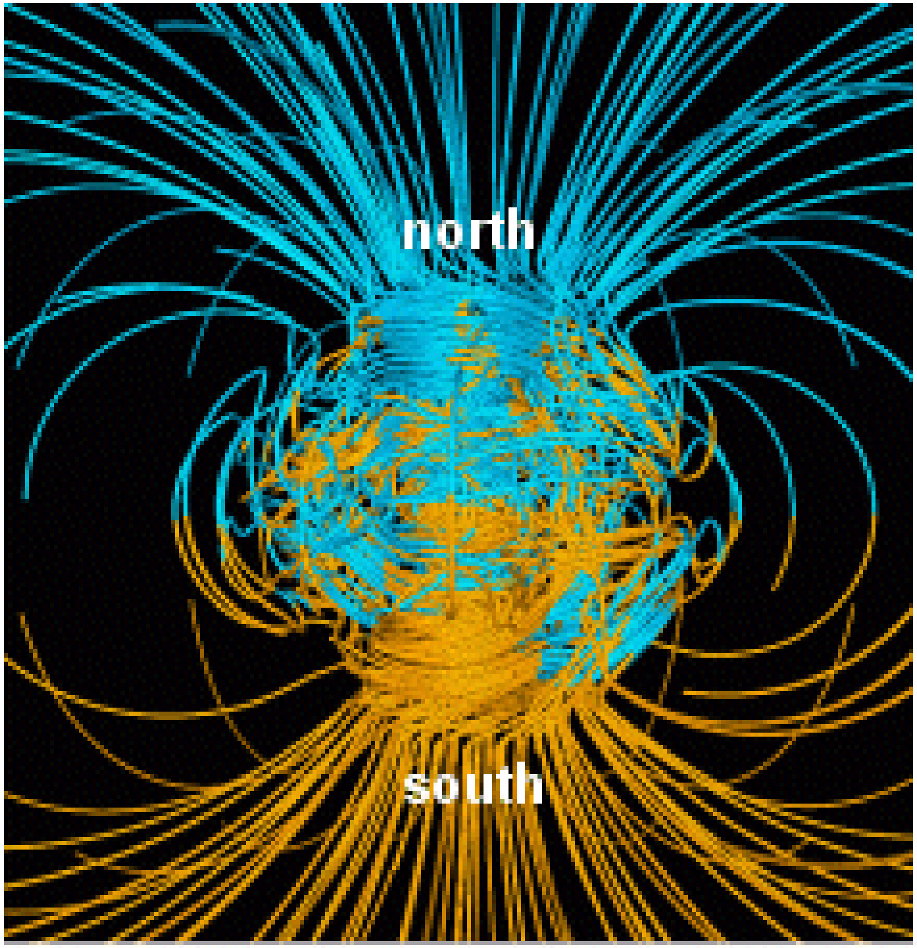
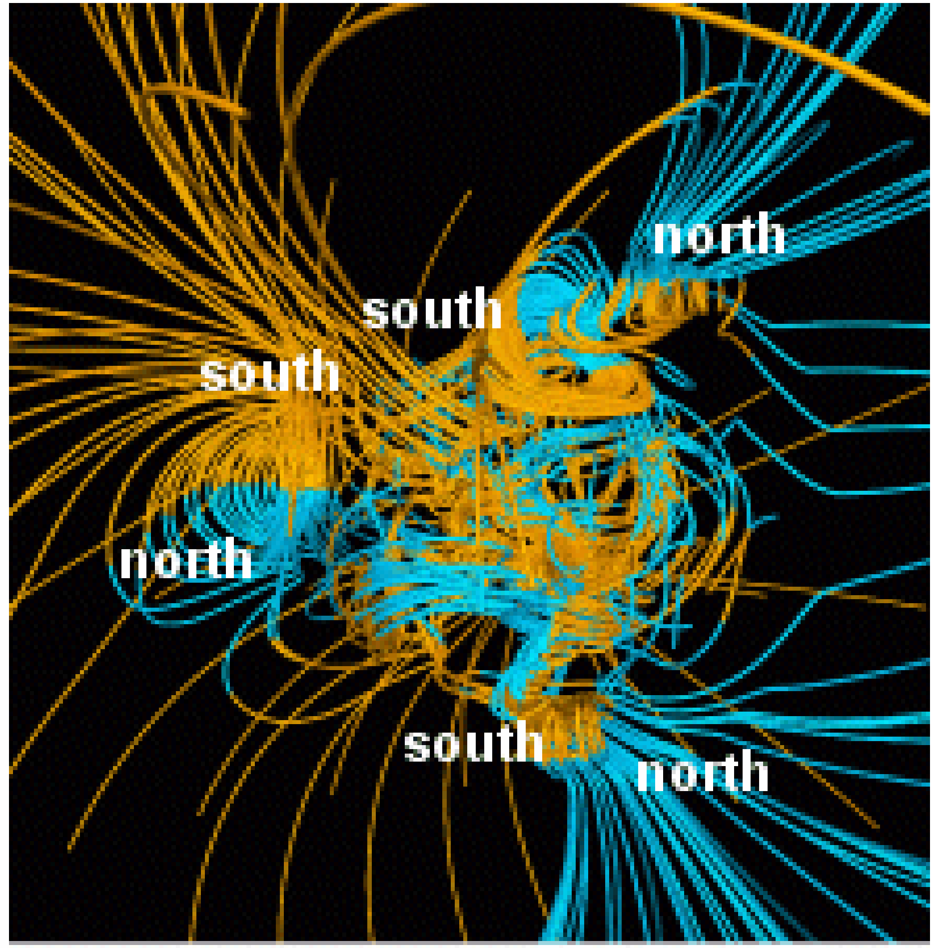
Pole magnetyczne



between reversals



during a reversal

Obserwacja

Ładunki elektryczne **w spoczynku** $\Rightarrow$ oddziaływania elektrostatyczne; pole **E**

Ładunki elektryczne **w ruchu** $\Rightarrow$ oddziaływania elektryczne i magnetyczne; pole **E** i **B**

Źródło pola magnetycznego :

elementarne: $\Rightarrow$ elementarny ładunek elektryczny **poruszający się** z prędkością **v**

praktyczne: $\Rightarrow$ prąd elektryczny

pole **B** ?

