Curso de Data Science

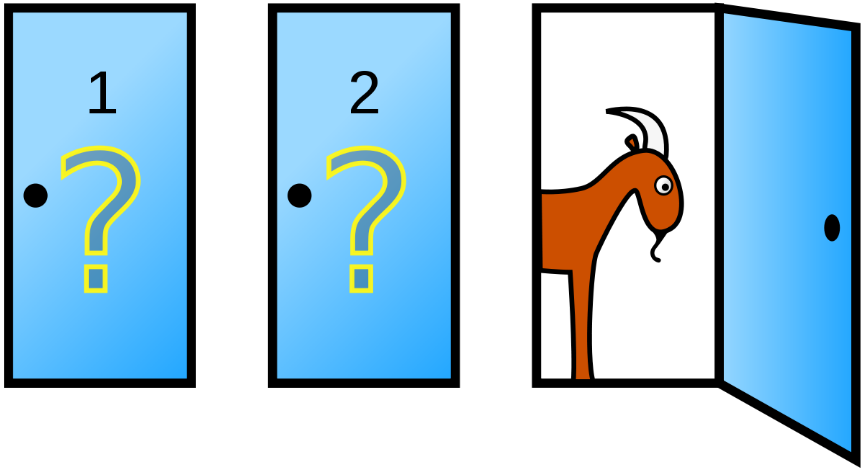
Aula 02 - Probabilidade - Parte 2

O que você irá aprender nesta aula?

Revisão da aula anterior
Regra de Bayes

Paradoxo de Monty Hall

Paradoxo de Monty Hall: trocaria de porta?



Paradoxo de Monty Hall

Paradoxo de Monty Hall: trocaria de porta?

Inicialmente:

$$\text{Probabilidade de ganhar} = P(G) = \frac{n(\text{carros})}{n(\text{portas})} = \frac{1}{3} = 0.3333 = 33.33\ \%$$

CABRA	CARRO	CABRA

Paradoxo de Monty Hall

Paradoxo de Monty Hall: trocaria de porta?

Inicialmente:
Outra solução: analisar todas as possibilidades!

1. Escolhe porta com carro
2. Escolhe porta com cabra #1
3. Escolhe porta com cabra #2

$$P_{INICIAL}(G) = \frac{n(\text{possibilidades de ganhar})}{n(\text{total de possibilidades})} = \frac{1}{3} = 0.3333 = 33.33\ \%$$

