BITCOIN Y MAS ALLÁ: MODELANDO EL NUEVO PARADIGMA MONETARIO

ISRAEL CERVANTES JUÁREZ [a], EDUARDO ELENO ENCARNACIÓN [a], JOSÉ JUAN CASTRO ALVA [a], REI ISRAEL GUTIÉRREZ ORTEGA [a]

[a]Facultad De Ciencias Físico Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma De Puebla
e-mail: eduardo.eleno@alumno.buap.mx, israel.cervantesj@alumno.buap.mx
jose.castroalva@correo.buap.mx, rei.ortegag@correo.buap.mx

Este artículo explora un modelo de Movimiento Browniano Geométrico mejorado para la predicción del precio de Bitcoin, incorporando mejoras con la deriva y la estacionalidad. Se utiliza información histórica para calibrar el modelo y se generan simulaciones de precios futuros que reflejan patrones estacionales. El análisis incluye la estimación del precio medio esperado, el rango de precios posibles y el intervalo de confianza al 95 %. Este enfoque proporciona una herramienta analítica más precisa para comprender la volatilidad de Bitcoin y apoyar decisiones de inversión en el mercado de criptomonedas.

Keywords: Movimiento Browniano Geométrico, Series De Tiempo, Bitcoin

1. Introducción

La digitalización del dinero y la aparición de criptomonedas han revolucionado los sistemas financieros globales. Bitcoin, lanzado en 2008 por el seudónimo **Satoshi Nakamoto**, marcó el inicio de una nueva era financiera con su enfoque descentralizado basado en blockchain. Esta primera criptomoneda no solo ha cuestionado el rol de intermediarios tradicionales, sino que también ha demostrado el potencial de la tecnología blockchain para crear un sistema de transacciones seguras y transparentes. A lo largo de los años, Bitcoin ha atraído atención significativa debido a su capacidad para ofrecer una alternativa al dinero fiduciario y su impacto en las transacciones financieras globales.

El desarrollo de Bitcoin ha impulsado la expansión del ecosistema de criptomonedas, dando lugar a una variedad de nuevas monedas y tecnologías, como contratos inteligentes (*smart contracts*) y plataformas de finanzas descentralizadas (*DeFi*). Sin embargo, a pesar de su creciente popularidad, Bitcoin enfrenta desafíos relacionados con su alta volatilidad, la especulación y la percepción de riesgo. Estos factores han generado incertidumbre entre inversionistas y analistas [1].

Este artículo se enfoca en la predicción del comportamiento futuro de Bitcoin mediante el modelo de Movimiento Browniano Geométrico (GBM), una herramienta común para modelar precios de activos financieros. A diferencia de modelos tradicionales, este estudio incorpora un ajuste de deriva y estacionalidad para capturar patrones temporales y tendencias más precisas. El análisis proporciona una evaluación del precio medio esperado, el rango de precios probables y los intervalos de confianza, ofreciendo una visión integral del potencial futuro de Bitcoin. Este enfoque busca mejorar la comprensión de la volatilidad y facilitar la toma de decisiones informadas para inversionistas y analistas en el dinámico mercado de criptomonedas.

2. Planteamiento del Problema

2.1. Enunciado del Problema. La alta volatilidad y los patrones estacionales de Bitcoin presentan desafíos significativos para los modelos predictivos tradicionales. Estos modelos, que a menudo no capturan adecuadamente las fluctuaciones estacionales y las tendencias a largo plazo, limitan la capacidad para realizar predicciones precisas y efectivas. La falta de métodos avanzados que integren estos factores impide una evaluación completa de los riesgos y oportunidades asociados con Bitcoin. Por lo tanto, es necesario desarrollar un enfoque que aborde estas limitaciones y mejore la precisión de las predicciones en el mercado de criptomonedas.

2.2. Formulación del Problema.

2.2.1. Pregunta de Investigación. ¿Cómo evolucionará el precio de Bitcoin en el futuro?

2.2.2. Objetivo. El objetivo de este estudio es desarrollar un modelo GBM ajustado por la deriva y la estacionalidad para prever el comportamiento futuro de Bitcoin. El modelo busca mejorar la precisión de las proyecciones de precios, incorporando ajustes por efectos estacionales y tendencias a largo plazo. Al hacerlo, se pretende proporcionar una herramienta más efectiva para la comprensión de la volatilidad y facilitar la toma de decisiones en el dinámico ecosistema de criptomonedas.

2.2.3. Justificación. La capacidad para predecir el precio de Bitcoin es crucial debido a su alta volatilidad y patrones estacionales. Los modelos predictivos convencionales a menudo no capturan estos aspectos adecuadamente, lo que puede llevar a decisiones de inversión ineficaces. La implementación de un modelo de Movimiento Browniano Geométrico ajustado por estacionalidad mejora significativamente la precisión de las proyecciones. Este enfoque permite una evaluación más detallada del comportamiento de Bitcoin, facilitando una gestión de riesgos más efectiva y estrategias de inversión más fundamentadas en el entorno cambiante de las criptomonedas.

3. Método

3.1. Recopilación de Datos. Los datos son tomados del sitio Yahoo Finance con el ticker ”BTC-USD”, la ventaja de hacer esto es que no se tiene que descargar la base de datos y esta en tiempo real.

En los últimos años se ha hecho tendencia Bitcoin, pero ¿por qué?