Jakie pole **B** wytwarza poruszający się ładunek?

Argumenty logiki i symetrii

„złamanie" izotropowości przestrzeni – wyróżniony kierunek,

$$\mathbf{B} = f(q, \mathbf{v}, \mathbf{r})$$

Wnioski:

symetria osiowa pola **B**,

$\mathbf{B} \sim q(\mathbf{v}\ x\ \mathbf{r})$, $\quad$ $B \sim 1/r^2$

Najprostsza postać szukanej zależności :

$$\mathbf{B} = k\,(q\,\mathbf{v}\ x\ \mathbf{r})/r^3$$

Wyniki doświadczenia (v<<c)

(**ładunek q poruszający się z prędkością** v)

$$\boxed{B = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{(q\vec{v}x\vec{r})}{r^3}}, \qquad (\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}\ \mathrm{H/m})$$

Uwaga1

Wielkość **B** jest pseudowektorem

Uwaga 2

Wektor **B** podlega superpozycji: $\mathbf{B_w} = \Sigma\, \mathbf{B_i}$

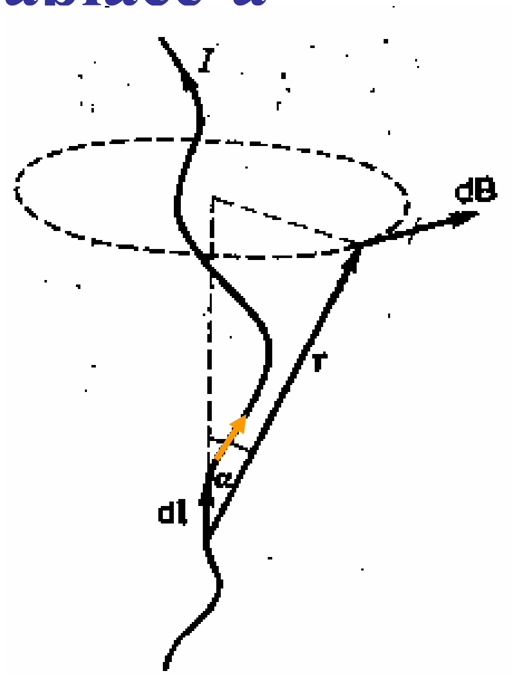
Pole B wytwarzane przez prąd I:

Prawo Biota-Savarta-Laplace'a

$$(qv \longrightarrow Idl)$$

Dla prądu o natężeniu I:

$$\boxed{\mathbf{dB} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\vec{l}\, x \vec{r}}{r^3}}$$



Obserwacja

Ładunki elektryczne w ruchu generują pole **B** $\Rightarrow$ pole **B** oddziałuje tylko na ładunki elektryczne w ruchu

Siła oddziaływania pola B na poruszający się ładunek q:

$$\mathbf{F_B} = ?$$

Argumenty logiki i symetrii:

$$\mathbf{F_B} = f(q, \mathbf{v}, \mathbf{B})$$

Najprostsza postać szukanej zależności : $\mathbf{F_B} = k\,(q\,\mathbf{v}\times\mathbf{B})$

Wyniki doświadczenia (v<<c)

Siła Lorentza: $\boxed{\mathbf{F_{q,B}} = q\,\mathbf{v}\times\mathbf{B}}$

Uwaga 3

Siła magnetyczna $\mathbf{F_{q,B}}$ nie wykonuje pracy nad ładunkiem, ponieważ $\mathbf{F_{q,B}} \perp \mathbf{v}$

Definicja 1

Indukcją magnetyczną B nazywamy pseudowektor

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}_{\mathbf{q,B}} / \mathbf{q}\ \mathbf{v}_{\perp}$$

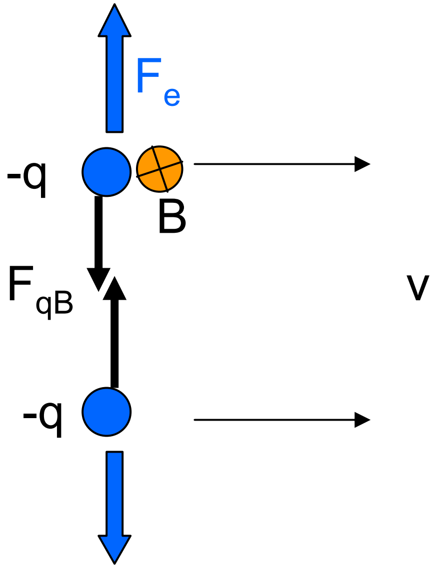
Wniosek 1

W przypadku, gdy naładowana cząstka porusza się z prędkością **v** w polach **B** i **E**, doznaje działania siły

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\ \mathbf{v}\ x\ \mathbf{B}$$

