# Lista 2 - Estatística

Ítallo de Sousa Silva - 118110718

21/03/2021

## Questão 01

### a)

$P(Z \leq 1,96) = P(Z < 1,96)$, pois a normal é uma variável aleatória contínua, sendo assim podemos verificar na tabela e obtemos que $P(Z \leq 1,96) = 0,9750$.

### b)

$P(Z = 1,96) = 0$, pois como a Normal é uma variável aleatória contínua, probabilidades pontuais são iguais a 0.

### c)

$P(Z < 1,96)$, pelo resultado da Letra A temos que $P(Z < 1,96) = P(Z \leq 1,96) = 0,9750$.

### d)

$P(Z < -1,96) = P(Z > 1,96)$, pela simetria em torno da média. E temos que: $P(Z > 1,96) = 1 - P(Z < 1,96) = 1 - 0,9750 = 0,025$, logo $P(Z < -1,96) = 0,025$.

### e)

Considerando as propriedades da Normal temos que $P(-1,96 < Z < 1,96) = P(Z < 1,96) - P(Z < -1,96) = 0,9750 - 0,025 = 0,95$.

### f)

$P(Z < z) = 0,025$, pelo resultado da Letra D, temos que $z = -1,96$.

### g)

$P(Z \leq z) = 0,975$, pelo resultado da Letra A, temos que $z = 1,96$.

# Questão 02

## a)

Pelas propriedades da normal temos que $P(X \geq 108) = 1 - P(X < 108)$, utilizando a linguagem R, temos:

```
p <- 1 - pnorm(108, mean = 100, sd = 5)
```

Assim $P(X \geq 108) = 1 - P(X < 108) =$ 0,0548.

## b)

$P(X = 100) = 0$, pois a variável é contínua.

## c)

Pelas propriedades $P(89 \leq X \leq 107) = P(X < 107) - P(X < 89)$, utilizando R temos:

```
p <- pnorm(107, mean = 100, sd = 5) - pnorm(89, mean = 100, sd = 5)
```

Logo $P(89 \leq X \leq 107) =$ 0,9053.

## d)

Vamos dividir $P(12 < X - \mu < 16)$ pelo desvio padrão para padronizar, assim:

$P(\frac{12}{5} < \frac{X-\mu}{5} < \frac{16}{5}) = P(2.4 < Z < 3.2)$

Pelas propriedades temos:

$P(2.4 < Z < 3.2) = P(Z < 3.2) - P(Z < 2.4)$, pela tabela $P(2.4 < Z < 3.2) = 0,9993 - 0,9918 = 0,0075$

## e)

$P(112 < X < 116)$, utilizando R temos:

```
p <- pnorm(116, mean = 100, sd = 5) - pnorm(112, mean = 100, sd = 5)
```

$P(112 < X < 116) =$ 0,0075

## f)

$P(X < 100 \vee X > 106)$, pelas propriedades: $P(X < 100) + P(X > 106) = P(X < 100) + (1 - P(X < 106))$, pelo R:

```
p <- pnorm(100, mean = 100, sd = 5) + (1 - pnorm(106, mean = 100, sd = 5))
```

$P(X < 100 \vee X > 106) =$ 0,6151

## Questão 03

Usaremos a escala de 1000 km, para simplificar.

### a)

Desejamos saber $P(X < 170)$, assim padronizando $P(\frac{X-150}{5} < \frac{170-150}{5}) = P(Z < 4)$, pela tabela temos $P(X < 170) = P(Z < 4) \simeq 1$.

### b)

Desejamos saber $P(140 < X < 165)$, padronizando $P(\frac{140-150}{5} < \frac{X-150}{5} < \frac{165-150}{5}) = P(-2 < Z < 3)$, pelas propriedades $P(-2 < Z < 3) = P(Z < 3) - P(Z < -2)$, pela tabela $P(140 < X < 165) = P(-2 < Z < 3) = 0,9987 - 0,0228 = 0,9759$.

