Introduction

0.1 Introduction

La finance d'entreprise est un domaine essentiel qui concerne la gestion des ressources financières d'une entreprise. Elle englobe des décisions stratégiques liées à l'investissement, au financement et à la gestion des actifs. Les principaux objectifs de la finance d'entreprise incluent l'augmentation de la valeur de l'entreprise pour les actionnaires, la maximisation des profits et la gestion des risques financiers. Les outils et techniques utilisés dans ce domaine comprennent l'analyse des états financiers, l'évaluation des projets d'investissement et la gestion de la trésorerie. En outre, la compréhension des marchés financiers et des instruments financiers est cruciale pour prendre des décisions éclairées et optimiser la structure du capital.

Une entreprise est une organisation dont le but est de produire et d'offrir des biens et/ou des services à des consommateurs. Cela implique l'utilisation de ressources variées, telles que des ressources matérielles, humaines, financières, immatérielles et informationnelles, nécessitant ainsi la coordination de différentes fonctions, notamment l'achat, la commercialisation, la production, la finance et la recherche et développement (R&D). L'objectif financier d'une entreprise est la création de valeur. On peut classer les entreprises en quatre catégories selon leur taille et effectifs : les Petites Entreprises (PE), qui comptent moins de 10 personnes ; les Moyennes Entreprises (ME), qui emploient entre 10 et 250 salariés ; les Entreprises de Taille Intermédiaire (ETI), qui engagent entre 250 et 5000 employés ; et enfin, les Grandes Entreprises (GE), qui, considérées comme des géants de l'économie, emploient plus de 5000 personnes.

En 2021, les secteurs principalement marchands non agricoles et non financiers comptent 3,7 millions d'entreprises (Source : `https://www.insee.fr/fr/statistiques/`). Ces entreprises affichent un chiffre d'affaires hors taxes global de 4142 milliards d'euros et une valeur ajoutée de 1179 milliards d'euros, représentant 60% de la valeur ajoutée de l'économie française. Les 4200 entreprises de taille intermédiaire (ETI) et les grandes entreprises (GE) représentent 65% du chiffre d'affaires, 61% de la valeur ajoutée, 46% des investissements et 86% des exportations, illustrant une forte concentration de l'activité. En revanche, les 3,6 millions de petites entreprises (PE) contribuent à environ 21% du chiffre d'affaires et à un quart de la valeur ajoutée, tout en n'ayant aucune part dans les exportations. Les grandes entreprises (GE) et les entreprises de taille intermédiaire (ETI), bien qu'elles ne représentent qu'une part infime des entreprises (environ 0,2%), contribuent à 65% du chiffre d'affaires, 61% de la valeur ajoutée, 75% des immobilisations corporelles et 86% des exportations, soulignant ainsi une forte concentration de l'activité économique sur ces catégories. À l'inverse, les micro-entreprises et les PME hors micro-entreprises, représentant environ 99% des entreprises, participent pour 35% du chiffre d'affaires et 39% de la valeur ajoutée, mais leur part dans les exportations reste marginale.

0.2 Quel type dentreprise ?

Nous nous focaliserons sur les sociétés par action. Le capital de ces entreprises est divisé en actions, sans limite sur le nombre d'actionnaires. Chaque actionnaire (shareholder) détient une part de l'entreprise et a le droit de percevoir des dividendes. En 2021, ces sociétés ne représentaient que 7% du nombre total d'entreprises, mais elles comptaient pour 38% du nombre de salariés et 50% de la valeur ajoutée, ce qui illustre leur importance en tant qu'entreprises de taille significative, notamment les entreprises de taille intermédiaire (ETI) et les grandes entreprises (GE).

Le capital de ces sociétés est divisé en actions, sans limite sur le nombre d'actionnaires. Cela permet une grande flexibilité dans leur gouvernance et leur financement. Chaque actionnaire détient une part de l'entreprise et a droit, en proportion de ses actions, à des dividendes, correspondant à une part des bénéfices.

0.3 Qui prend les décisions ?

Un conseil d'administration (CA) est élu par les actionnaires d'une société par actions lors des assemblées générales. Son rôle principal est triple : définir la politique générale de l'entreprise en fixant les grandes orientations stratégiques et en veillant à leur mise en uvre ; contrôler les performances en surveillant les résultats financiers, la conformité aux lois et réglementations, ainsi que la bonne gestion des ressources ; et désigner et superviser le directeur général (CEO - *Chief Executive Officer*), en nommant la personne responsable de la direction opérationnelle de l'entreprise et en évaluant son travail. Le CEO est en charge de la plupart des décisions impliquant la gestion de l'entreprise au quotidien. Ainsi, il existe une séparation entre la direction et la propriété de l'entreprise.

Les décisions des sociétés par actions cotées en bourse répondent à plusieurs objectifs stratégiques, qui peuvent parfois être en conflit. L'objectif principal des actionnaires est de maximiser la valeur boursière de l'entreprise, ce qui se traduit par une augmentation du cours de l'action et, potentiellement, des dividendes élevés. Cependant, il existe souvent un conflit d'intérêt entre les actionnaires et les dirigeants, ces derniers pouvant avoir des objectifs différents, comme la préservation de leur emploi ou des ambitions personnelles. De plus, les créanciers, qui fournissent également des capitaux, cherchent à minimiser le risque de défaut, ce qui peut entrer en contradiction avec les stratégies visant à maximiser la valeur boursière. Ainsi, les sociétés par actions doivent naviguer entre ces divers objectifs tout en gérant les tensions qui peuvent surgir entre les différentes parties prenantes.

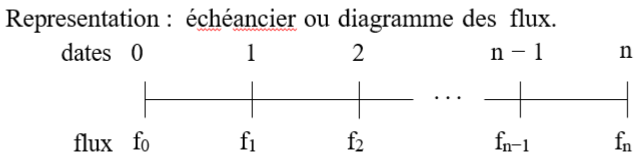
L'asymétrie d'information entre les dirigeants, les actionnaires et les créanciers a des implications significatives pour la stratégie financière de l'entreprise. En raison de cette asymétrie, les dirigeants peuvent prendre des décisions qui ne sont pas toujours alignées avec les intérêts des actionnaires, entraînant des conflits d'intérêts. De plus, les créanciers, n'ayant pas accès aux mêmes informations que les dirigeants, peuvent percevoir un risque plus élevé, ce qui peut augmenter le coût du capital. Pour atténuer ces problèmes, les entreprises doivent adopter des pratiques de transparence, établir des mécanismes de contrôle efficaces et maintenir une communication ouverte avec toutes les parties prenantes, tout en choisissant des stratégies d'investissement prudentes.

Chapitre 1

Évaluation dun projet

1.1 Principes de lévaluation

Un projet d'investissement peut être défini comme une séquence de flux financiers (cash flows). Les flux positifs, appelés inflows, sont les revenus générés par le projet, tandis que les flux négatifs, ou outflows, représentent les coûts associés. Le principe fondamental de l'évaluation d'un projet repose sur la comparaison entre coûts et bénéfices : un projet n'est rentable que si les bénéfices dépassent les coûts. De plus, il est important de noter que les coûts et les bénéfices sont échelonnés dans le temps, ce qui implique qu'une analyse actualisée des flux financiers doit être réalisée pour évaluer la viabilité du projet.



Le principe de base en finance stipule que toute comparaison doit se faire dans la même unité monétaire et temporelle. Par exemple, 1 euro aujourd'hui n'a pas la même valeur qu'1 euro dans un an ou plus, en raison du taux de préférence pour le présent. En effet, 1 euro aujourd'hui peut être placé et vaudra davantage dans un an (ou plus). Pour comparer des flux financiers, il est nécessaire de les "faire voyager dans le temps", c'est-à-dire d'exprimer leurs valeurs à une seule et même date (et unité). On notera r le taux d'intérêt nominal, exprimé sur une base annuelle (1 période dans l'échéancier) et supposé constant.