Uwaga 4

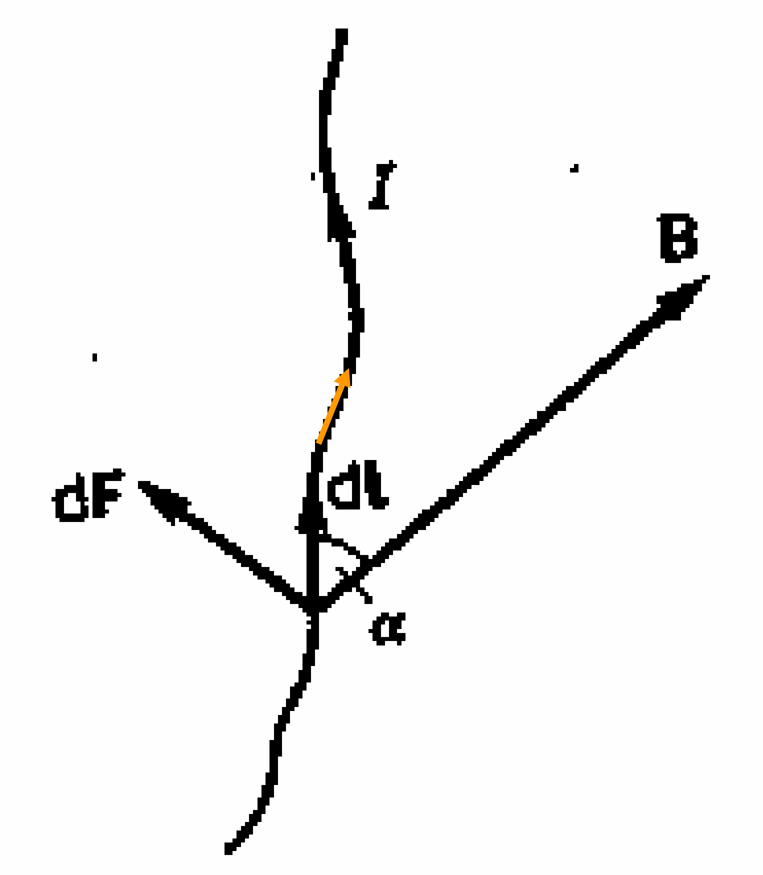
$$F_{q,B} / F_e = (v^2 / c^3)$$



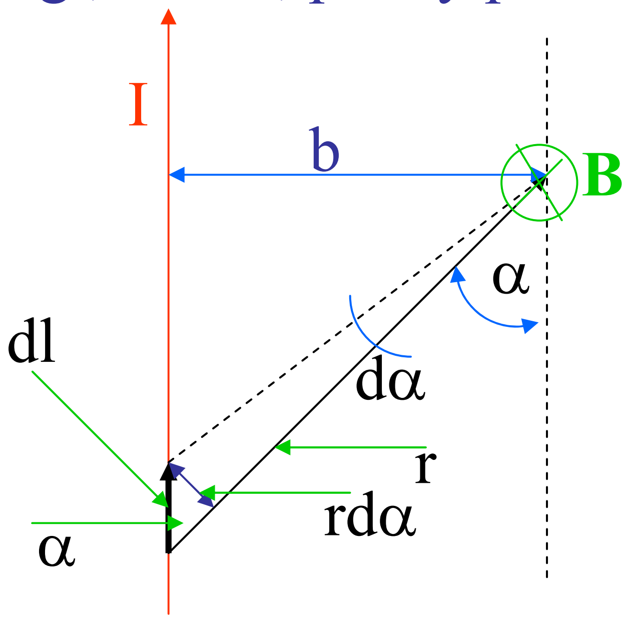
Wniosek 2 ($qv \longrightarrow Idl$):

Siła oddziaływania pola B na prąd o natężeniu I

Prawo Ampere'a: $\boxed{dF = I\,\mathbf{dl}\;x\;\mathbf{B}}$



Pole magnetyczne generowane przez „prąd prosty” , tj. nieskończenie długi, cienki, prosty przewodnik, w którym płynie prąd o natężeniu I



Prawo B-S-L:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \otimes \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{dl \sin\alpha}{r^2}$$

dl=(r dα)/sinα, sinα = b/r; r=b/(sinα),

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} I \frac{\sin\alpha . d\alpha}{b}$$

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi b} \int_0^{\pi} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{2I}{b}$$

