

סדנאות תכנות בשפת C++ ו-C (קורס 67315) C++ - תרגיל 4

תאריך ההגשה של התרגיל: יום רביעי, ה-25 במאי, 2022 - עד השעה 22:00

נושאי התרגיל: Introduction to C++, Classes, Operator Overloading, References, Rule of Three, Exceptions

אנא הקפידו לקרוא את כל התרגיל מתחילתו ועד סופו לפני שתגשו לממשו.

1 רקע

בתרגיל זה נכתוב תוכנה לזיהוי ספרות הנכתבות בכתב יד. התוכנה שלנו תקבל כקלט תמונה של ספרה בין 0 ל-9 ותחזיר כפלט את הספרה אשר זוהתה. נעשה זאת על ידי בניית מודל של רשת נוירונים. הרשת שנריץ תגיע לדיוק של כ-96 אחוזים בזיהוי ספרות.

1.1 הקדמה

רשת נוירונים היא מודל בלמידת מכונה המבוסס על מבנה המוח האנושי: נוירון מקבל גירוי חשמלי מנוירונים אחרים - אם הגירוי הזה עובר סף מסוים הוא שולח בעצמו אות אל נוירונים אחרים. המוח מורכב ממספר רב של נוירונים המקושרים זה לזה ברשת מורכבת, ויחד הם מסוגלים לבצע את הפעולות הנדרשות ממנו. רשת נוירונים מלאכותית (Artificial neural network) פועלת באופן דומה. ברשתות אלו נעשה שימוש בזיהוי ומיקום של עצמים בתמונה, הבנת שפה אנושית וניתוחה, יצירת טקסט ועוד. מוצרים רבים בחיינו משתמשים ברשתות נוירונים: עוזרים קוליים (Amazon Alexa, Apple Siri), השלמה אוטומטית לתוכן המייל ב-Gmail, זיהוי מחלות בתמונות סריקה רפואית ועוד.

שימו לב: למידת מכונה בכלל, ורשתות נוירונים בפרט, הינם נושאים רחבים ומורכבים ולכן לא יכללו בתוכן תרגיל זה. לצורך מימוש התרגיל אין צורך להבין איך ולמה עובדת רשת הנוירונים. הרקע התיאורטי הנדרש יוצג בסעיף 1.2, פרטי הרשת שנבנה יובאו בסעיף 2.2, והמחלקות למימוש יובאו בסעיף 3.

מומלץ לצפות בסרטון הבא המפרט על המבנה של רשת נוירונים וכיצד ניתן לממש אותה באמצעות אלגברה לינארית:
<https://www.youtube.com/watch?v=aircAruvnKk>

1.2 רקע תיאורטי

1.2.1 רשת נוירונים Fully Connected

- רשת בנויה משכבות (סעיף 1.2.2).
- הקלט של כל שכבה הוא וקטור, והפלט הוא וקטור אחר.
- הפלט של כל שכבה הוא הקלט של השכבה הבאה.
- קלט הרשת הוא וקטור המייצג את האובייקט שהרשת תעבד. ברשת שלנו, הוא מייצג תמונה של ספרה (סעיף 2.2.2).
- פלט הרשת הוא וקטור המייצג את המסקנה של הרשת. ברשת שלנו, הוא מייצג את הספרה שהרשת זיהתה (סעיף 2.2.3).

1.2.2 שכבה ברשת

כל שכבה ברשת מקבלת וקטור קלט $x \in \mathbb{R}^m$ ומחזירה וקטור פלט $y \in \mathbb{R}^n$ באמצעות הפעולה המתמטית הבאה:

$$y = f(W \cdot x + b)$$

כאשר:

- $W \in M_{n \times m}(\mathbb{R})$ מטריצה שאיבריה נקראים **המשקולות** של השכבה (Weights).

- $b \in \mathbb{R}^n$ וקטור שנקרא **ההיסט** (Bias) של השכבה.

- $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ **פונקציית האקטיבציה** של השכבה (סעיף 1.2.3).