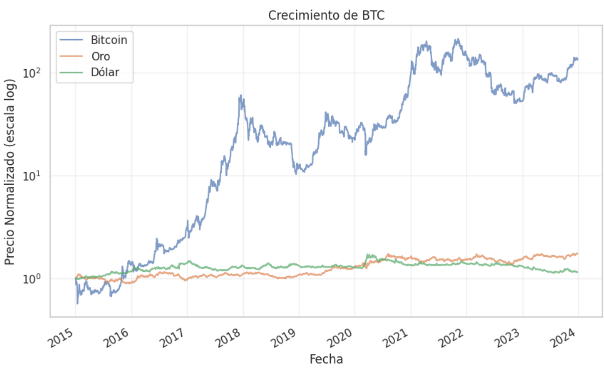

Fig. 1. Comparación dólar, oro y Bitcoin

Como mencionamos en la introducción la evolución financiera es un hecho y Bitcoin posiblemente es la propuesta mas innovadora. Aquí comparamos el crecimiento que ha tenido desde que empezó a cotizar, se compara con el dólar y oro donde podemos ver que ha tenido gran adopción desde su creación a pesar de aún no ser de dominio público.

En el análisis de los mercados financieros, entender cómo se relacionan distintos activos es crucial para evaluar la diversificación y los riesgos en una cartera de inversión. En esta sección, se presenta una matriz de correlación que ilustra la relación entre Bitcoin y una selección de activos financieros clave, incluidos índices bursátiles, metales preciosos, petróleo, bonos y divisas.

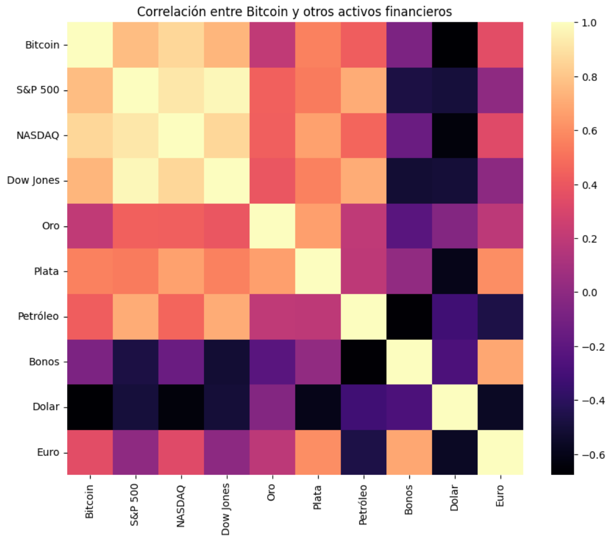

Fig. 2. Matriz de correlación

Observaciones clave:

- **Índices Bursátiles:** Bitcoin muestra una alta correlación positiva con los principales índices bursátiles, como el S&P 500 (0.77), el NASDAQ (0.86) y el Dow Jones (0.74). Esta alta correlación sugiere que, en general, Bitcoin tiende a moverse en la misma dirección que estos índices, lo cual podría reflejar un comportamiento de mercado más amplio o la influencia de factores macroeconómicos compartidos.

- **Metales Preciosos:** La relación entre Bitcoin y los metales preciosos como el oro (0.21) y la plata (0.56) es considerablemente más baja. Esto indica que, aunque hay cierta correlación positiva con la plata, Bitcoin no está fuertemente relacionado con los precios del oro, sugiriendo que actúan como refugios seguros en momentos distintos o bajo diferentes condiciones de mercado.

- **Petróleo:** La correlación entre Bitcoin y el petróleo es moderada (0.43). Esto puede reflejar un vínculo entre la criptomoneda y los activos de commodities, aunque no es tan fuerte como la correlación observada con los índices bursátiles.

- **Bonos:** La relación entre Bitcoin y los bonos, representados por el ETF TLT (-0.07), es casi nula, con una correlación muy baja y negativa. Esto sugiere que los movimientos en los precios de Bitcoin son prácticamente independientes de las variaciones en los precios de los bonos.

- **Divisas:** Bitcoin muestra una correlación negativa significativa con el dólar estadounidense (-0.68) y una correlación positiva más moderada con el euro (0.35). La relación negativa con el dólar podría indicar que, en períodos de fortaleza del dólar, Bitcoin tiende a devaluarse, mientras que su relación positiva con el euro podría reflejar patrones de comportamiento distintos en diferentes regiones.

Este comportamiento indica que Bitcoin está cada vez más sincronizado con los índices bursátiles tradicionales, sugiriendo que sus precios están influenciados por factores macroeconómicos comunes y las dinámicas del mercado de acciones. La alta correlación observada con el NASDAQ y el S&P 500 sugiere que BTC no solo responde a las condiciones específicas del mercado de criptomonedas, sino también a las fluctuaciones en los mercados bursátiles, lo que podría reflejar una integración creciente de Bitcoin en el sistema financiero tradicional.

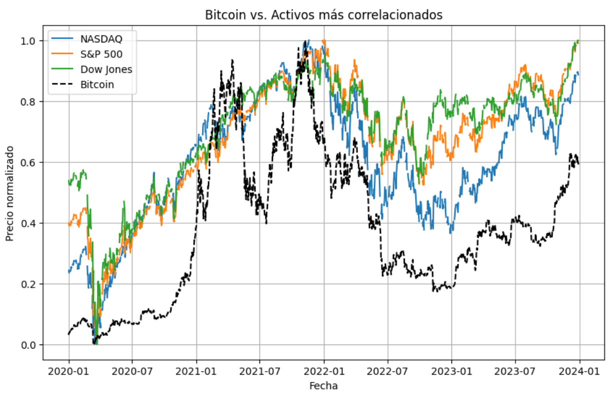

Fig. 3. Correlación significativa positiva con indices bursátiles

Este fenómeno tiene implicaciones significativas para la economía global. La integración de Bitcoin con los índices bursátiles tradicionales podría indicar que los inversores ven a Bitcoin como un activo de riesgo comparable a las acciones, en lugar de una inversión completamente independiente. Esto puede hacer que Bitcoin sea más sensible a las condiciones económicas globales y a las políticas monetarias, aumentando su rol como un activo de riesgo en las carteras de inversión.

