

אנחנו מניחים את המצב הבא –
יש כמות מסוימת (קטנה) של "מצביעים" וכמות (עוד יותר קטנה) של פרוייקטים שאפשר לממן
ומגבלת תקציב B.
השאלה היא, אילו פרוייקטים לממן כך שהחלטה תחשב "הוגנת"?

יש 4 גרסאות לשאלה – יש 4 צוותים אז יש לוודא שכל צוות בוחר אחד אחר. שימו לב שכולם באותה
רמת הבנה/תכנות....

גרסה ראשונה – מבוססת ערכים (תועלות/רווחים).

כל מצביע מדווח (באופן אמין ושקוף לחלוטין) את התועלת הפוטנציאלית שלו מכל פרוייקט. בשביל
הפשטות, נספר את הסיפור הבא –
מדובר בקניין עם N חנויות שמתלבט איך להשקיע את הכסף שקיבל במענק מהעירייה. כל פרוייקט
(הרחבת חניון, הוספת שלטי פרסום...) יניב רווח כספי שונה לכל בעל עסק והרווח הזה ידוע לכל
(למשל, הבאנו כלכלן מומחה שיעריך את ההשפעה).
כך מתקבלת מטריצה, רווח פוטנציאלי לכל בעל עסק מכל פרוייקט.
חשוב – נניח שהפרוייקטים בלתי תלויים. כלומר, הרווח לכל בעל עסק הוא פשוט סכום הרווחים
מהפרוייקטים שמוממנו.

השאלה – בהינתן המטריצה, מה נרצה למקסם?
5 הנחות:

1. מקסום סכום תועלות בחברה – נבחר את סט הפרוייקטים כך שסכום התועלות של כל בעלי
העסקים תהיה מקסימלית.
2. מקסום איגליטרי – נבחר את סט הפרוייקטים כך שהתועלת של בעל העסק "הכי פחות
מרוצה" תהיה כמה שיותר גבוהה.
3. מקסום נאש – נבחר את סט הפרוייקטים כך שמכפלת התועלות של כל בעלי העסקים תהיה
מקסימלית.
4. מקסום מצורת BPJR
5. מקסום מצורת CSTV.

מה זה 4,5? אלה מאמרים (מצורפים) הממירים "הצבעות" להחלטה "הוגנת".
מה הכוונה? מאמרים אלו מניחים שאין "תועלת" אלא "הצבעות" וממירים אותם להחלטה. איך
נתאים את זה למצב שלנו? בקלות! נמיר את התועלות להצבעות כך שכל בעל עסק "יצביע" ל k
הפרוייקטים הכי מועדפים עליו (הכי רווחיים). K הוא מספר קטן, למשל 2-3. ואז נפעיל את
האלגוריתמים. BPJR לא ממומש אבל האלגוריתם הוא מאד פשוט ומתואר במאמר ב Proposition 3.7.
אלג' CSTV כבר ממומש וזמין לכם כאן - <https://github.com/szufix/pabulib>.

עכשיו, עניין המפתח – אנחנו מחפשים דוגמאות ש5 ההנחות הללו לא עולות בקנה אחד עד כמה
שניתן. כלומר, אם ההשמה שמתקבלת ממקסום סכום תועלות בחברה (1) גם בדיוק מקיימת את 2
– לא עשינו את העבודה כי לא נוכל ללמוד מכך כלום....

הרעיון – "נגריל" דוגמאות (מטריצה והכל) ונפתור עבור אחד כל אחד מהקריטריונים. נבדוק – אם
קיבלנו פתרונות שונים *שלא מקיימים תכונות זה של זה במידת האפשר* נשמור אותם. נייצר סט של
כמה דוגמאות כאלו – בהן יש דוגמא לסיטואציה ו5 פתרונות אפשריים שונים ונבקש מ"הקהל" לבחור
מי "הכי הוגנת" ולהסביר למה.

גרסה שניה – הצבעות עם סכום

בגרסה זאת נניח סיפור מעט שונה –

בניין עם N דיירים שרוצה להחליט איך להשקיע את הכסף שנשאר בקופה של ועד הבית. הפעם, לא סביר שכל דייר יתן לנו "תועלת" אלא פשוט יצביע על k הפרוייקטים הכי מועדפים עליו. לכן המטריצה תהיה של 1×10 – רוצה את הפרוייקט או לא, תחת המגבלה שכל אדם מצביע לבדיוק K פרוייקטים. עכשיו, צריך להחליט – מה ההשמה ההוגנת ביותר?

מסתכל על 5 אפשרויות?

1. מקסום כמות האנשים שיקבלו לפחות פרוייקט אחד שהם רצו
2. מקסום סכום התועלות בהנחה שהתועלת של כל אדם היא כמות הפרוייקטים שקיבל מתוך הבחירה שלו.
3. מקסום סכום התועלות בהנחה שהתועלת של כל אדם הוא עלות הפרוייקטים להם זכה מתוך הבחירה שלו.
4. מקסום סכום התועלות בהנחה שהתועלת של כל אדם היא לפי SQRT של עלות הפרוייקטים להם זכה.
5. מקסום סכום התועלות בהנחה שהתועלת של אדם היא עלות הפרוייקט הכי "טוב" שקיבל מהבחירה שלו.

גרסה 3 – הצבעות עם אגליטרי

כמו גרסה 2 עם האפשרויות הבאות:

1. מקסום כמות האנשים שיקבלו לפחות פרוייקט אחד שהם רצו
2. מקסום מינימום התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של כל אדם היא כמות הפרוייקטים שקיבל מתוך הבחירה שלו.
3. מקסום מינימום התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של כל אדם הוא עלות הפרוייקטים זכה מתוך הבחירה שלו.
4. מקסום מינימום התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של כל אדם היא לפי SQRT של עלות הפרוייקטים להם זכה.
5. מקסום מינימום התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של אדם היא עלות הפרוייקט הכי "טוב" שקיבל מהבחירה שלו.

גרסה 4 – הצבעות עם נאש

כמו גרסה 3 עם האפשרויות הבאות:

1. מקסום כמות האנשים שיקבלו לפחות פרוייקט אחד שהם רצו
2. מקסום מכפלת התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של כל אדם היא כמות הפרוייקטים שקיבל מתוך הבחירה שלו.
3. מקסום מכפלת התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של כל אדם הוא עלות הפרוייקטים להם זכה מתוך הבחירה שלו.
4. מקסום מכפלת התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של כל אדם היא לפי SQRT של עלות הפרוייקטים להם זכה.
5. מקסום מכפלת התועלת בחברה בהנחה שהתועלת של אדם היא עלות הפרוייקט הכי "טוב" שקיבל מהבחירה שלו.

על מנת לפתור את הבעיות רצוי להשתמש בחבילת אופטימיזציה פשוטה התומכת ב binary optimization. יש רבות כאלו. כל פרוייקט הוא משתנה בינארי שקובע האם הפרוייקט נבחר או לא ובעזרת אלו אתם יכולים להביע את פונקציית המטרה ואת האילוצים הנדרשים.