. Spotykamy się tu nie z naruszeniem zasady zachowania energii, a tylko z redystrybucją energii w przestrzeni.

## 2. OPIS ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z różnymi metodami pomiarowymi wyznaczania długości fal elektromagnetycznych przez wykorzystanie zjawiska interferencji fal.

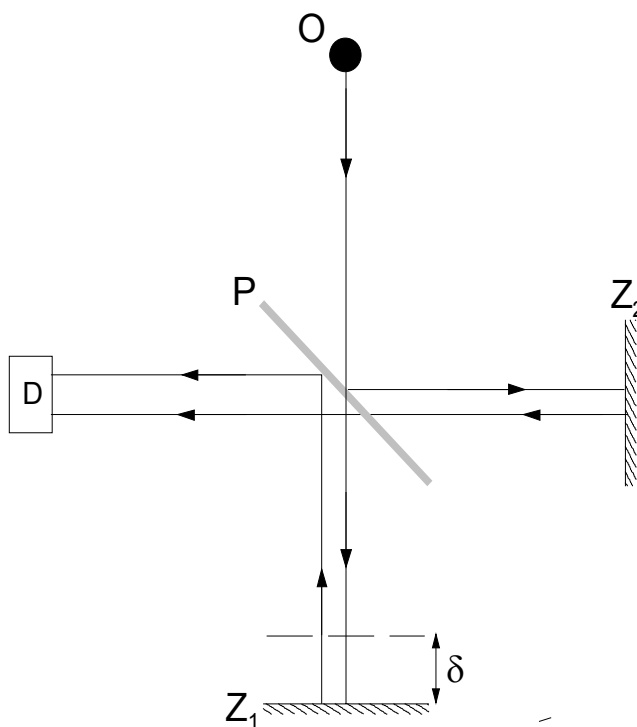
Zestaw przyrządów:

- źródło fal elektromagnetycznych – nadajnik fal radiowych z zasilaczem;
- detektor fal elektromagnetycznych – przetwornik natężenia fali na napięcie elektryczne;
- woltomierz lub oscylograf – do pomiaru napięcia z detektora fal elektromagnetycznych;
- ława konstrukcyjna do montowania interferometrów;
- dwa metalowe zwierciadła;
- dwie plastikowe soczewki skupiające;
- linijka;
- płytką półprzepuszczalną (z bakelitu lub pleksiglasu) – wykorzystywana w interferometrze Michelsona;
- płytki płasko równoległe z własną podziałką – wykorzystywane w interferometrze Fabry-Perota;

j) siatka dyfrakcyjna – układ kilku metalowych, równolegle ustawionych przysłón.

## 2.1. Pomiar długości fali elektromagnetycznej za pomocy interferometru Michelsona

Zasadę działania interferometru Michelsona przedstawiono na rysunku 1.

