Résolution de l'équation pour $r^\star$

Nous cherchons à résoudre l'équation suivante pour exprimer $r^\star$ en fonction des constantes données :

$$-\frac{1}{1-\alpha}\cdot\frac{1}{r}\cdot\left(\frac{r^{1-\gamma}}{1-\gamma}-\frac{b^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right)+r^{-\gamma}=0$$

Étape 1 : Simplification de l'équation

Pour simplifier cette équation, nous multiplions chaque côté par le facteur commun $(1-\alpha)\cdot r\cdot(1-\gamma)$ afin d'éliminer les dénominateurs. Nous obtenons alors :

$$-\left(r^{1-\gamma}-b^{1-\gamma}\right)+(1-\alpha)(1-\gamma)\cdot r^{1-\gamma}=0$$

Étape 2 : Réorganisation des termes

En regroupant les termes contenant $r^{1-\gamma}$, nous obtenons :

$$-\left(r^{1-\gamma}\right)+b^{1-\gamma}+(1-\alpha)(1-\gamma)\cdot r^{1-\gamma}=0$$

Cela peut être réécrit comme suit :

$$[-(1-\alpha)(1-\gamma)+1]\cdot r^{1-\gamma}=b^{1-\gamma}$$

Étape 3 : Isolement de $r^{1-\gamma}$

Nous isolons $r^{1-\gamma}$ en divisant chaque côté par le facteur $[-(1-\alpha)(1-\gamma)+1]$:

$$r^{1-\gamma}=b^{1-\gamma}\cdot\frac{1}{-(1-\alpha)(1-\gamma)+1}$$

Étape 4 : Résolution pour r

Pour isoler r, nous appliquons la puissance $\frac{1}{1-\gamma}$ des deux côtés :

$$r=b\cdot[-(1-\alpha)(1-\gamma)+1]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Résultat final

Ainsi, la solution finale est donnée par :

$$r^\star = b \cdot [-(1-\alpha)(1-\gamma)+1]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$