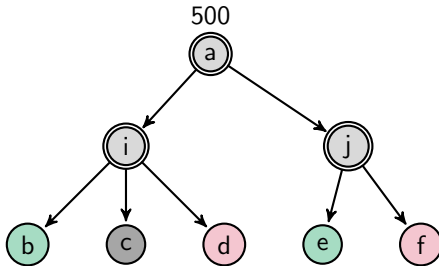


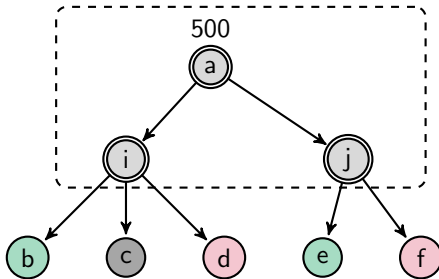


## Soft and Hard Constraints in Large Self-Organizing Systems

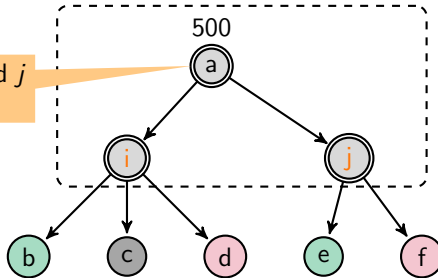
Alexander Schiendorfer et al.





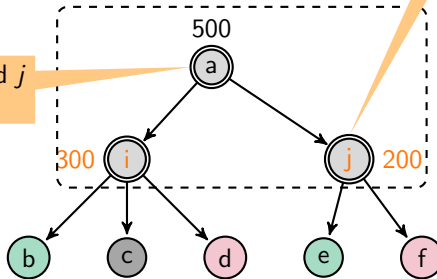


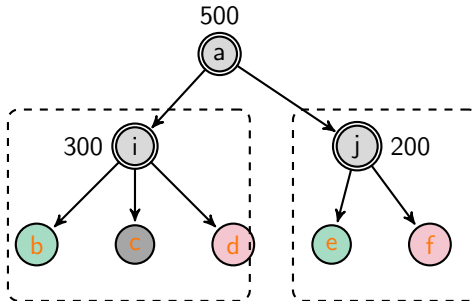
Was sollen  $i$  und  $j$   
beisteuern?

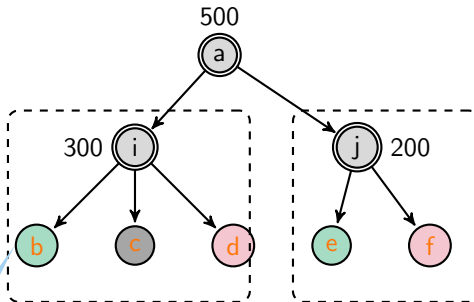


Wie kann ich  $e$  und  $f$  repräsentieren?

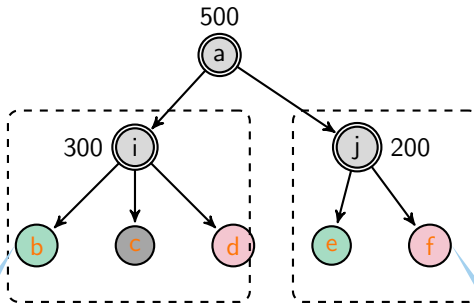
Was sollen  $i$  und  $j$  beisteuern?







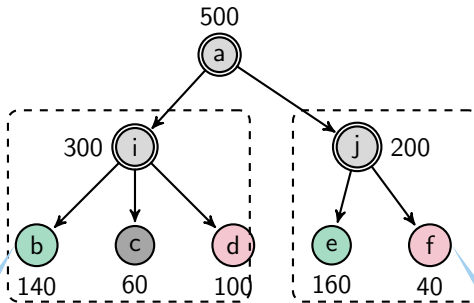
Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?



Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?

Wie beschreibe ich  
bevorzugte Abläufe?



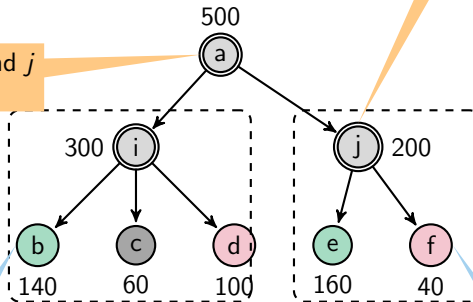


Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?

Wie beschreibe ich  
bevorzugte Abläufe?

Wie kann ich *e* und *f* repräsentieren?

Was sollen *i* und *j* beisteuern?

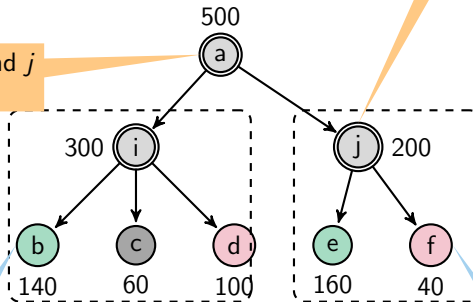


Wie vermeide ich meinen Speicher über 90% zu füllen?

Wie beschreibe ich bevorzugte Abläufe?

Wie kann ich *e* und *f* repräsentieren?

Was sollen *i* und *j* beisteuern?



Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?

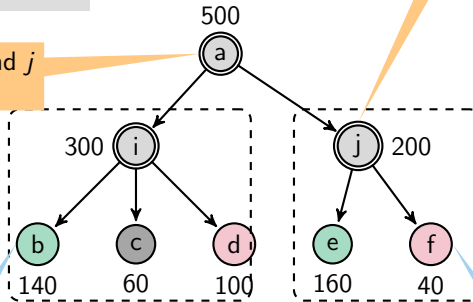
Constraint Relationships / PVS  
SGAI'13, ICTAI'14  
Wirsing'15, Constraints'17

Wie beschreibe ich  
bevorzugte Abläufe?

Regio-zentrale Fahrpläne  
ICAART'14, SAOS'14  
Marktbasiert  
TAAS'15

Wie kann ich *e* und *f* repräsentieren?

Was sollen *i* und *j*  
beisteuern?



Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?

Constraint Relationships / PVS  
SGAI'13, ICTAI'14  
Wirsing'15, Constraints'17

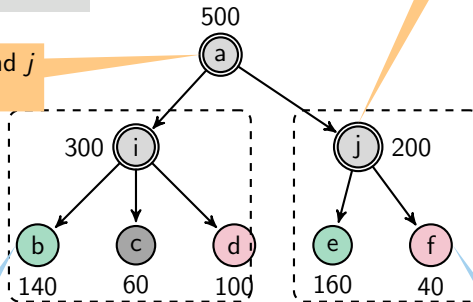
Wie beschreibe ich  
bevorzugte Abläufe?

Regio-zentrale Fahrpläne  
ICAART'14, SAOS'14  
Marktbasiert  
TAAS'15

Wie kann ich *e* und *f* repräsentieren?

Abstraktion  
ICAART'14, TCCI'15  
SASO'15

Was sollen *i* und *j*  
beisteuern?



Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?

Constraint Relationships / PVS  
SGAI'13, ICTAI'14  
Wirsing'15, Constraints'17

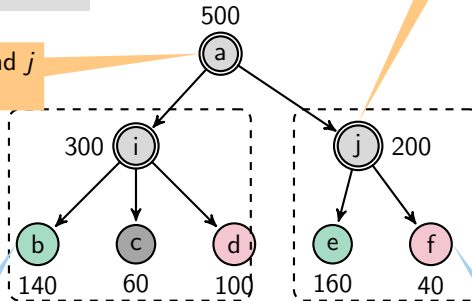
Wie beschreibe ich  
bevorzugte Abläufe?

Regio-zentrale Fahrpläne  
ICAART'14, SAOS'14  
Marktbasiert  
TAAS'15

Wie kann ich *e* und *f* repräsentieren?

Abstraktion  
ICAART'14, TCCI'15  
SASO'15

Was sollen *i* und *j*  
beisteuern?