La correlación inversa observada entre Bitcoin y el dólar estadounidense sugiere que, en general, cuando el valor del dólar se fortalece, el precio de Bitcoin tiende a disminuir, y viceversa. Este comportamiento refleja cómo BTC puede actuar como un refugio alternativo frente a la depreciación del dólar, ya que los inversores pueden recurrir a la criptomoneda como una forma de diversificar su exposición y proteger su poder adquisitivo. La relación inversa también puede indicar que Bitcoin está influenciado por las políticas monetarias y las expectativas de inflación relacionadas con el dólar, destacando su papel como un activo que puede reaccionar de manera opuesta a los movimientos en el mercado de divisas tradicionales.

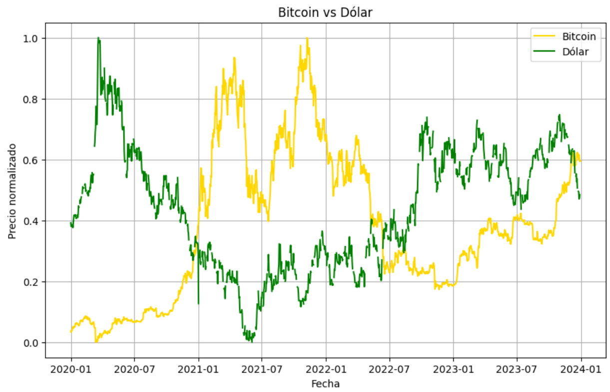

Fig. 4. Correlación negativa entre USD y BTC

El análisis muestra que, aunque Bitcoin está altamente correlacionado con los índices bursátiles y presenta una relación inversa con el dólar estadounidense, lo que sugiere una cierta sincronización con los factores macroeconómicos y un papel como activo alternativo frente al dólar, la criptomoneda sigue siendo extremadamente volátil. Esta volatilidad se debe a su sensibilidad a eventos específicos del mercado de criptomonedas, cambios en la regulación y la especulación, lo cual puede causar fluctuaciones abruptas en su precio que no siempre se alinean con las tendencias observadas en los activos tradicionales.

3.2. Análisis Matematico.

Definición 1 *Un proceso estocástico a tiempo continuo* $\{B(t) : t \geq 0\}$ *con espacio de estados* $Z = (-\infty, \infty)$ *es llamado un* ***Movimiento Browniano*** *unidimensional con parámetro* σ *si cumple las siguientes condiciones:*

a) $B(0) = 0$.

b) $\{B(t) : t \geq 0\}$ *tiene incrementos homogéneos e independientes.*

c) $B(t)$ *se distribuye normal con*

$$E[B(t)] = 0 \qquad Var[B(t)] = \sigma^2 t,$$

con $t \geq 0$.

Observación: De la definición anterior se puede deducir el siguiente resultado:

Si $\sigma = 1$, entonces $\{B(t) : t \geq 0\}$ es llamado **Movimiento Browniano Estándar** y será denotada como $\{W(t) : t \geq 0\}$. Para cualquier movimiento browniano con parámetro σ

$$S(t) = \sigma W(t).$$

Es importante definir el movimiento Browniano Estandár ya que este será relavante en próximas definiciones, en particular, dentro de una ecuación diferencial estocástica. Representará la aleatoriedad o componente estocástica del modelo a realizar.

Una vez definido el movimiento Browniano, se tomará una tranformación de este conocida como Movimiento Browniano Geometrico.

Definición 2 *Sea $\mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$ y $S_0 > 0$, se define al **Movimiento Browniano Geométrico** como el proceso estocástico a tiempo continuo $\{S(t) : t \geq 0\}$ que satisface la siguiente ecuación diferencial estocástica:*

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t),$$

donde:

- *$S(t)$ es el precio del activo en el tiempo t. Por consecuencia, S_0 es el valor inicial del proceso.*
- *μ es conocido como el **drift** o la tasa de crecimiento del activo.*
- *σ es la **volatilidad**.*
- *$W(t)$ es un movimiento browniano estándar.*

Note que $S(t)$ representa el precio del activo en el tiempo t y $dW(t)$ es conocido como **ruido blanco**.

Si se logra hallar la solución de esta ecuación diferencial estocástica, el problema estará resuelto ya que se podrá saber el precio en cualquier tiempo $t > 0$. Sin embargo, para resolver la ecuación diferencial es necesaria más teoría matemática.

Lema (Lema De Itö).

- **Cálculo Real**: Sea t es una variable independiente, si $dt \approx 0$ entonces

$$(dt)^2 = 0.$$

- **Cálculo Estocástico**: El cuadrado de una cantidad infinitesimal normal si es significativa. Si $\{B(t) : t \geq 0\}$ es un movimiento Browniano entonces:

$$(dS(t))^2 = dt.$$

El lema anterior se puede ver resumido en la siguiente tabla:

Table 1. Regla Del Cálculo Estocástico

	dt	$dS(t)$
dt	0	0
$dS(t)$	0	dt

Se tiene la siguiente ecuación diferencial:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t).$$