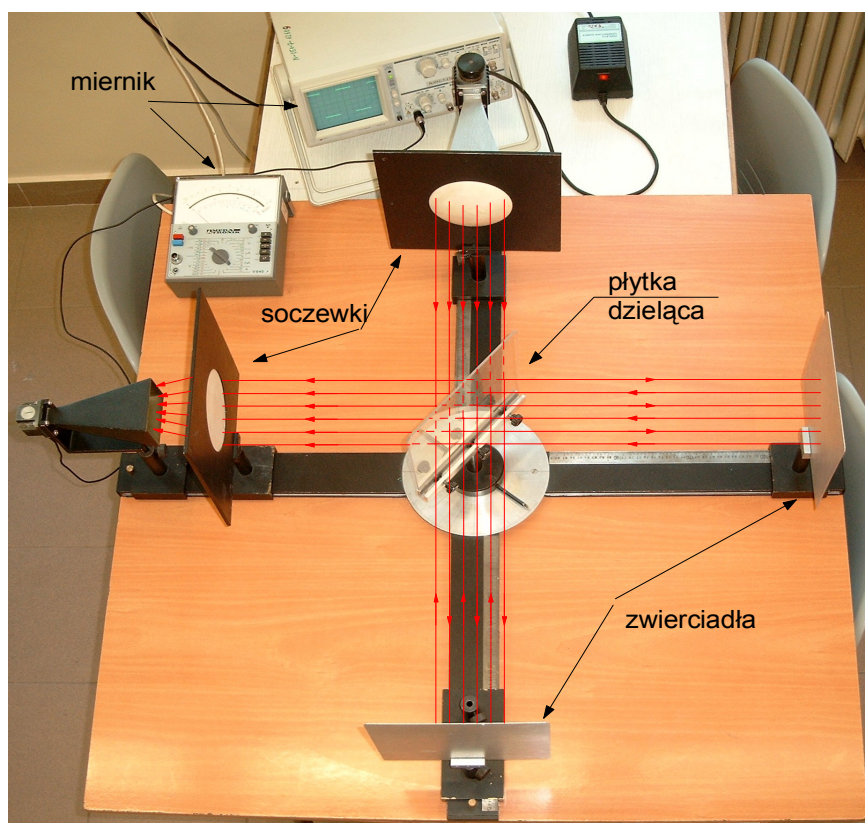


Rys.1. Zasada interferometru Michelsona.  $O$  - źródło fal elektromagnetycznych,  $P$  - płytka półprzepuszczalna,  $Z_1$  i  $Z_2$  - zwierciadła,  $D$  - detektor fal elektromagnetycznych

Wiązka fal elektromagnetycznych ze źródła  $O$  pada na płytkę płasko równoległą  $P$ , która przepuszcza połowę natężenia fali, a drugą połowę odbija. Wiązka przechodząca pada prostopadłe do jej kierunku na zwierciadło  $Z_1$ . Po odbiciu wraca tą samą drogą, odbija się od płytki  $P$  i pada na detektor. Wiązka odbita pierwotnie od płytki  $P$  pada prostopadłe na zwierciadło  $Z_2$ , wraca po odbiciu tą samą drogą, przechodzi przez płytkę  $P$  i spotyka się z wiązką pierwszą w detektorze. Na skutek występowania różnicy dróg optycznych obu wiązek powstają prążki interferencyjne. Interferencja powstaje w obszarze, w którym obie wiązki biegną razem w stronę detektora.

Przesuwając zwierciadło  $Z_1$  zmieniamy długość drogi optycznej wiązki odbijającej się od niego, a więc różnicę dróg obu wiązek. Detektor zarejestruje przesuwanie się prążków interferencyjnych. Jeśli w środku obrazu jedno maksymalne wzmocnienie zostanie zastąpione przez kolejne maksymalne wzmocnienie, oznacza to, że różnica dróg wiązek zmieniła się o jedną długość fali, co odpowiada przesunięciu zwierciadła  $Z_1$  o pół długości fali. Łatwo, bowiem zauważyć, że przesunięcie zwierciadła  $Z_1$  o pewną wartość  $\delta$  powoduje zmianę długości drogi optycznej odbijającej się od niego wiązki o  $2\delta$ . Jeśli zatem  $\delta$  jest przesunięciem zwierciadła  $Z_1$  odpowiadającym  $m$  kolejnym zmianom maksymalnych wzmocnień obserwowanych w detektorze, to  $m\lambda = 2\delta$ , czyli poszukiwana długość fali elektromagnetycznej:

$$\lambda = \frac{2\delta}{m} \quad (6)$$



Rys.2. Układ pomiarowy – interferometr Michelsona.

## 2.2 Pomiar długości fali elektromagnetycznej za pomocą interferometru Fabry-Perota

Interferometr Fabry - Perota składa się z dwu płytek, takich, że przepuszczają one część promieniowania, ale mają dużą zdolność odbijającą. Płytki te ustawiamy w ten sposób, że powietrze pomiędzy płytkami tworzy dokładnie płasko równoległą warstwę (rys.3). Fale, które przez górną płytkę przedostają się do warstwy powietrza, ulegają wielokrotnym odbiciom od ścianek płytek. Jeśli na pierwszą płytkę pada wiązka fal, to z drugiej płytki wychodzi szereg równoległych wiązek.