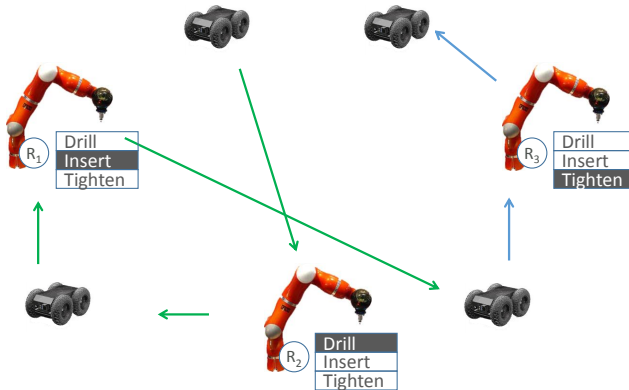
Supply Automata  
SEN-MAS'14  
TCCI'15

Wie vermeide ich  
meinen Speicher  
über 90% zu füllen?

Constraint Relationships / PVS  
SGAI'13, ICTAI'14  
Wirsing'15, Constraints'17

Wie beschreibe ich  
bevorzugte Abläufe?

**Ziel:** Weise Tasks an Roboter zu, sodass ein korrekter **Ressourcenfluss** entsteht



(Seebach et al., 2010)

**Ziel:** Belege (endlich viele) Variablen aus  $X$  mit einem aus (endlich vielen) Werten aus  $D$  sodass alle Constraints  $C$  erfüllt werden.

## Beispiel

- $n$  Roboter,  $m$  Tasks
- Gebe jedem Roboter einen *unterschiedlichen* Task, stelle sicher, dass jeder Task belegt ist

```
% problem data
int: n; set of int: ROBOTS = 1..n;
int: m; set of int: TASKS = 1..m;

% decisions
array[ROBOTS] of var TASKS: allocation;

% goal
solve satisfy;

% have robots work on different tasks
constraint alldifferent(allocation);
constraint forall(t in TASKS) (exists(r in ROBOTS) (allocation[r] = t));
```



**Ziel:** Suche die beste Belegung, sodass eine **skalare** Zielfunktion  $f : [X \rightarrow D] \rightarrow \mathbb{Z}$  minimiert (oder maximiert) wird.

## Beispiel

- $n$  (steuerbare) Supplier,  $m$  (steuerbare) Consumer decken Residuallast

```
% problem data
int: n; set of int: SUPPLIERS = 1..n;
array[SUPPLIERS] of int: costs;
int: m; set of int: CONSUMERS = 1..m;
int: residualLoad;

% decisions
array[SUPPLIERS] of var 0..100: supply;
array[CONSUMERS] of var 0..100: demand;

% goal
solve minimize sum(s in SUPPLIERS)(costs[s]*supply[s]);

% have robots work on different tasks
constraint sum(supply) - sum(demand) - residualLoad = 0;
```

**Harte** Constraints aus Supply Automata:

$$\text{hardBounds} : \forall t \in T, a \in A : m[a][t] = \text{on} \rightarrow P_{\min} \leq S[a][t] \leq P_{\max}$$

**Harte** Constraints aus Supply Automata:

$$\text{hardBounds} : \forall t \in T, a \in A : m[a][t] = \text{on} \rightarrow P_{\min} \leq S[a][t] \leq P_{\max}$$

**Weiche** Constraints anlagenspezifisch (z.B. Präferenz für 350 bis 390 KW):

$$\text{ecoSweet}_{\text{bio}} : \forall t \in T : m[\text{biogas}][t] = \text{on} \rightarrow 350 \leq S[\text{biogas}][t] \leq 390$$

**Harte** Constraints aus Supply Automata:

$$\text{hardBounds} : \forall t \in T, a \in A : m[a][t] = \text{on} \rightarrow P_{\min} \leq S[a][t] \leq P_{\max}$$

**Weiche** Constraints anlagenspezifisch (z.B. Präferenz für 350 bis 390 KW):

$$\text{ecoSweet}_{\text{bio}} : \forall t \in T : m[\text{biogas}][t] = \text{on} \rightarrow 350 \leq S[\text{biogas}][t] \leq 390$$

oder Änderungsgeschwindigkeit

$$\text{inertia}_{\text{therm}} : \forall t \in T : |S[\text{biogas}][t] - S[\text{biogas}][t + 1]| \leq 10$$

## Constraint Programming

- Deklarative Programmierung (ähnlich SQL, Prolog)
- Trennung von **Modell** und *Algorithmus*
- Geeignet für kombinatorische Probleme unter harten Bedingungen (Physik!)
- Modellierungssprache **MiniZinc**

## Soft Constraint Programming

- Modellierung von **Präferenzen**
- Finde Lösungen, die *so gut wie möglich* sind
- Was bedeutet "gut"?
- Modellierungssprache **MiniBrass**

## Rationale

Eine Sprache – viele Solver

### Unterstützte Solver

- Gecode (CP)
- JaCoP (CP)
- Google Optimization Tools (CP)
- Choco (CP)
- G12 (CP/LP/MIP)



# Welche Arten von Soft Constraints?

---



Institute for  
Software & Systems  
Engineering

Was machen wir nun mit **inertia<sub>therm</sub>** und **ecoSweet<sub>bio</sub>**?

**Max-CSP** Erfülle so viele Constraints wie möglich

(Freuder and Wallace, 1992)

# Welche Arten von Soft Constraints?

---

Was machen wir nun mit **inertia<sub>therm</sub>** und **ecoSweet<sub>bio</sub>**?

**Max-CSP** Erfülle so viele Constraints wie möglich (Freuder and Wallace, 1992)

**Weighted CSP** Minimiere die Summe der verletzten Constraints nach Gewicht



Was machen wir nun mit **inertia<sub>therm</sub>** und **ecoSweet<sub>bio</sub>**?

**Max-CSP** Erfülle so viele Constraints wie möglich (Freuder and Wallace, 1992)

**Weighted CSP** Minimiere die Summe der verletzten Constraints nach Gewicht  
(Shapiro and Haralick, 1981)

**Fuzzy CSP** Erfülle den (minimalen) Erfüllungsgrad (zwischen 0 und 1) über alle  
Soft Constraints (Ruttkay, 1994)

Was machen wir nun mit **inertia<sub>therm</sub>** und **ecoSweet<sub>bio</sub>**?

**Max-CSP** Erfülle so viele Constraints wie möglich (Freuder and Wallace, 1992)

**Weighted CSP** Minimiere die Summe der verletzten Constraints nach Gewicht  
(Shapiro and Haralick, 1981)

**Fuzzy CSP** Erfülle den (minimalen) Erfüllungsgrad (zwischen 0 und 1) über alle  
Soft Constraints (Ruttkay, 1994)

Was machen wir nun mit **inertia<sub>therm</sub>** und **ecoSweet<sub>bio</sub>**?

**Max-CSP** Erfülle so viele Constraints wie möglich (Freuder and Wallace, 1992)

**Weighted CSP** Minimiere die Summe der verletzten Constraints nach Gewicht  
(Shapiro and Haralick, 1981)

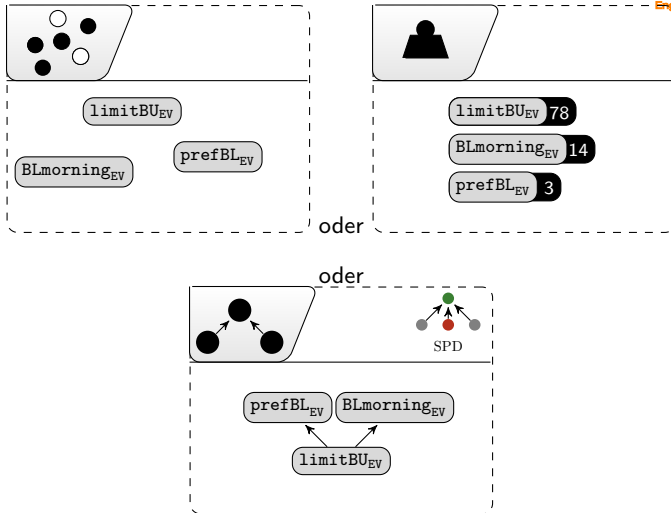
**Fuzzy CSP** Erfülle den (minimalen) Erfüllungsgrad (zwischen 0 und 1) über alle  
Soft Constraints (Ruttkay, 1994)

... und natürlich

**Constraint Preferences** (früher *Constraint Relationships*): Definiere partielle  
Wichtigkeitsordnung über Constraints; erhebe diese zu Mengen von  
verletzten oder erfüllten Constraints (Schiendorfer et al., 2013)

Zentrale Frage

→ Was sind die Gemeinsamkeiten? Was müssen wir “minimal” tun?