### c)

Desejamos saber $P(X < g) = 0.002$, utilizando a linguagem R temos que:

```
q <- (qnorm(0.002, mean = 150, sd = 5)) * 1000
```

Assim $g =$ 135609,1913 km.

## Questão 04

Seja $D$ a duração da máquina temos que $D \sim N(1000; 200^2)$. Precisamos saber a probabilidade da duração ser menor que 1 ano (365 dias), assim:

$P(D < 365)$, padronizando $P(\frac{D-1000}{200} < \frac{365-1000}{200}) = P(Z < -3,18)$, pela tabela, temos que $P(Z < -3,18) = 0,0007$.

Sendo assim se a produção mensal é de 2000 máquinas, espera-se que seja preciso trocar $2000 \cdot 0,0007 = 1.4$ máquinas.

## Questão 05

Seja $V$ a vida útil (em anos) de um computador pessoal, temos que $V \sim N(2,9; 1,4^2)$. Assim:

### a)

Desejamos $P(V < 1)$, utilizando R obtemos que:

```
p <- pnorm(1, mean = 2.9, sd = 1.4)
```

Logo $P(V < 1) =$ 0,0874.

### b)

Desejamos $P(V \geq 4)$, pelas propriedades $P(V \geq 4) = 1 - P(V < 4)$, assim com o R:

```
p <- 1 - pnorm(4, mean = 2.9, sd = 1.4)
```

Então $P(V \geq 4) =$ 0,216.

### c)

Desejamos $P(V \geq 2)$, pelas propriedades $P(V \geq 2) = 1 - P(V < 2)$, assim com o R:

```
p <- 1 - pnorm(2, mean = 2.9, sd = 1.4)
```

Então $P(V \geq 4) =$ 0,7398.

### d)

Desejamos $P(2,5 < V < 4)$, pelas propriedades $P(2,5 < V < 4) = P(V < 4) - P(V < 2,5)$, utilizando R temos:

```
p <- pnorm(4, mean = 2.9, sd = 1.4) - pnorm(2.5, mean = 2.9, sd = 1.4)
```

Assim $P(2,5 < V < 4) =$ 0,3964.

### e)

Desejamos $v$ tal que $P(V < v) = 0,025$, utilizando R temos que:

```
v <- qnorm(0.025, mean = 2.9, sd = 1.4)
```

Logo $v =$ 0,1561 anos.

### f)

Desejamos $v$ tal que $P(V > v) = 0,05$, pelas propriedades $P(V > v) = 1 - P(V < v)$, assim $1 - P(V < v) = 0,05 \rightarrow P(V < v) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Dessa forma buscamos $v$ tal que $P(V < v) = 0,95$, usando R temos que:

```
v <- qnorm(0.95, mean = 2.9, sd = 1.4)
```

Logo $v =$ 5,2028 anos.

## Questão 06

Dada a distribuição X tal que $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, temos:

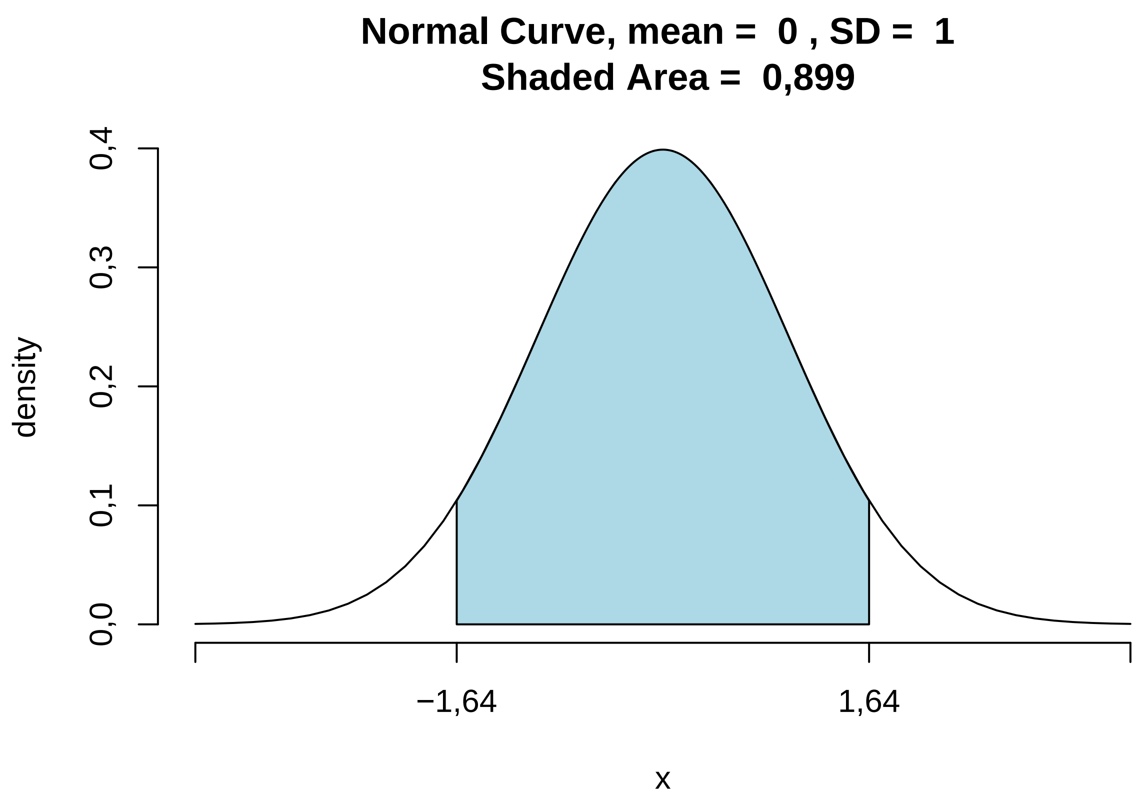
**a)**

A área sob a curva é dada por $P(\mu - 1,64\sigma < X < \mu + 1,64\sigma)$, padronizando temos:

$P(\frac{\mu-1,64\sigma-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{\mu+1,64\sigma-\mu}{\sigma}) = P(-1,64 < Z < 1,64)$

Sendo assim independente dos valores de $\mu$ e $\sigma$ temos que a área é dada por: $P(-1,64 < Z < 1,64) = P(Z < 1,64) - P(Z < -1,64) = 0,9495 - 0,0505 = 0,899$.

Abaixo temos a visualização gráfica, considerando a variável já padronizada.