Pomiędzy falą 1-1' przechodzącą wprost przez warstwę powietrza a falą 2-2', która uległa dwukrotnemu odbiciu na ściankach, wytwarza się różnica dróg

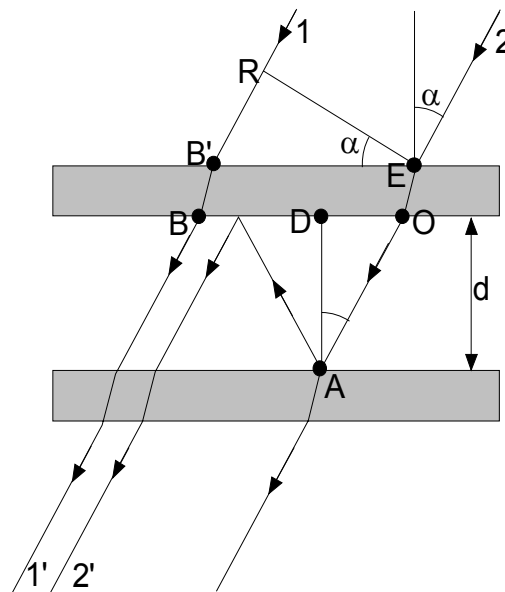
$$\Delta = OA + AB - B'R$$

$B'R$  mierzymy w powietrzu; w obliczeniu nie uwzględniamy załamania przy przejściu fali do materiału tworzącego płytkę; uwzględnienie nie zmieniłoby wyniku. Ale

$$OA = AB = \frac{d}{\cos \alpha}$$

gdzie:  $d$  jest grubością warstwy,  $\alpha$  zaś kątem padania i odbicia od powierzchni ograniczających warstwę. Dalej

$$OB = 2OD = 2d \tan \alpha$$



Rys. 3. Schemat interferometru Fabry-Perota

i wreszcie

$$B'R = B'E \sin \alpha.$$

Ponieważ  $B'E = BO$ , to różnica dróg optycznych fal 1' i 2' będzie

$$\Delta = \frac{2d}{\cos \alpha} - 2d \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

lub po przekształceniu

$$\Delta = \frac{2d}{\cos \alpha} (1 - \sin^2 \alpha)$$

ostatecznie

$$\Delta = 2d \cos \alpha$$

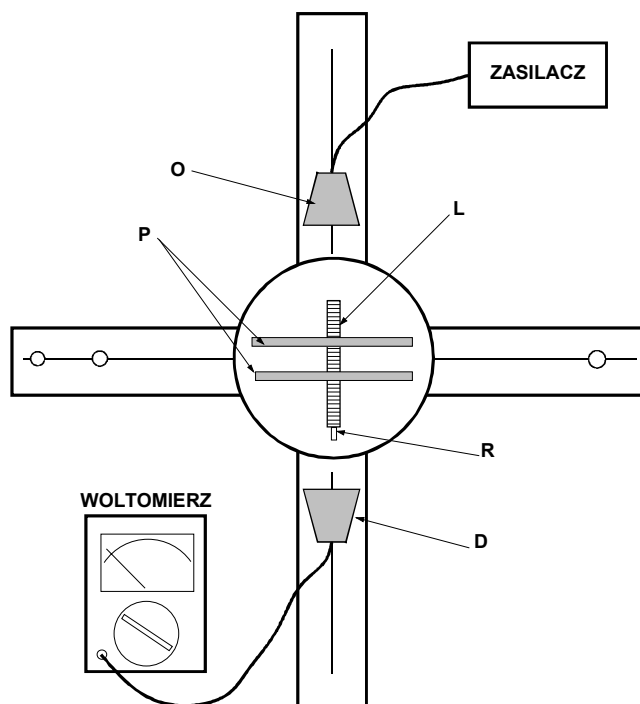
A więc, zmieniając odległość między płytkami  $d$ , zmieniamy różnicę dróg optycznych  $\Delta$ . Wzmocnienie wszystkich fal uzyskamy dla takich  $d_m$ , dla których  $\Delta = 2d_m \cos \alpha = m\lambda$ .