Sea $dy = \text{In}(S(t)) = f(S(t), t)$, denotando a $S(t) = S$, $W(t) = W$ y usando la expansión de la serie de Taylor de 2do orden, obtenemos:

$$\begin{aligned} dy = & \frac{\partial f}{\partial S}dS + \frac{\partial f}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}(dS)^2 \\ & + \frac{\partial^2 f}{\partial S \partial t}(dS)(dt) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}(dt)^2. \end{aligned}$$

Aplicando la regla del cálculo estocástico Tabla(1) y sustituyendo $dS(t)$:

$$\begin{aligned} dy &= \frac{\partial f}{\partial S}dS + 0 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}dt + 0 + 0\right) \\ &= \frac{1}{S}(\mu S dt + \sigma S dW) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{S^2}(\mu S dt + \sigma S dW)^2\right) \\ &= \mu dt + \sigma dW - \frac{1}{2S^2}\mu^2 S^2 (dt)^2 \\ &- \frac{1}{2S^2}2\mu\sigma S^2 dt dW - \frac{1}{2S^2}\sigma^2 S^2 (dW)^2 \\ &= \mu dt + \sigma dW - \frac{1}{2S^2}\sigma^2 S^2 dt \\ &= \mu dt + \sigma dW - \frac{1}{2}\sigma^2 dt \\ &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma dW. \end{aligned}$$

Así

$$d(\text{In}S(t)) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right) dt + \sigma dW(t).$$

Discretizando con $\Delta t = T - t$, $t < T$ (dt ahora es Δt) se tiene:

$$\begin{aligned} \ln(S(T)) - \text{In}(S(t)) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma\sqrt{T - t}\, \varepsilon_t \\ \ln\left(\frac{S(T)}{S(t)}\right) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma\sqrt{T - t}\, \varepsilon_t. \end{aligned}$$

Aplicando la exponencial en ambos lados de la ecuación y multiplicando por $S(t)$ se obtiene que

$$S(T) = S(t)e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t) + \sigma\sqrt{T - t}\, \varepsilon_t}.$$

Una vez resuelta la ecuación, se convierte de nuevo al caso continuo. Además, pensando en el modelo, se trabajará con el intervalo $(0, T)$. Por lo tanto, la solución es:

$$S(T) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)T + \sigma W(T)},$$

o bien, haciendo un cambio de variable:

$$\boxed{S(t) = S_0 e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W(t)}.}$$

Se ha encontrado la solución de la ecuación diferencial estocástica. Ahora, el problema se centrará en hallar la volatilidad y el drift del modelo [2].

3.2.1. ¿Por qué usar el Movimiento Browniano Geométrico?.

En realidad, el movimiento Browniano geométrico es una transformación de un movimiento Browniano y se ve de la siguiente forma:

$$S(t) = e^{B(t)},$$

donde $B(t)$ es un movimiento Browniano.

A diferencia del movimiento Browniano, las amplitudes muestrales de un movimiento Browniano geométrico no pueden volverse negativas. Por lo tanto, y por conveniencia analítica, el movimiento Browniano geométrico es una herramienta favorita en matemáticas financieras para modelar precios de acciones, tasas de interés, etc.

Teóricamente, se sabe que un Movimiento Browniano $B(t) \sim N(0, \sigma^2 t)$ entonces

$$B(t) = e^{B(t)} \sim logN(0, \sigma^2 t).$$

A continuación, se hace una comparación entre una gráfica Log-Normal (5) y la distribución de los datos de Bitcoin (6). Mediante la estimación de densidad de Kernel, se puede observar que estos se distribuyen aproximadamente Log-Normal.

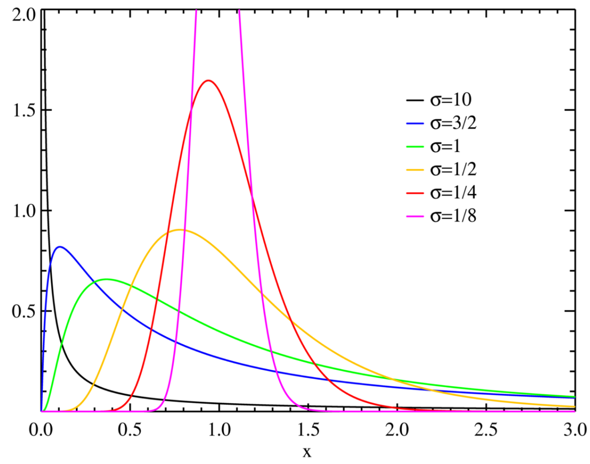

Fig. 5. Distribución log-normal

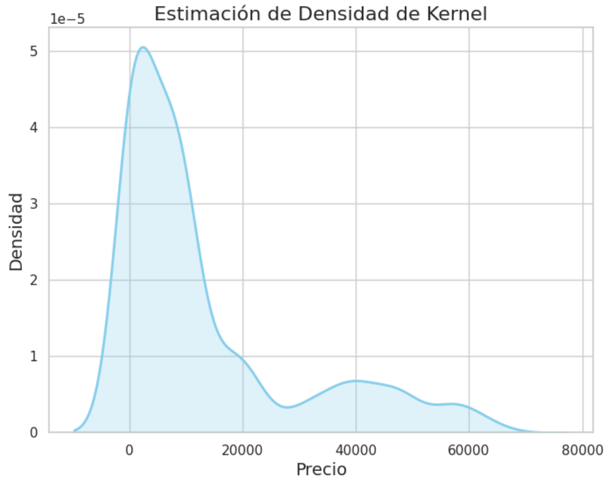

Fig. 6. Estimación de la distribución de los datos de BTC

3.3. Desarrollo del Modelo Predictivo.

3.3.1. Componentes de una serie de tiempo.

Dada una serie temporal Y_t con $t = 1, 2, \ldots, T$, la descomposición multiplicativa se expresa como:

$$Y_t = T_t \times S_t \times R_t.$$

Esta descomposición divide la serie en tres componentes principales.

