

Curso de Data Science



Módulo 2

Aula 01 - Probabilidade

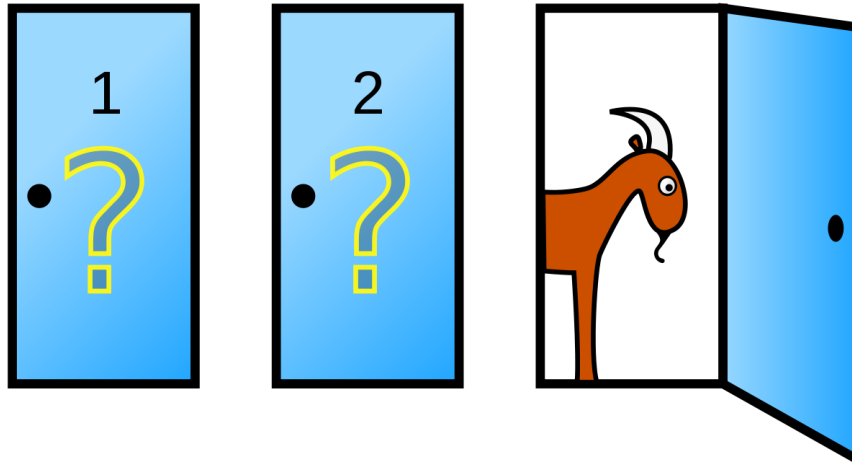
O que você irá aprender nesta aula?

Probabilidade

- Experimento, evento e espaço amostral;
- Permutação;
- Combinação;
- Intersecção;
- União;
- Complemento;
- Eventos dependentes e eventos independentes;
- Probabilidade condicional.

Probabilidade

Paradoxo de Monty Hall: trocaria de porta?



Probabilidade

São as chances de um evento ocorrer.

Representado com números entre 0 e 1.

Ex.: Probabilidade de jogar uma moeda ($1/2 = 0.5 = 50\%$)

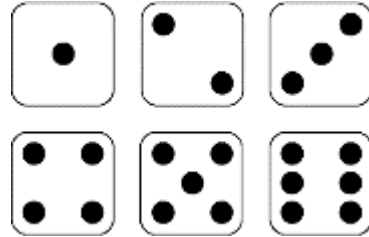
O ato de jogar a moeda é chamado de tentativa (trial) – experimento. Cada jogada da moeda é independente da outra.



Probabilidade

Ex.2: Probabilidade de jogar um dado

$$P = 1/6 = 0.16 = 16\%$$



Experimento, Evento e Espaço Amostral

Cada tentativa de jogar a moeda é chamado de um **experimento**.

Cada resultado (cara ou coroa) é chamado de **evento**

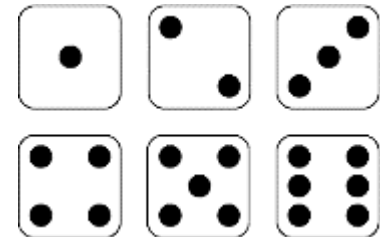
A soma de todos os possíveis eventos é chamado de **espaço amostral**.

1. Exemplo – dados

Cada jogada é um experimento

Eventos: 1,2,3,4,5,6.

Espaço amostral: {E1, E2, E3, E4, E5, E6}



Probabilidade - exemplos

Calcular a probabilidade de obter o número 5

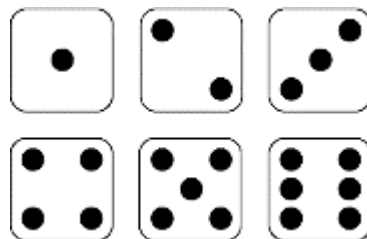
Evento: $E5 = 5$ (um evento)

Espaço amostral: $\{E1, E2, E3, E4, E5, E6\}$

Probabilidade: $P = \frac{\text{evento}}{\text{espaço amostral}}$

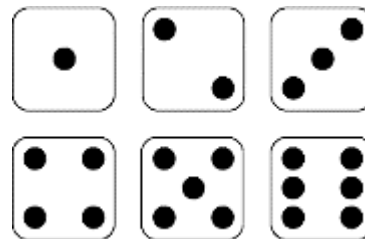
$P = 1/6$

$P = 0,16$ (16%)



Probabilidade - exemplos

Desafio: criar um lançamento de dados em Python.



Probabilidade - exemplos

Temos uma mala com 6 bolas: 3 vermelhas, 2 amarelas e 1 azul.