כלומר, בהינתן וקטור קלט $x \in \mathbb{R}^m$, הוקטור $y = f(W \cdot x + b) \in \mathbb{R}^n$ יהיה הפלט של השכבה.

1.2.3 פונקציית אקטיבציה

פונקציה $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ אשר מחזירה את התוצאה הסופית של שכבה ברשת הנוירונית. פונקציה זו אינה לינארית. בתרגיל נממש שתי פונקציות אקטיבציה שונות:

- **פונקציית ReLU**

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad ReLU(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & else \end{cases}$$

כאשר הפונקציה פועלת על וקטור $x \in \mathbb{R}^n$ היא מבצעת את הפעולה הזו על כל קוארדינטה בנפרד.

- **פונקציית Softmax**

$$\forall x \in \mathbb{R}^n \quad Softmax(x) = \frac{1}{\sum_{k=1}^n e^{x_k}} \begin{bmatrix} e^{x_1} \\ e^{x_2} \\ e^{x_3} \\ \vdots \\ e^{x_n} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

x_k - הקוארדינטה ה- k של $x \in \mathbb{R}^n$.
 e^t - הפונקציה המעריכית $exp(t)$. לצורך החישוב ניתן להשתמש בפונקציה `std::exp` המיובאת מ-`cmath`.

הפונקציה מקבלת וקטור $x \in \mathbb{R}^n$ וממירה אותו לוקטור התפלגות (וקטור שאיבריו הם מספרים אי-שליליים שסכומם 1) באופן שתואם את הפלט הסופי של הרשת שלנו.

- **שימו לב:** מבחינת מימוש, הפונקציות מקבלות אובייקט מסוג **מטריצה**, ומחזירות אובייקט מסוג **מטריצה**.

רעיונית, זה אותו דבר כמו לפעול על וקטור: כיוון שפונקציית *Relu* פועלת קוארדינטה - קוארדינטה, ניתן להפעיל אותה באופן הזה על המטריצה.

כמו כן, עבור פונקציית *softmax*, **בנוסחת הגדרת הפונקציה:** סיכמו את תוצאת הפעלת האקספוננט על כל קוארדינטות המטריצה, וכפלו במטריצה.

2 מימוש הרשת

2.1 שימוש ב־float ודיוק הרשת

איברי המטריצה שנממש יהיו מטיפוס float (32-bit). מאופן המימוש של float במעבד, פעולות האריתמטיקה אינן בהכרח אסוציאטיביות, כלומר לא בהכרח יתקיים:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

לכן, כדי להימנע משגיאות נומריות בעת ביצוע כפל מטריצות, אנא ממשו את סדר הפעולות לפי ההגדרה המתמטית שלמדתם בלינארית 1:

$$(A \cdot B)_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$$

הרשת שנרשף מגיעה לכ־96 אחוזי דיוק. לכן, הרשת עלולה לטעות בחלק מהתמונות שתזינו לה - זוהי התנהגות תקינה של התוכנה. גם אם אחוזי ההצלחה של הרשת שלכם נמוכים במעט מ־96 אחוזים, ייתכן כי הדבר נובע משגיאות נומריות, ולא צפויה הורדה של נקודות במקרה זה. עם זאת, אם אחוזי ההצלחה של הרשת נמוכים משמעותית מרף זה, ייתכן שהדבר נובע מטעות במימוש.

2.2 תיאור הרשת

2.2.1 שכבות הרשת

• הרשת מורכבת מ־4 שכבות:

שכבה	משקולות - Weights	היסט - Bias	פונקציית אקטיבציה
1 (כניסה)	$W_1 \in M_{128 \times 784}$	$b_1 \in \mathbb{R}^{128}$	<i>Relu</i>
2	$W_2 \in M_{64 \times 128}$	$b_2 \in \mathbb{R}^{64}$	<i>Relu</i>
3	$W_3 \in M_{20 \times 64}$	$b_3 \in \mathbb{R}^{20}$	<i>Relu</i>
4 (מוצא)	$W_4 \in M_{10 \times 20}$	$b_4 \in \mathbb{R}^{10}$	<i>Softmax</i>