Wir benötigen . . .

- Eine Menge  $M$  von Erfüllungsgraden, z.B.  $[0.0, 1.0]$  oder  $\{0, 1, \dots k\}$  oder  $2^{C_s}$ .

Wir benötigen . . .

- Eine Menge  $M$  von Erfüllungsgraden, z.B.  $[0.0, 1.0]$  oder  $\{0, 1, \dots k\}$  oder  $2^{C_s}$ .
- Eine partielle Ordnung  $\leq_M$  über  $M$ :  $m \leq_M n$  drückt aus, dass  $m$  *schlechter* als  $n$  ist

Wir benötigen . . .

- Eine Menge  $M$  von Erfüllungsgraden, z.B.  $[0.0, 1.0]$  oder  $\{0, 1, \dots, k\}$  oder  $2^{C_s}$ .
- Eine partielle Ordnung  $\leq_M$  über  $M$ :  $m \leq_M n$  drückt aus, dass  $m$  *schlechter* als  $n$  ist
- Eine Kombinationsoperation  $\cdot_M$ , um zwei Elemente aus  $M$  miteinander zu verrechnen

Wir benötigen . . .

- Eine Menge  $M$  von Erfüllungsgraden, z.B.  $[0.0, 1.0]$  oder  $\{0, 1, \dots k\}$  oder  $2^{C_s}$ .
- Eine partielle Ordnung  $\leq_M$  über  $M$ :  $m \leq_M n$  drückt aus, dass  $m$  *schlechter* als  $n$  ist
- Eine Kombinationsoperation  $\cdot_M$ , um zwei Elemente aus  $M$  miteinander zu verrechnen
- Ein bestes Element  $\varepsilon_M$ , um *volle Zufriedenheit* auszudrücken



Wir benötigen . . .

- Eine Menge  $M$  von Erfüllungsgraden, z.B.  $[0.0, 1.0]$  oder  $\{0, 1, \dots, k\}$  oder  $2^{C_s}$ .
- Eine partielle Ordnung  $\leq_M$  über  $M$ :  $m \leq_M n$  drückt aus, dass  $m$  *schlechter* als  $n$  ist
- Eine Kombinationsoperation  $\cdot_M$ , um zwei Elemente aus  $M$  miteinander zu verrechnen
- Ein bestes Element  $\varepsilon_M$ , um *volle Zufriedenheit* auszudrücken

Gemeinsam nennen wir  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$  eine **partielle Bewertungsstruktur**.

(Gadducci et al., 2013; Schiendorfer et al., 2015)

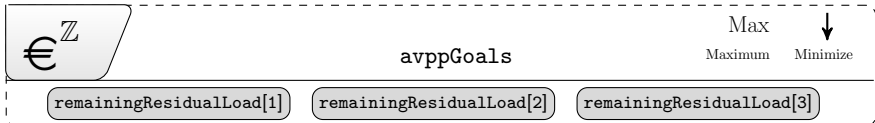
Konkrete PVS-Typen	$M$	$\cdot_M$	$\leq_M$	$\varepsilon_M$
Weighted CSP (WCSP)	$\mathbb{N}$	$+$	$\geq$	0
Cost Function Network (CFN)	$\{0, \dots, k\}$	$+/max$	$\geq$	0
Fuzzy CSP	$[0, 1]$	min	$\leq$	1
Inclusion Max CSP	$2^{C_s}$	$\cup$	$\supseteq$	$\emptyset$
Constraint Preferences (CP) <sup>1</sup>	$\mathcal{M}^{\text{fin}}(C_s)$	$\sqcup$	$\supseteq_{\text{SPD}}$	$\sqcup$

### Hauptidee

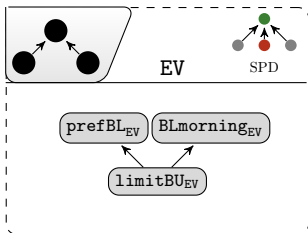
Implementiere Lösungsverfahren für Constraint-Probleme, die durch Bewertungsstrukturen geordnet sind. Instantiiere für konkrete Probleme.

<sup>1</sup>  $C_s$  is the set of soft constraints,  $\supseteq_{\text{SPD}}$  is the SPD-ordering on sets.

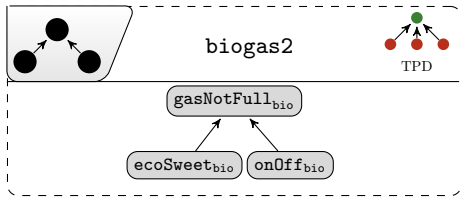
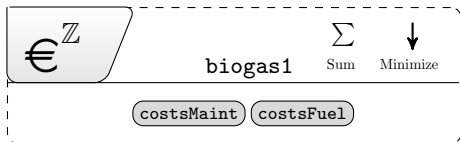
× lex



× pareto





× lex





[View on GitHub](#)

## MiniBrass\*

A utility library for soft constraints with constraint relationships on top of the MiniZinc/MiniSearch toolchain.



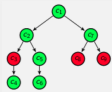


Universität  
Augsburg  
University

### Optimization with Preferences

Many combinatorial optimization problems are conveniently expressed using a constraint-based modeling language. They are then solved by powerful constraint programming or mathematical programming solvers.

We provide support for over-constrained problems or problems where desirable properties can be modeled as optional (soft) constraints. Importance is expressed only by



<http://isse-augsburg.github.io/minibrass/>

## Basismodell (MiniZinc)

```
include "hello_o.mzn";
include "soft_constraints/
    pvs_gen_search.mzn";
% the basic, "classic" CSP
set of int: DOM = 1..3;

var DOM: x; var DOM: y;
var DOM: z;
% add. *hard* constraints
% e.g. constraint  $x < y$ ;

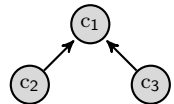
solve search pvs_BAB();
```

## Präferenzmodell (MiniBrass)

```
PVS: cr1 =
  new ConstraintRelationships("cr1") {
    soft-constraint c1: 'x + 1 = y';
    soft-constraint c2: 'z = y + 2';
    soft-constraint c3: 'x + y <= 3';

    crEdges : '[| mbr.c2, mbr.c1 |
                mbr.c3, mbr.c1 |]';
    useSPD: 'true' ;
  };

solve cr1;
```



## Basismodell (MiniZinc)

```
include "hello_o.mzn";
include "soft_constraints/
    pvs_gen_search.mzn";
% the basic, "classic" CSP
set of int: DOM = 1..3;

var DOM: x; var DOM: y;
var DOM: z;
% add. *hard* constraints
% e.g. constraint x < y;

solve search pvs_BAB();
```

Solution: x = 1; y = 2; z = 1  
Valuations: mbr\_overall\_cr1 = {c2}

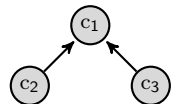
-----  
=====

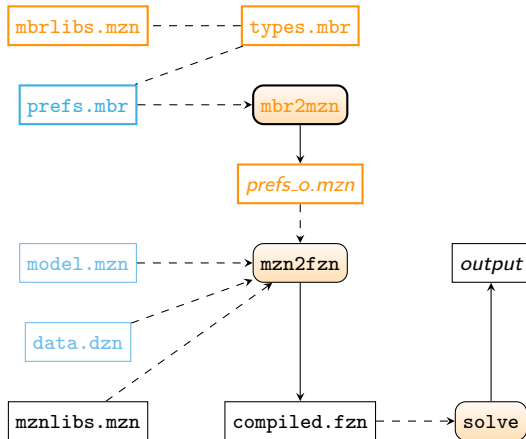
## Präferenzmodell (MiniBrass)