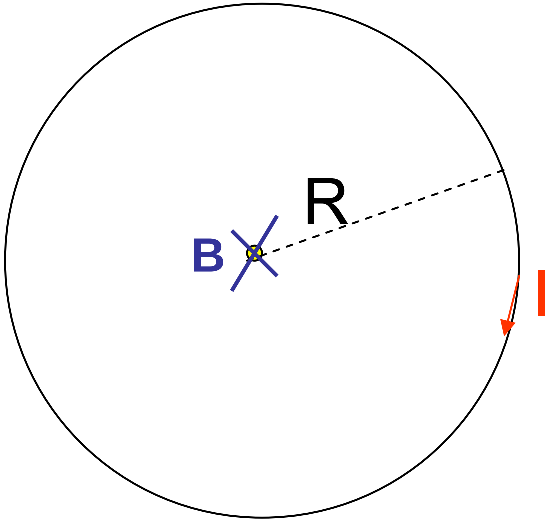
Uwaga 5

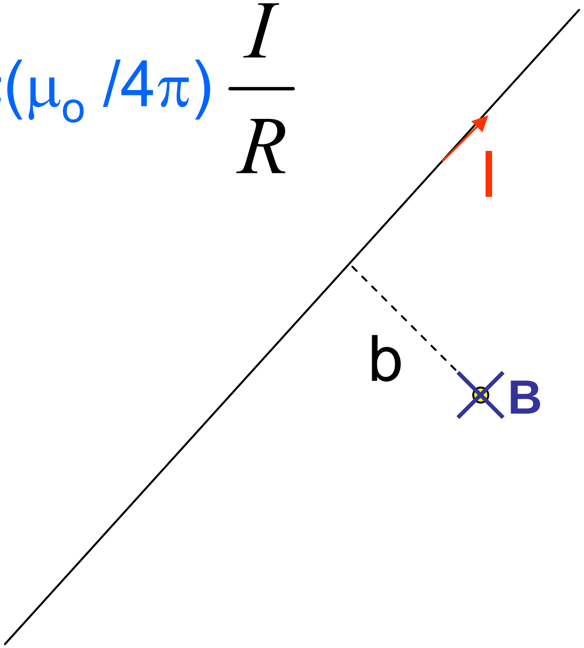
Pole magnetyczne może również być reprezentowane przez linie pola, np. **B**

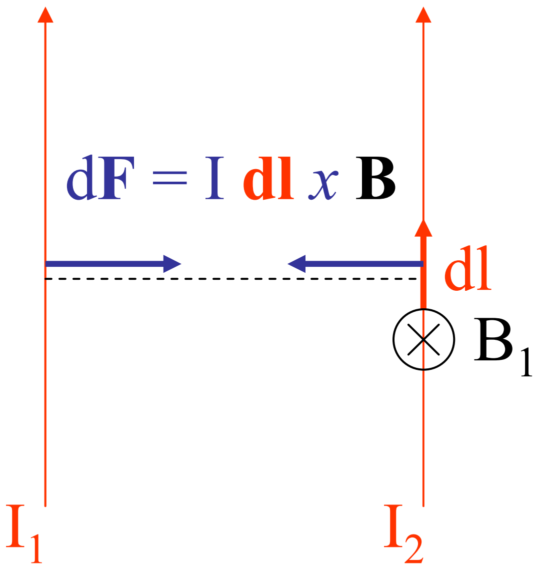
Przykłady źródeł pola magnetycznego

- prąd prosty $B = 2(\mu_o /4\pi) \dfrac{I}{b}$

- prąd kołowy (w środku) $B = 2\pi(\mu_o /4\pi) \dfrac{I}{R}$







$$B_1 = \frac{\mu_o I}{4\pi b}\int_0^{\pi} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{b}$$

$$F = \int I_2 B_1 \, dl = \int_0^1 \frac{2 I_1 I_2}{b} dl = \frac{2 I_1 I_2}{b}$$

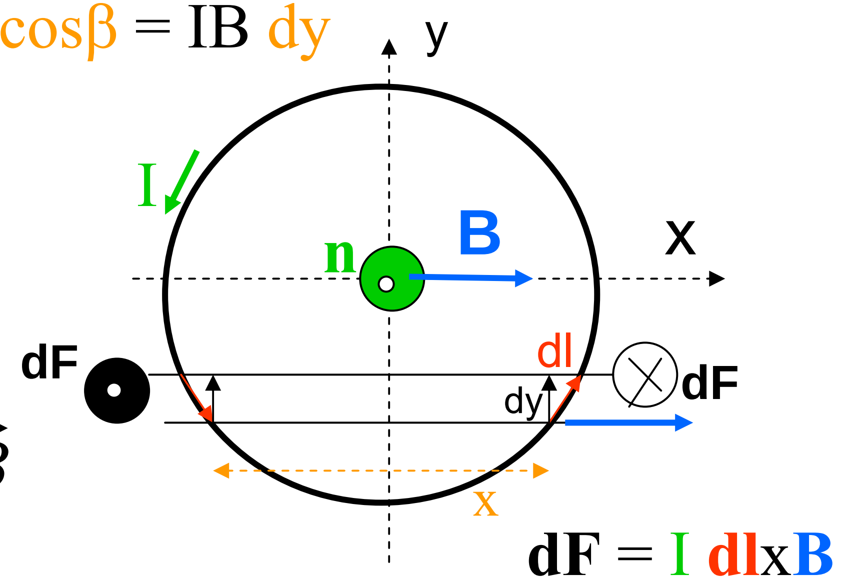
Obwód z prądem w polu magnetycznym

dF = I **dl**x**B**, dF = IB dl sinα = IB dl cosβ = IB dy

Moment pary sił dF:

dN = $\mathbf{r_{FF}}$ x **dF**, dN = x dF = I(x dy)B

dN = I **dS**x**B**



$$\vec{N} = \int d\vec{N} = \int Id\vec{S}x\vec{B} = I\int d\vec{S}xB = I\vec{S}x\vec{B}$$

Ogólnie **N** = I **S** *x* **B**

Oznaczenie: $\mathbf{p_m}$= IS ⇨ **dipol magnetyczny**

więc

N = $\mathbf{p_m}$*x* **B**

{w analogii do dipola elektrycznego ***N*** *=* $\boldsymbol{\mu_e}$ *x* ***E****}*

Wniosek 4

Jednostkowa siła F' oddziaływania 2 nieskończenie długich, cienkich, równoległych przewodników z prądami I_1, I_2, (prądów prostych) umieszczonych w odległości b:

$$F' = (\mu_o / 4\pi) \quad \frac{2 I_1 I_2}{b}$$

Definicja 3

Jednostka natężenia prądu - **1 Amper** - jest takim natężeniem prądu, który płynąc w dwóch jednakowych, nieskończenie długich, cienkich, równoległych przewodników umieszczonych w odległości 1m powoduje powstanie siły wzajemnego oddziaływania tych przewodników na jednostkę ich długości równej $2\ 10^{-7}$ N/m