Qual a probabilidade de selecionar uma bola amarela?

Evento = 2

Espaço amostral = 6

$P = 2/6$ (33%)

Permutação

Arranjar objetos em uma sequência

Quais são as permutações possíveis para as letras A, B e C?

Fatorial!

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ (permutações)

ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Permutação para subconjuntos

Criar uma senha com 5 caracteres, o que pode ser composto por letras e números de 0 até 9 (ordem importa!!)

Números e letras não podem ser repetidos.

Evento: 5 caracteres

Espaço amostral: 26 letras + 10 dígitos = 36.

$$P_{(nr)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_{(nr)} = \frac{36!}{(36-5)!} = 45239040$$

Permutação para subconjuntos

Desafio: calcular uma permutação em Python, com os parâmetros:

n - número total de elementos

r – número de elementos selecionados

$$P_{(nr)} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_{(nr)} = \frac{36!}{(36-5)!} = 45239040$$

Combinação

Número possível de arranjos em uma coleção (a ordem não importa como na permutação).

Ex.: Quantas combinações de 2 letras podem ser feitas com ABCDEF?

Sem considerar repetições.

$$C_{(nr)} = \frac{n!}{r! (n - r)!}$$
$$C_{(nr)} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = 15$$

Combinação

Desafio: calcular uma combinação em Python, com os parâmetros:

n - número total de elementos

r – número de elementos selecionados

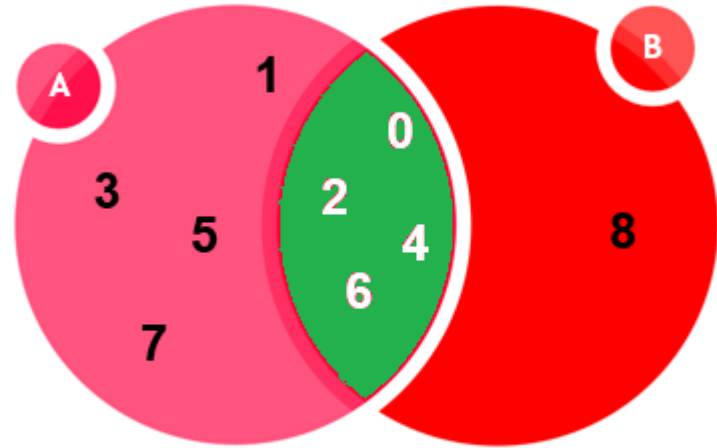
$$C_{(nr)} = \frac{n!}{r! (n - r)!}$$
$$C_{(nr)} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = 15$$

Interseção

$A \cap B$

$B \cap A$

$$P(A \cap B) = 4/9 = 0,44 = 44\%$$



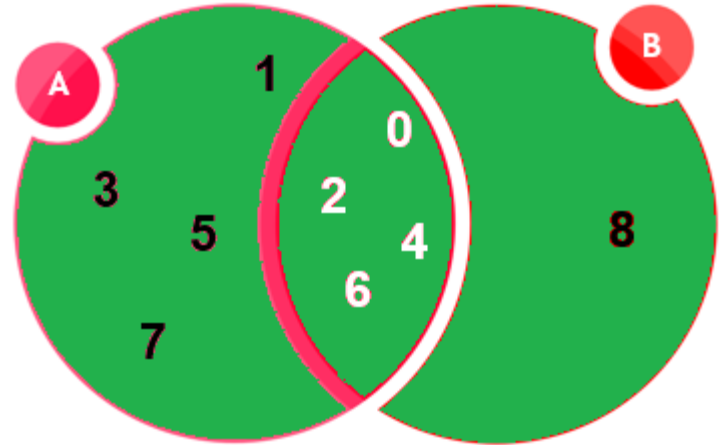
União

$A \cup B$

$B \cup A$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = 8/9 + 5/9 - 4/9$$



Complemento

Estão em conjunto mas não estão em outro.