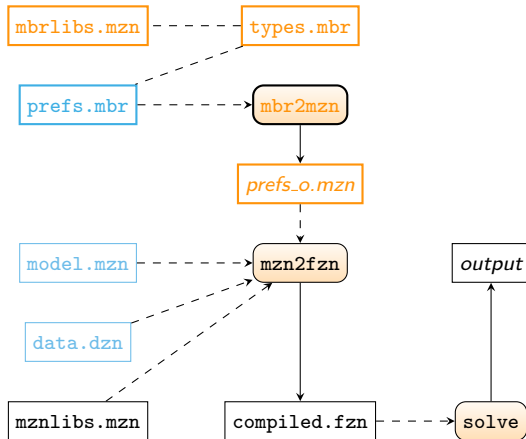
```
PVS: cr1 =
  new ConstraintRelationships("cr1") {
    soft-constraint c1: 'x + 1 = y';
    soft-constraint c2: 'z = y + 2';
    soft-constraint c3: 'x + y <= 3';

    crEdges : '[| mbr.c2, mbr.c1 |
                mbr.c3, mbr.c1 |]';
    useSPD: 'true' ;
  };

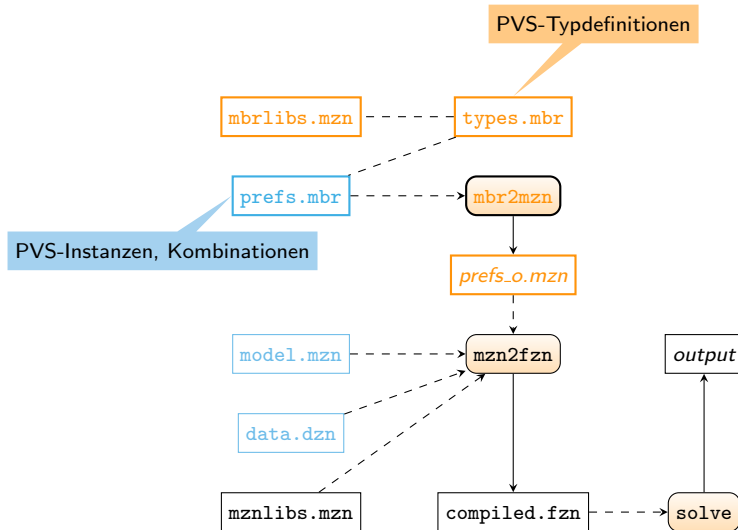
solve cr1;
```

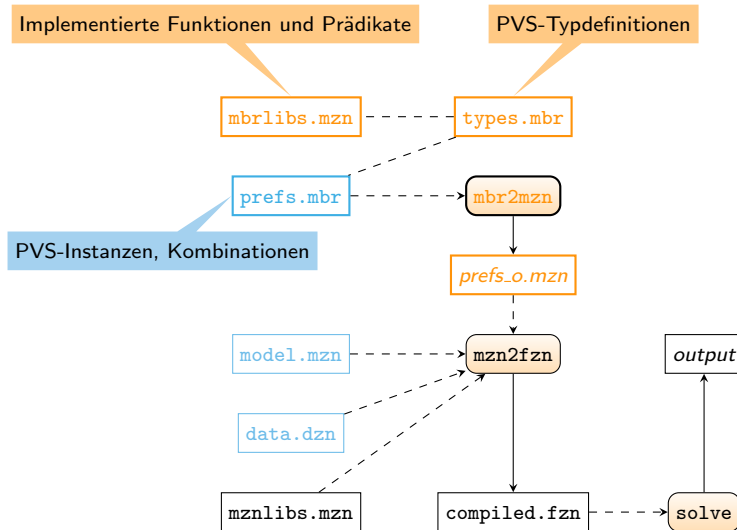


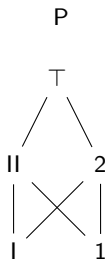




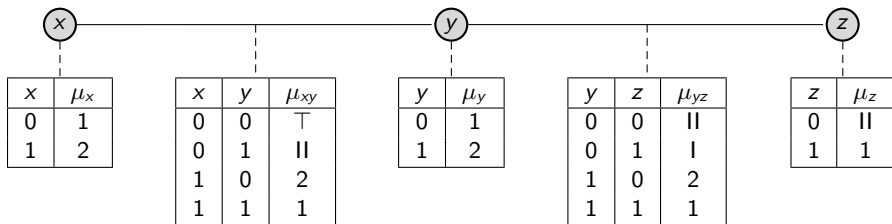








## SCSP



- Angenommen  $(P, \leq_P)$

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch "sich selbst":  $p \in M$  ✓

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch “sich selbst”:  $p \in M$  ✓
  - Füge neue Elemente “ $p \cdot_M q$ ” für alle Elemente  $p, q \in M$  aus ✓

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch "sich selbst":  $p \in M$  ✓
  - Füge neue Elemente " $p \cdot_M q$ " für alle Elemente  $p, q \in M$  aus ✓
  - Stelle sicher dass Kommutativität und Assoziativität gelten, nicht aber *Idempotenz*:  
 $(p \cdot_M q) \cdot_M r = q \cdot_M (r \cdot_M p)$

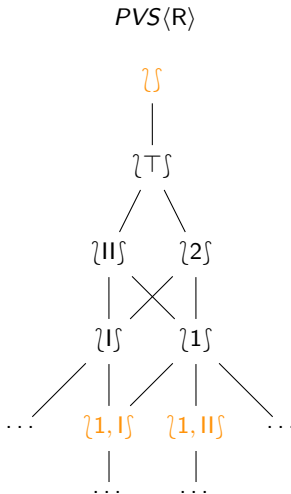
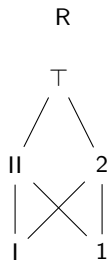


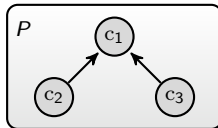
- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch "sich selbst":  $p \in M$  ✓
  - Füge neue Elemente " $p \cdot_M q$ " für alle Elemente  $p, q \in M$  aus ✓
  - Stelle sicher dass Kommutativität und Assoziativität gelten, nicht aber *Idempotenz*:  
 $(p \cdot_M q) \cdot_M r = q \cdot_M (r \cdot_M p)$
  - → Wähle *Multimengen* über  $P$  als Repräsentant der Produkte aus (Mengen wären idempotent:  $p \cdot_M p \neq p$  soll aber gelten).

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch "sich selbst":  $p \in M$  ✓
  - Füge neue Elemente " $p \cdot_M q$ " für alle Elemente  $p, q \in M$  aus ✓
  - Stelle sicher dass Kommutativität und Assoziativität gelten, nicht aber *Idempotenz*:  
 $(p \cdot_M q) \cdot_M r = q \cdot_M (r \cdot_M p)$
  - → Wähle *Multimengen* über  $P$  als Repräsentant der Produkte aus (Mengen wären idempotent:  $p \cdot_M p \neq p$  soll aber gelten.
  - Neutrales Element  $\cup$  für Multiplikation "geschenkt"

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch "sich selbst":  $p \in M$  ✓
  - Füge neue Elemente " $p \cdot_M q$ " für alle Elemente  $p, q \in M$  aus ✓
  - Stelle sicher dass Kommutativität und Assoziativität gelten, nicht aber *Idempotenz*:  
 $(p \cdot_M q) \cdot_M r = q \cdot_M (r \cdot_M p)$
  - → Wähle *Multimengen* über  $P$  als Repräsentant der Produkte aus (Mengen wären idempotent:  $p \cdot_M p \neq p$  soll aber gelten.
  - Neutrales Element  $\cup$  für Multiplikation "geschenkt"
- Welche Ordnungsbeziehungen *müssen* gelten?

- Angenommen  $(P, \leq_P)$
- Wir suchen eine PVS  $(M, \cdot_M, \varepsilon_M, \leq_M)$
- Wie **Multiplikation** konstruieren?
  - Repräsentiere  $p \in P$  durch "sich selbst":  $p \in M \checkmark$
  - Füge neue Elemente " $p \cdot_M q$ " für alle Elemente  $p, q \in M$  aus  $\checkmark$
  - Stelle sicher dass Kommutativität und Assoziativität gelten, nicht aber *Idempotenz*:  
 $(p \cdot_M q) \cdot_M r = q \cdot_M (r \cdot_M p)$
  - $\rightarrow$  Wähle *Multimengen* über  $P$  als Repräsentant der Produkte aus (Mengen wären idempotent:  $p \cdot_M p \neq p$  soll aber gelten.
  - Neutrales Element  $\wr$  für Multiplikation "geschenkt"
- Welche Ordnungsbeziehungen *müssen* gelten?
  - Wenn  $p \leq_P q$  dann  $\wr p \wr \preceq^P \wr q \wr$
  - $X \preceq^P \wr$ , weil  $\varepsilon_M$  das Maximum in  $\leq_M$  sein soll
  - Genannt: **Smyth-Ordnung**
- Beispiel:  $\wr 1, I, 2 \wr \preceq^P \wr 2, II \wr$