Jeśli jedno wzmocnienie obserwujemy dla  $d_m$ , sąsiednie dla  $d_m + l$ , a  $r$ -te dla  $d_{m+r}$  to:

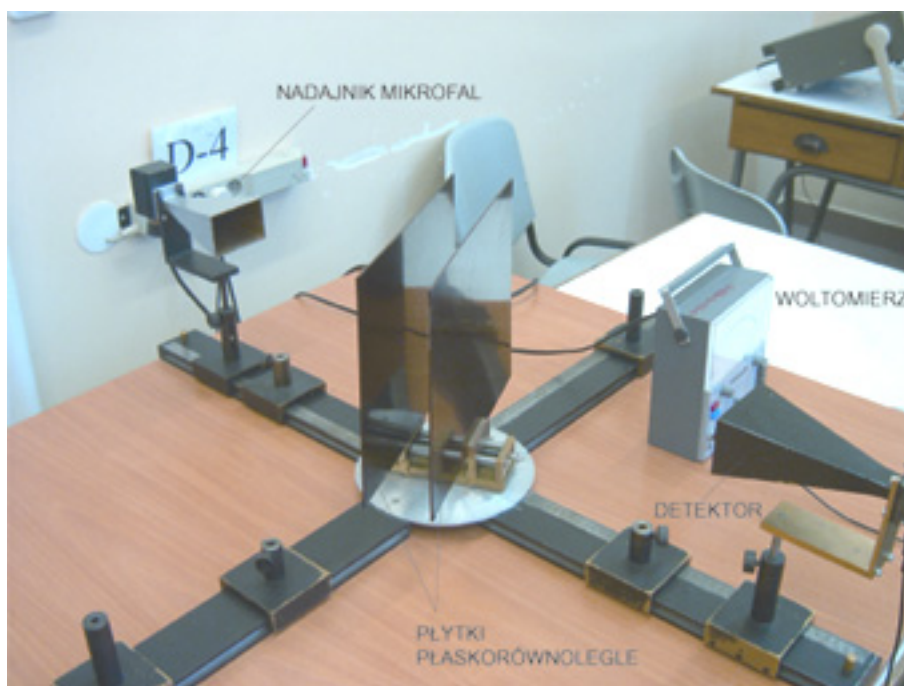
$$2d_m \cos \alpha = m\lambda \quad \text{oraz} \quad 2d_{m+r} \cos \alpha = (m+r)\lambda$$

i po prostych rachunkach otrzymujemy poszukiwaną długość fali elektromagnetycznej:

$$\lambda = \frac{2}{r} \cos \alpha (d_{m+r} - d_m) \quad (7)$$



Rys.4. Schemat układu pomiarowego z interferometrem Fabry-Perota. O - źródło fal elektromagnetycznych, P - płytki płaskorównoległe, D - detektor fal elektromagnetycznych, L- linijka, R - pokrętło do regulacji odległości między płytkami



Rys.5. Układ pomiarowy z interferometrem Fabry-Perota.

Analogicznie jak mierzy się długość fali dla wiązki fal przechodzących przez płytki płaskorównoległe w układzie Fabry – Perota można również wyznaczyć długość fali dla wiązek, które przechodzą przez płytkę przepuszczającą część promieniowania a następnie są odbite od zwierciadła. Układ taki jest przedstawiony na rysunku niżej (Rys.6.).





Rys.6. Układ pomiarowy dla fal odbitych od zwierciadła.

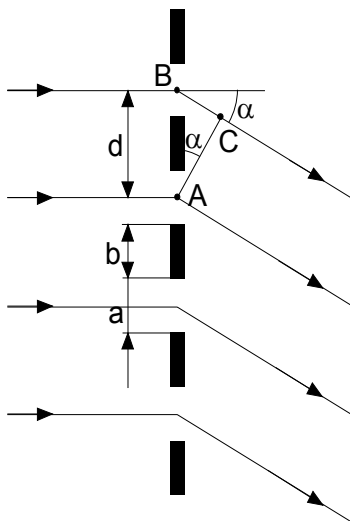
### 2.3 Pomiar długości fali elektromagnetycznej za pomocą siatki dyfrakcyjnej

Siatką dyfrakcyjną nazywamy układ  $N$  równoległych do siebie szczelin rozmieszczonych w równych odstępach. Niech  $a$  oznacza szerokość szczeliny,  $b$  szerokość odstepu między szczelinami. Odległość  $d$  środków sąsiednich szczelin nazywamy stałą siatki,  $a + b = d$