Complementar de B em relação a A é $A - B$

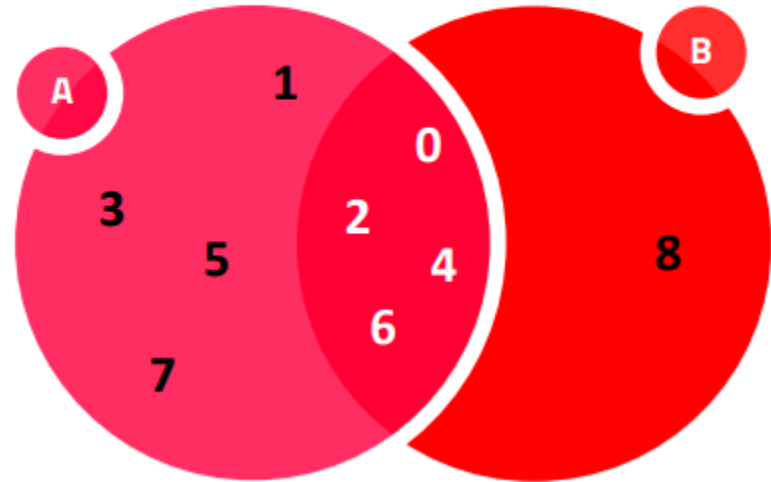
$A - B$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 8/9 = 1,12$$

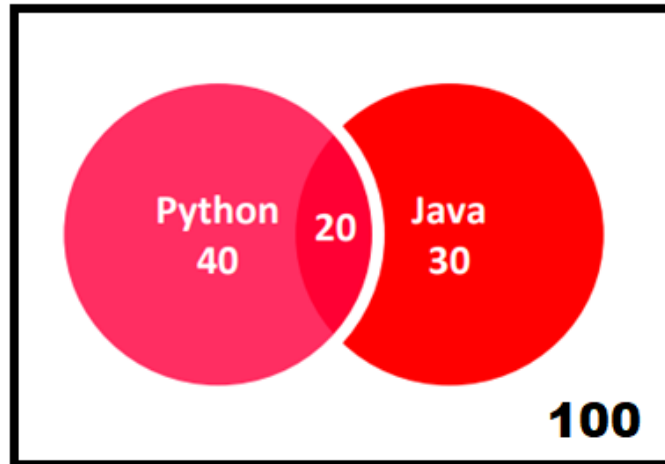
$$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$P(\bar{B}) = 1 - 5/9 = 0,45$$



Regra da adição

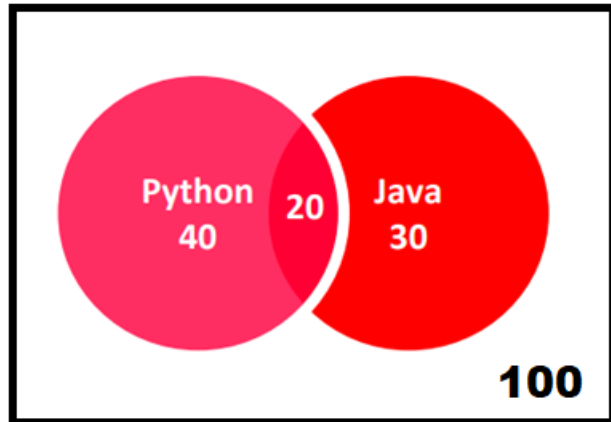
Se seleccionarmos um elemento randomicamente, qual a probabilidade de comprar o livro de Python ou de Java?



Regra da adição

REGRA DA ADIÇÃO:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Regra da adição

Exemplo:

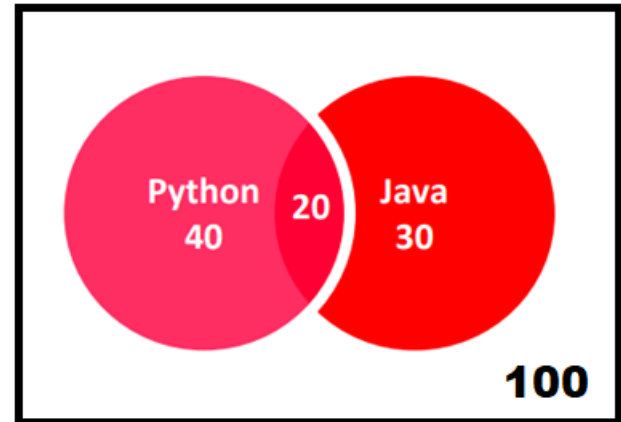
Uma pessoa tem 100 livros em sua casa. Dentre eles, 40 livros abordam Python, 30 abordam Java e 20 abordam ambas as linguagens. Se selecionarmos um elemento randomicamente, qual a probabilidade de escolhermos um livro de Python **OU** de Java?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{40}{100} + \frac{30}{100} - \frac{20}{100}$$

$$P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.2$$

$$P(A \cup B) = 0.5$$



Regra da adição

Variação do exemplo anterior: se selecionarmos um elemento randomicamente, qual a probabilidade de escolhermos um livro de Python E de Java?