1.2 Voyage dans le futur

L'opération visant à cumuler des flux dans le futur est appelée capitalisation. La valeur future d'un flux initial est définie comme la valeur, exprimée dans n périodes, du flux initial f. Cette valeur future peut être calculée en tenant compte du taux d'intérêt et du temps écoulé.

$$VF_n(f) = f \cdot (1+r)^n$$

L'opération visant à exprimer des flux futurs en valeur présente est appelée actualisation. La valeur actuelle d'un flux f qui sera reçu dans n périodes est déterminée en tenant compte du taux d'intérêt, permettant ainsi de comparer des flux à des moments différents dans le temps.

$$VA_n(f) = \frac{f}{(1+r)^n}$$

Ce que vaut aujourdhui le flux f obtenu dans n périodes.

r est aussi appelé le taux d'actualisation (taux actuariel si les périodes considérées sont des années). Ce que vaut aujourdhui le flux f obtenu dans n périodes.

r est aussi appelé le taux d'actualisation (taux actuariel si les périodes considérées sont des années).

$$\delta = \frac{1}{(1+r)^n}$$

1.3 Valeur d'une séquence de flux

Un projet P est défini comme une séquence de flux (positifs ou négatifs) représentés par l'échéancier. La valeur nette du projet correspond à la somme des valeurs des flux exprimées à une même date. On parle de Valeur Actuelle Nette (VAN) du projet si cette date est aujourd'hui, ce qui signifie qu'il s'agit de la somme actualisée des différents flux. Ainsi, la valeur actuelle nette de la séquence de flux P est un indicateur clé pour évaluer la rentabilité d'un projet.

$$VAN_n(P) = f_0 + \frac{f_1}{(1+r)} + \frac{f_2}{(1+r)^2} + \frac{f_3}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{f_n}{(1+r)^n} = \sum_{t=0}^{n} \frac{f_t}{(1+r)^t}$$

Ce que vaut aujourd'hui la richesse du projet P réalisé sur n périodes.

La valeur nette du projet P peut également être exprimée dans le futur. Si on l'exprime à la date n (date de fin des flux associés au projet), on obtient la Valeur

Finale Nette de la séquence de flux du projet P. Cette approche permet d'évaluer la rentabilité du projet à l'échéance de ses flux financiers.

$$VFN_n(P) = f_0(1+r)^n + f_1(1+r)^{n-1} + f_2(1+r)^{n-2} + \cdots + f_n = \sum_{t=0}^{n} f_t(1+r)^{n-t}$$

Du point de vue financier, la règle de décision basée sur la Valeur Actuelle Nette (VAN) est la suivante :

— VAN > 0 : Le projet est rentable. Cela signifie que les revenus actualisés générés par l'investissement dépassent son coût initial. En d'autres termes, le projet crée de la valeur pour l'entreprise ou les investisseurs, et il peut donc être réalisé.

— VAN = 0 : Le projet est à l'équilibre. Les revenus actualisés couvrent exactement les coûts, mais ne génèrent pas de bénéfice net supplémentaire. Dans la plupart des cas, ce type de projet n'est pas retenu, sauf si d'autres critères stratégiques sont en jeu (comme une obligation légale ou un bénéfice indirect).

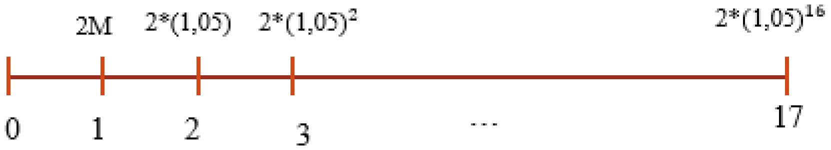
— VAN < 0 : Le projet n'est pas rentable. Les coûts dépassent les revenus actualisés. Ce type de projet doit être évité car il détruit de la valeur.

1.3.1 Exercice

Le Laboratoire AurelGap a développé une nouvelle molécule. Son brevet a une durée de vie de 17 ans. Les bénéfices attendus pour ce nouveau médicament sélèvent à 2 millions deuros la première année puis ils augmentent de 5% par an durant la durée de vie du brevet. Au terme des 17 années, un générique pourra être mis en vente sur le marché et les bénéfices obtenus par le médicament original seront alors nuls.

1. Déterminer la valeur actuelle du médicament si le taux dactualisation est de 10%.
2. Même question mais pour un taux dactualisation de 3%.

1. Les gains espérés chaque année :



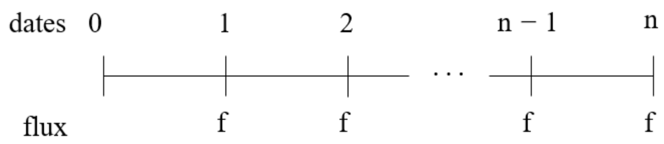
$$VA = \frac{2}{0,1-0,05}\left(1 - \frac{1,05}{1,1}^{16}\right) = 20,99$$

2.
$$VA = \frac{2}{0,03-0,05}\left(1-\frac{1,05}{1,03}^{16}\right) = 36,02$$

1.4 Cas les plus usuels

1.4.1 Les annuités constantes

Les annuités représentent une séquence de n flux versés à intervalles réguliers (souvent tous les ans). Lorsque les flux sont égaux, on parle d'annuités constantes. Un exemple courant d'annuités constantes est celui des emprunts à remboursements fixes à taux fixes, où le montant remboursé chaque année reste constant tout au long de la durée de l'emprunt.



$$\text{Valeur actuelle nette de ces annuités} = \sum_{t=0}^{n} \frac{f}{(1+r)^t}$$

Soit la suite dont le n-ème terme est a_n. La somme de ses n premiers termes, en partant du même terme (avec $m > n$), s'écrit :

$$\sum_{i=m}^{n} U_i = U_m \frac{1-q^{n-m+1}}{1-q}$$

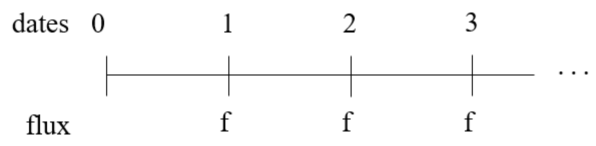
On peut donc en déduire,

$$VAN = \sum_{t=1}^{n} \frac{f}{(1+r)^t} = \frac{f}{r}\left(1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right)$$

Attention ici : $U_1 = \frac{f}{(1+r)}$

1.4.2 Les rentes perpétuelles constantes

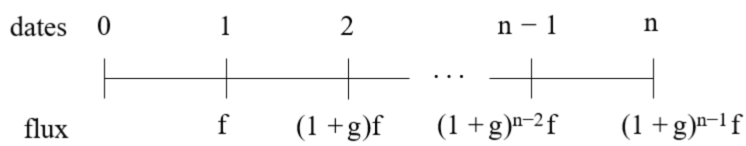
La rente perpétuelle est un titre de dette qui prévoit le paiement régulier d'intérêts sans le remboursement du capital. Cela signifie qu'il s'agit d'une annuité constante qui, théoriquement, n'aurait pas de fin, semblable à une rente viagère.



$$VAN = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{f}{(1+r)^t} = \lim_{n\to\infty} \frac{f}{r}\left(1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n\right) = \frac{f}{r}$$

1.4.3 Les annuités croissantes

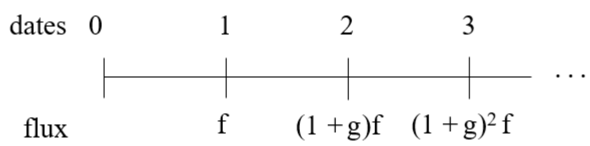
L'annuité croissante est une séquence de flux de trésorerie qui augmente de manière constante à chaque période. Ces flux sont versés à intervalles réguliers et le taux de croissance des flux, noté g, reste constant sur toute la durée de l'annuité.



$$VAN = \frac{f}{1+r}\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t = \frac{f}{r-g}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^n\right)$$

1.4.4 Les rentes perpétuelles croissantes

La rente perpétuelle croissante consiste en des annuités croissantes versées à l'infini.



$$VAN = \sum_{t=1}^{n} \frac{f}{(1+g)}\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^t = \lim_{n\to\infty} \frac{f}{r-g}\left(1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^n\right) = \begin{cases} \frac{f}{r-g} & \text{si } g<r \\ +\infty & \text{si } g>r \end{cases}$$

1.5 Valeur dune séquence de flux

1.5.1 Exemple

Supposons qu'une entreprise envisage un projet nécessitant un investissement initial de 100 000 . Les flux de trésorerie générés sur les 3 prochaines années sont estimés à 40 000€, 50 000€ et 60 000€ respectivement. Si le taux d'actualisation (reflétant le coût du capital ou le risque) est de 10%, la VAN serait calculée ainsi :

$$VAN = -100000 + \frac{40000}{(1+0,1)} + \frac{50000}{(1+0,1)^2} + \frac{60000}{(1+0,1)^3} = 22764,84€$$

Ainsi, le projet est rentable.