• כלומר, על מנת לממש את הרשת עלינו לשרשר את רצף הפעולות הבא:

$$\begin{aligned} r_1 &= Relu(W_1 \cdot x + b_1) \\ r_2 &= Relu(W_2 \cdot r_1 + b_2) \\ r_3 &= Relu(W_3 \cdot r_2 + b_3) \\ r_4 &= Softmax(W_4 \cdot r_3 + b_4) \end{aligned}$$

• x - וקטור הקלט לרשת (סעיף 2.2.2).

• r_i - הפלט של השכבה ה־ i , שהוא גם הקלט לשכבה ה־ $i + 1$.

• r_4 - הפלט של השכבה הרביעית, שהוא וקטור הפלט של הרשת (סעיף 2.2.3).

2.2.2 וקטור הקלט

• כל תמונה מקודדת בתור מטריצה A בגודל 28×28 של פיקסלים בגווני אפור (Grayscale), וכל מספר במטריצה הוא ערך בין 0 ל־1, כלומר $A \in M_{28 \times 28}([0, 1])$.

• לנוחיותכם, בקבצי העזר נמצא הקובץ `plot_img.py` אשר מקבל כקלט נתיב לתמונה ומציג אותה בחלון חדש.

• וקטור הקלט שישלח לרשת יהיה וקטור (מטריצה עם עמודה אחת) עם $28 \cdot 28 = 784$ שורות.

2.2.3 וקטור הפלט

- וקטור הפלט מהשכבה האחרונה הוא וקטור התפלגות (וקטור שאיבריו הם מספרים אי-שליליים שסכומם 1 באורך 10).
- כל אינדקס בווקטור מייצג ספרה בין 0 ל-9.
- הערך של האינדקס מייצג את הסיכוי שזוהי הספרה בתמונה, לפי הרשת.
- התשובה שתיתן הרשת היא האינדקס עם הערך המקסימלי, כלומר הספרה הסבירה ביותר, וההסתברות של אותה ספרה
- במקרה של שוויון, נחזיר את האינדקס הנמוך מבין השניים
- לדוגמא:

Value	0	0.003	0.08	0	0	0	0	0.9	0.007	0.01
Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

בהינתן וקטור הפלט הזה, תשובת הרשת תהיה שהספרה בתמונה היא 7 בהסתברות 90%

2.3 מהלך ריצת התוכנית

שימו לב: חלק זה ממומש עבורכם בקובץ main.cpp המצורף לכם עם קבצי התרגיל מלבד הפונקציה `readFileToMatrix` שעליכם לממש על מנת להשתמש.

התוכנה תקבל בשורת הפקודה נתיבים לקבצי המשקולות וההיסטים כקבצים בינאריים. נריץ את התוכנה עם המשקולות וההיסטים כך:

`$/mlpnetwork w1 w2 w3 w4 b1 b2 b3 b4`

- w_i - נתיב לקובץ המשקולות של השכבה ה- i
- b_i - נתיב לקובץ ההיסט של השכבה ה- i

כאשר התוכנה רצה היא ממתינה לקלט מהמשתמש. הקלט יהיה נתיב לקובץ של תמונה המכילה ספרה. התוכנה:

1. תפתח את הקובץ ותטען את התמונה למטריצה
2. תכניס את המטריצה אל הרשת כקלט
3. כאשר התקבלה תוצאה, התוכנה תדפיס את התמונה, את הספרה שהרשת זיהתה ובאיזו הסתברות. לדוגמא (מתוך פתרון בית הספר):



4. התוכנה תמתין לקלט חדש
- כאשר נזין לתוכנה q - התוכנה תצא עם קוד 0.

3 המחלקות למימוש

הינכם נדרשים לממש את המחלקות הבאות בלבד. אין להגיש מחלקות נוספות.

- בטבלאות המובאות לפניכם רשומות כלל הפונקציות והאופרטורים שעליכם לממש.