1. **Tendencia**: Representa la evolución general y a largo plazo de la serie temporal. Puede modelarse mediante una función suavizada o ajustada a los datos. La tendencia se calcula como:

$$T_t = \frac{1}{m} \sum_{j=-k}^{k} Y_{t+j},$$

donde $m = 2k + 1$. Es decir, se estima la tendencia en el tiempo t promediando los valores de la serie de tiempo dentro de k períodos de t.

2. **Estacionalidad**: Describe patrones periódicos y repetitivos en los datos que ocurren a intervalos regulares de tiempo. Esta componente captura variaciones que se repiten regularmente y se pueden modelar utilizando funciones periódicas como senos y cosenos. La estacionalidad se calcula como:

$$S_t = \frac{Y_t}{T_t}.$$

3. **Residuos**: Representan las fluctuaciones no explicadas por la tendencia y la estacionalidad. Son las diferencias entre los datos observados y la suma de la tendencia y la estacionalidad en cada punto de tiempo. Los residuos se calculan como:

$$R_t = \frac{Y_t}{T_t \times S_t}.$$

Con esta descomposición, podemos analizar y comprender mejor las diferentes componentes de la serie temporal Y_t, lo que nos permite realizar pronósticos más precisos y tomar decisiones informadas [3].

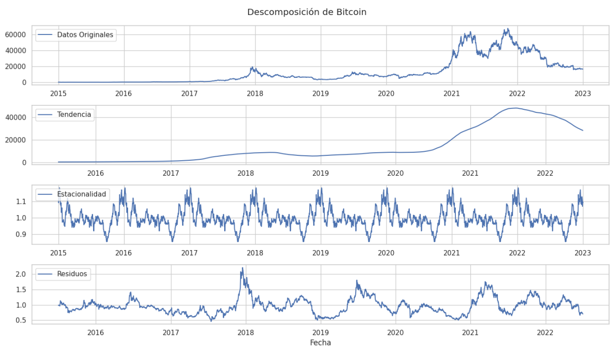

Fig. 7. Descomposición multiplicativa de BTC

Fácilmente se puede visualizar que la tendencia es positiva, la estacionalidad muestra patrones repetitivos casi idénticos, con valores oscilando entre 0.9 y 1.1. Esto sugiere la existencia de influencias estacionales consistentes en el comportamiento del precio del Bitcoin a lo largo del tiempo y los residuos muestran una variabilidad considerable, fluctuando entre 0.5 y 2. A diferencia de la estacionalidad, los residuos no muestran un patrón discernible, esta variabilidad puede deberse a varios factores, como la volatilidad del mercado y eventos imprevistos.

3.3.2. Cálculo del crecimiento promedio y de la volatilidad.

Rendimientos logarítmicos: Proporcionan una medida del cambio porcentual en el precio de un activo financiero entre dos períodos de tiempo consecutivos. Son útiles para evaluar la tasa de crecimiento o decrecimiento del valor de un activo en un intervalo de tiempo específico. Se expresan como:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right),$$

donde:

- P_t es el precio en el tiempo t.
- P_{t-1} es el precio en el tiempo $t-1$.

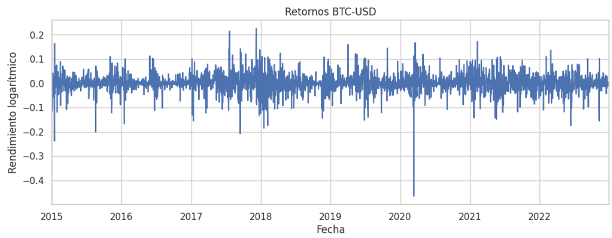

Fig. 8. Retornos logarítmicos de Bitcoin

Media de los rendimientos logarítmicos: Representa el rendimiento promedio de un activo financiero durante un período de tiempo específico. Una media positiva indica un crecimiento promedio en el valor del activo, mientras que una media negativa indica una disminución promedio en su valor. Se calcula como:

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_t,$$

donde:

- n es el número total de observaciones.

Desviación estándar de los rendimientos logarítmicos: Mide la volatilidad del activo financiero, es decir, la magnitud de las fluctuaciones en los precios del activo en relación con su media. Una mayor desviación estándar indica una mayor volatilidad y viceversa, se expresa como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(r_t - \mu)^2}.$$

Calcular μ y σ a partir de los datos permite obtener estimaciones precisas y adaptables de la distribución de los rendimientos, reflejando así el comportamiento real del activo financiero. Esta metodología ofrece flexibilidad al permitir ajustar los parámetros a diferentes períodos de tiempo lo cual nos sirve bastante para nuestro modelo.

$\boldsymbol{\mu}$	0.0014
$\boldsymbol{\sigma}$	0.0388

La media dada nos indica que el precio tiende a aumentar con el tiempo y la desviación estándar media-alta implica que el precio puede experimentar movimientos significativos y a veces impredecibles.

Así μ y σ varía dependiendo del intervalo de tiempo que eligamos, en este caso estamos tomando del 2015 al 2023, lo que vuelve mas dinámico nuestro código.

3.3.3. Aplicación del modelo matemático al código. La deriva o drift, representa la tasa de cambio esperada del precio del activo sin la volatilidad; aquí es a donde utilizaremos los parámetros mencionados anteriormente. Se calcula como:

$$\text{drift} = \mu - \frac{1}{2}\sigma^2 + \text{deriva ajustada},$$

donde:

- La deriva ajustada es un número cercano a μ.