1.6 Calculer le taux de rentabilité interne (TRI)

Jusquà présent, on a supposé un taux dintérêt constant r. À partir de l'échéancier associé à un projet, on peut également calculer le taux de rendement interne (TRI) associé à ce projet.

Le taux de rentabilité interne (TRI) est la valeur du taux d'intérêt tel que la somme actualisée des flux positifs soit égale à la valeur actualisée des flux négatifs, ce qui annule la VAN associée au projet.

Considérons un projet dont le coût initial est C et qui génère n flux de revenus égaux d'un montant f. Le TRI associé est la solution de l'équation suivante :

$$\frac{f}{TRI}\left(1 - \left(\frac{1}{1+TRI}\right)^n\right) = C$$

Dans le cas d'une rente perpétuelle, la solution est évidente :

$$TRI = \frac{f}{C}$$

En revanche, dans le cas où n est fini, l'équation précédente n'a pas de solution analytique évidente. Le calcul du TRI nécessite donc l'aide d'un logiciel (comme la fonction TRI dans Excel ou l'utilisation de Mathematica) ou peut être approximé.

La règle du TRI stipule que tout investissement dont le taux de rentabilité interne dépasse le coût du capital (taux dactualisation) doit être réalisé.

Attention : pour comparer la rentabilité entre deux projets, il est toujours recommandé d'utiliser la VAN.

1.7 Quel taux d'actualisation retenir ?

Jusqu'à présent, nous avons supposé que le taux d'actualisation est un taux d'intérêt unique et constant r.

Cependant, il existe de multiples taux d'intérêt, qui peuvent varier selon les banques, le type de placements ou les clients.

La valeur actuelle nette (VAN) d'un projet est sensible à une petite variation du taux d'actualisation.

La question se pose alors : lequel choisir pour le calcul de lactualisation ?

Le taux d'actualisation à utiliser dépend essentiellement de plusieurs facteurs :

Il est crucial d'ajuster la cotation du taux d'intérêt (annuel) avec l'échéancier du projet (mensuel). Cela peut nécessiter le calcul de taux par période infra-annuelle à partir du Taux Annuel Effectif (TAE) sur la base du taux équivalent (sur un mois ou un semestre).

Soit un TAE de 5%, le taux équivalent par mois est déterminé par :

$$\frac{r_m}{100} = (1,05)^{\frac{1}{12}} - 1$$

L'horizon temporel du projet est également un facteur important, comme l'indique la courbe des taux (ou structure par terme des taux d'intérêts), qui montre la différence entre les taux courts et les taux longs.

Enfin, le risque associé au projet doit être pris en compte dans le choix du taux d'actualisation.

1.8 VAN et structure par terme des taux

Dans le calcul de la valeur actuelle nette (VAN), il est nécessaire de tenir compte de la structure par terme des taux d'intérêt, surtout si la courbe des taux n'est pas plate. En effet, il ny a aucune raison pour que le taux dintérêt à échéance dun an soit égal à celui pratiqué pour une échéance de 2 ans (ou 3 ans, etc.). En général, la courbe des taux est croissante.

Ainsi, la VAN de flux sans risques avec $k = 1, \ldots, n$ sera :

$$VAN_i = \sum_{k=0}^{i} \frac{f_k}{(1+r_i)^k}$$

où r_i est le taux dintérêt dun placement arrivant à échéance dans i années (périodes).

1.9 Valeur d' une séquence de flux

1.9.1 Exercice

AurelDF envisage la construction dune centrale nucléaire pour un coût de 120 millions d'€ à payer immédiatement. Le bénéfice obtenu devrait être de 20 millions d€ par an pendant les 10 prochaines années. Ensuite, la centrale fermera et le site devra être nettoyé pour répondre aux normes environnementales, puis surveillé. Cette surveillance coûtera 2 millions d€ par an sur une période infinie.

1. En appliquant le critère du TRI, lentreprise AurelDF a-t-elle intérêt à exploiter cette mine ?
2. Si le coût du capital est de 8% que conclure à partir du calcul de la VAN.

1. Les échéanciers :

$$VAN = -120 + \frac{20}{TRI}\left(1 - \left(\frac{1}{1+TRI}\right)^{10}\right) - \frac{2}{TRI} = 0$$

La VAN s'annule pour un TRI de $0,02924$ et un $TRI_2 = 0,08723$. Cependant, on ne peut pas conclure uniquement sur la base de ces valeurs.

Considérons l'équation suivante :

2. Si $r = 0,08$ la VAN est de $2,621791$ millions d'euros. Cela montre que la VAN nest pas neutre par rapport au taux dactualisation.

1.10 Risque et taux d'intérêt

Le financement de la grande majorité des projets d'investissement porte un risque, notamment le risque de non-paiement des intérêts ou de non-remboursement du capital. Plus ce risque est élevé, plus le créancier exige un rendement élevé, ce qui entraîne l'existence d'une prime de risque.

Ainsi, le taux d'actualisation choisi pour calculer la valeur actuelle nette (VAN) d'un projet doit tenir compte du risque associé à ce projet.

1.11 Le coût du capital

1.11.1 Définition

Le taux d'actualisation à utiliser pour déterminer la valeur actuelle ou future d'un projet est le coût du capital.

Le coût du capital dun projet correspond au taux de rentabilité le plus élevé présenté par un placement alternatif de même horizon et de même risque.

Lidée est qu'un investisseur potentiel cherche à évaluer ce que rapporte le projet par rapport à un placement alternatif, ce qui représente le coût dopportunité.

Attention : la comparaison n'a de sens que si le placement et le projet sont de même risque et de même terme.

1.11.2 Premier aperçu

Considérons un projet (P) avec les caractéristiques suivantes :

- En $t = 0$: coût = 0 - En $t = 1$: flux = variable aléatoire J prenant les valeurs $J_0 > 0$ avec probabilité π et $J_1 > J_0$ avec probabilité $1 - \pi$

On note r_f le taux dintérêt certain (taux dintérêt appliqué aux placements sans risque).

Si jactualise au taux r_f, la valeur actuelle (VA) du projet P est donnée par :

$$VA(P) = \frac{E(J)}{1 + r_f} = \frac{\pi J_0 + (1 - \pi)J_1}{1 + r_f}$$

Cependant, ce calcul pose un problème, car cela ne correspond pas au projet P. En effet, en $t = 1$, on nobtient pas $E(J)$ avec certitude, alors que r_f est le taux dintérêt au certain.