- אין להרחיב את ה-API המפורט, כלומר אין להוסיף פונקציות public למחלקות (ניתן להוסיף פונקציות private).

- **חישבו היטב** על החתימה של כל פונקציה: מהו ערך ההחזרה שלה? האם היא משנה את האובייקט הנוכחי? כיצד נגדיר את הטיפוס של הארגומנטים שלה?

- **שימו לב:** עליכם להחליט איפה יש להשתמש ב-const, איפה המשתנים וערכי ההחזרה צריכים להיות by value או by reference, והאם לממש כל פונקציה כחלק מהמחלקה (member function) או כפונקציה העומדת בפני עצמה (standalone, non-member function).

- **איסור על שימוש ב-STL:** בתרגיל זה אין להשתמש בספריית STL של C++, ובפרט לא במבני נתונים כמו `std::vector`.

3.1 המחלקה Matrix

מחלקה זו מייצגת אובייקט של מטריצה (גם וקטור הינו מטריצה, בעלת עמודה אחת ו-n שורות). נזכיר כי איברי המטריצה יהיו מטיפוס float.

Description	Name	Comments
Constructors		
Constructor	Matrix(int rows, int cols)	Constructs Matrix of size rows × cols . Inits all elements to 0 .
Default Constructor	Matrix()	Constructs Matrix of size 1×1. Inits the single element to 0 .
Copy Constructor	Matrix(Matrix m)	Constructs matrix from another Matrix m.
Destructor	~Matrix()	

Methods & Functions		
Getter	<code>get_rows()</code>	returns the amount of rows as int.
Getter	<code>get_cols()</code>	returns the amount of cols as int.
	<code>transpose()</code>	<p>Transforms a matrix into its transpose matrix, i.e $(A.transpose())_{ij} = A_{ji}$.</p> <p>Supports function calling concatenation.</p> <p>e.g:</p> <pre>Matrix a(5,4), b(4,5); a.transpose();// a.get_rows == 4, a.get_cols == 5 b.transpose().transpose();// b is same as before</pre>
	<code>vectorize()</code>	<p>Transforms a matrix into a column vector(section 3.1.2).</p> <p>Supports function calling concatenation.</p> <p>e.g.:</p> <pre>Matrix m(5,4); ... m.vectorize(); m.get_cols() == 1 m.get_rows() == 20</pre>
	<code>plain_print()</code>	<p>Prints matrix elements, no return value.</p> <p>Prints space after each element (including last element in row).</p> <p>Prints newline after each row (including last row).</p>
	<code>dot(Matrix m)</code>	<p>Returns a matrix which is the elementwise multiplication(Hadamard product) of this matrix and another matrix m:</p> $\forall i, j : (A.dot(B))_{ij} = A_{ij} \cdot B_{ij}$
	<code>norm()</code>	<p>Returns the Frobenius norm of the given matrix: $A.norm() = \sqrt{\sum_{i,j} A_{ij}^2}$</p>

Operators		
+	Matrix addition	Matrix a, b; $\rightarrow a + b$
=	Assignment	Matrix a, b; $\rightarrow a = b$
*	Matrix multiplication	Matrix a, b; $\rightarrow a * b$
*	Scalar multiplication on the right	Matrix m; float c; $\rightarrow m * c$
*	Scalar multiplication on the left	Matrix m; float c; $\rightarrow c * m$
+=	Matrix addition accumulation	Matrix a, b; $\rightarrow a += b$
()	Parenthesis indexing	For i,j indices, Matrix m: m(i,j) will return the i,j element in the matrix e.g. Matrix m(5,4); m(1,3) = 10; float x = m(1,3); // x==10
[]	Brackets indexing	For i index, Matrix m: m[i] will return the i'th element (section 3.1.2) e.g. Matrix m(5,4); m[3] = 10; float x = m[3]; // x==10
<<	Output stream	Pretty export of matrix as per section 3.1.1
>>	Input stream	Fills matrix elements: has to read input stream fully, otherwise it's an error (don't trust the user to validate it). see section 3.1.3 for more details.