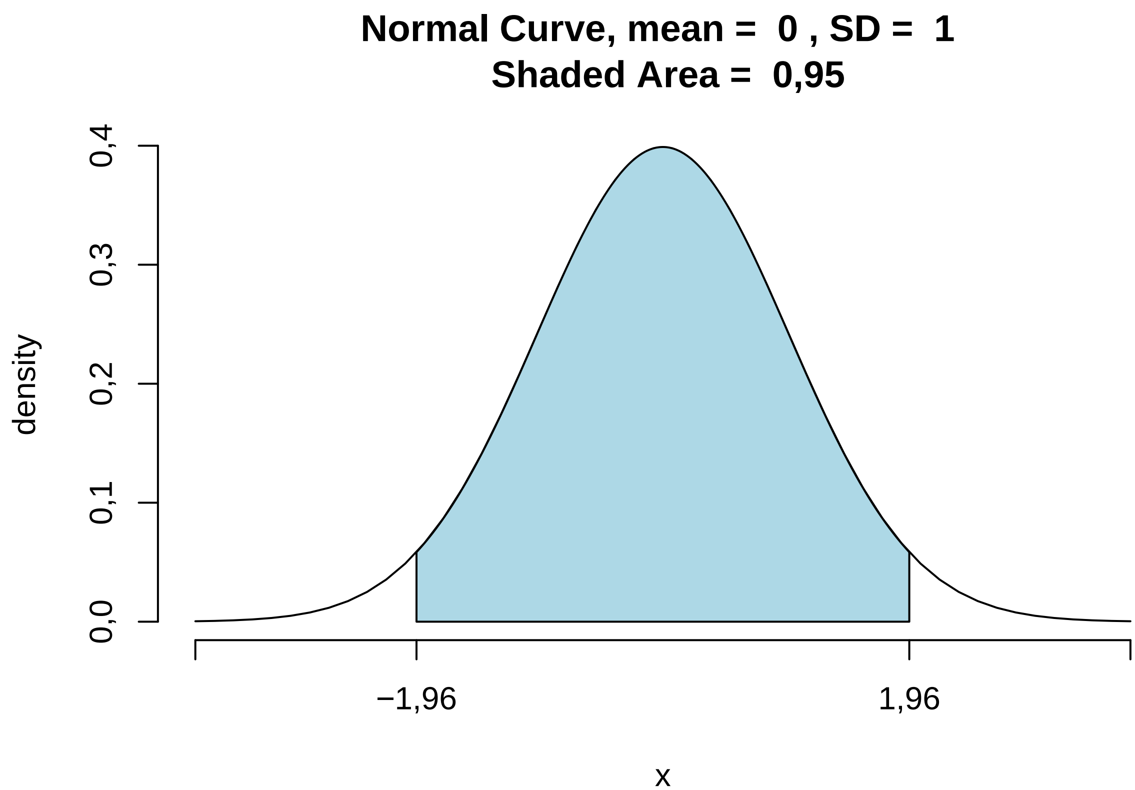

**b)**

A área sob a curva é dada por $P(\mu - 1,96\sigma < X < \mu + 1,96\sigma)$, padronizando temos:

$P(\frac{\mu-1,96\sigma-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{\mu+1,96\sigma-\mu}{\sigma}) = P(-1,96 < Z < 1,96)$

Sendo assim independente dos valores de $\mu$ e $\sigma$ temos que a área é dada por $P(-1,96 < Z < 1,96) = 0,95$, conforme calculado na questão 01, letra E.

Abaixo temos a visualização gráfica, considerando a variável já padronizada.