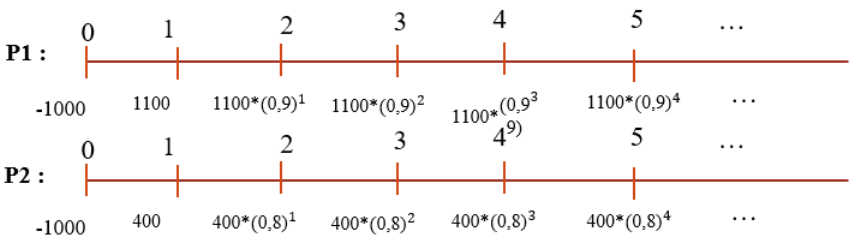
1.11.3 Exercice

Laurent a le choix entre deux projets, chacun d'eux devant l'occuper à plein temps. Le projet P1 concerne la création d'une boulangerie. L'investissement initial est de 1000 euros, les bénéfices associés seront de 1100 euros la 1ère année, ils diminueront ensuite de 10% chaque année. Le projet P2 concerne la création dune pizzeria équipée dun unique four. Il n'est pas possible d'en installer davantage. L'investissement initial est de 1000 euros, les bénéfices associés seront de 400 euros la 1ère année, ils diminueront ensuite de 20% chaque année du fait de l'usure du four. Le coût du capital est de 12% pour les deux projets.

1. Représentez l'échéancier associé à chacun des deux projets.
2. Calculez la VAN et le TRI pour chacun des projets. Dans lequel de ces projets Laurent devrait-il investir ?

3. Laurent se rend compte que le local du pizzeria peut en fait contenir 20 fours avec le même montant d'investissement de 1000 . L'échelle du projet P2 est donc multipliée par 20. Calculez la VAN et le TRI du projet P2 . Dans lequel de ces projets Laurent devrait-il investir ? Commentez.
4. Suivant vos conseils, Laurent se lance dans le projet P2. Son fournisseur de fours lui propose un contrat de maintenance dont le coût est de 250 euros par an. La maintenance permet d'éliminer totalement l'usure des fours. On appelle P2 le projet P2 avec contrat de maintenance. Ecrivez l'échéancier associé à ce nouveau projet.
5. Calculez la VAN et le TRI du projet P2. Laurent devrait-il accepter le contrat de maintenance ? Commentez.
6. Calculez le TRI différentiel associé à la comparaison entre P2 et P1. Commentez.

1. Echéancier des projets P1 et P2



2. Pour le projet P_1, la valeur actuelle nette (VAN) est donnée par :

$$VAN_{P_1} = -1000 + \sum_{t=1}^{T} \frac{1100}{0,9} \left(\frac{0,9}{1,12} \right)^t = -1000 + \frac{1100}{0,22} \left(1 - \left(\frac{0,9}{1,12} \right)^T \right)$$

Lorsque $T \to \infty$, nous avons :

$$VAN_{P_1} = -1000 + \frac{1100}{0,22} = 4000 \text{ euros}$$

Pour le taux de rendement interne (TRI) du projet P_1, nous avons :

$$TRI_{P_1} \Rightarrow -1000 + \frac{1100}{TRI_{P_1} + 0,1} = 0 \Rightarrow TRI_{P_1} = 100\%$$

Pour le projet P_2, la VAN est donnée par :

$$VAN_{P_2} = -1000 + \sum_{t=1}^{T} \frac{400}{0,8} \left(\frac{0,8}{1,12} \right)^t = -1000 + \frac{400}{0,32} \left(1 - \left(\frac{0,8}{1,12} \right)^T \right)$$

Lorsque $T \to \infty$, nous avons :

$$VAN_{P_2} = -1000 + \frac{400}{0,32} = 250 \text{ euros}$$

Pour le TRI du projet P_2, nous avons :

$$TRI_{P_2} \Rightarrow -1000 + \frac{400}{TRI_{P_2} + 0,2} = 0 \Rightarrow TRI_{P_2} = 20\%$$

Il convient donc de choisir P_1 plutôt que P_2 selon les critères de la VAN et du TRI.

3. Si à présent, le nombre de fours est multiplié par 20, nous avons, avec le même montant dinvestissement :

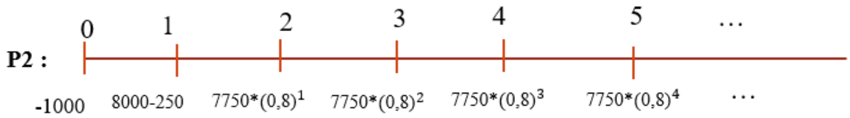
$$VAN_{P_2} = -1000 + \frac{(400 \times 20)}{0,32} = 24000 \text{ euros}$$

Pour le TRI du projet P_2, nous avons :

$$TRI_{P_2} \Rightarrow -1000 + \frac{(400 \times 20)}{TRI_{P_2} + 0,2} = 0 \Rightarrow TRI_{P_2} = 798\%$$

Ainsi, Laurent doit choisir à présent le projet P_2.

4. Projet P_2 et contrat de maintenance



Lorsque $T \to \infty$, la valeur actuelle nette (VAN) pour le projet P_2 est donnée par :

$$VAN_{P_2} = -1000 + \frac{7750}{0,32} = 63583,33 \text{ euros}$$

Pour le taux de rendement interne (TRI) du projet P_2 avec maintenance, nous avons :

$$TRI_{P_2} \Rightarrow -1000 + \frac{7750}{TRI_{P_2} + 0,2} = 0 \Rightarrow TRI_{P_2} = 775\%$$

Laurent devrait accepter le contrat de maintenance car la VAN est plus élevée. Toutefois, le TRI est plus faible que celui du projet P_2 sans maintenance.

1.11.4 Premier aperçu

L'hypothèse d'aversion au risque stipule que la valeur d'une alternative risquée, notée $V_A(P)$, est inférieure à la valeur actualisée des gains attendus, exprimée par la formule

$$\frac{\pi J_0 + (1-\pi)J_1}{1+r_f}$$

où r_f représente le taux sans risque. Pour qu'un projet soit jugé viable, le taux d'actualisation utilisé doit être supérieur à r_f, ce qui implique un coût du capital. La prime de risque associée au projet, notée π_p, est déterminée par l'évaluation des risques spécifiques liés à celui-ci, tels que la volatilité des flux de trésorerie et les incertitudes économiques. Ainsi, il existe un lien direct entre le risque associé au projet et le coût du capital : plus le risque est élevé, plus le coût du capital nécessaire pour financer le projet augmente, car les investisseurs exigent une compensation plus importante pour accepter une incertitude accrue.

Chapitre 2

Coût du capital et risque

2.1 Risque et rentabilité

Comme nous l'avons vu, le rendement d'un placement dépend non seulement de sa rentabilité, mais également du risque qui lui est associé, exprimé à travers la prime de risque. Le risque et la rentabilité d'un actif sont mesurés respectivement par la volatilité des rendements et le rendement attendu. La volatilité, souvent calculée à partir des écarts-types des rendements passés, quantifie l'incertitude liée aux fluctuations des prix de l'actif. La relation entre risque et rentabilité est généralement positive : les actifs présentant un risque plus élevé tendent à offrir des rendements attendus plus importants pour compenser les investisseurs pour l'incertitude accrue. En d'autres termes, les investisseurs s'attendent à être rémunérés par des rendements plus élevés lorsqu'ils prennent des risques supplémentaires.

Par nature, la rentabilité future d'un actif risqué est inconnue *ex ante*. Pour pouvoir en dire quelque chose, nous nous plaçons dans un monde probabilisable. Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible de définir l'ensemble des scénarios envisageables, ce qui nous permet d'établir une liste des états de la nature. De plus, nous supposons qu'il est possible d'associer une probabilité d'occurrence à chacun de ces scénarios, ce qui nous conduit à établir une distribution de probabilité sur les états de la nature possibles. Ces hypothèses sont fondamentales pour évaluer le risque et la rentabilité des actifs dans un cadre probabiliste.