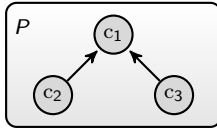




Cat : POSet

---

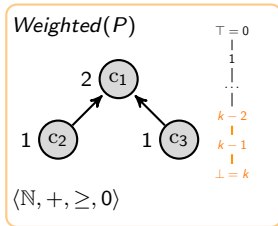
Cat : PVS

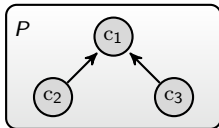


Cat : POSet

---

Cat : PVS



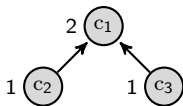


Cat : POSet

Cat : PVS

$$\mu(c) = w^{\text{SPD}}(c)$$

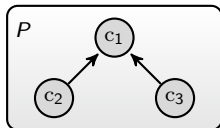
$\text{Weighted}(P)$



$\langle \mathbb{N}, +, \geq, 0 \rangle$

$T = 0$   
|  
1  
|  
...  
|  
 $k-2$   
|  
 $k-1$   
|  
 $\perp = k$



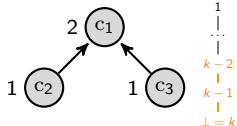


Cat : POSet

Cat : PVS

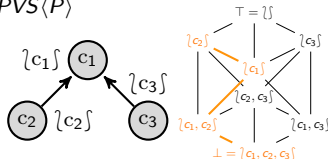
$$\mu(c) = w^{\text{SPD}}(c)$$

*Weighted(P)*

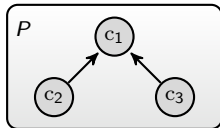


$\langle \mathbb{N}, +, \geq, 0 \rangle$

*PVS(P)*



$\langle \mathcal{M}^{\text{fin}}(P), \cup, \preceq^P, \{\} \rangle$



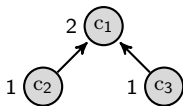
Cat : POSet

Cat : PVS

$$\mu(c) = w^{\text{SPD}}(c)$$

$$\eta(c) = \{c\}$$

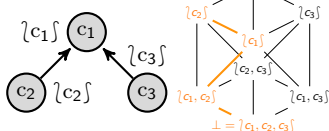
*Weighted(P)*



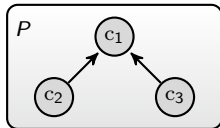
$\langle \mathbb{N}, +, \geq, 0 \rangle$

$T = 0$   
 $1$   
 $\vdots$   
 $k-2$   
 $k-1$   
 $\perp = k$

*PVS(P)*



$\langle \mathcal{M}^{\text{fin}}(P), \cup, \preceq^P, \{ \} \rangle$



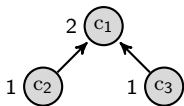
Cat : POSet

Cat : PVS

$$\mu(c) = w^{\text{SPD}}(c)$$

$$\eta(c) = \{c\}$$

**Weighted( $P$ )**



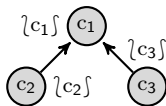
$\langle \mathbb{N}, +, \geq, 0 \rangle$

$T = 0$

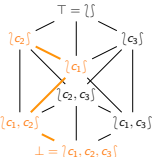
$1$   
 $\vdots$   
 $k-2$   
 $k-1$   
 $\perp = k$

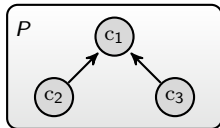
$$(w^{\text{SPD}})^{\#}$$

**PVS( $P$ )**



$\langle \mathcal{M}^{\text{fin}}(P), \cup, \preceq^P, \{\} \rangle$





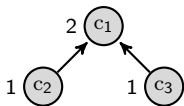
Cat : POSet

Cat : PVS

$$\mu(c) = w^{\text{SPD}}(c)$$

$$\eta(c) = \{c\}$$

*Weighted(P)*



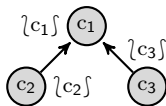
$\langle \mathbb{N}, +, \geq, 0 \rangle$

$$\begin{array}{l} T = 0 \\ 1 \\ \vdots \\ k-2 \\ k-1 \\ \perp = k \end{array}$$

$$(w^{\text{SPD}})^{\#}$$

$$?$$

*PVS(P)*

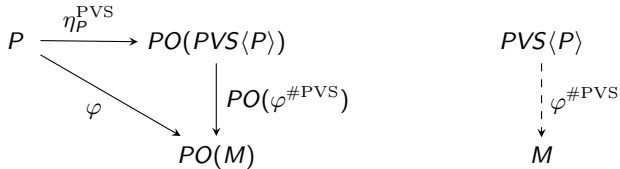


$\langle \mathcal{M}^{\text{fin}}(P), \cup, \preceq^P, \{\} \rangle$

$$\begin{array}{l} T = \{\} \\ \{c_2\} \quad \{c_1\} \quad \{c_3\} \\ \{c_1, c_2\} \quad \{c_1, c_3\} \\ \perp = \{c_1, c_2, c_3\} \end{array}$$

Lemma (PVS-Freiheit (Knapp and Schiendorfer, 2014))

*PVS⟨P⟩ is the free partial valuation structure over the partial order P.*



## Freie Konstruktionen

- no junk
- no confusion

```

type FreePVS = PVSType<mset [maxOccurrences] of 1..maxP> =
  params {
    array[int, 1..2] of 1..nScs: orderRelation;
    int: maxP;
    int: maxPerSc;
    int: maxOccurrences :: default('mbr.nScs * mbr.maxPerSc');
  } in
  instantiates with "../mbr_types/free-pvs-type.mzn" {
    times -> multiset_union;
    is_worse -> isSmythWorse;
    top -> {};
  };

```

```

PVS: fp = new FreePVS("fp") {
  soft-constraint c1: 'embed(x == 4, 3, 3)';
  soft-constraint c2: 'embed(x in {1,3,4}, 2, 3)';
  soft-constraint c3: 'embed(x <= 3, 1, 3)';

  orderRelation : '[| 2, 1 | 3, 1 |]';
  maxP: '3' ;
  maxPerSc : '2';
};

solve fp;

```

Die Smyth-Ordnung haben wir induktiv definiert:

$$p <_P q \Rightarrow T \sqcup \{p\} \prec^P T \sqcup \{q\}$$

$$T \supset U \Rightarrow T \prec^P U$$

Wie können wir sie nun für einen Constraint-Solver codieren?

Die Smyth-Ordnung haben wir induktiv definiert:

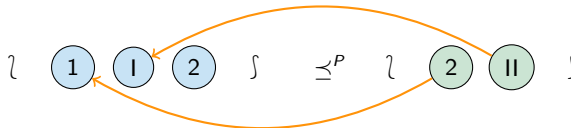
$$p <_P q \Rightarrow T \sqcup \{p\} \prec^P T \sqcup \{q\}$$

$$T \supset U \Rightarrow T \prec^P U$$

Wie können wir sie nun für einen Constraint-Solver codieren?

Lemma (Witness für  $\preceq^P$  (Schiendorfer et al., 2017))

$T \preceq^P U$  gilt genau dann wenn es eine injektive Abbildung  $h : S(U) \rightarrow S(T)$  (genannt *Witness-Funktion*) mit  $p \leq_P q$  wenn  $h(j, q) = (k, p)$  für alle  $(j, q) \in S(U)$  gibt.