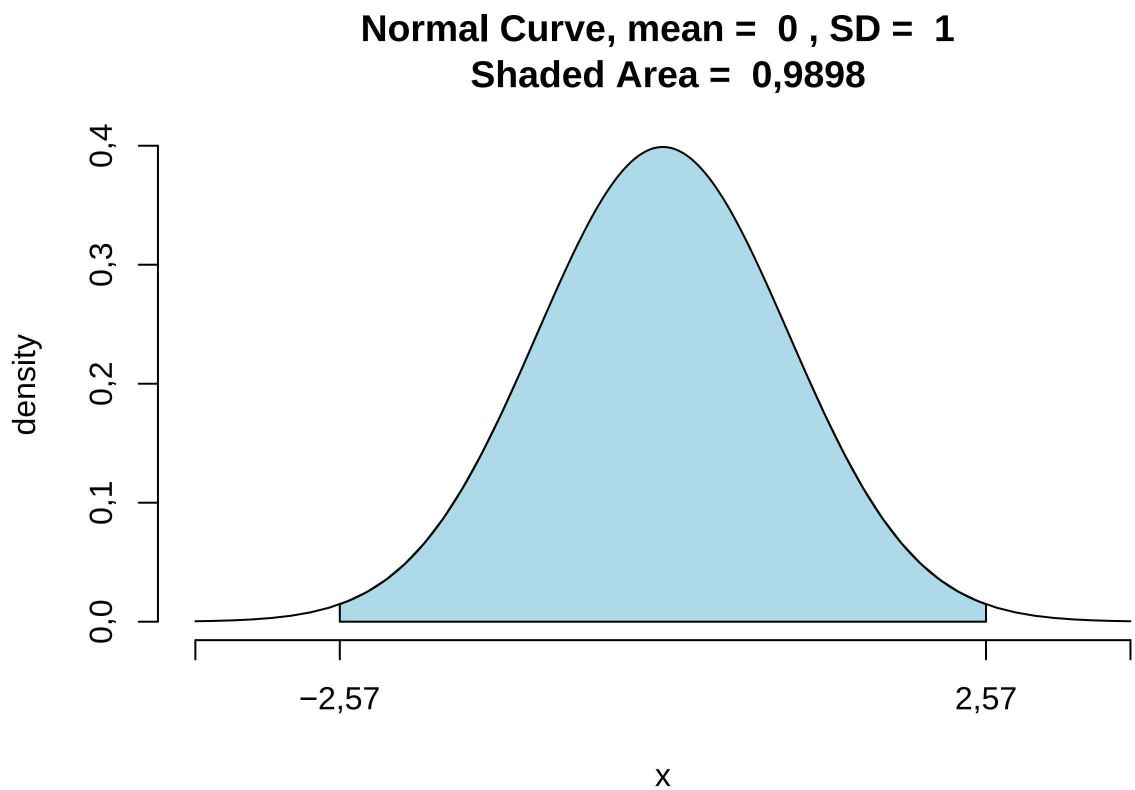

**c)**

A área sob a curva é dada por $P(\mu - 2,57\sigma < X < \mu + 2,57\sigma)$, padronizando temos:

$P(\frac{\mu-2,57\sigma-\mu}{\sigma} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{\mu+2,57\sigma-\mu}{\sigma}) = P(-2,57 < Z < 2,57)$

Sendo assim independente dos valores de $\mu$ e $\sigma$ temos que a área é dada por: $P(-2,57 < Z < 2,57) = P(Z < 2,57) - P(Z < -2,57) = 0,9949 - 0,0051 = 0,9898$.

Abaixo temos a visualização gráfica, considerando a variável já padronizada.




Por fim, temos a tabela resumindo os resultados

| Intervalo | Área sob a curva |
|---|---|
| $(\mu - 1,64\sigma; \mu + 1,64\sigma)$ | 0,899 |
| $(\mu - 1,96\sigma; \mu + 1,96\sigma)$ | 0,95 |
| $(\mu - 2,57\sigma; \mu + 2,57\sigma)$ | 0,9898 |