La rentabilité espérée de l'actif R est donnée par la formule suivante :

$$\mathbb{E}(R) = \sum_{i=1}^{n} p_i R_i$$

où p_i représente la probabilité associée à chaque scénario et R_i la rentabilité dans ce scénario. La variance de lactif R est calculée par :

$$\mathbb{V}(R) = \sum_{i=1}^{n} p_i (R_i - \mathbb{E}(R))^2 = \mathbb{E}(R^2) - \mathbb{E}(R)^2$$

L'écart-type de l'actif R est défini comme suit :

$$\sigma_r = \sqrt{V(R)}$$

Il est à noter que l'écart-type est la mesure traditionnelle du risque associé à un actif, quantifiant ainsi l'incertitude des rendements futurs.

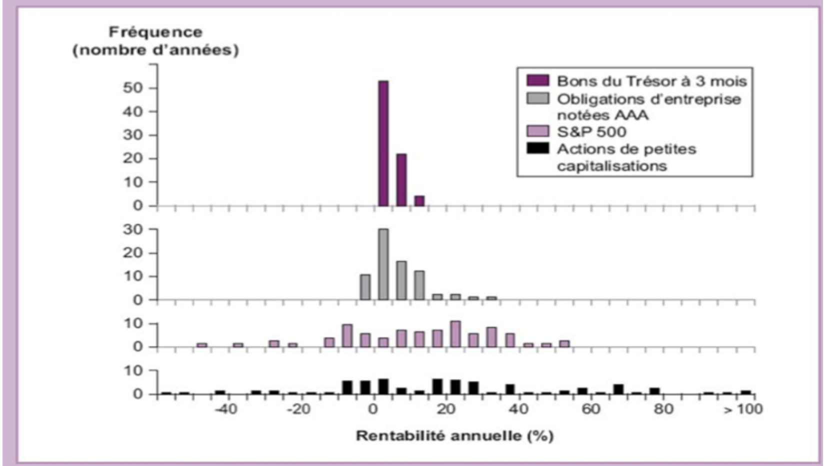
Pour calculer l'espérance de rentabilité et le risque associé à un actif, il est nécessaire de disposer de la distribution de probabilité des rentabilités. Cependant, cette donnée est inobservable, ce qui conduit généralement à une estimation de cette distribution à partir de données historiques. Cette méthode présente des limites, notamment un problème de qualité de la prédiction (précision) qui est lié à la stabilité de l'environnement économique. En effet, les variations économiques peuvent affecter la fiabilité des estimations basées sur des données passées, rendant ainsi les prévisions moins précises.

La rentabilité historique désigne la rentabilité qui a été effectivement réalisée et constatée pour un actif donné au cours d'une période définie dans le passé. La rentabilité d'une action à la période $t+1$ est calculée selon la formule suivante :

$$R_{t+1} = \frac{P_{t+1} + \mathrm{Div}_{t+1} - P_t}{P_t} = \frac{\mathrm{Div}_{t+1}}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

où Div_{t+1} représente les dividendes distribués en $t+1$ et P_t le prix de l'action à la date t. On peut estimer la distribution de probabilité des rentabilités en utilisant les rentabilités observées successivement durant un grand nombre d'années, ce qui permet de construire la densité de probabilité empirique.

Figure 10.4 – Densités de probabilité empiriques des rentabilités de différents portefeuilles, 1926-2008.



La hauteur de chaque barre représente le nombre d'années pendant lesquelles les rentabilités annuelles ont appartenu aux intervalles en abscisse. La dispersion maximale de la densité de probabilité des rentabilités est atteinte par les actions de petites capitalisations. Au contraire, la densité de probabilité empirique des obligations d'entreprise ou des bons du Trésor est très peu dispersée.

À partir de la densité de probabilité empirique, il est facile de déduire une estimation (sans biais) de l'espérance de rentabilité et une estimation de la variance de la rentabilité d'un actif.

En notant R_t la rentabilité effective d'un actif en t, observée entre les périodes 1 et T, l'estimation sans biais de l'espérance de rentabilité de cet actif est donnée par :

$$\bar{R} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t$$

Variance Empirique des Rentabilités Effectives

De même, l'estimation de la variance des rentabilités de cet actif est donnée par :

$$V(R) = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \bar{R})^2$$

Il faut garder en tête les limites associées à cette estimation de la rentabilité :

— Elle repose sur une hypothèse forte : les rentabilités observées sont tirées de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (VA iid).

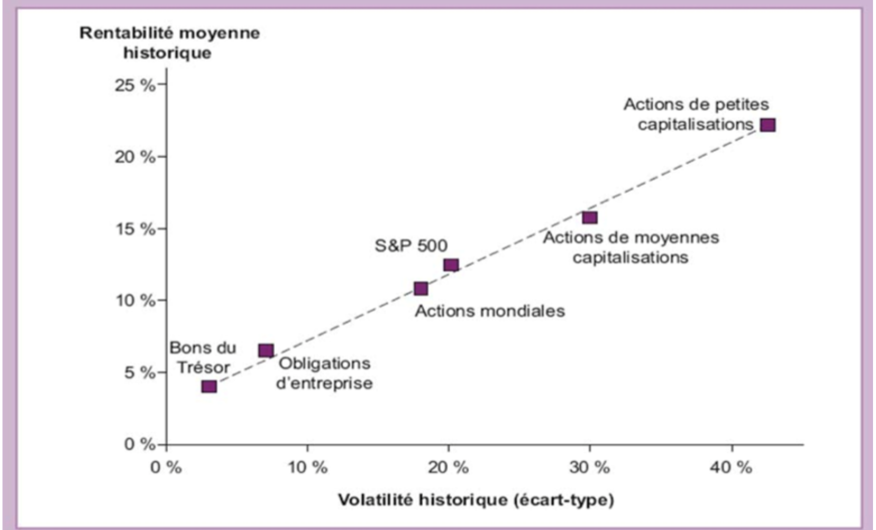
— Même si cette hypothèse est vérifiée, les erreurs de mesure peuvent être importantes et lestimation peu précise avec un nombre d'observations limité.

L'aversion pour le risque des investisseurs implique qu'il devrait exister une relation croissante entre risque et rentabilité.

— On retrouve cette relation quand on s'intéresse à des portefeuilles diversifiés.
— En revanche, on ne la retrouve pas systématiquement quand on examine la rentabilité des titres individuels.

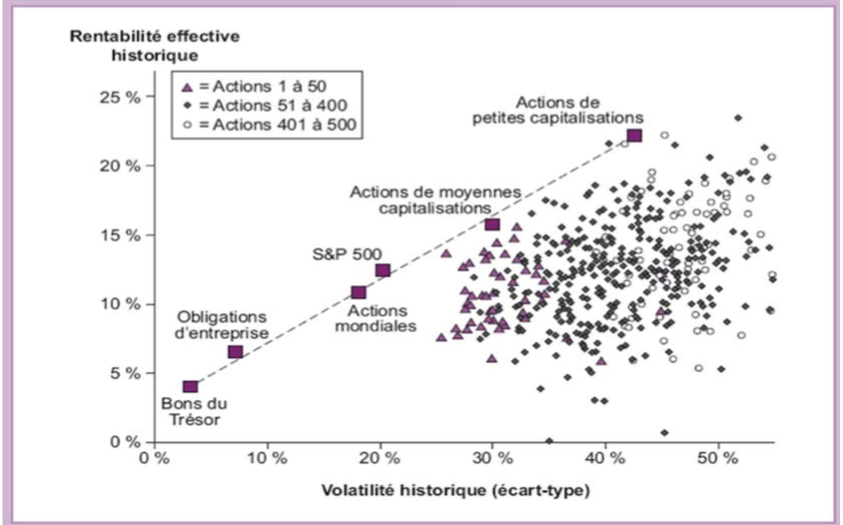
Comment expliquer ce phénomène ? Il est nécessaire de faire la différence entre risque spécifique et risque systématique.

Figure 10.5 – Arbitrage entre risque et rentabilité de plusieurs portefeuilles diversifiés, 1926-2005.



Cette figure montre la relation qui lie volatilité et rentabilité moyenne de plusieurs portefeuilles diversifiés. Outre les portefeuilles de la section 10.1, la figure représente un portefeuille composé d'actions d'entreprises moyennes.
Sources : CRSP, Global Finance Data et MSCI.