Prawo Gaussa dla pola B
(twierdzenie o strumieniu wektora B)

Strumień wektora indukcji magnetycznej przez dowolną powierzchnię zamkniętą jest równy zeru:

$$\phi_B = \oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

korzystając z Tw. O-G uzyskuje się

$$\text{div}\,\mathbf{B}\ (=\nabla\mathbf{B}) = 0$$

Twierdzenie o cyrkulacji wektora B :

Cyrkulacja wektora indukcji magnetycznej po dowolnym konturze zamkniętym jest równa - z dokładnością do stałej - prądowi obejmowanemu przez ten kontur:

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{B}\, \mathbf{dl} = \mu_o I$$

korzystając z Tw. S   uzyskuje się:

$$\mathrm{rot}\, B \; (= \nabla x B) = \mu_o\, j$$

Wniosek 5

Pole magnetyczne B jest polem wirowym bezźródłowym

Pole magnetyczne B nie jest polem zachowawczym

$$\oint_{\Gamma}$$

Uwaga 6

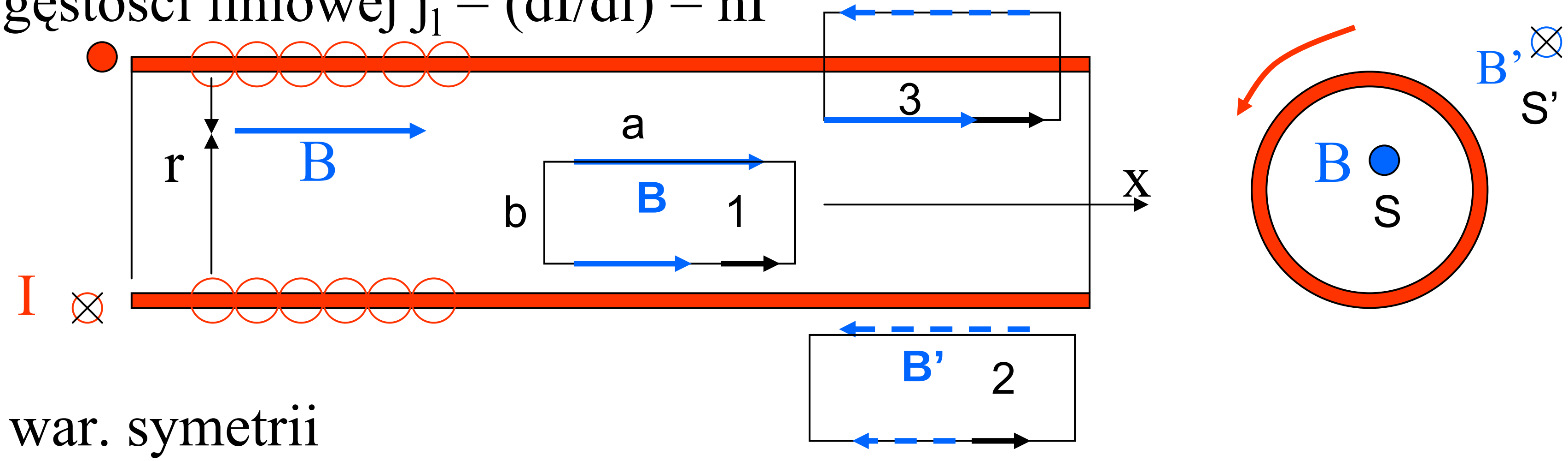
Ze względu na *Wniosek 5* nie istnieje funkcja potencjału* pola magnetycznego

*Przykłady stosowania twierdzeń o strumieniu i o cyrkulacji wektora **B** do wyznaczania wielkości indukcji magnetycznej od szczególnych źródeł – pole solenoidu*

Przykład1: pole idealnego solenoidu

Nieskończenie długi, cienki cylinder z prądem opływowym

o gęstości liniowej $j_l = (dI/dl) = nI$



Z war. symetrii

(również z prawa B-S): pole B jest osiowe, B≠f(x),

Prawo o cyrkulacji B: $\Rightarrow$ $C_L = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_o I$

dla konturu 1: $C_L = \oint_L \vec{B} d\vec{l} = 0 = \int_a B_I dl + \int_a - B_{II} dl$ $\Rightarrow$ $B_I = B_{II}$,

podobnie dla konturu 2, $\Rightarrow$ $B'_I = B'_{II}$,

Lecz dla konturu 3 : $B\,a + B'\,a = \mu_o\, j_l\, a$ $\Rightarrow$ $B + B' = \mu_o\, n\, I_{zw}$,

oraz z tw. o strumieniu:

$\oiint \vec{B} d\vec{S} = 0$ $\Rightarrow$ $B\,S = B'\,S'$ $\Rightarrow$ $B' = 0$ i $\boxed{B = \mu_o\, n\, I_{zw}}$

Pole magnetyczne w materii

Namagnesowanie

Założenie Ampere'a:

molekularne prądy kołowe I_{cz} o gęstości j_{cz} ;

pod wpływem zewnętrznego pola **B** proces:

chaos $\Rightarrow$ *orientacja*,

od prądów I_{cz} powstaje pole **B'** (wewnętrzne)