MiniBrass wird für verschiedene Anwendungen eingesetzt:

- Energiefallstudie
- Studenten-Mentoren-Matching
- Prüfungsterminfindung
- Multi-User-Multi-Display
- Rekonfigurierbare Roboterteams
- Potentiell: Rollenallokation im ODP

MiniBrass wird für verschiedene Anwendungen eingesetzt:

- Energiefallstudie
- Studenten-Mentoren-Matching
- Prüfungsterminfindung
- Multi-User-Multi-Display
- Rekonfigurierbare Roboterteams
- Potentiell: Rollenallokation im ODP

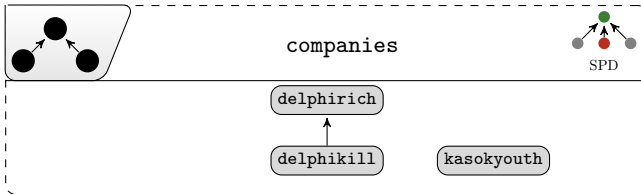
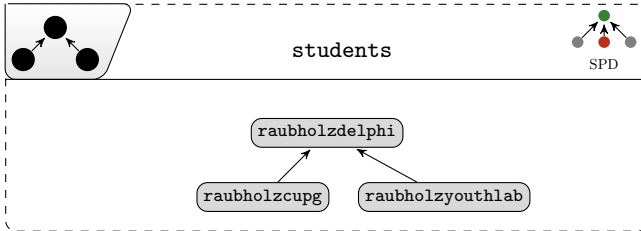
**Ziel:** Teile Mentees (z.B. Studenten) Mentoren zu (z.B. Firmen), sodass

- Studenten sind sehr zufrieden mit ihren Mentoren
- Firmen sind mit ihren Mentees ebenfalls zufrieden
- Zweiseitige Präferenzen

Zusätzliche Constraints sind vorhanden:

- Jede Firma betreut zumindest  $l$ , höchstens aber  $u$  Studenten
- Die Anzahl betreuter Studenten *sollten* ungefähr gleich sein pro Firma (Fairness)
- Studenten, die eine Firma “verachten”, sollen nicht gezwungen werden (*harter Ausschluss* von Lösungen)

× lex



```
PVS: students = new ConstraintPreferences("students") {
    soft-constraint raubholzdelphi: 'worksAt[raubholz] = delphi';
    soft-constraint raubholzyouthlab: 'worksAt[raubholz] = youthlab';
    soft-constraint raubholzcupg: 'worksAt[raubholz] = cupgainini';

    crEdges : '[| mbr.raubholzyouthlab, mbr.raubholzdelphi |
                mbr.raubholzcupg, mbr.raubholzdelphi |]';
    useSPD: 'true' ;
};

PVS: companies = new ConstraintPreferences("companies") {
    soft-constraint delphi_kill: 'worksAt[kill] = delphi';
    soft-constraint delphi_rich: 'worksAt[rich] = delphi';
    soft-constraint kasokyouth: 'worksAt[kasok] = airtrain';

    crEdges : '[| mbr.delphi_kill, mbr.delphi_rich |]';
    useSPD: 'true' ;
};

solve students lex companies;
% solve companies lex students;
```

## Pro:

- Wünschenswerte Bedingungen als boolesche Eigenschaften ("Constraints")
- Nicht alle erfüllbar
- Nicht alle **vergleichbar**
- **Komparative** Bewertung möglich ("A ist mir wichtiger als B")

## Contra:

- Problem hat numerisches Ziel (Kosten, Verletzungen als Metrik)
- Feingranulares Tuning für Gewichte von Constraints nötig
- Ich will nur *eine* Lösung am Ende.

**Ziel:** Weise Prüfungstermine an Studenten zu, sodass

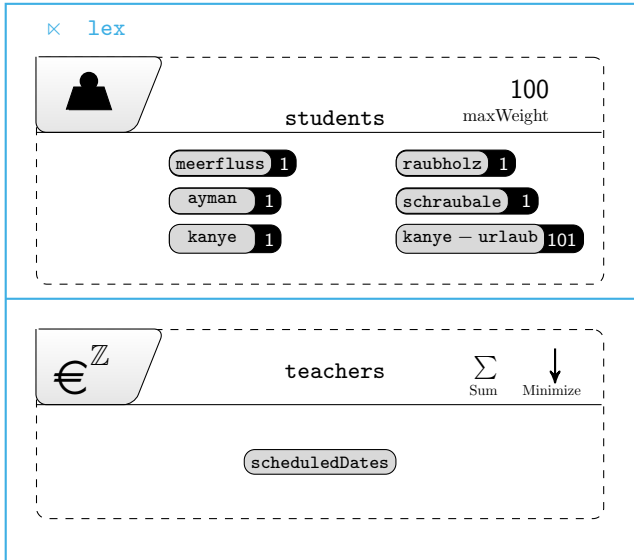
- Jeder Student stimmt seinem Termin zu
- Die Anzahl verschiedener Termine wird minimiert (um das Zeitinvestment der Dozenten zu schonen)



*At least 3 options have to be selected*

		Approve	Absolutely not
12 February 2016	Morning	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12 February 2016	Afternoon	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18 February 2016	Morning	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18 February 2016	Afternoon	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
...	...	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Name			

- Kein studentischer Wunsch sollte höher gewichtet werden
- Prüfungsplan ist eine gemeinsame Entscheidung





```
PVS: students = new WeightedCsp("students") {
    maxWeight: '100';
    soft-constraint raubholz: 'sd[raubholz] in {monday, tuesday}';
    soft-constraint schraubale: 'sd[schraubale] in {tuesday, wednesday}';
    soft-constraint meerfluss: 'sd[meerfluss] in {tuesday}';
    soft-constraint ayman: 'sd[ayman] in {monday, tuesday}';
    soft-constraint kanye: 'sd[kanye] in {monday, wednesday}';
    % hard by weight (less than bottom)
    soft-constraint kanye-urlaub: 'sd[kanye] != tuesday'
                                :: weights('101');
};
PVS: teachers = new CostFunctionNetwork("teachers") {
    soft-constraint scheduledDates: 'scheduledDates';
};
solve students lex teachers;
```

Scheduled: [1, 2, 2, 1, 1], Distinct dates: 2

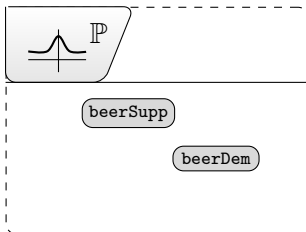
Valuations: mbr\_overall\_students = 0; mbr\_overall\_teachers = 2

## Pro:

- Feintuning von Gewichten für Soft Constraints (evt. erlernt vom Benutzer)
- Skalare Kostenfunktion ist offensichtlich (Produktionskosten, Spanne der Task-Zuweisung)
- Fehler können per Distanz angegeben und minimiert werden (50 KW Abweichung ist schlimmer als 10 KW Abweichung)
- Lösungszeit ist kritisch – keine Auswahlmöglichkeiten nötig

## Contra:

- Es gibt tatsächlich unvergleichbare Kriterien.
- Ich will mir für eine Ordnung keine Gewichtung “ausdenken” müssen – besonders wenn sich Soft Constraints häufig ändern.
- Viele Entscheidungsvarianten gewünscht (nicht nur “skalares Optimum”) – z.B. in Offline-Entscheidungssituationen



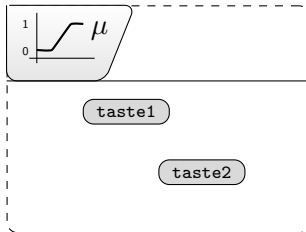
```
type ProbabilisticConstraints = PVSType<bool, 0.0 .. 1.0> =  
  params {  
    array[1..nScs] of float: probs :: default('1.0');  
  } in  
  instantiates with "soft_constraints/mbr_types/probabilistic_type.mzn" {  
    times -> prod;  
    is_worse -> is_worse_prob;  
    top -> 1.0;  
  };  
[...]  
soft-constraint beerDem: 'dem1 + dem2 >= 10' :: probs('0.7');  
soft-constraint beerSupp: 'sup1 + sup2 <= 10' :: probs('0.2');
```

## Pro:

- Wenn ich unsicher bin, ob ein Constraint wirklich vorhanden sein wird.
- Wenn ich die Wahrscheinlichkeit wissen will, dass *alle* (vl. noch nicht sicheren) Constraints erfüllt sind
- Weighted Variante straightforward

## Contra:

- Andere Verteilungen außer “Münzwurf” nicht behandelt (Constraint gilt oder nicht)
- Bildet keine Szenarien ab
- Eignet sich nicht für einen erwarteten Kostenwert



```
type FuzzyConstraints = PVSType<0.0 .. 1.0> =  
  instantiates with "soft_constraints/mbr_types/fuzzy_type.mzn" {  
    times -> min;  
    is_worse -> is_worse_fuzzy;  
    top -> 1.0;  
  };  
PVS: fz1 = new FuzzyConstraints("fz1") {  
  soft-constraint taste1: 'fbinary_fuzzy([1.0, 0.8, 0.3, 0.7], main, wine)';  
  soft-constraint taste2: 'fbinary_fuzzy([1.0, 0.8, 0.8, 1.0], main, dessert)';  
};  
solve fz1;
```