Figure 10.6 – Risque et rentabilité historiques de titres individuels, 1926-2005.



Contrairement aux portefeuilles diversifiés, il n'existe pas de relation évidente entre volatilité et rentabilité moyenne des actions. Les actions présentent une volatilité plus élevée et une rentabilité moyenne plus faible que la relation apparente qui lie les risques et rentabilités des portefeuilles.

2.2 Risque spécifique et risque systématique

Le risque lié à la détention d'un actif se définit comme la possibilité que sa rentabilité effective soit inférieure à sa rentabilité espérée.

Les déterminants de la rentabilité d'une action incluent le cours de cette action et les dividendes distribués.

Les sources de variation dans les cours et les dividendes comprennent :

— Informations spécifiques à l'entreprise.

— Informations relatives à l'ensemble du marché.

Il existe deux types de risque : le risque spécifique ou diversifiable, qui est l'incertitude associée aux informations spécifiques à l'entreprise, et le risque systématique ou non-diversifiable, qui est l'incertitude relative aux informations macroéconomiques.

Dans le cas d'un portefeuille d'actions, les risques indépendants se compensent entre eux (ils ne sont pas tous dans le même sens et ils n'arrivent pas tous en même temps), mais pas les risques systématiques.

La diversification permet de réduire le risque, mais ne l'élimine pas complètement. Le risque systématique demeure.

Nous avons vu qu'il existe une relation croissante entre risque systématique et rentabilité. Cependant, une telle relation n'existe pas entre risque spécifique et rentabilité.

Comment expliquer ce second résultat ? Il est possible de s'assurer contre le risque spécifique en diversifiant son portefeuille d'actions. Dans ces conditions, il ne peut exister une prime de risque pour un actif porteur uniquement d'un risque spécifique.

2.3 Prime de risque, risque spécifique et risque systématique

En conclusion, la prime de risque offerte par un actif est déterminée uniquement par son risque systématique ; elle ne dépend pas de son risque diversifiable. L'écart-type constitue une information pertinente pour déterminer la prime de risque associée à un portefeuille d'actions, mais pas pour la prime de risque associée à un titre individuel. En effet, pour chaque titre, il n'y a pas de relation claire entre l'écart-type et la rentabilité.

Ainsi, pour estimer le coût du capital, il faut d'abord estimer la prime de risque, qui elle-même dépend de l'estimation du risque systématique.

2.4 Mesurer le risque systématique

Quelle part de la volatilité d'un actif incombe au risque systématique ? Cette part correspond à la sensibilité de la rentabilité de l'action aux chocs systémiques.

Pour mesurer cette sensibilité, on compare la rentabilité de l'action à la rentabilité d'un portefeuille exclusivement exposé au risque de marché, appelé portefeuille efficient. Nous ne reviendrons pas sur l'identification d'un tel portefeuille, qui doit être suffisamment diversifié, c'est-à-dire contenir un grand nombre de titres, formant ainsi le portefeuille de marché. En pratique, on l'approxime par un indice boursier suffisamment large, comme le S&P 500 ou le SBF 250.

2.4.1 Exercice

Parmi les risques suivants, lesquels sont systématiques et lesquels sont diversifiables ?

1. Le PDG disparaît dans un accident d'avion. Ce risque est spécifique à l'entreprise et donc diversifiable.
2. L'économie entre en récession, ce qui réduit la demande adressée à l'entreprise. Ce risque est systématique, car il est lié aux conditions macroéconomiques.
3. L'ingénieur le plus créatif de la division R&D part à la concurrence. Ce risque est spécifique à l'entreprise et donc diversifiable.

4. Les recherches en cours dans la division R&D ne débouchent pas sur des innovations. Ce risque est spécifique à l'entreprise et donc diversifiable.

2.4.2 Solution

1. Le PDG disparaît dans un accident d'avion. Type : Diversifiable. Explication : La disparition du PDG est un événement spécifique à lentreprise. Ce type de risque peut être atténué en investissant dans plusieurs entreprises pour réduire l'impact d'un événement individuel.
2. Léconomie entre en récession, ce qui réduit la demande adressée à lentreprise. Type : Systématique. Explication : La récession est un phénomène économique global qui affecte toutes les entreprises. Il est impossible de léliminer par diversification, car il touche tous les secteurs dans une certaine mesure.
3. Lingénieur le plus créatif de la division R&D part à la concurrence. Type : Diversifiable
4. Les recherches en cours dans la division R&D ne débouchent pas sur des innovations. Type : Diversifiable

2.4.3 Exercice : Soit les rentabilités annuelles d'un titre sur la période 2011-2016

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rendement	-12.5%	-4%	-8%	2.5%	10%	13%

1. Quelle est la rentabilité annuelle moyenne sur la période ?
2. Quelle est la variance des rentabilités sur la période ?
3. Déterminer lintervalle de confiance de la rentabilité annuelle espéré au seuil de 5%. On supposera que les rentabilités annuelles sont des variables aléatoires indépendantes qui suivent une loi de Student.

Rappel : Soit $R_i, i = 1, \cdots, n$, n variable aléatoires indépendantes et de même loi et d'écart type . On peut estimer l'écart type de la moyenne de ces variables aléatoires par : $\sigma_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{N}}$

2.4.4 Solution

1. La rentabilité annuelle moyenne est donnée par : $R_n = \frac{1}{n} \cdot \sum R_i$, où $R_n = 0.0017$ (soit 0,17%).

2. La variance des rentabilités est donnée par : $\sigma^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum(R_i - \bar{R})^2$, où $\sigma^2 = 0.0102$.
3. L'intervalle de confiance est donné par : $\bar{R} \pm t_{n-1,\alpha/2} \cdot (\sigma/\sqrt{n})$. Au seuil de 5%, l'intervalle de confiance est $[-0.1045, 0.1078]$ (soit $[-10,45\%, 10,78\%]$). Cela signifie que la rentabilité annuelle moyenne se situe avec 95% de confiance dans cet intervalle.

La mesure du risque systématique d'un actif consiste à calculer son bêta.

Le bêta (β) d'un actif représente la variation en pourcentages de la rentabilité excédentaire d'un titre donné lorsque la rentabilité (excédentaire) du portefeuille de marché varie de 1%. Il s'agit donc d'une élasticité.

La rentabilité excédentaire est définie comme l'écart entre la rentabilité de l'actif et le taux d'intérêt sans risque. Nous ne reviendrons pas sur les différentes façons d'estimer le bêta d'un actif, cela a été abordé dans le cours "Évaluation des actifs financiers".

TABLEAU 10.6 **Bêtas des entreprises du CAC 40 (données mensuelles sur la période 2006-2010 où le CAC 40 sert d'indice de référence)**

Entreprise	Code (*ticker*)	Secteur d'activité	Bêta
France Télécom	FTE.PA	Télécommunications	0,34
Danone	BN.PA	Biens de consommation	0,49
Essilor International	EI.PA	Santé	0,51
Carrefour	CA.PA	Services aux consommateurs	0,51
Air Liquide	AI.PA	Matériaux de base	0,58
Total	FP.PA	Pétrole et gaz	0,58
Sanofi-Aventis	SAN.PA	Santé	0,60
L'Oréal	OR.PA	Biens de consommation	0,66
(...)			
ArcelorMittal	MT.NA	Matériaux de base	1,51
Lafarge	LG.PA	Industries	1,51
Crédit Agricole	ACA.PA	Sociétés financières	1,52
AXA	CS.PA	Sociétés financières	1,72
Société Générale	GLE.PA	Sociétés financières	1,94
Alcatel-Lucent	ALU.PA	Technologie	2,03
Natixis	KN.PA	Sociétés financières	2,06
Renault	RNO.PA	Biens de consommation	2,23

* Bêta calculé sur données hebdomadaires pour la période 2009-2010 (absence de cotation avant juillet 2008).