3.1.1 הדפסת תמונה ממטריצה

כדי להדפיס את התמונה שמיוצגת במטריצה A באמצעות אופרטור $<<$, נשתמש בפסאודו־קוד הבא:

```
for i = 1 to A.rows:
    for j = 1 to A.cols:
        if A(i,j) > 0.1:
            print "**" (double asterisk)
        else:
            print " " (double space)
    print newline
```

3.1.2 אינדקס יחיד ליכרון דו־מימדי

מטריצה A הינה אובייקט דו־מימדי, ולכן אנו זקוקים לשני אינדקסים על מנת לגשת לאיבר בה. פעמים רבות, נוח יותר לגשת לכל איבר במטריצה באמצעות אינדקס יחיד. נבצע את המיפוי מזוג אינדקסים לאינדקס יחיד באופן הבא:

$$A(i, j) == A[i \cdot \text{rowsize} + j]$$

• i - אינדקס השורה

• j - אינדקס העמודה

• *rowsize* - אורך השורה (מספר העמודות)

לדוגמה, תהי $A \in M_{3 \times 4}$, כלומר בעלת 3 שורות ו-4 עמודות. מתקיים:

$$A(2, 1) == A[2 \cdot 4 + 1] == A[9]$$

וודאו שאתם מבינים מדוע מיפוי זה הינו חד-חד-ערכי ועל.

3.1.3 קריאת תמונה מקובץ בינארי למטריצה

כדי לקרוא קובץ בינארי מתוך Input stream, עליכם להשתמש בפונקציה `std::istream::read`, שמקבלת `char*` ומספר בתים\תווים לקרוא. תוכלו למצוא תיעוד מלא של הפונקציה בלינק הבא:

<https://www.cplusplus.com/reference/istream/istream/read/>

שימו לב, במקרה הזה תוכלו לעשות casting מפורש ל- `char*`.

3.2 קבצי Activation

בקבצים אלה נגדיר את פעולת פונקציות האקטיבציה. בקבצי ה-Activation עליכם לממש את פונקציות האקטיבציה `relu` ו-`softmax` כפונקציות השייכות ל-`namespace activation`. כלומר, על מנת לקרוא לפונקציות צריך לרשום `activation::relu` או `activation::softmax`.
טיפ: שימו לב שנשתמש בתרגיל זה ב-function pointers על מנת לגשת לפונקציות אלו. מומלץ להגדיר typedef של פוינטר לפונקצית אקטיבציה ולהשתמש בו בתוכנית.

3.3 המחלקה Dense

מחלקה זו מייצגת שכבה ברשת הנוירונים.

Description	Name	Comments
Constructor	Dense(weights, bias, ActivationFunction)	Init's a new layer with given parameters. C'tor accepts 2 matrices and activation function
Methods		
Getter	get_weights()	Returns the weights of this layer.
Getter	get_bias()	Returns the bias of this layer.
Getter	get_activation()	Returns the activation function of this layer.
Operators		
()	Parenthesis	Applies the layer on input and returns output matrix Layers operate as per section 2.2.1 e.g: <code>Dense layer(w, b, act);</code> <code>Matrix output = layer(input);</code>

3.4 המחלקה MlpNetwork

מחלקה זו תשמש אותנו לסדר את השכבות השונות למבנה רשת ותאפשר הכנסה של קלט לרשת וקבלת הפלט המתאים. מחלקה זו מממשת ספציפית את הרשת המתוארת במסמך זה (סעיף 2.2.1).
שימו לב כי struct digit מומש עבורכם בקבצים שקיבלתם.
נקודה למחשבה: מה היה נדרש לממש במחלקה זו על מנת לתמוך ברשת עם מספר שכבות וגודל שכבות הניתן בזמן ריצה?

Description	Name	Comments
Constructor	MlpNetwork(weights[], biases[])	Accepts 2 arrays of matrices, size 4 each. one for weights and one for biases. constructs the network described (sec. 2.2)
Operators		
()	Parenthesis	Applies the entire network on input. returns digit struct. <code>MlpNetwork m(...);</code> <code>digit output = m(img);</code>

4 טיפול בשגיאות

בתרגיל זה נדרוש מכם להשתמש ב-exceptions.