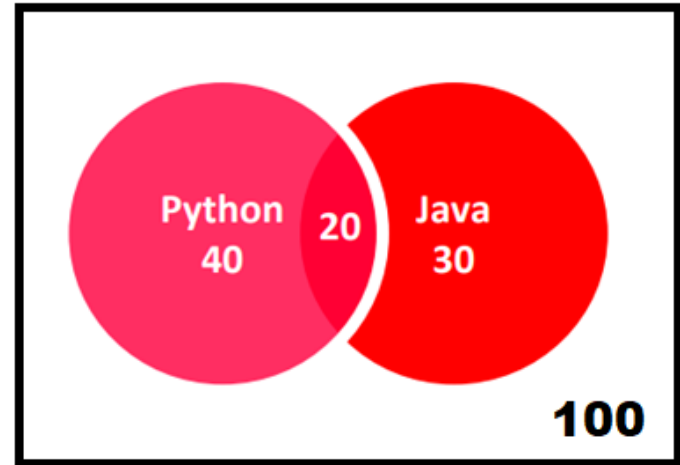
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{40}{100} + \frac{30}{100} - \frac{50}{100}$$

$$P(A \cap B) = 0.4 + 0.3 - 0.5$$

$$P(A \cap B) = 0.2$$

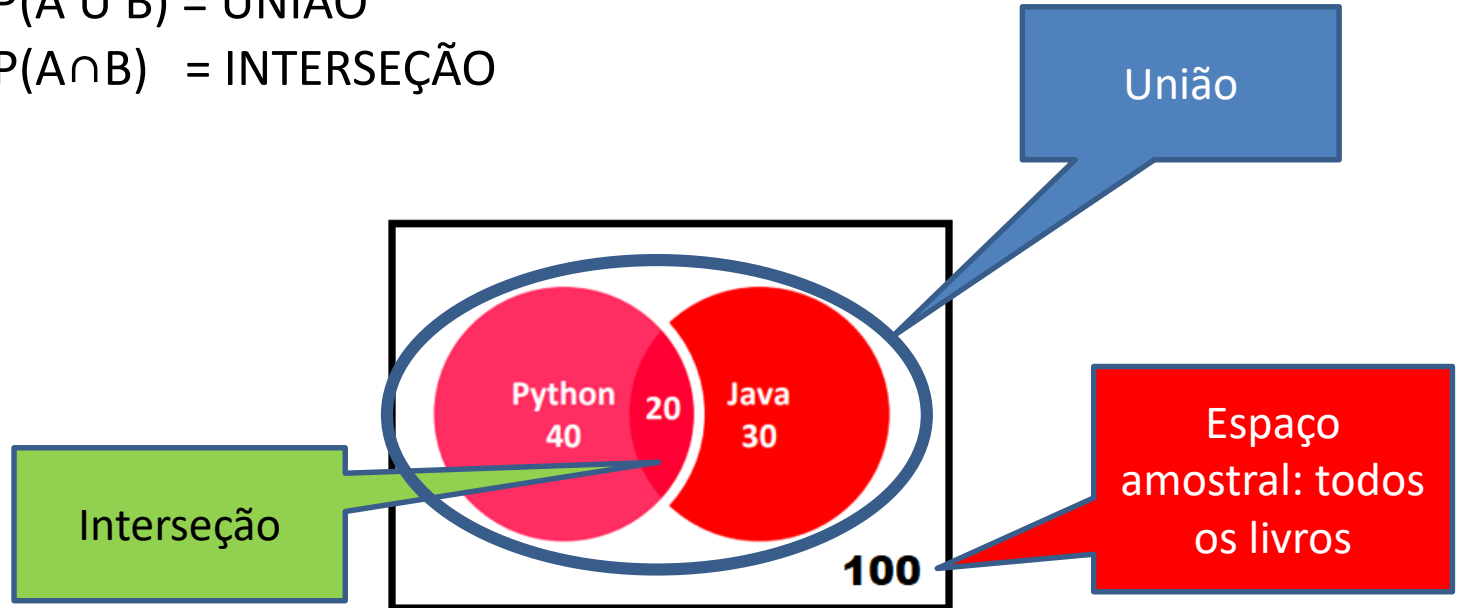


Regra da adição

Importância da interpretação!