2.5 Estimer la prime de risque

On appelle la prime de risque de marché (Π_m) la différence entre la rentabilité espérée du portefeuille de marché ($\mathbb{E}(R_m)$) et le taux d'intérêt sans risque (r_f) :

$$\Pi_m = \mathbb{E}(R_m) - r_f$$

Le risque systématique d'un titre sera proportionnel à son bêta (β_i), tout comme sa prime de risque. On a donc :

$$\Pi_i = \beta_i(\mathbb{E}(R_m) - r_f) = \beta_i \Pi_m$$

Il est alors possible de proposer une estimation de l'espérance de rentabilité d'un titre à partir de son bêta :

$$\mathbb{E}(R_i) = r_f + \Pi_i = r_f + \beta_i(\mathbb{E}(R_m) - r_f)$$

2.6 Risque et coût du capital

Rappel : le taux d'actualisation est égal au coût du capital, qui correspond à la rentabilité espérée d'actifs de même risque et de même rentabilité espérée.

On a donc : le coût du capital est égal à la rentabilité espérée d'actifs ayant le même bêta.

Le coût du capital r_p d'un projet de bêta β_p est donc :

$$r_p = r_f + \beta_p(\mathbb{E}(R_m) - r_f)$$

Comment déterminer β_p ?

Généralement, on utilise le bêta de l'entreprise comme bêta (ou celui d'entreprises comparables) de ses projets d'investissement.

Dans le cas d'une entreprise non-endettée, le bêta des actions de l'entreprise peut être utilisé directement comme bêta de l'entreprise et donc comme bêta du projet.

Nous verrons dans la Partie II comment calculer le coût du capital pour une entreprise endettée.

2.6.1 Exercice

Soit les rentabilités annuelles d'un actif au cours de quatre années successives.

Année	1	2	3	4
Rendement	10%	20%	-5%	15%

1. Quel est le taux de croissance annuel composé de cet actif sur les quatre années ?
2. Quelle est la rentabilité annuelle moyenne de lactif sur la période ?
3. Quelle mesure de performance passée de lactif doit-on choisir ?
4. En supposant que les rentabilités sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, estimer la rentabilité espérée de cet actif.

2.6.2 Solution

1. Formule du taux de croissance annuel composé (*Compound Annual Growth Rate - CAGR*)

   La formule du CAGR est :

   $$\text{CAGR} = [(1+r_1)\times(1+r_2)\times\cdots\times(1+r_n)]^{1/n} - 1$$

   Avec r_i les taux de croissance annuels.

   Dans l'exemple donné, on a : $r_1 = 10\%$, $r_2 = 20\%$, $r_3 = -5\%$ et $r_4 = 15\%$. Le CAGR est donc :

   $$\text{CAGR} = [(1.10\times 1.20\times 0.95\times 1.15)]^{1/4} - 1 \approx 9.43\%$$

   Une seconde manière de calculer le CAGR est :

   $$\text{CAGR} = \left(\frac{A_T}{A_0}\right)^{1/n} - 1$$

   Où A_T (resp. A_0) est la valeur de l'actif à la date terminale (resp. initiale). Ici, on ne connaît pas A_0, mais on sait que $A_T = A_0 \times (1.10\times 1.20\times 0.95\times 1.15) \Rightarrow \frac{A_T}{A_0} = 1.44 \Rightarrow \text{CAGR} = 9.43\%$.
2. La rentabilité moyenne est calculée comme :

   $$\text{Rentabilité moyenne} = \frac{r_1+r_2+\cdots+r_n}{n} = \frac{10\%+20\%-5\%+15\%}{4} = 10\%$$

3. Le CAGR est préféré pour mesurer la performance passée car :
   — Il reflète mieux la croissance réelle en tenant compte de la capitalisation.
   — La moyenne arithmétique (rentabilité moyenne) surestime souvent la rentabilité réelle.

   Donc, le CAGR est à privilégier pour analyser la performance passée.
4. La rentabilité espérée est égale à la moyenne des rendements, sous l'hypothèse que les rendements sont indépendants et identiquement distribués (iid) :

   $$\text{Rentabilité espérée} = \frac{10\%+20\%-5\%+15\%}{4} = 10\%$$

2.6.3 Exercice

Il existe deux types d'entreprises S et I. La performance des actions des entreprises S dépend uniquement de la conjoncture. Lorsqu'elle est bonne leur rentabilité est de 40%, lorsqu'elle est mauvaise, leur rentabilité est de -5%. La conjoncture a une chance sur trois d'être bonne.

La performance des actions des entreprises I dépend uniquement de la qualité de leur dirigeant. Lorsque ce dernier est efficace leur rentabilité est de 35%, lorsqu'il est inefficace, leur rentabilité est de -25%. La moitié des dirigeants sont efficaces. De plus ces derniers sont répartis de façon aléatoire entre les entreprises I.

1. Quelle est la volatilité des actions d'une entreprise de type I ? Même question pour une entreprise de type S ?

2.6.4 Solution

1.

$$E(R_S) = \left(\frac{1}{3} \times 40\%\right) + \left(\frac{2}{3} \times (-5\%)\right)$$

$$E(R_S) = \frac{40}{3} - \frac{10}{3} = \frac{30}{3} = 10\%$$

$$E(R_I) = \left(\frac{1}{2} \times 35\%\right) + \left(\frac{1}{2} \times (-25\%)\right)$$

$$E(R_I) = \frac{35}{2} - \frac{25}{2} = \frac{10}{2} = 5\%$$

$$\text{Var}(R_S) = \left(\frac{1}{3} \times (40-10)^2\right) + \left(\frac{2}{3} \times (-5-10)^2\right)$$

$$\text{Var}(R_S) = \left(\frac{1}{3} \times 900\right) + \left(\frac{2}{3} \times 225\right)$$

$$\text{Var}(R_S) = 300 + 150 = 450$$

$$\sigma_S = \sqrt{450} \approx 21.21\%$$

$$\text{Var}(R_I) = \left(\frac{1}{2} \times (35-5)^2\right) + \left(\frac{1}{2} \times (-25-5)^2\right)$$

$$\text{Var}(R_I) = \left(\frac{1}{2} \times 900\right) + \left(\frac{1}{2} \times 900\right)$$

$$\text{Var}(R_I) = 900$$

$$\sigma_I = \sqrt{900} = 30\%$$

- Volatilité de lentreprise de type S : $\sigma_S \approx 21.21\%$
- Volatilité de lentreprise de type I : $\sigma_I = 30\%$

2.6.5 Exercice

1. Quelle est la volatilité d'un portefeuille composé de 100 actions d'entreprises de type I ? Idem pour 100 actions d'entreprises de type S.
2. On suppose que la rentabilité du portefeuille de marché augmente de 47% en période d'expansion et baisse de 25% en période de récession. Quel type d'actifs aura le bêta le plus élevé ? Commentez.

2.6.6 Solution

1. **Volatilité d'un portefeuille de 100 actions d'entreprises de type I et S :**

   La volatilité d'un portefeuille composé d'actions identiques est proportionnelle à la volatilité d'une seule action. En effet, si l'on suppose que les rendements des actions sont parfaitement corrélés, la volatilité totale est donnée par :

$$\sigma_{\text{portefeuille}} = \sigma_{\text{action}}$$

   Ainsi, pour un portefeuille de 100 actions d'entreprises de type I :

$$\sigma_I = 30\%$$

   De même, pour un portefeuille de 100 actions d'entreprises de type S :

$$\sigma_S \approx 21.21\%$$

   En conclusion, la volatilité reste la même, car la diversification ne réduit pas le risque dans le cas où toutes les actions sont identiques.

