

Curso de Data Science



Aula 05 - Estatística pt.3

O que você irá aprender nesta aula?

- Teste de hipóteses

Teste de hipóteses

Teste de hipóteses é a aplicação de métodos estatísticos para questionamentos de cenários reais.

Tudo começa com uma suposição que chamaremos de **hipótese nula**, e seu oposto que é a **hipótese alternativa**

Um experimento é então feito para testar a validade da hipótese nula

Teste de hipóteses

Baseado nos resultados do experimento, podemos rejeitar ou não rejeitar a hipótese nula

Se a hipótese nula é rejeitada, então dizemos que os dados suportam a **hipótese alternativa**

Em estatística, toma-se bastante cuidado com as escolhas de palavras: nós nunca “provamos” uma hipótese

Teste de hipóteses

Exemplo: testando algo que se supõe verdade

Uma fábrica afirma que seu produto pesa, em média, 5 kg.

Hipótese nula (H_0)	Peso médio do produto = 5 kg
Hipótese alternativa (H_1)	Peso médio do produto \neq 5 kg

Teste de hipóteses

Exemplo: testando algo que se deseja que seja verdade, mas que não se pode assumir, então se testa o oposto como H_0

As aulas extras aumentam as notas do vestibular

Hipótese nula (H_0)	Notas antigas \geq notas novas
Hipótese alternativa (H_1)	Notas antigas $<$ notas novas

Teste de hipóteses

De forma geral:

Hipótese nula (H_0)	Contém igualdade: $=, \geq, \leq$	$H_0: \mu = 5 \text{ kg}$ $H_0: \mu_0 \geq \mu_1$
Hipótese alternativa (H_1)	Não contém igualdade: $\neq, >, <$	$H_0: \mu \neq 5 \text{ kg}$ $H_0: \mu_0 < \mu_1$

Teste de hipóteses

Estratégia:

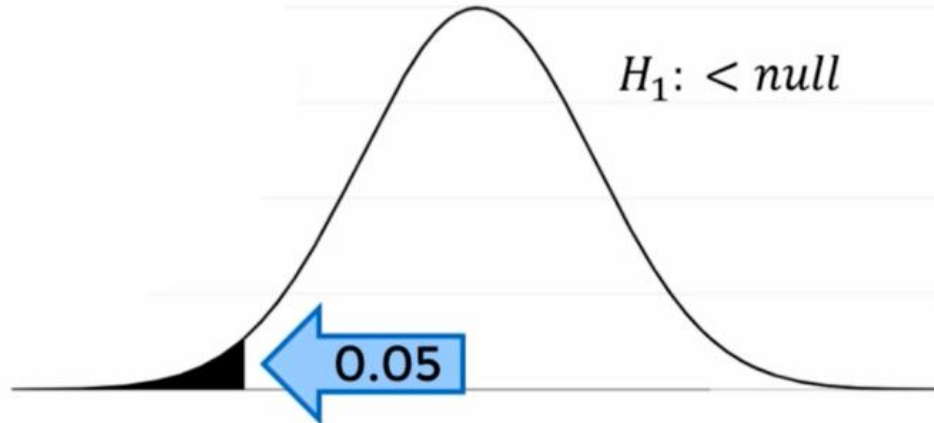
1. Assumimos que a hipótese nula é válida
2. Estabelecemos um nível de significância α (geralmente menor que 0.05)
3. Fazemos um “experimento”
4. Se a probabilidade de observar resultados da hipótese nula no experimento for menor do que o nível de significância, rejeitamos a hipótese nula.
5. Se a probabilidade de observar resultados da hipótese nula no experimento for maior do que o nível de significância, não rejeitamos a hipótese nula (mas nem por isso provamos a validade da hipótese nula...)

Teste de hipóteses

1. A cauda da hipótese nula é a área contrária à hipótese nula (ou seja, que representa a hipótese alternativa H_1)
2. O nível de significância α é a área dentro da cauda da hipótese nula.
3. Teremos 3 possibilidades, dependendo do tipo de hipótese alternativa considerada: \neq , $>$, $<$