- חשבו בעצמכם היכן יכולות להיות שגיאות (בדיקת הקלטים של הפונקציות, בדיקת ערכי החזרה של פעולות שונות, ועוד).
- במקרה של שגיאה:

- זרקו חריגה(exception) מתאימה בהתאם להוראות הבאות:

- * אם התבצעה שגיאה הנוגעת לאורכים בעייתיים, זרקו `std::length_error`.
- * אם התבצעה שגיאה שקשורה לגישה למיקום לא חוקי, זרקו `std::out_of_range`.
- * אם התבצעה שגיאה עקב קלט לא נכון מהמשתמש זרקו `std::runtime_error`.
- * במקרה שהקצאת זיכרון נכשלה אינכם נדרשים לזרוק חריגה(החריגה `std::bad_alloc` תיזרק באופן אוטומטי במקרה זה. לפירוט, קראו: https://en.cppreference.com/w/cpp/memory/new/bad_alloc).
- בתרגיל זה אינכם נדרשים לשחרר את הזיכרון במקרה של שגיאה(כיוון שזאת אחריות משתמש הספרייה לשחרר את הזיכרון).

5 קימפול והרצה

בקבצי העזר לתרגיל הניתנים לכם, מצורף קובץ Makefile על מנת לקמפל את התוכנה. על התוכנה להתקמפל באמצעות הפקודה הבאה:

```
make mlpnetwork
```

נריץ את התוכנית כמפורט בסעיף 2.3.

5.1 Presubmit

קובץ ה presubmit זמין בנתיב

```
~labcc2/presubmit/ex4/srcs/presubmit.cpp
```

6 הקבצים להגשה

Matrix.h	Matrix.cpp
Activation.h	Activation.cpp
Dense.h	Dense.cpp
MlpNetwork.h	MlpNetwork.cpp

7 הערות וסיכום

7.1 הנחיות כלליות

- קראו בקפידה את הוראות תרגיל זה ואת ההנחיות להגשת תרגילים שבאתר הקורס.
- מעבר ל-C++: זכרו להשתמש בפונקציות ובספריות של C++ ולא C. למשל, נשתמש ב-new ו-delete ולא ב-malloc ו-free, ב-string::std ולא ב-char*, ובספריה <cmath> במקום math.h.
- איסור על שימוש ב-STL: נזכיר בשנית כי בתרגיל זה נאסר השימוש בספריית STL של C++, ובפרט אסור להשתמש במבני נתונים כגון `std::vector`.
- ניהול זיכרון דינמי: כזכור, הקצאת זיכרון דינמית מחייבת את שחרור הזיכרון, למעט במקרים בהם ישנה שגיאה המחייבת סגירת התוכנית באופן מיידי עם קוד שגיאה (כלומר קוד יציאה 1). תוכלו להיעזר בתוכנה valgrind כדי לחפש דליפות זיכרון בתוכנית שכתבתם.
- שימוש ב-reference: הקפידו לא להעתיק by value משתנים כבדים, אלא להעבירם היכן שניתן by reference.

- שימוש ב-const: הקפידו להשתמש במילה השמורה const היכן שנדרש מכם בהגדרת הפונקציות והארגומנטים.
- סקריפט Pre-submission: ודאו כי התרגיל שלכם עובר את ה-Pre-submission Script **ללא שגיאות או אזהרות**.
- בונוס:

- בונוס +5: הגשה עד יום רביעי 18/5 בשעה 22 : 00.

- בונוס +3 / +2 / +1: הגשה יום/יומיים/שלושה ימים מראש(כרגיל).

- שימו לב: הפעם אתם לא צריכים להגיש טסטים. חרף זאת, אנו מעודדים אתכם לכתוב טסטים ולבדוק את עצמכם במהלך פתירת התרגיל.

בהצלחה!