2. **Comparaison du bêta des actifs de type I et S :**

   Le bêta (β) mesure la sensibilité de la rentabilité d'un actif par rapport au portefeuille de marché. Il est défini comme :

$$\beta = \frac{\text{Cov}(R_{\text{actif}}, R_{\text{marché}})}{\text{Var}(R_{\text{marché}})}$$

   Les rendements du marché sont donnés par :

$$R^{+}_{\text{marché}} = 47\%, \quad R^{-}_{\text{marché}} = -25\%$$

   Calcul de la rentabilité espérée du marché :

$$E(R_{\text{marché}}) = \frac{1}{2} \times 47\% + \frac{1}{2} \times (-25\%) = \frac{47-25}{2} = 11\%$$

   Calcul de la variance du marché :

$$\text{Var}(R_{\text{marché}}) = \frac{1}{2} \times (47-11)^2 + \frac{1}{2} \times (-25-11)^2$$

$$\text{Var}(R_{\text{marché}}) = \frac{1}{2} \times 1296 + \frac{1}{2} \times 1296 = 1296$$

$$\sigma_{\text{marché}} = \sqrt{1296} = 36\%$$

   Analyse des actifs I et S :

   - Les entreprises de type S sont sensibles à la conjoncture économique, elles auront un bêta plus élevé si leur rentabilité varie fortement avec la conjoncture. - Les entreprises de type I sont influencées par des facteurs internes (efficacité du dirigeant), elles sont donc moins corrélées avec le marché.

   Par conséquent, les entreprises de type S devraient avoir un β plus élevé, car leur rentabilité est directement affectée par la conjoncture économique, qui est un facteur clé de la rentabilité du marché.

   Conclusion : Le bêta des entreprises de type S est plus élevé que celui des entreprises de type I, car leur performance est plus liée aux fluctuations du marché.

2.6.7 Exercice

On suppose que le portefeuille de marché a autant de chance d'augmenter de 30% que de diminuer de 10%.

1. Quel est le béta d'un titre dont le cours augmente de 43% en moyenne quand le marché est haussier et diminue de 17% en moyenne quand le marché est baissier ?
2. Quel est le béta d'un titre dont le cours augmente en moyenne de 18% lorsque le marché est baissier et diminue en moyenne de 22% lorsque le marché est haussier ?
3. Exprimer le béta d'un titre dont la rentabilité espérée est de 4% indépendamment de la rentabilité du marché ?

2.6.8 Solution

1. **Calcul du bêta pour un titre augmentant de 43% en marché haussier et diminuant de 17% en marché baissier**

   Données :

   — Rentabilités du marché :

$$R_M^+ = 30\%, \quad R_M^- = -10\%, \quad P(+) = P(-) = \frac{1}{2}$$

   — Rentabilités du titre :

$$R_A^+ = 43\%, \quad R_A^- = -17\%$$

   Rentabilité espérée du marché :

$$E(R_M) = \frac{1}{2} \times 30\% + \frac{1}{2} \times (-10\%) = \frac{30-10}{2} = 10\%$$

   Rentabilité espérée du titre :

$$E(R_A) = \frac{1}{2} \times 43\% + \frac{1}{2} \times (-17\%) = \frac{43-17}{2} = 13\%$$

   Covariance entre le titre et le marché :

$$\mathrm{Cov}(R_A, R_M) = \frac{1}{2}\left((43-13)(30-10) + (-17-13)(-10-10)\right)$$

$$\mathrm{Cov}(R_A, R_M) = \frac{1}{2}\left(30 \times 20 + (-30) \times (-20)\right)$$

$$\text{Cov}(R_A, R_M) = \frac{1}{2}(600 + 600) = 600$$

Variance du marché :

$$\text{Var}(R_M) = \frac{1}{2}\left((30-10)^2 + (-10-10)^2\right)$$

$$\text{Var}(R_M) = \frac{1}{2}\left(20^2 + (-20)^2\right) = 400$$

Bêta du titre :

$$\beta_A = \frac{\text{Cov}(R_A, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \frac{600}{400} = 1.5$$

Le bêta du titre est donc $\beta_A = 1.5$.

2. **Calcul du bêta pour un titre augmentant de 18% en marché baissier et diminuant de 22% en marché haussier**

Données :

— Rentabilités du marché :

$$R_M^+ = 30\%, \quad R_M^- = -10\%, \quad P(+) = P(-) = \frac{1}{2}$$

— Rentabilités du titre :

$$R_B^+ = -22\%, \quad R_B^- = 18\%$$

Rentabilité espérée du titre :

$$E(R_B) = \frac{1}{2} \times (-22\%) + \frac{1}{2} \times 18\% = \frac{-22+18}{2} = -2\%$$

Covariance entre le titre et le marché :

$$\text{Cov}(R_B, R_M) = \frac{1}{2}((-22+2)(30-10) + (18+2)(-10-10))$$

$$\text{Cov}(R_B, R_M) = \frac{1}{2}(-24 \times 20 + 20 \times (-20))$$

$$\text{Cov}(R_B, R_M) = \frac{1}{2}(-480 - 400) = -440$$

Bêta du titre :

$$\beta_B = \frac{\text{Cov}(R_B, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \frac{-440}{400} = -1.1$$

Le bêta du titre est donc $\beta_B = -1.1$.

3. **Bêta d'un titre avec une rentabilité constante de 4% indépendamment du marché**

   Lorsque la rentabilité d'un titre est constante et indépendante de la rentabilité du marché, la covariance entre le titre et le marché est nulle :

   $$\text{Cov}(R_C, R_M) = 0$$

   Par conséquent, le bêta du titre est donné par :

   $$\beta_C = \frac{\text{Cov}(R_C, R_M)}{\text{Var}(R_M)} = \frac{0}{400} = 0$$

   Le bêta de ce titre est donc $\beta_C = 0$, ce qui signifie que le titre est insensible aux fluctuations du marché.

2.6.9 Exercice

On suppose que le portefeuille de marché a autant de chance d'augmenter de 30% que de baisser de 10% et que le taux d'intérêt sans risque est de 4% (r_f)

1. A partir du béta calculé à la question 1 de l'exercice précédent, calculez le coût du capital d'un projet de même béta.
2. A partir du béta calculé à la question 2 de l'exercice précédent, calculez le coût du capital d'un projet de même béta.

2.6.10 Correction de l'exercice

On suppose que le portefeuille de marché a autant de chance d'augmenter de 30% que de baisser de 10%, et que le taux d'intérêt sans risque est de 4% (r_f).

1. **Calcul du coût du capital pour un projet de même bêta que dans la question 1 de l'exercice précédent**

   Données :
   — Taux d'intérêt sans risque : $r_f = 4\%$
   — Rentabilité espérée du marché :

   $$E(R_M) = \frac{1}{2} \times 30\% + \frac{1}{2} \times (-10\%) = \frac{30 - 10}{2} = 10\%$$

   — Bêta du projet (issu de l'exercice précédent) : $\beta_1 = 1.5$

Formule du coût du capital selon le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) :

$$E(R_A) = r_f + \beta(E(R_M) - r_f)$$

Application :

$$E(R_A) = 4\% + 1.5 \times (10\% - 4\%)$$

$$E(R_A) = 4\% + 1.5 \times 6\% = 4\% + 9\% = 13\%$$

Ainsi, le coût du capital du projet est de 13%.

2. **Calcul du coût du capital pour un projet de même bêta que dans la question 2 de l'exercice précédent**

   Données :

   — Taux d'intérêt sans risque : $r_f = 4\%$

   — Rentabilité espérée du marché :

   $$E(R_M) = 10\%$$

   — Bêta du projet (issu de l'exercice précédent) : $\beta_2 = -1.1$

   Formule du coût du capital :

   $$E(R_B) = r_f + \beta(E(R_M) - r_f)$$

   Application :

   $$E(R_B) = 4\% + (-1.1) \times (10\% - 4\%)$$

   $$E(R_B) = 4\% - 1.1 \times 6\% = 4\% - 6.6\% = -2.6\%$$

   Ainsi, le coût du capital du projet est de -2.6%, ce qui signifie que ce projet est moins risqué que l'actif sans risque et pourrait générer une rentabilité inférieure au taux sans risque.

Chapitre 3

Critères de choix d’investissement