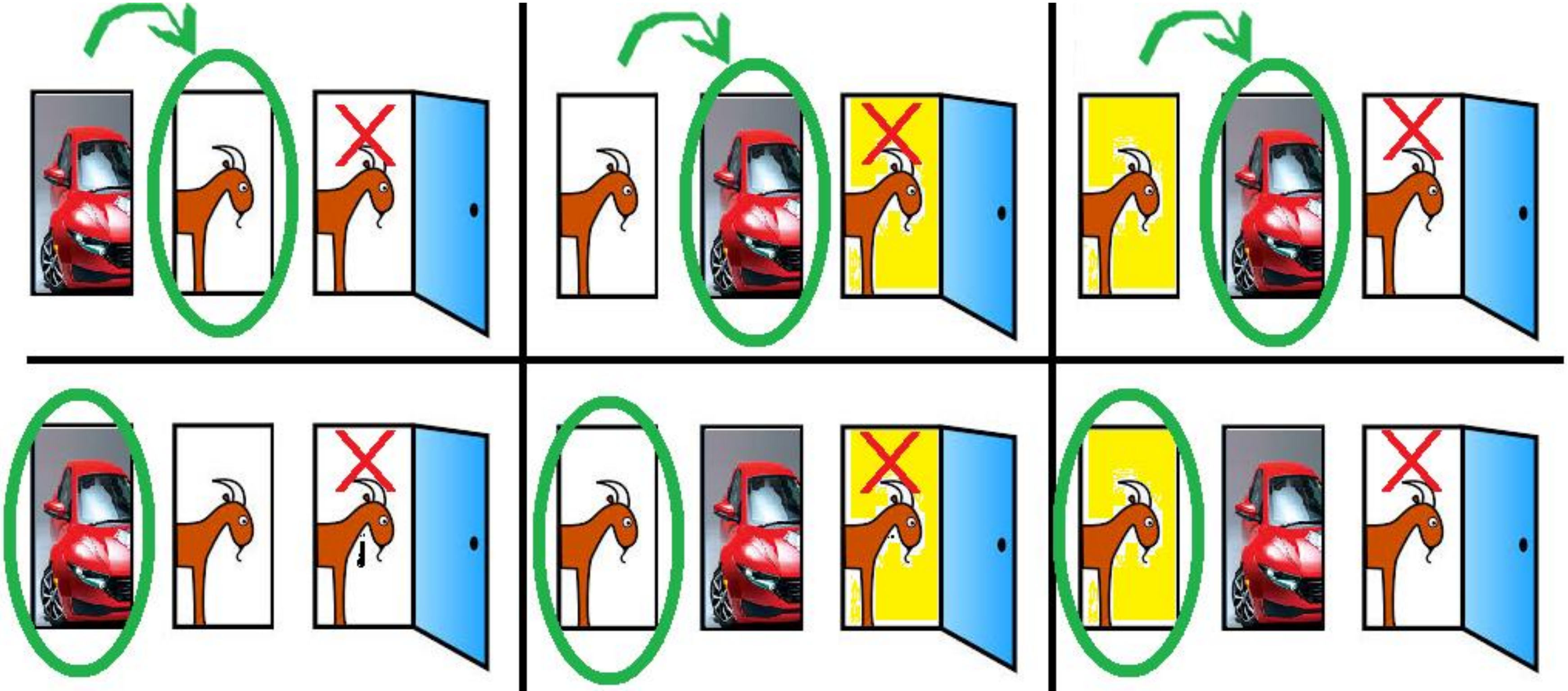
Paradoxo de Monty Hall

A porta aberta pelo apresentador SEMPRE é de uma cabra i.e. no final sobram uma cabra e um carro atras das portas. Analisar todas as possibilidades no caso de troca de porta!

1. Escolhe porta com carro e não troca
2. Escolhe porta com cabra #1 e não troca
3. Escolhe porta com cabra #2 e não troca
4. Escolhe porta com carro e troca para uma cabra
5. Escolhe porta com cabra #1 e troca para carro
6. Escolhe porta com cabra #2 e troca para carro

$$P_{TROCA}(G) = \frac{n(\text{possibilidades de ganhar})}{n(\text{total de possibilidades})} = \frac{2}{3} = 0.6666 = 66.66\ \%$$

Paradoxo de Monty Hall



Teorema de Bayes

À partir da regra da multiplicação

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow \quad P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Teorema de Bayes

Exemplo:
Em uma fábrica, 1 entre 500 produtos são defeituosos (0.2 %)
A fabrica compra um sensor que testa positivo caso o produto seja defeituoso, mas ele da o diagnostico correto 99 % das vezes.
Se o sensor testa positivo (diagnostica uma peça como defeituosa), qual a real probabilidade de que ela seja, de fato, defeituosa?

Queremos $P(A|B)$

Teorema de Bayes

Resolução do exemplo:

	Descrição	valor
P(A)	Probabilidade do produto ser defeituoso	0.002
P(B)	Probabilidade do sensor testar positivo	?
P(A|B)	Probabilidade do produto ser defeituoso SE o sensor testar positivo	?
P(B|A)	Probabilidade do sensor testar positivo SE o produto for defeituoso	0.99

Teorema de Bayes

Resolução do exemplo:

Ponto importante!	
Verdadeiro positivo	Produto é defeituoso E é classificado como defeituoso (sensor positivo)
Falso positivo	Produto não é defeituoso E é classificado como defeituoso (sensor positivo)

Teorema de Bayes

Resolução do exemplo:

E o P(B)?? Duas possibilidades:

Intersecção = "E"

P(B) = probabilidade de testar positivo

P(B) = P(verdadeiro positivo) + P(falso positivo)

P(B) = P(PRODUTO É DEFEITUOSO E É CLASSIFICADO COMO DEFEITUOSO)+P(PRODUTO NÃO É DEFEITUOSO E É CLASSIFICADO COMO DEFEITUOSO)

P(B) = $P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

Regra da multiplicação

$P(B) = P(B|A)*P(A) + P(B|\bar{A})*P(\bar{A})$

Teorema de Bayes

Resolução do exemplo:

$P(B) = P(B|A)*P(A) + P(B|\bar{\mathbf{A}})*P(|\bar{\mathbf{A}})$
E estes novos termos? Complemento!

$P(\bar{\mathbf{A}}) = 1 – P(A) = 1 – 0.002 = 0.998$
$P(B|\bar{\mathbf{A}}) = 1 – P(B|A) = 1 – 0.99 = 0.01$

$P(B) = 0.99*0.002+ 0.01*0.998 = 0.01196$

Teorema de Bayes

Resolução do exemplo:

Voltando ao teorema de Bayes:

P(A|B) = P(B|A)*P(A)/P(B)

P(A|B) = 0.99*0.002/0.01196

P(A|B) = 0.165 = 16.5%

	valor
P(A)	0.002
P(B)	0.01196
P(A|B)	?
P(B|A)	0.99

Afirmações equivalentes:

- Dado que o sensor testa positivo (acusa defeito), a probabilidade de que o produto seja, de fato, defeituoso, é de 16.5 %.
- Um sensor que teste positivo tem 16.5 % de chance de identificar corretamente um produto defeituoso.

Então, nesta aula vimos:

Revisão da aula anterior
Regra de Bayes

Muito obrigado!