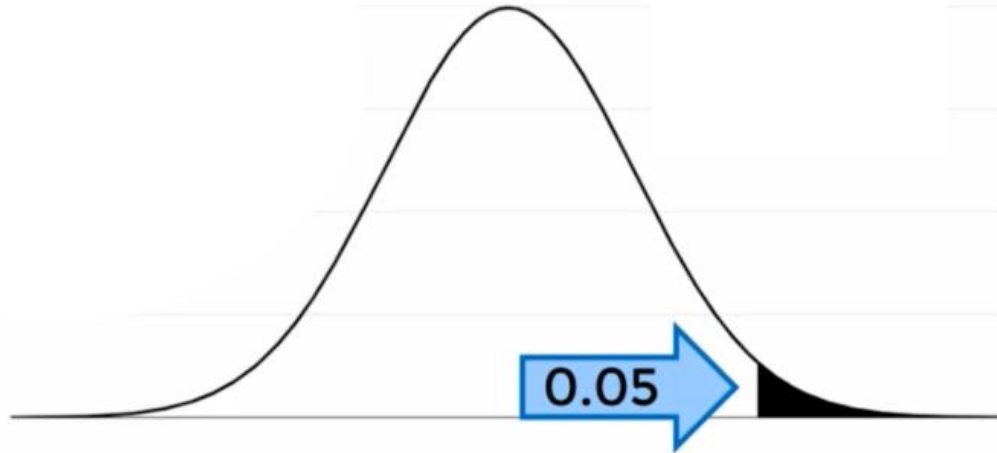
Teste de hipóteses

Caso 1: Hipótese alternativa $H_1: < x$
 $\alpha = 0.05$



Teste de hipóteses

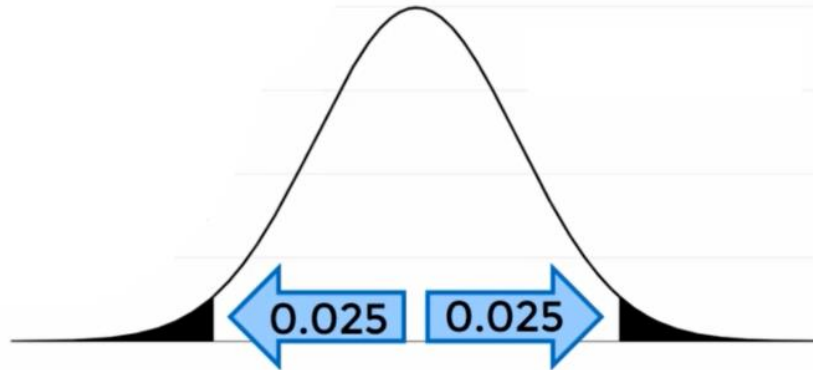
Caso 2: Hipótese alternativa $H_1: > x$
 $\alpha = 0.05$



Teste de hipóteses

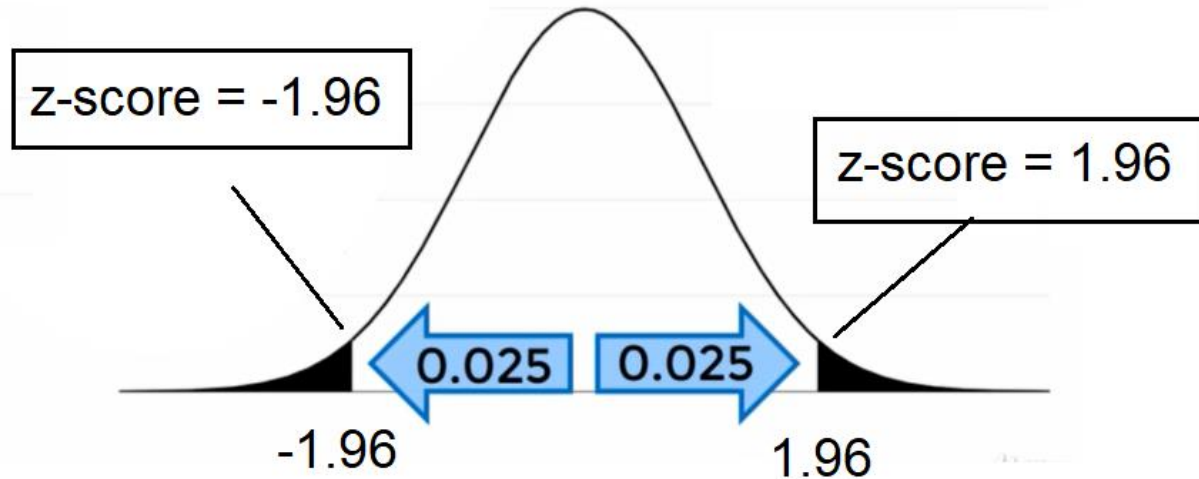
Caso 3: Hipótese alternativa $H_1: \neq x$
 $\alpha = 0.05$

0.05 é dividido nas duas caudas!