Zgodnie z zasadą Huyghensa, każda szczelina staje się wtórnym źródłem fal, które rozchodzą się we wszystkich kierunkach. Rozpatrzmy fale biegnące od dwóch szczelin, rozchodzące się pod kątem  $\alpha$ . Jak widać z rysunku 5, różnica ich dróg wynosi  $\Delta = BC$  i z zależności w trójkącie ABC otrzymujemy  $\Delta = d \sin \alpha$ , gdzie  $\alpha$  nazywamy kątem ugięcia. Wzajemne wzmacnianie się fal uzyskujemy wówczas, gdy

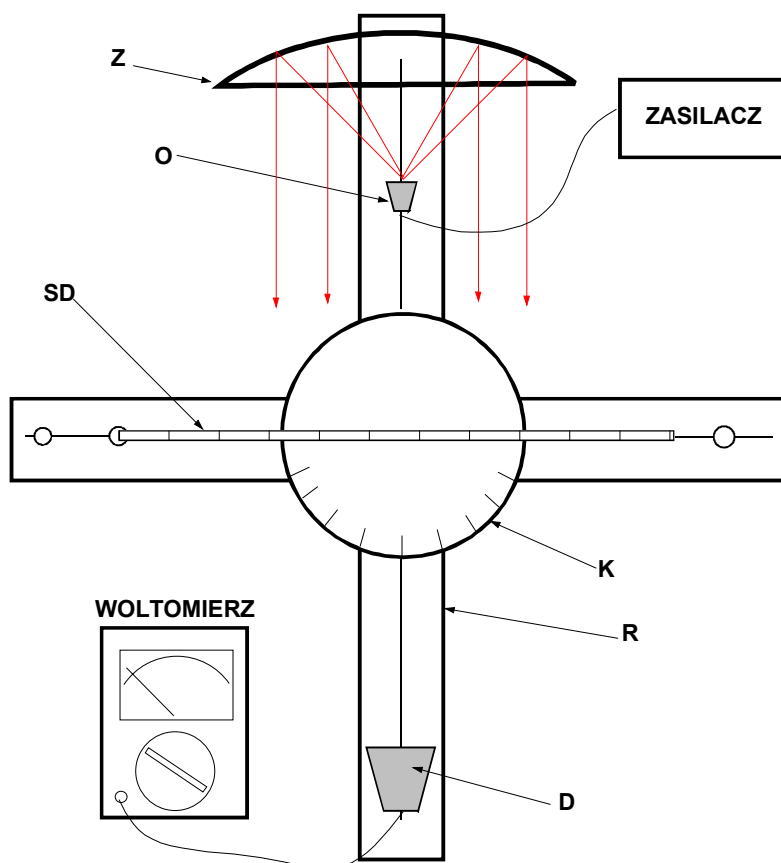
$$d \sin \alpha_m = m\lambda \quad (8)$$



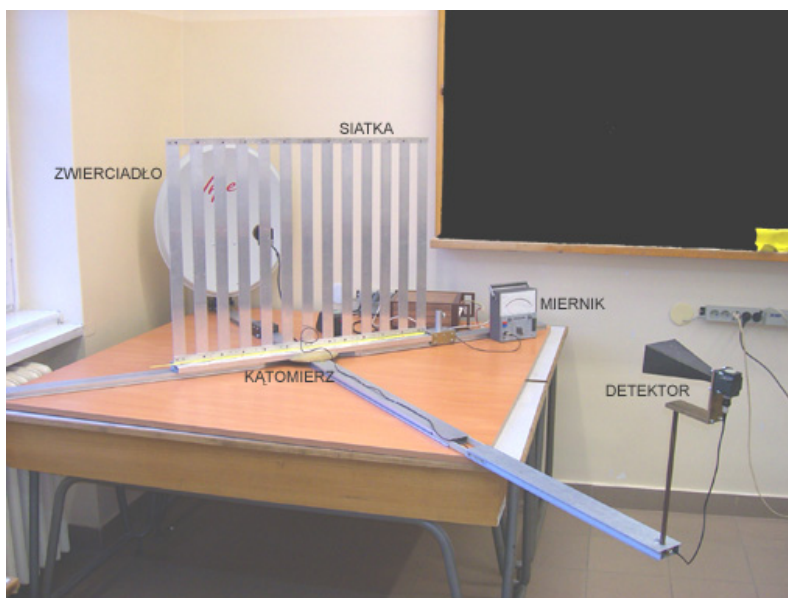


Rys.7. Siatka dyfrakcyjna,  $a$  - szerokość szczeliny,  $b$  - szerokość przysłony

Dla  $m = 0$  otrzymujemy maksimum interferencyjne odpowiadające wiązce nieugiętej, dla  $m=1, 2, \dots$  otrzymujemy maksima pierwszego, drugiego,  $m$ -tego rzędu. Maksima natężenia są bardzo wyraźne, gdyż leżą w kierunkach, w których sumują się działania fal biegnących ze wszystkich szczelin.