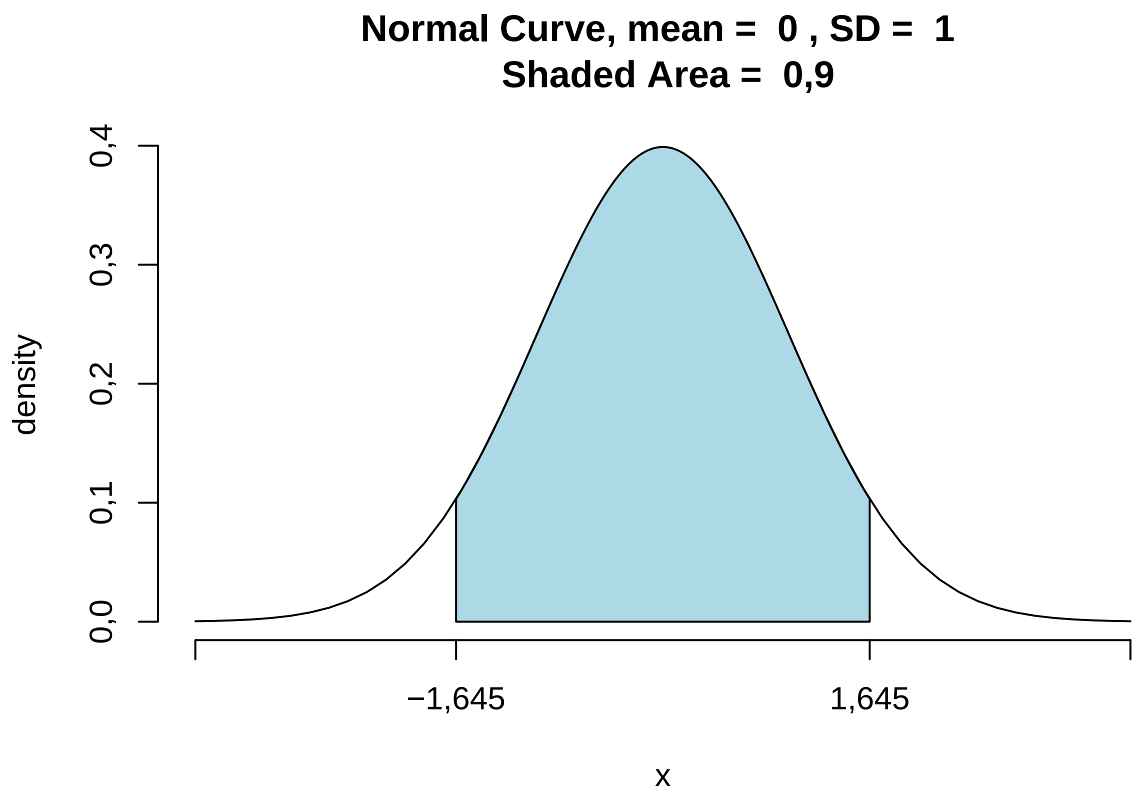
## Questão 07

Temos que: $P(-z < Z < z) = P(Z < z) - P(Z < -z) = P(Z < z) - (1 - P(Z < z)) = 2P(Z < z) - 1$

### a)

Assim $2P(Z < z) - 1 = 0,90 \rightarrow P(Z < z) = 0,95$, pela tabela ocorrem 0,4495 com z = 1,64 e 0,4505 com z = 1,65, adotando uma interpolação simples $z = 1,645$.

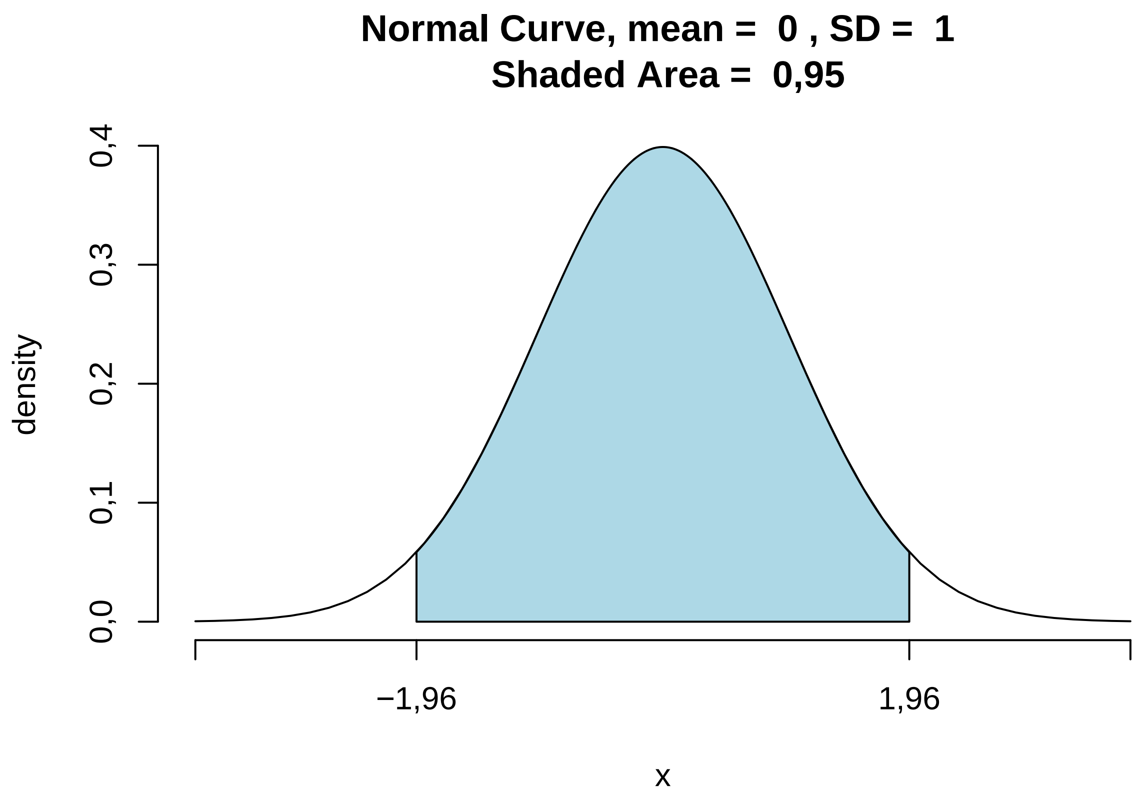
Graficamente, temos:




**b)**

Assim $2P(Z < z) - 1 = 0,95 \rightarrow P(Z < z) = 0,975$, pela tabela $z = 1,96$.