“E” = $P(A \cup B)$ = UNIÃO

“OU” = $P(A \cap B)$ = INTERSEÇÃO



Eventos Independentes

O resultado de um evento não influencia na resposta de outro evento.

Ex.: Jogar uma moeda 2 vezes (as chances são independentes).

Calcular a probabilidade de obter duas “coroas” em duas tentativas.

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$



Eventos Dependentes

O resultado de um evento influencia no resultado do segundo evento.

Ex.: Um baralho possui 52 cartas e 13 dessas são de “espada”.

Qual a probabilidade de tirar 2 cartas de espada?

$$P = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51}$$

$$P = \frac{156}{2652} = 0,05 = 5,88\%$$

Probabilidade Condicional

Calcular a probabilidade do evento A, dado que evento B ocorreu.

$P(a|b) = x$, pode ser lido como: “Dado o evento b, a probabilidade do evento a é x”

Probabilidade Condicional

REGRA DA MULTIPLICAÇÃO

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Probabilidade Condicional

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(a|b) = \frac{P(ab)}{P(b)}, \text{ ou } P(a|b) \cdot P(b) = P(a, b)$$

$P(a, b)$ é a probabilidade do evento conjunto do evento $A \cap B$

Probabilidade Condicional

Exemplo:

$P(\text{cárie} | \text{dor}) = 0,8$. Indica que caso um paciente esteja com dor (de dente) e nenhuma outra informação esteja disponível, então, a probabilidade do paciente ter uma cárie é de 0,8.

Probabilidade Condicional

Uma pessoa tem 100 livros em sua casa. Dentre eles, 40 livros abordam Python, 30 abordam Java e 20 abordam ambas as linguagens. Ela escolhe aleatoriamente um livro, e sabe-se que esse livro aborda a linguagem Java. Qual a probabilidade de que este livro aborde também a linguagem Python?

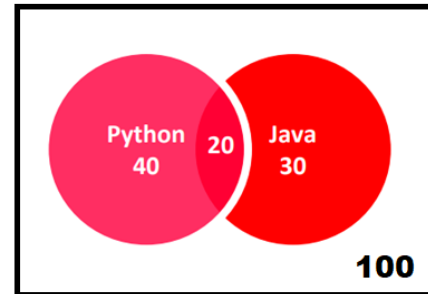
$P(A)$ – Escolher livro de Python

$P(B)$ – Escolher livro de Java

$P(A|B)$ – Escolher livro de Python, dado que ele aborda Java

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{30}{100}} = \frac{0.2}{0.3}$$

$$P(A|B) = 0.66 = 66 \%$$

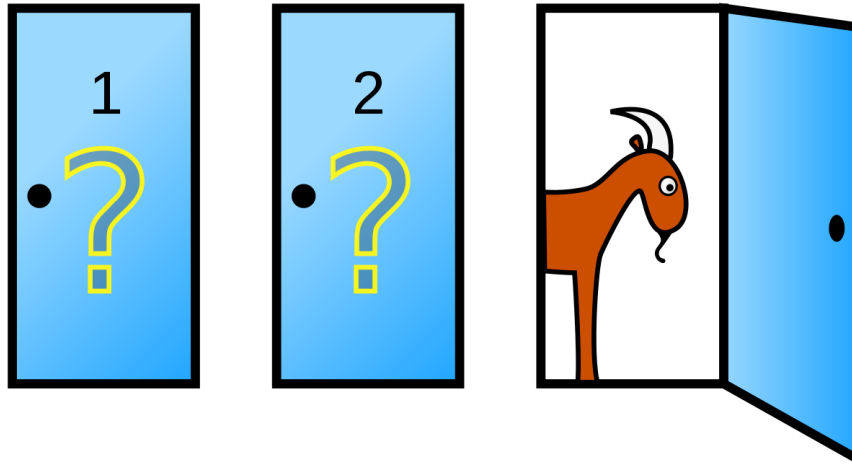


Probabilidade Condicional

Voltando ao paradoxo de Monty Hall: deve-se trocar de porta!

Antes: 33%

Depois: 66%



Então, nesta aula, vimos:

Probabilidade

- Experimento, evento e espaço amostral;
- Permutação;
- Combinação;
- Intersecção;
- União;
- Complemento;
- Eventos dependentes e eventos independentes;
- Probabilidade condicional.

Muito obrigado!