## Pro:

- Wenn ich Kombinationen (z.B. Essen+Wein) als Zufriedenheitsprozensatz ausdrücken will.
- Wenn Soft Constraints relativ formuliert werden kann (als Verhältnis), z.B. supply / Demand
- Einfach zu interpretierender, einzelner Erfüllungsgradwert (0.7 bedeutet, der *schlechteste* Soft Constraint bildet auf 0.7 ab)

## Contra:

- Sehr strenge Semantik bei Abbildung auf geringsten Wert
- Floating Point Unterstützung in Constraint Solvern dürftig (daher besser nach Weighted CSP mit Morphismus abbilden)

Originalprobleme aus der *MiniZinc-Benchmark-Library*; versehen um zusätzliche Soft Constraints als Constraint Preferences

**Soft N-Queens** N-Damen mit Zusatzbedingungen (z.B. 1 Dame in der Mitte)

**Photo Placement** Platziere Personen auf Foto neben gewünschten anderen (manche lieber als andere)

**Talent Scheduling** Plane Szenen und Drehtage; Szenen sollten nicht zu früh beginnen/spät enden; Manche Schauspiele gehen einander lieber aus dem Weg

**On-call Rostering** Belegungsplan für Bereitschaftsdienste unter arbeitsrechtlichen Bedingungen. Präferenzen für/gegen gewissen Daten bzw. Kooperation mit Kollegen

**Multi-Skilled Project Scheduling** Weise zeitgebundene Tasks an Agenten mit mehreren Capabilities zu (unter Einhaltung von Präzedenz) – ähnlich zu ODP/COMBO

Konfigurationen	16
Probleme	5
Instanzen	28
Solver	7
<b>Versuchte Probleme</b>	1793
<b>Gelöste Probleme</b>	1289 (71.9%)
<b>Optimal gelöste Probleme</b>	1250 (69.7%)



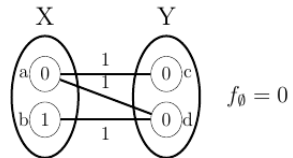
	Gecode	JaCoP	OR-Tools	Choco	G12	Toulbar2*
Free PVS	✓	✓	✗	✗	✗	✗
Constraint Preferences	✓	✓	✗	✗	✗	✗
Fuzzy CSP	✓	✓	(✓)	(✓)	(✓)	(✓)
Probabilistic CSP	✓	✓	(✓)	(✓)	(✓)	(✓)
Max CSP	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Weighted CSP	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Cost Function Networks	✓	✓	✓	✓	✓	✓

- ✓... voll unterstützt
- (✓)... teils unterstützt durch Morphismen
- ✗... nicht unterstützt
- \* ... Dedizierter Soft Constraint Solver

## Klassische Solver



## Soft Constraint Solver (Toulbar2)



```
solve ToWeighted(constraintPrefs1);
```

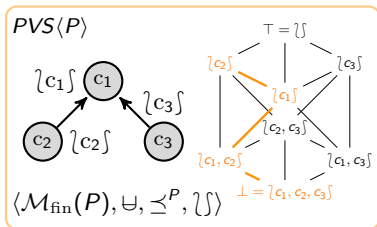
## Evaluationsfrage

Wie schnell und effektiv (hinsichtlich des Findens von Optima) können Weighted-Instanzen durch klassische Constraint Solver gegenüber dedizierten Soft Constraint Solvern gelöst werden?

Solver	Time (secs)		# Wins	Objective		% Solved	% Optimal
MSPSP (8 instances)							
Gecode	0.32	(1.00)	8	2.50	(0.00)	100.00	100.00
G12	0.32	(1.01)	0	2.50	(0.00)	100.00	100.00
OR-Tools	0.33	(1.05)	0	2.50	(0.00)	100.00	100.00
JaCoP	0.52	(1.73)	0	2.50	(0.00)	100.00	100.00
Choco	0.70	(2.46)	0	2.50	(0.00)	100.00	100.00
Toulbar2	312.56	(1052.07)	0	29.13	(26.63)	0.00	0.00
On-Call Rostering (7 instances)							
Toulbar2	40.73	(1.44)	3	1.57	(0.00)	100.00	100.00
OR-Tools	275.23	(5.55)	2	3.71	(2.14)	100.00	57.14
Gecode	275.23	(5.54)	1	4.57	(3.00)	100.00	57.14
G12	276.36	(5.63)	1	5.57	(4.00)	100.00	57.14
JaCoP	276.63	(5.86)	0	5.14	(3.57)	100.00	57.14
Choco	276.72	(6.26)	0	5.14	(3.57)	100.00	57.14
Photo Placement (3 instances)							
Toulbar2	0.80	(1.11)	0	13.33	(0.00)	100.00	100.00
Choco	0.83	(1.21)	2	25.00	(11.67)	100.00	100.00
OR-Tools	1.49	(1.71)	1	13.33	(0.00)	100.00	100.00
JaCoP	3.18	(3.61)	0	13.33	(0.00)	100.00	100.00
Gecode	22.24	(21.62)	0	13.33	(0.00)	100.00	100.00
G12	27.40	(29.62)	0	13.33	(0.00)	100.00	100.00

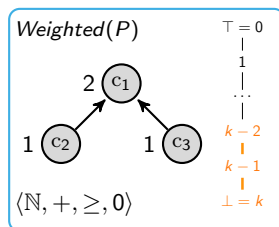
Solver	Time (secs)		# Wins	Objective		% Solved	% Optimal
Soft N-Queens (3 instances)							
OR-Tools	0.03	(1.00)	3	0.33	(0.00)	100.00	100.00
Toulbar2	0.30	(10.43)	0	0.33	(0.00)	100.00	100.00
Choco	0.35	(12.54)	0	0.33	(0.00)	100.00	100.00
JaCoP	57.22	(1707.98)	0	0.33	(0.00)	100.00	100.00
Gecode	210.02	(6266.00)	0	1.67	(1.33)	100.00	66.67
G12	210.02	(6266.14)	0	1.67	(1.33)	100.00	66.67
Talent Scheduling (7 instances)							
OR-Tools	113.29	(1.01)	3	12.29	(0.00)	100.00	85.71
JaCoP	117.71	(1.84)	0	12.29	(0.00)	100.00	85.71
Choco	129.12	(3.27)	1	12.29	(0.00)	100.00	85.71
Toulbar2	158.27	(60.70)	0	28.43	(16.14)	28.57	28.57
Gecode	183.29	(4.70)	3	12.29	(0.00)	100.00	85.71
G12	194.91	(2.87)	0	12.29	(0.00)	100.00	85.71

## Constraint Preferences



```
solve constraintPrefs1;
```

## Weighted



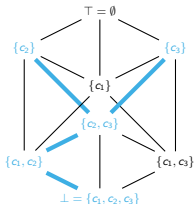
```
solve ToWeighted(constraintPrefs1);
```

## Evaluationsfrage

Ist es wesentlich teurer nach Smyth zu optimieren, anstatt ein gewichtetes Problem zu verwenden?

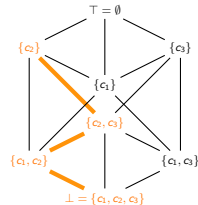
Solver	Time Smyth	Time Weighted	Time Toulbar2	Obj. Weights	Obj. Smyth
MSPSP (6 instances)					
Gecode	12.74	<b>0.34</b>	—	2.67	5.50
Native Gecode	7.82	<b>0.26</b>	—	2.80	5.80
JaCoP	4.18	<b>0.45</b>	—	2.00	6.00
On-Call Rostering (5 instances)					
Gecode	220.46	<b>133.32</b>	(14.52)	3.20	7.20
Native Gecode	192.50	<b>133.32</b>	(14.52)	3.20	25.20
JaCoP	194.06	<b>135.28</b>	(14.52)	3.20	26.80
Photo Placement (3 instances)					
Gecode	6.69	<b>1.03</b>	(0.68)	13.00	13.00
Native Gecode	<b>9.96</b>	22.22	(0.80)	13.33	13.33
JaCoP	15.73	<b>3.18</b>	(0.80)	13.33	13.33
Soft N-Queens (3 instances)					
Gecode	<b>3.45</b>	210.02	(0.30)	1.67	2.00
Native Gecode	<b>3.49</b>	210.02	(0.30)	1.67	1.33
JaCoP	<b>3.94</b>	57.22	(0.30)	0.33	1.00
Talent Scheduling (6 instances)					
Gecode	<b>7.78</b>	158.94	—	12.50	14.25
Native Gecode	<b>13.50</b>	141.09	—	12.33	14.67
JaCoP	<b>15.63</b>	120.42	—	12.33	14.17

## Nicht-Dominiert



```
solve  
search pvs_BAB_NonDom();
```

## Strikte Verbesserung

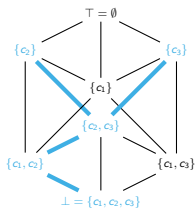


```
solve  
search pvs_BAB();
```

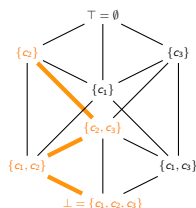
## Evaluationsfrage

Wieviel Overhead erzeugt das Suchen aller (unvergleichbar) optimalen Lösungen gegenüber dem Suchen *einer* optimalen Lösung?