Zatem całkowite pole wewnątrz materii: $\mathbf{B} = \mathbf{B_o} + \mathbf{B'}$

Pole **B**'(*wewnętrzne*) ma charakter pola magnetycznego (jest polem magnetycznym), więc:

$$\mathrm{div}\,\mathbf{B} = \mathrm{div}\mathbf{B_o} + \mathrm{div}\mathbf{B'} = 0,$$

oraz
$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B'} = \mu_o\,\mathbf{j_{cz}}$$

stąd
$$\mathrm{rot}\,\mathbf{B} = \mu_o\,(\mathbf{j} + \mathbf{j_{cz}})$$

Definicja 2

Momentem magnetycznym $\mathbf{p_m}$ płaskiego obwodu zamkniętego z prądem I nazywa się wielkość wektorową

$$\mathbf{p_m} = I\,\mathbf{dS}\,, \quad (\mathbf{dS} = \mathbf{n_+}\,dS)$$

Definicja 4

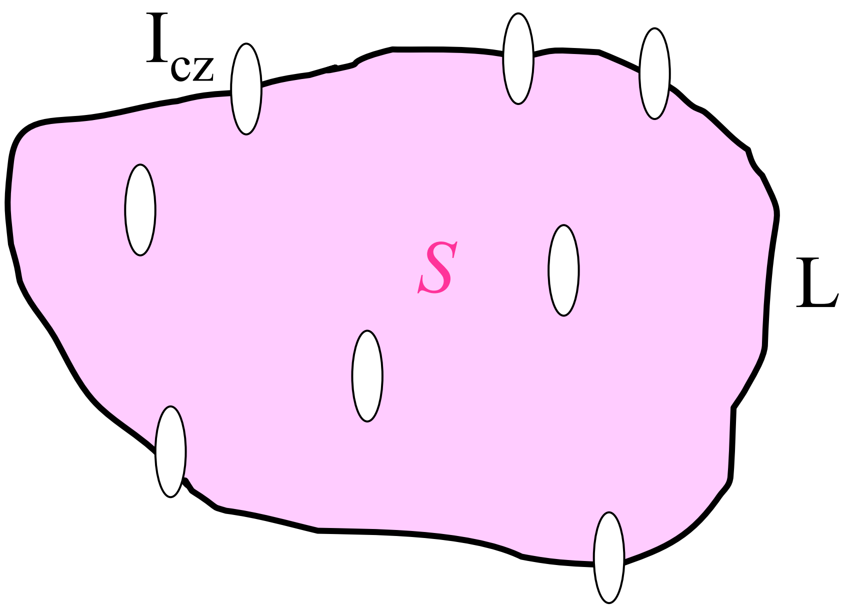
Namagnesowanie **J** jest sumą momentów magnetycznych jednostki objętości materiału

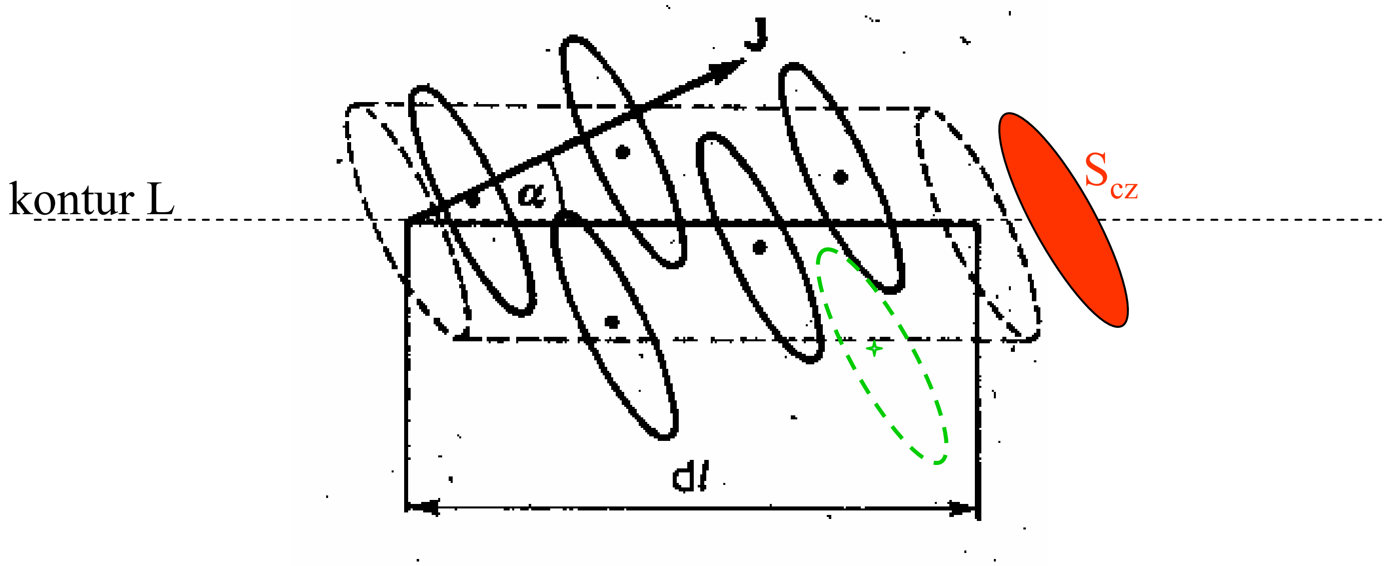
$$\mathbf{J} = (1/V)\,\Sigma\,\Delta V\,\mathbf{p_m}$$

Niech L jest dowolnym konturem w materii (magnetyku);
kontur L obejmuje pewną ilość (*n*) prądów molekularnych I_{cz}
o sumarycznej wartości

$$\int_S \vec{j}_{cz} d\vec{S}$$

(*j_{cz}-gęstość prądów molekularnych I_{cz}, S - powierzchnia z konturem L*)