Rys. 8. Schemat układu pomiarowego z siatką dyfrakcyjną.  $O$  - źródło fal elektromagnetycznych,  $D$  detektor fal elektromagnetycznych,  $Z$  - zwierciadło,  $K$  - kątomierz,  $R$  - ruchome ramię ławy konstrukcyjnej,  $SD$  - siatka dyfrakcyjna



*Rys.9. Układ pomiarowy z siatką dyfrakcyjną*

### 3. WYKONANIE ĆWICZENIA

1. Zmontować na ławie konstrukcyjnej interferometr Michelsona dla fal radiowych (rys.2). Włączyć zasilacz i woltomierz. Przesuwając zwierciadło Z, nad linijką uzyskać maksymalne wzmocnienie, czyli maksymalne wskazanie woltomierza. Zmierzyć położenie zwierciadła.
2. Przesuwać zwierciadło  $Z_1$  obserwując na woltomierzu kolejne wzmocnienia sygnału. Zmierzyć przesunięcie zwierciadła odpowiadające  $m$  kolejnym maksymalnym wzmocnieniom sygnału ( $m$  przyjąć tak duże, jak pozwala na to konstrukcja ławy).
3. Zmontować na ławie interferometr Fabry-Perota (rys.4). Rozsunąć za pomocą pokrętła płytki płasko równoległe. Następnie zbliżając je do siebie uzyskać maksymalne wzmocnienie. Zmierzyć odległość między płytkami. Zbliżać w dalszym ciągu płytki obserwując na woltomierzu kolejne wzmocnienia sygnału. Zmierzyć nową odległość między płytkami odpowiadającą  $r$  kolejnym maksymalnym wzmocnieniom sygnału.
4. Zmontować układ z siatką dyfrakcyjną (rys.6). Zmierzyć linijką stałą siatki (aby zminimalizować błąd, należy zmierzyć odległość między tymi samymi krawędziami skrajnych przysłon i wynik podzielić przez liczbę szczelin).
5. Przesuwając ruchome ramię ławy konstrukcyjnej zmierzyć kąty ugięcia  $\alpha$  odpowiadające kolejnym maksimum. Pomiar przeprowadzić z lewej i z prawej strony od osi układu.

*Uwaga:* Wykonanie ćwiczenia można rozszerzyć o pomiar długości fali świetlnej za pomocą interferometru Michelsona

#### 4. OPRACOWANIE WYNIKÓW

1. Korzystając ze wzoru (6) wyznaczyć długość fali elektromagnetycznej w układzie z interferometrem Michelsona.
2. Korzystając ze wzoru (7) wyznaczyć długość fali elektromagnetycznej w układzie z interferometrem Fabry-Perota.
3. Korzystając ze wzoru (8) wyznaczyć długość fali elektromagnetycznej w układzie z siatką dyfrakcyjną.
4. Porównując obliczone niepewności pomiarowe stwierdzić, która z metod jest najdokładniejsza i dlaczego.

#### 5. PYTANIA KONTROLNE

1. Jakie są warunki konieczne do uzyskania obrazu interferencyjnego?
2. Dlaczego w przypadku wzmocnienia przy nałożeniu się dwóch interferujących fal wypadkowe natężenie jest czterokrotnie większe od natężeń fal składowych?
3. Omów zasadę działania interferometru Fabry-Perota.
4. Czy zmieni się długość fali elektromagnetycznej po przejściu z powietrza do ośrodka gęstszego optycznie (o większym współczynniku załamania)?

#### 6. LITERATURA

1. Sz. Szczeniowski, Fizyka Doświadczalna, część IV, str. 249-282, PWN Warszawa, 1983.
2. D. Halliday, R. Resnick: Fizyka, t.2, str.480-493, 500-501, PWN Warszawa 1984.