<u>הוכחת היוריסטיקה- אלעד ישראל 313448888</u>

<u>ההיוריסטיקה שבחרתי-</u> מרחק צ'בישב

```
max(abs(problem.s_end[0] - node.state[0]), abs(problem.s_end[1] - node.state[1]))
```

כלומר ניקח את ההפרש בין ציר הX שלנו לציר הX של המטרה(את המרחק- הערך האבסולוטי), ואת ההפרש בין ציר הY שלנו לבין של המטרה- ונעשה את המקסימום ביניהם.

הוכחת admissibility(קבילות):

למדנו שconsistent->admissible אז בעיקרון ההוכחה טריוויאלית ע"פ המשפט. אראה הוכחה מלאה בכל זאת: צריך להראות שh מעריכה אופטימית את מחיר המסלול מכל מצב s למצב המטרה, ושהיא גדולה מ0.

אכן $h(s)\geq 0$ (לכל s מקבוצת המצבים שלנו) מכיוון שאנחנו לוקחים את המקסימום מבין 2 ערכים מוחלטים, כלומר מבין שני ערכים אי-שליליים, לכן גם המקסימום יחזיר ערך אי-שלילי.

בנוסף אם נסתכל על ההיוריסטיקה המושלמת $h^*(s)$, לכל s מתקיים $h(s)\leq h^*(s)$, מכיוון שהיוריסטיקה המושלמת חייבת להכיל לפחות את מספר הצעדים שנדרש כדי לעבור מהקודקוד הנוכחי אל המטרה, ולשם כך חייבת ללכת מספר צעדים לפחות כאורך המקסימלי של אחד הצירים(X או Y) מכיוון שהיא צריכה ללכת לאורך 2 הצירים(גם במעברים אלכסוניים- אפילו אם גודל שני הצירים שווים בגודלם והמסלול הוא אלכסוני בין הקודקוד ההתחלתי למטרה- אז נלך בדיוק כאורכם. אחרת, עדיין חייבים ללכת את כל אורך הציר הארוך מביניהם).

בנוסף, ההיוריסטיקה המושלמת מכילה את הcost של הקודקודים. מכיוון שנתון לנו שהcost בבעיה שלנו תמיד יהיה לפחות 1, אזי על כל צעד שנעשה ההיוריסטיקה המושלמת יכולה להחזיר רק מספר הגדול או שווה(במקרה של עלות 1) לh שסופרת את כמות הצעדים. כלומר h תמיד תהיה יותר "אופטימית".

הוכחת consistent/monotone(עקביות/מונוטוניות):

צריך להראות שהשינוי בין כל 2 צמתים עוקבים קטן/שווה למרחק האמיתי ביניהם.

$$\forall s \in S, \forall s' \in SUCC(s), h(s) - h(s') \leq COST(s,s')$$

או בצורה השקולה: $h(s) \leq h(s') + COST(s,s')$

נסתכל על צעד מקודקוד s ל-'s.
נחלק למקרים:

- אם התרחקנו מהgoal ע"י הצעד הנ"ל, כלומר 's יותר רחוק מהמטרה ביחס לs- אזי $h(s)\leq h(s')$ ע"פ הגדרת h. עלות המעבר בין s ל-'s תמיד ≤ 0 (כלומר $COST(s,s')\geq 0$)
ולכן אכן מתקיים $h(s) \leq h(s') + COST(s,s')$.
- אם נשארנו באותו מרחק מהgoal, אזי $h(s)=h(s')$
וגם כאן מאותה סיבה ודאי מתקיים $h(s) \leq h(s') + COST(s,s')$.
- אם התקרבנו לgoal אזי $h(s')$ תהיה קטנה מ$h(s)$ ב1, אבל מכיוון ש1 תמיד קטן/שווה לעלות המעבר ביניהם- תמיד ה$COST(s,s')$ יוסיף 1 או יותר ו"יכפר" על ההורדה הזאת. כלומר מכיוון שעלות המעבר ביניהם תמיד תהיה גדולה/שווה לכמות הצעדים ביניהם(מכיוון שנתון לנו שהעלות המינימלית לכל קודקוד היא 1)- אזי גם במקרה הזה יתקיים $h(s) \leq h(s') + COST(s,s')$.

בכל מקרה קיבלנו $h(s) \leq h(s') + COST(s,s')$.
מ.ש.ל.