Ale też:

suma prądów molekularnych obejmowanych przez odcinek dl tego konturu

$$n\,(S_{cz}\cos\alpha\,dl)\,I_{cz} = (n\,p_m)\,dl\cos\alpha = (J)\,dl\cos\alpha = \mathbf{J}\,\mathbf{dl}$$

suma prądów molekularnych płynących przez powierzchnię S objętą całym konturem L

$$\oint_L \vec{J}d\vec{l} = \int_S \vec{j}_{cz} d\vec{S}$$

Na podstawie Tw. S:

$$\text{rot}\,\mathbf{J} = \mathbf{j}_{cz}$$

więc $\quad \text{rot } B = \mu_o \mathbf{j} + \mu_o \text{ rot } \mathbf{J}$

lub $\quad \text{rot } (\mathbf{B} - \mu_o \mathbf{J}) = \mu_o \mathbf{j}$

Uwaga 6

$$\mu_o j_{cz} = \text{rot } B' = \mu_o \text{ rot } J$$

$$\Rightarrow \qquad B' = \mu_o J$$

Definicja 5

Natężeniem pola magnetycznego nazywamy wielkość:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{B}/\mu_o) - \mathbf{J}$$

stąd $\quad \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j}$

lub (tw.S) $\quad \oint_L \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = \Sigma_k I_k$

Twierdzenie o cyrkulacji wektora natężenia pola magnetycznego H

Cyrkulacja wektora natężenia pola magnetycznego po dowolnym konturze zamkniętym jest równa algebraicznej sumie **prądów makroskopowych** obejmowanych przez ten kontur

Założenie

$$\mathbf{J} = \chi\,\mathbf{H},$$

χ - podatność magnetyczna

stąd $$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_o - \chi\,\mathbf{H},$$

lub $$\mathbf{H}\,(1 + \chi) = \mathbf{B}/\mu_o$$

$$\Longrightarrow \quad \mathbf{B} = \mu_o\,(1 + \chi)\,\mathbf{H}$$

Definicja 6

Bezwymiarową wielkość $\mu = (1 + \chi)$ nazywa się względną przenikalnością magnetyczną (przenikalnością magnetyczną) substancji

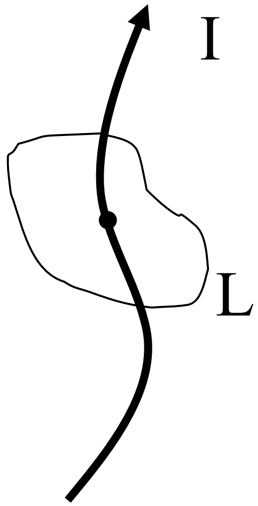
$$\Longrightarrow \quad \mathbf{B} = \mu\,\mu_o\,\mathbf{H}$$

Uwaga 7

Podatność magnetyczna χ może być liczbą dodatnią lub ujemną, wobec tego przenikalność magnetyczna μ może być większa lub mniejsza od jedności

Twierdzenie o cyrkulacji wektora natężenia pola magnetycznego H

Cyrkulacja wektora natężenia pola magnetycznego H po dowolnym konturze zamkniętym jest równa algebraicznej sumie **prądów** (makroskopowych) obejmowanych przez ten kontur :



$$\oint_L \mathbf{H}\, d\mathbf{l} = I$$

lub (tw.S): $\mathrm{rot}\, \mathbf{H} = \mathbf{j}$

Stąd

Cyrkulacja wektora indukcji magnetycznej B po dowolnym konturze zamkniętym w próżni jest równa :

$$\oint_\Gamma \mathbf{B}\, \mathbf{dl} = \mu_o I \quad (\textit{ponieważ } \mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu\, \mu_o \textit{ oraz } \mu = 1)$$

oraz

$$\oint_\Gamma \mathbf{B}\, d\mathbf{l} = \mu_o I$$

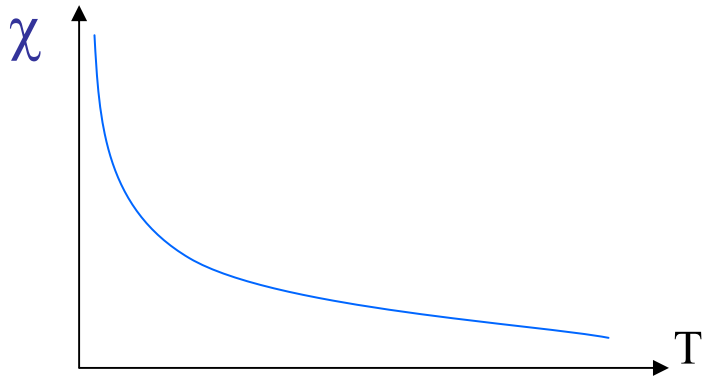
korzystając z Tw. S

uzyskuje się: $\mathrm{rot}\, \mathbf{B}\ (=\nabla x \mathbf{B}) = \mu_o\, \mathbf{j}$

Rodzaje magnetyków

1. diamagnetyki $\Rightarrow \chi < 0, \quad \chi \approx 10^{-10}\ m^3/mol, \quad (\mu \leq \approx 1),$

2. paramagnetyki $\Rightarrow \chi > 0, \quad \chi \approx 10^{-10}\ m^3/mol, \quad (\mu \geq \approx 1),$