## Nicht-Dominiert



## Strikte Verbesserung



Problem	Time Non-Dominated BaB	Time Strict BaB	Absolute Overhead	Relative Overhead
MSPSP	<b>7.31</b>	8.89	-1.58	1.50
On-Call Rostering	329.44	<b>199.21</b>	130.23	1.82
Photo Placement	55.09	<b>7.51</b>	47.58	9.72
Soft N-Queens	<b>2.24</b>	3.65	-1.41	1.91
Talent Scheduling	33.44	<b>12.24</b>	21.21	2.30
<i>Overall</i>	102.00	<b>57.20</b>	44.80	2.97



```
type WeightedCsp = PVSType<bool, int> =  
  params {[...] } in  
    instantiates with "soft_constraints/mbr_types/weighted_type.mzn" { [...] }  
  offers {  
    heuristics -> getSearchHeuristicWeighted;  
  };
```

## Most-Important First

```
solve  
:: pvsSearchHeuristic  
search pvs_BAB();
```

## Standard-Suche

```
solve  
search pvs_BAB();
```

## Evaluationsfrage

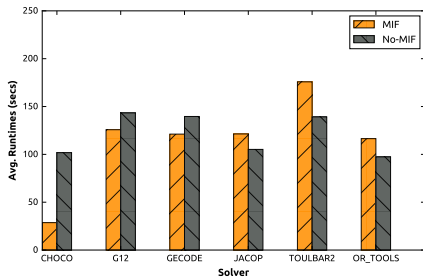
Kann die generische MIF-Suchheuristik die Suche nach Optima beschleunigen?

## Gruppiert nach Solvern.

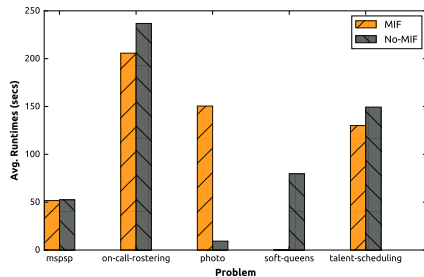
	Choco	G12	Gecode	JaCoP	Toulbar2	OR-Tools
Instances	28	28	28	28	28	28
Runtime difference	-73.14	-17.57	-18.42	16.15	36.63	19.05
Ratio MIF wins	0.64	0.32	0.29	0.46	0.57	0.32

## Gruppiert nach Problemen.

	MSPSP	On-Call Rostering	Photo Placement	Soft N-Queens	Talent Scheduling
Instances	48	42	18	18	42
Runtime difference	-0.80	-31.04	141.17	-79.51	-19.34
Ratio MIF wins	0.42	0.55	0.06	0.56	0.45



(a) Runtimes grouped by solver for MIF on/off.



(b) Runtimes grouped by problem for MIF on/off.

- ① Weitgehende algebraische Konzepte zur Modellierung von Präferenzstrukturen in der Literatur
- ② Free PVS, Constraint Preferences, PVS-Produkte für Hierarchien ✓

- ❶ Weitgehende algebraische Konzepte zur Modellierung von Präferenzstrukturen in der Literatur
- ❷ Free PVS, Constraint Preferences, PVS-Produkte für Hierarchien ✓
- ❸ Es gibt genau einen dedizierten Soft-Constraint-Solver, `toulbar2` für weighted CSP; wir können abstraktere Typen behandeln

- ❶ Weitgehende algebraische Konzepte zur Modellierung von Präferenzstrukturen in der Literatur
- ❷ Free PVS, Constraint Preferences, PVS-Produkte für Hierarchien ✓
- ❸ Es gibt genau einen dedizierten Soft-Constraint-Solver, `toulbar2` für weighted CSP; wir können abstraktere Typen behandeln
- ❹ Modellierungssprache für Präferenzen weiterentwickelt ✓
  - Graphische Schnittstelle (benutzer-orientiert) ✓
  - Unsere gängigen Fallstudien lassen sich abbilden ✓
  - Erweiterbarkeit gegeben ✓

- ① Weitgehende algebraische Konzepte zur Modellierung von Präferenzstrukturen in der Literatur
- ② Free PVS, Constraint Preferences, PVS-Produkte für Hierarchien ✓
- ③ Es gibt genau einen dedizierten Soft-Constraint-Solver, `toulbar2` für weighted CSP; wir können abstraktere Typen behandeln
- ④ Modellierungssprache für Präferenzen weiterentwickelt ✓
  - Graphische Schnittstelle (benutzer-orientiert) ✓
  - Unsere gängigen Fallstudien lassen sich abbilden ✓
  - Erweiterbarkeit gegeben ✓
- ⑤ Ausführliche Evaluierung auf **Benchmark**-Problemen demonstriert Vorteile durch Solver-Unabhängigkeit: Für z.B. Scheduling-Probleme sind Reduktionen schneller als dedizierte Soft-Constraint-Solver
- ⑥ Optimierung nach abstrakten Ordnungen problemlos möglich; Übergang zwischen PVS-Modellen leicht

Fargier, H. and Lang, J. (1993).

Uncertainty in constraint satisfaction problems: a probabilistic approach.

In *European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty*, pages 97–104. Springer.

Freuder, E. C. and Wallace, R. J. (1992).

Partial Constraint Satisfaction.

*Artif. Intell.*, 58(1–3):21–70.

Gadducci, F., Hölzl, M., Monreale, G., and Wirsing, M. (2013).

Soft constraints for lexicographic orders.

In Castro, F., Gelbukh, A., and González, M., editors, *Proc. 12<sup>th</sup> Mexican Int. Conf. Artificial Intelligence (MICAI'2013)*, Lect. Notes Comp. Sci. 8265, pages 68–79. Springer.



Knapp, A. and Schiendorfer, A. (2014).

Embedding Constraint Relationships into C-Semirings.

Technical Report 2014-03, Institute for Software and Systems Engineering,  
University of Augsburg.

<http://opus.bibliothek.uni-augsburg.de/opus4/frontdoor/index/index/docId/2684>.

Ruttkay, Z. (1994).

Fuzzy constraint satisfaction.

In *Fuzzy Systems, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the Third IEEE Conference on*, pages 1263–1268. IEEE.

Schiendorfer, A., Knapp, A., Anders, G., and Reif, W. (2017).

Minibrass: Soft constraints for minizinc.

*Constraints*, 22(3):377–402.

- Schiendorfer, A., Knapp, A., Steghöfer, J.-P., Anders, G., Siefert, F., and Reif, W. (2015).  
Partial Valuation Structures for Qualitative Soft Constraints.  
In Nicola, R. D. and Hennicker, R., editors, *Software, Services and Systems - Essays Dedicated to Martin Wirsing on the Occasion of His Emeritation*, Lect. Notes Comp. Sci. 8950. Springer.
- Schiendorfer, A., Steghöfer, J.-P., Knapp, A., Nafz, F., and Reif, W. (2013).  
Constraint Relationships for Soft Constraints.  
In Bramer, M. and Petridis, M., editors, *Proc. 33<sup>rd</sup> SGAI Int. Conf. Innovative Techniques and Applications of Artificial Intelligence (AI'13)*, pages 241–255. Springer.
- Seebach, H., Nafz, F., Steghofer, J.-P., and Reif, W. (2010).  
A software engineering guideline for self-organizing resource-flow systems.  
In *2010 Fourth IEEE International Conference on Self-Adaptive and Self-Organizing Systems*, pages 194–203. IEEE.

- Shapiro, L. G. and Haralick, R. M. (1981).  
Structural descriptions and inexact matching.  
*IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pages 504–519.