Entonces volviendo a la teoría, aquí es a donde utilizaremos la solución de la ecuación diferencial estocástica del Movimiento Browniano Geométrico remplazando las variables del algoritmo para calcular el precio del activo en el tiempo t:

$$\boxed{P_t = P_{t-1} \cdot e^{(\text{drift}\cdot dt)+(\sigma\cdot dt\cdot z)},}$$

donde:

- P_{t-1} es el precio del activo en el tiempo anterior $t-1$.
- dt es el paso del tiempo.
- z es un número aleatorio que sigue una distribución normal estándar.

Como se mencionó anteriormente, esta componente $(\sigma \cdot dt \cdot z)$ se le llama proceso Wiener y es el "ruido" del modelo.

3.3.4. Procedimiento realizado. Paso 1: Asignación de parámetros

- $S0$: Precio inicial del activo.
- $mean$: Tasa de rendimiento promedio esperada.
- std_dev: Desviación estándar de los rendimientos del activo.
- $n\_simulations$: Número de simulaciones a realizar.
- $simulation\_days$: Número de días para simular.
- $drift\_adjustment$ (opcional): Ajuste de la deriva del modelo.

Paso 2: Inicialización de la matriz de precios

- Se crea una matriz de ceros de tamaño $n\_simulations \times simulation\_days$.
- El precio inicial $S0$ se asigna a todas las simulaciones en el día 0.

Paso 3: Bucle de simulación

- Para cada día de simulación t desde el día 1 hasta $simulation\_days - 1$:
  - Se generan $n\_simulations$ números aleatorios z que siguen una distribución normal estándar.
  - Se calcula el cambio en el precio del activo para cada simulación utilizando la fórmula del modelo GBM.
  - Este cambio se aplica a los precios del día anterior para obtener los precios del día actual para todas las simulaciones.

Paso 4: Retorno de resultados

- La función devuelve la matriz de precios simulados ($prices$), que contiene los precios simulados para cada simulación a lo largo de los días especificados.

3.3.5. Mejora al modelo. El modelo GBM que se utilizó previamente para simular los precios del activo genera trayectorias de precios que representan la evolución estocástica de un activo financiero en el tiempo. Sin embargo, en la realidad, los precios de los activos pueden verse influenciados por patrones estacionales o cíclicos, como estacionalidad mensual, trimestral o anual.

Para abordar esto, se multiplican las trayectorias de precios simulados por una serie de datos estacionales. Esto se hace para introducir efectos estacionales en las simulaciones, lo que puede hacer que los precios simulados sean más realistas y reflejen mejor el comportamiento observado en el mundo real. Lo cual matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{P_s = P_t \cdot S_t},$$

donde:

- P_t fueron las predicciones obtenidas con GBM.
- S_t es la estacionalidad en el tiempo t.

Por lo tanto, esta expresión matemática describe cómo se ajustan las trayectorias de precios simulados con los efectos estacionales, lo que permite capturar mejor los patrones estacionales que pueden influir en el comportamiento de los precios del activo.

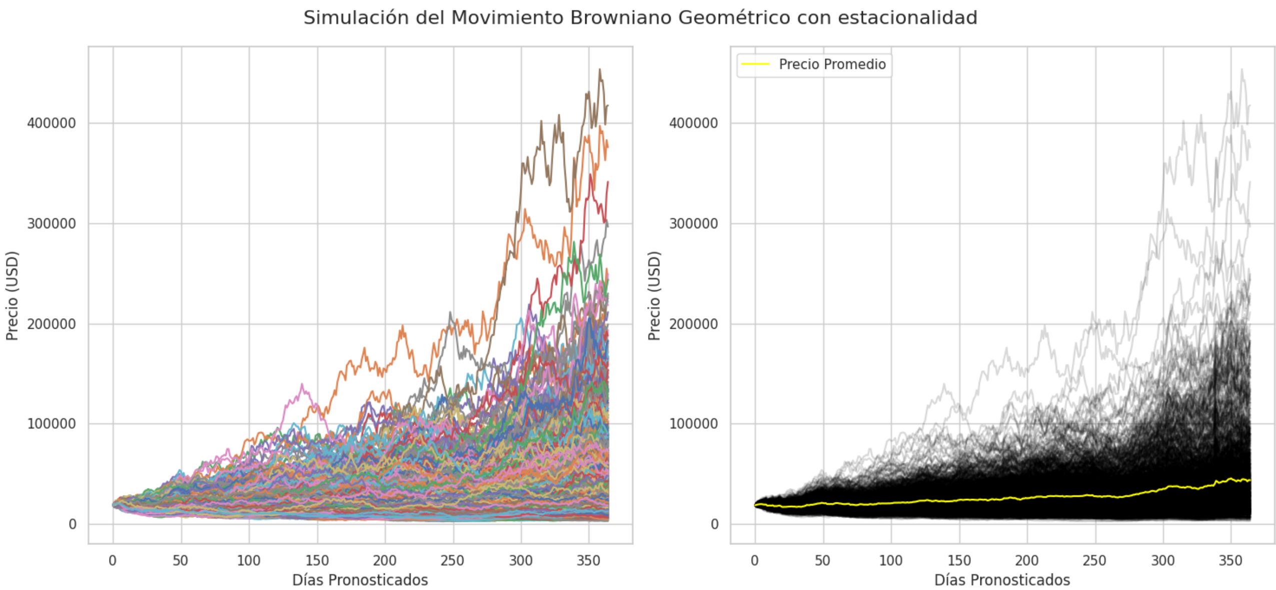

Fig. 9. Simulaciones GBM con estacionalidad

4. Resultados

La simulación proporciona una valiosa perspectiva sobre cómo podría comportarse el precio futuro del Bitcoin. Los resultados fueron:

Table 2. Resumen de Estadísticas de Precios

Precio Medio	\$43,608.14
Rango De Precios	\$2,805.06 - \$417,682.00
Intervalo De Confianza	(\$41,621.10, \$45,595.18)
Cambio Porcentual	163.53 %

El precio medio esperado sirve como punto de referencia central en nuestras predicciones, ofreciendo una idea general del posible escenario futuro.

