6.49

måndag 19 december 2022 19:18

$z_1 = bi$

$i^4 = 1$

$(bi)^4 - (bi)^3 + 7(bi)^2 - 9bi - 18 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b^4 + b^3 i - 7b^2 - 9bi - 18 = 0 \Leftrightarrow (b^4 - 7b^2 - 18) + (b^3 i - 9bi) = 0$

$$\begin{cases} ① \; b^4 - 7b^2 - 18 = 0 \\ ② \; b^3 - 9b = 0 \end{cases}$$

← gör ej att sätta in i ①

$b \neq 0$

$b^4 = t^2$

$t^2 - 7t - 18 = 0 \qquad t = 7/2 \pm \sqrt{49/4 + \frac{72}{4}} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{121}{4}} = \frac{7}{2} \pm \frac{11}{2}$

$t_1 = 9 \qquad \cancel{t_2 = -2}$ ← falsk rot

$b_1^2 = 9 \Leftrightarrow b = \pm 3$

$z_{1,2} = \pm 3i \qquad (z + 3i)(z - 3i) = z^2 + 9$

$(z^2 + 9)$ är en faktor till $p(z)$

$$\begin{array}{l} \quad z^2 - z - 2 \\ \hline \cancel{z^4} - z^3 + 7z^2 - 9z - 18 \;\big|\; z^2 + 9 \\ -(\cancel{z^4} + 9z^2) \\ \hline \cancel{-z^3} - 2z^2 \cancel{-9z} - 18 \\ -(\cancel{-z^3} \cancel{-9z}) \\ \hline \cancel{-2z^2} \cancel{-18} \\ -(\cancel{-2z^2} \cancel{-18}) \\ \hline \qquad 0 \end{array}$$

$(z^2 + 9)(z^2 - z - 2)$

$z = 1/2 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{8}{4}} = \frac{1}{2} \pm \frac{3}{2} \qquad z_3 = 2 \quad z_4 = -1$

Sv: $z = -1, 2, 3i, -3i$

i uppgiften står det att det finns en rent imaginär rot; det betyder inte att det endast finns imaginära rötter.