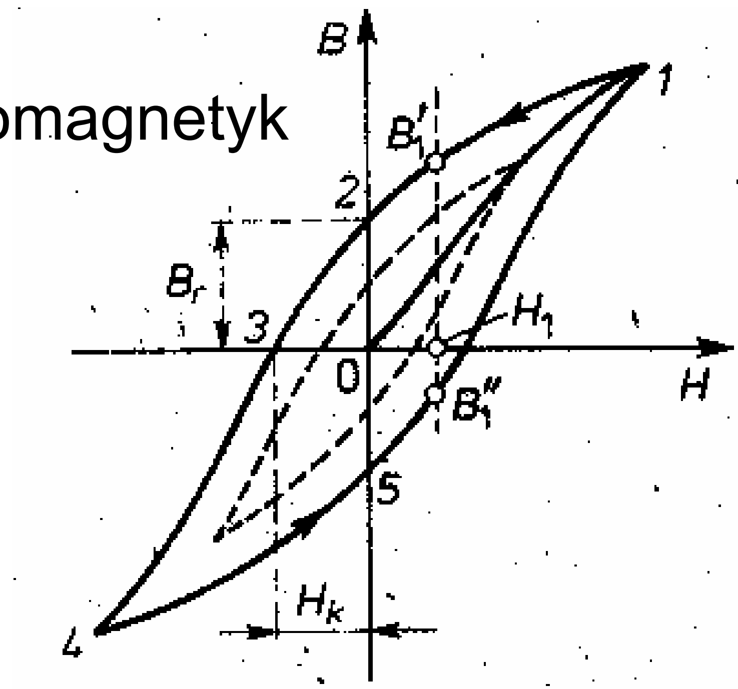
Prawo Curie $\chi = C/T$ (*C – stała Curie*)

3. Ferromagnetyki $\Rightarrow \chi \approx 1 \ m^3/mol$,

- wysoka przenikalność μ (kilka tysięcy),
- $\mu(H)$, t.zn. $J(H)$, $B(H)$, jest funkcją nieliniową,
- histereza $J(H)$, $B(H)$.

Prawo Curie-Weissa $\chi = C/(T-T_c)$, (T_c - *temperatura Curie*)

ferromagnetyk



4. antyferromagnetyki

Indukcja elektromagnetyczna

Michael Faraday (1831)

$$\mathrm{SEM_{ind}}\ (=\mathrm{V_{ind}}) = -\frac{d\Phi_B}{dt}\ \text{[volt]}, \qquad \Phi_B = \oint\!\!\oint_S \vec{B}\,d\vec{S}\ \ [\mathrm{Wb/m^2}]$$

Uwaga 10

$$\mathrm{V_{ind}} = \oint_L \vec{\mathrm{E}}_{ind}\,\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}}$$

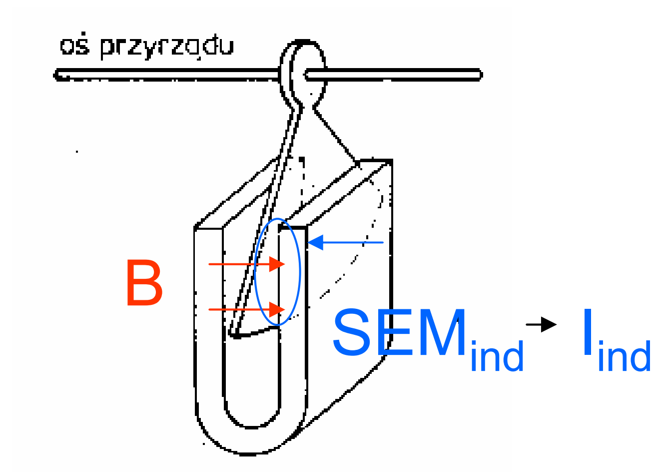
$\mathrm{SEM_{ind}}$ nie jest pochodzenia elektrostatycznego

i nie tworzy pola potencjalnego

$$\oint_L \vec{\mathrm{E}}_{ind}\,\mathrm{d}\vec{\mathrm{l}} \neq 0 = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Reguła Lenza

Prąd indukcyjny jest zawsze skierowany tak, aby przeciwdziałać przyczynie, która go wywołuje $\Rightarrow$ prądy Foucaulta



Zjawisko samoindukcji

$$d\mathbf{I} \Rightarrow d\mathbf{B} \Rightarrow d\phi \Rightarrow SEM_{ind} \Rightarrow -\, d\mathbf{I}_{\mathbf{ind}}$$

ponieważ (*dla nie-ferromagnetyków*):

$B \sim I \Rightarrow \phi = L \bullet I$, L [H-*henr*]– *indukcyjność obwodu*

L=const(I), zależy od kształtu prądu, tj. obwodu,

$$\Rightarrow \qquad SEM_{samoind} = -\, L \frac{dI}{dt}$$

Uwaga 11

Indukcyjność L zależy od geometrii obwodu (*kształtu i rozmiarów*);

Energia pola magnetycznego

Praca włączenia prądu I w obwodzie

$$dW = SEM_{ind}\, I\, dt$$

$$dW = -\, I\, d\phi$$

dla solenoidu idealnego

$$\phi = n\,(B\, S_S) = n'\, l\, (\mu\, \mu_o\, n'\, I\, S_S\,),$$

$$d\phi = \mu\, \mu_o\, (n')^2\, (l\, S_S)\, dI$$

stąd

$$dW = -\, \mu\, \mu_o\, V_S\, (n')^2\, I\, dI,$$

$$\Downarrow$$

$$W = \frac{1}{2}\mu\, \mu_o\, V_S\, (n'I)^2 = \frac{1}{2}\mu\, \mu_o\, V_S\, (H \bullet 1)^2$$

gęstość energii

$$w = \frac{1}{2}\mu\, \mu_o\, (H)^2 = \frac{1}{2}\;\frac{HB}{2}$$