El rango de precios probables, por otro lado, ilustra la amplia variabilidad que podemos esperar en las proyecciones del precio del Bitcoin. Esto nos recuerda la complejidad del mercado y la diversidad de resultados posibles.

El intervalo de confianza del 95 % es una herramienta crucial para evaluar la precisión de nuestras estimaciones. Al capturar la variabilidad de los resultados con un alto nivel de confianza, nos proporciona un marco confiable para interpretar nuestras predicciones.

El cambio porcentual pronosticado ofrece una medida concreta del potencial de crecimiento o disminución del precio del Bitcoin en comparación con su valor inicial. Esta métrica es fundamental para comprender las expectativas de los movimientos futuros en el mercado de criptomonedas.

El cálculo del VaR (Valor en Riesgo) a un nivel de confianza del 95 % arroja un valor de aproximadamente -\$7482.50. Esto implica que existe una probabilidad del 5 % de que el precio del Bitcoin caiga por debajo de este umbral durante el período de tiempo considerado en la simulación.

Para que sea vea mas claro extraemos el precio promedio de la predicción y lo añadimos en la gráfica histórica de BTC que va del 2015 hasta el 2023, nuestra predicción es del 2023 al 2024. A simple vista parece cumplir con la tendencia y con la parte estocástica del precio, es decir con todo ese ruido que se ve en la linea negra.

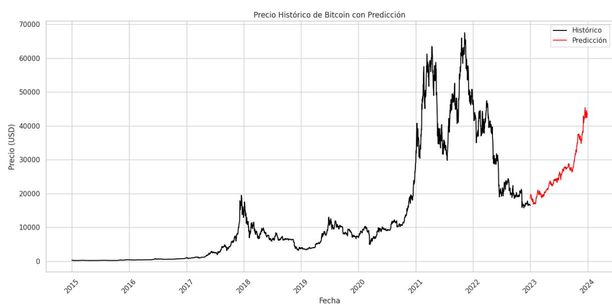

Fig. 10. Precio histórico con predicción

Sin embargo hace falta comparar nuestra predicción con los datos reales de ese intervalo de tiempo para sacar conclusiones estadísticas para así comprobar si el modelo es realmente eficiente.

4.1. Validación. El RMSE (Error Cuadrático Medio) de alrededor de $4204.69 indica que las predicciones del modelo difieren, en promedio, del precio real en esa cantidad. Aunque sugiere una significativa variabilidad no explicada, dado el amplio rango de precios del Bitcoin, el RMSE es relativamente bajo.

El MAPE (Error Porcentual Absoluto Medio) del 12.49 % señala que las predicciones difieren en ese porcentaje del precio real. A pesar de parecer alto, considerando la volatilidad del Bitcoin, es un nivel de error aceptable en la predicción.

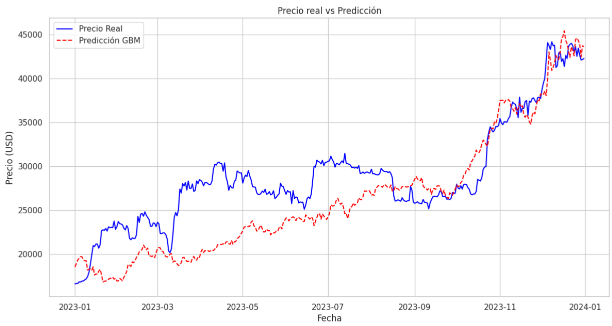

Fig. 11. Valores reales vs predichos

El gráfico de la izquierda muestra la evolución temporal de los residuos, que son las diferencias entre los valores predichos y los reales. La línea azul refleja cómo estos errores fluctúan con el tiempo, mientras que la línea roja horizontal marca el nivel cero, ideal en un modelo perfecto. Aunque no se observa una tendencia clara en los residuos, lo que es positivo, se notan picos significativos en algunos períodos, indicando que el modelo podría no estar capturando adecuadamente eventos extremos o volatilidad repentina en el precio de Bitcoin.

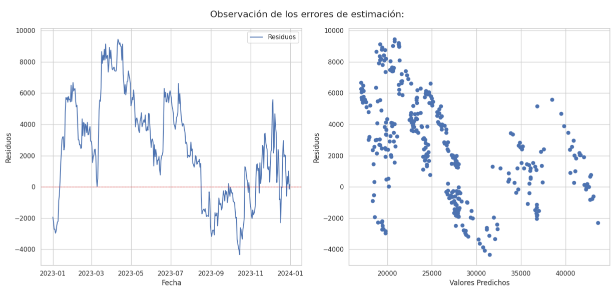

Fig. 12. Errores

Por otro lado, el gráfico a la derecha es diagrama de dispersión que relaciona los residuos con los valores predichos. En este gráfico, los residuos están distribuidos de manera simétrica alrededor del valor cero, lo que sugiere que el modelo no presenta un sesgo sistemático en sus predicciones. Sin embargo, se observa heterocedasticidad: la magnitud de los residuos aumenta a medida que aumentan los valores predichos, lo que indica que el modelo podría ser menos preciso para predecir precios más altos de Bitcoin. Aunque la mayoría de los puntos parecen distribuidos aleatoriamente, cualquier patrón visible, como un arco, podría señalar la existencia de una variable o efecto no capturado por el modelo que afecta los resultados.