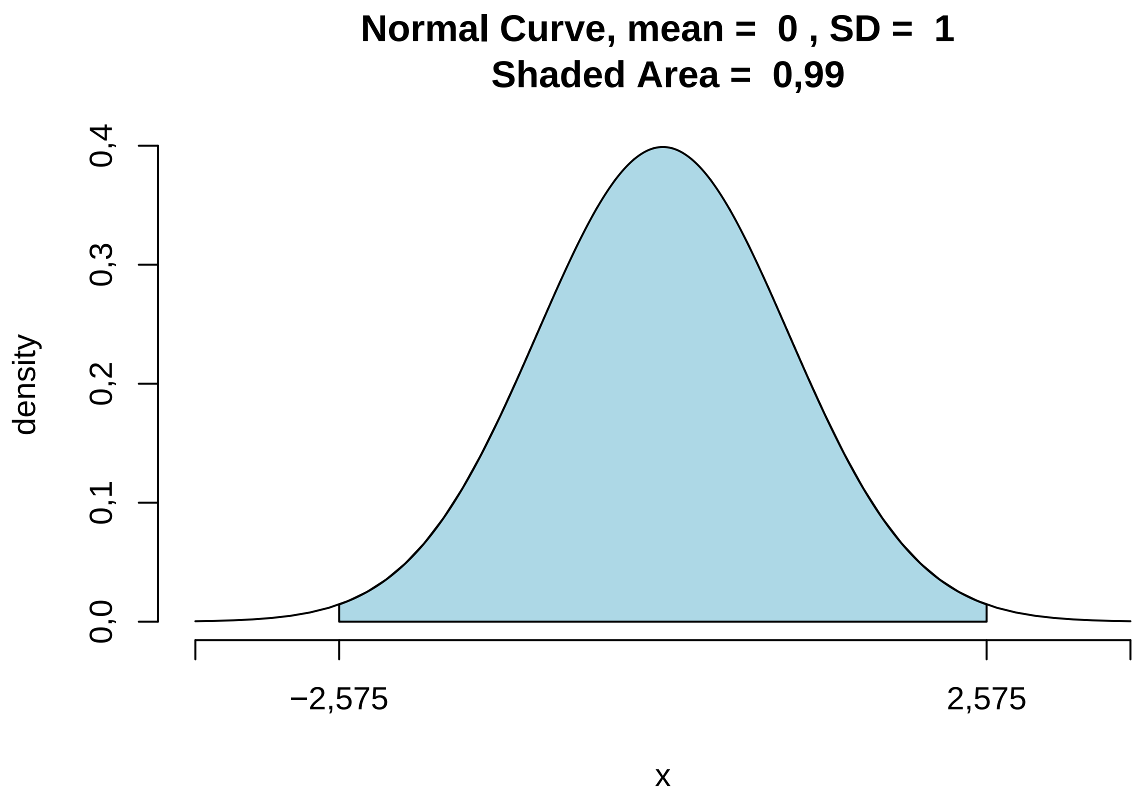
Graficamente, temos:




**c)**

Assim $2P(Z < z) - 1 = 0,99 \rightarrow P(Z < z) = 0,995$, pela tabela ocorrem 0,9949 com z = 2,57 e 0,9951 com z = 2,58, adotando uma interpolação simples $z = 2.575$.

Graficamente, temos:




Por fim, temos a tabela resumindo os resultados

| Probalidade | z |
|---|---|
| 0,90 | 1,645 |
| 0,95 | 1,96 |
| 0,99 | 2,575 |