Teste de hipóteses

Valor crítico: estabelecido à partir das áreas das caudas (lembrar da última aula, cálculo de z-score e áreas na normal padrão)



Teste de hipóteses

- Cálculo da média, quando sabemos o desvio padrão da população
- Usaremos a transformação do z-score, mas levando-se em conta o erro padrão da amostra:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Teste de hipóteses

Dois métodos:

1. Tradicional:
 1. Encontrar o valor crítico à partir do z-score de alpha
 2. Comparar o teste com o valor crítico
2. P-valor
 1. Determinar o P-valor à partir do resultado do teste
 2. Comparar o P-valor com o nível de significância alpha

Teste de hipóteses

Exemplo 1:

Uma empresa quer melhorar o desempenho do seu website. As páginas demoram, em média, 3.125 segundos para carregar, com desvio padrão de 0.700 segundos. Eles contratam, então, um desenvolvedor para diminuir este tempo, e um cientista de dados para analisar os resultados.

A diretoria espera um nível de confiança de 99%. Uma amostragem foi realizada com 40 acessos à página, com uma média amostral de 2.875 segundos.

Podemos afirmar (com 99 % de certeza) que os tempos do teste estão estatisticamente menores do que anteriormente?

$$\begin{aligned}\mu &= 3.125 \\ \sigma &= 0.700 \\ \alpha &= 1 - 0.99 = 0.01 \\ n &= 40 \\ \bar{x} &= 2.875\end{aligned}$$

Teste de hipóteses

Exemplo 1:

Hipótese nula (H_0)	$\mu \geq 3.125$
Hipótese alternativa (H_1)	$\mu < 3.125$

$$\mu = 3.125$$

$$\sigma = 0.700$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$n = 40$$

$$\bar{x} = 2.875$$



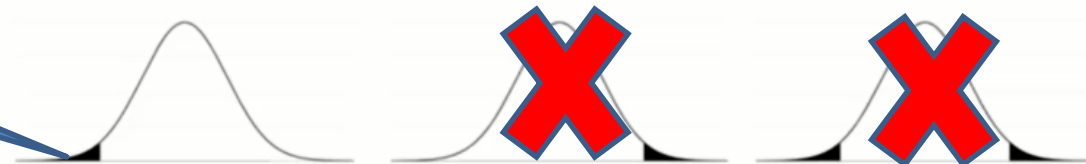
Teste de hipóteses

Exemplo 1:

Hipótese nula (H_0)	$\mu \geq 3.125$
Hipótese alternativa (H_1)	$\mu < 3.125$

$$\begin{aligned}\mu &= 3.125 \\ \sigma &= 0.700 \\ \alpha &= 1 - 0.99 = 0.01 \\ n &= 40 \\ \bar{x} &= 2.875\end{aligned}$$

Área de rejeição
de H_0



Teste de hipóteses

Exemplo 1: Método tradicional

Teste estatístico:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} =$$

Valor crítico:

$$\mu = 3.125$$

$$\sigma = 0.700$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$n = 40$$

$$\bar{x} = 2.875$$

Teste de hipóteses

Exemplo 1: Método tradicional

Teste estatístico:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{2.875 - 3.125}{0.7/\sqrt{40}} = -2.259$$

Valor crítico:

```
z = stats.norm.ppf(alpha)
```

```
print(z)
```

-2.3263478740408408

$$\mu = 3.125$$

$$\sigma = 0.700$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$n = 40$$

$$\bar{x} = 2.875$$

Teste de hipóteses

Exemplo 1: Método tradicional

Teste estatístico: **$Z = -2.259$**

Valor crítico: $z = -2.326$

$$Z > z$$

$$-2.259 > -2.326$$

Teste estatístico > Valor crítico

O teste estatístico está fora da área de rejeição

$$\mu = 3.125$$

$$\sigma = 0.700$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$n = 40$$

$$\bar{x} = 2.875$$

Teste de hipóteses

Exemplo 1: Método tradicional

Teste estatístico: **$Z = -2.259$**

Valor crítico: $z = -2.326$

$$\mu = 3.125$$

$$\sigma = 0.700$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$n = 40$$

$$\bar{x} = 2.875$$

Afirmações:

- O teste estatístico está fora da área de rejeição
- Logo, não conseguimos rejeitar H_0 (lembrar que H_0 é justamente a hipótese $\mu \geq 3.125$, de que o tempo médio amostral é maior do que o tempo anterior)

Teste de hipóteses

Exemplo 1: Método tradicional

Teste estatístico: **$Z = -2.259$**

Valor crítico: $z = -2.326$

$$\mu = 3.125$$

$$\sigma = 0.700$$

$$\alpha = 1 - 0.99 = 0.01$$

$$n = 40$$

$$\bar{x} = 2.875$$

Afirmações:

- Portanto, NÃO conseguimos rejeitar a hipótese de que os tempos são maiores (é o que gostaríamos de fazer...)
- Não podemos dizer que as novas páginas são, estatisticamente, mais rápidas.

Então, nesta aula vimos:

- Teste de hipóteses

Muito obrigado!