5. Discusión

El modelo ha demostrado una capacidad sólida para capturar el 87.50 % de precisión en los precios reales del Bitcoin durante el período de predicción. Esta efectividad es prometedora y sugiere que el modelo puede ser una herramienta útil para predecir las tendencias y movimientos del precio en el futuro cercano.

Sin embargo, es importante reconocer las limitaciones inherentes de cualquier modelo predictivo, especialmente en un mercado tan volátil y complejo como el de las criptomonedas. Hay varios factores impredecibles que pueden influir en el precio del Bitcoin y que el modelo no puede tener en cuenta, como cambios regulatorios inesperados, eventos geopolíticos, fluctuaciones en la demanda del mercado y avances tecnológicos disruptivos.

Por lo tanto, es crucial enfatizar que este modelo no debe ser la única consideración al tomar decisiones de inversión. Si bien puede proporcionar una guía útil, los inversores deben complementar las predicciones del modelo con un análisis exhaustivo de otros factores relevantes del mercado y considerar el asesoramiento de profesionales financieros calificados.

6. Conclusión

Al descomponer la serie temporal y aplicar el modelo GBM con uso de los rendimientos logarítmicos, logra capturar de manera efectiva las tendencias y variaciones en los datos históricos, contrarrestando la noción de que Bitcoin es solo una burbuja que podría colapsar en cualquier momento.

Es importante tener en cuenta que el mercado de criptomonedas es complejo y volátil, y que siempre existe una incertidumbre inherente. Sin embargo, el modelo ofrece una base sólida para comprender y anticipar las tendencias del precio del Bitcoin, lo que puede ser invaluable en un contexto donde las criptomonedas están ganando cada vez más atención y adopción a nivel mundial.

Sin embargo se debe utilizar con precaución y seguir explorando teoría matemática e incluir algoritmos de aprendizaje de maquina y profundo. Además, la integración de datos adicionales, correlación con otros activos, noticias financieras, sentimiento del mercado o datos de redes sociales, podría enriquecer aún más el análisis y mejorar la capacidad predictiva del modelo.

Referencias

[1] Álvarez Díaz, L. J., *Criptomonedas: Evolución, crecimiento y perspectivas del Bitcoin*, 25(49), 2019.

[2] Beichelt, F., *Applied Probability and Stochastic Processes*, 2nd Edition, Taylor & Francis Group, LLC, 2016.

[3] Brockwell, P. J., & Davis, R. A., *Introduction to Time Series and Forecasting*, 3rd Edition, Springer, 2016.

[4] Nakamoto, S., *Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System*, 2008.

Apéndice

Blockchain Una cadena de bloques que almacena información de transacciones de manera segura y descentralizada. Cada bloque contiene un conjunto de transacciones y un enlace al bloque anterior.

Bitcoin La primera criptomoneda creada en 2008 por una persona o grupo conocido como Satoshi Nakamoto. Es una forma de dinero digital descentralizado y basado en la tecnología blockchain.

Altcoin Término general que se refiere a cualquier criptomoneda que no sea Bitcoin. Ejemplos incluyen Ethereum, Litecoin y Ripple.

Wallet Una billetera digital que permite a los usuarios almacenar, enviar y recibir criptomonedas. Las wallets pueden ser software (en una computadora o dispositivo móvil) o hardware (dispositivos físicos que almacenan claves privadas).

Mining El proceso de validar y agregar nuevas transacciones a la blockchain. Los mineros utilizan potentes computadoras para resolver complejos problemas matemáticos y, a cambio, reciben criptomonedas como recompensa.

Smart Contract Un contrato autoejecutable con términos escritos en código que se ejecuta automáticamente cuando se cumplen ciertas condiciones. Son fundamentales en plataformas como Ethereum.

Token Una unidad de valor emitida por un proyecto o plataforma basada en una blockchain existente. Los tokens pueden representar activos, derechos o acceso a servicios.

ICO (Initial Coin Offering) Un método de recaudación de fondos para nuevos proyectos de criptomonedas. Los inversores compran tokens del proyecto a un precio reducido antes de que se lance oficialmente.

DeFi (Decentralized Finance) Un ecosistema de aplicaciones financieras que se ejecutan en una blockchain, eliminando la necesidad de intermediarios tradicionales como bancos y corredores.

Exchange Una plataforma donde los usuarios pueden comprar, vender o intercambiar criptomonedas. Ejemplos incluyen Binance, Coinbase y Kraken.

Fork Una actualización o bifurcación en el código de una criptomoneda que puede dar lugar a una nueva versión o criptomoneda. Los forks pueden ser suaves (soft fork) o duros (hard fork).

Ledger Un registro inmutable y transparente de todas las transacciones realizadas en una blockchain. Los ledgers pueden ser públicos o privados, dependiendo de la blockchain.

Proof of Work (PoW) Un algoritmo de consenso utilizado en blockchain que requiere que los mineros resuelvan problemas matemáticos complejos para validar transacciones y crear nuevos bloques.

Proof of Stake (PoS) Un algoritmo de consenso en el que los validadores son elegidos para crear nuevos bloques y validar transacciones basado en la cantidad de criptomonedas que poseen y están dispuestos a "apostar" como garantía.

Gas Una medida del costo para ejecutar operaciones o transacciones en una blockchain como Ethereum. Los usuarios pagan gas para compensar a los mineros por la energía computacional requerida.