

E. HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức $y=ax+b$ trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.

Đặc biệt, khi $b=0$ thì hàm có dạng $y=ax$.

2. Tính chất

Hàm số bậc nhất $y=ax+b$ ($a \neq 0$) xác định với mọi giá trị của $x \in \mathbb{R}$ và:

- Đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 0$; - Ngịch biến trên \mathbb{R} khi $a < 0$.

3. Đồ thị

Đồ thị hàm số $y=ax+b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng:

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b
- Song song với đường thẳng $y=ax$ nếu $b \neq 0$ và trùng với đường thẳng $y=ax$ nếu $b=0$.

Số a gọi là *hệ số góc*, số b gọi là *tung độ gốc* của đường thẳng.

4. Góc tạo bởi đồ thị hàm số bậc nhất và trục Ox

Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng $y=ax+b$ ($a \neq 0$) và trục Ox .

Nếu $a > 0$ thì $\tan \alpha = a$. (góc tạo bởi là góc nhọn)

Nếu $a < 0$, ta đặt $\beta = 180^\circ - \alpha$. Khi đó $\tan \beta = |a|$. (góc tạo bởi là góc tù)

Tính β rồi suy ra $\alpha = 180^\circ - \beta$.

4. Vị trí tương đối của hai đường thẳng, của đường thẳng và parabol

Cho các đường thẳng (d): $y=ax+b$ ($a \neq 0$) và (d') $y=a'x+b'$ ($a' \neq 0$).

Khi đó: (d) cắt (d') $\Leftrightarrow a \neq a'$ (d) // (d') $\Leftrightarrow a = a'$ và $b \neq b'$.

(d) trùng (d') $\Leftrightarrow a = a'$ và $b = b'$. (d) vuông góc (d') $\Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

Bài E01: Cho hàm số $y = (m+5)x + 2m - 10$

- a) Với giá trị nào của m thì y là hàm số bậc nhất
- b) Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến.
- c) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2; 3)$
- d) Tìm m để đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9.
- e) Tìm m để đồ thị đi qua điểm $(10, 0)$ trên trục hoành.
- f) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đồ thị hàm số $y = 2x - 1$
- g) Chứng minh đồ thị hàm số luôn đi qua 1 điểm cố định với mọi m .
- h) Tìm m để khoảng cách từ O tới đồ thị hàm số là lớn nhất

Bài E02: Cho đường thẳng $y = (2m-1)x + 3 - m$ (d). Xác định m để:

- a) Đường thẳng (d) qua gốc toạ độ
- b) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng $2y - x = 5$
- c) Đường thẳng (d) tạo với Ox một góc nhọn
- d) Đường thẳng (d) tạo với Ox một góc tù
- e) Đường thẳng (d) cắt Ox tại điểm có hoành độ 2
- f) Đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số $y = 2x - 3$ tại một điểm có hoành độ là 2
- g) Đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số $y = -x + 7$ tại một điểm có tung độ $y = 4$
- h) Đường thẳng (d) đi qua giao điểm của hai đường thẳng $2x - 3y = -8$ và $2x - 3y = -8$

Bài E03: Cho hàm số $y = (2m-3)x + m - 5$

- a) Vẽ đồ thị hàm số với $m = 6$
- b) Chứng minh họ đường thẳng luôn đi qua điểm cố định khi m thay đổi
- c) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với 2 trục toạ độ một tam giác vuông cân
- d) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc 45°
- e) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc 135°

- f) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục hoành một góc $30^\circ, 60^\circ$
- g) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = 3x - 4$ tại một điểm trên $0y$
- h) Tìm m để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y = -x - 3$ tại một điểm trên $0x$

Bài E04: Cho hàm số $y = (m-2)x + m + 3$

- a) Tìm điều kiện của m để hàm số luôn luôn nghịch biến.
- b) Tìm điều kiện của m để đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
- c) Tìm m để đồ thị hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m-2)x + m + 3$ đồng quy.
- d) Tìm m để đồ thị hàm số tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 2

Bài E05: Cho $(d_1): y = 4mx - (m + 5)$; $(d_2): y = (3m^2 + 1)x + m^2 - 4$

- a) Tìm m để đồ thị (d_1) đi qua $M(2;3)$
- b) Chứng minh khi m thay đổi thì d_1 luôn đi qua một điểm A cố định, d_2 đi qua B cố định.
- c) Tính khoảng cách AB.
- d) Tìm m để d_1 song song với d_2
- e) Tìm m để d_1 cắt d_2 . Tìm giao điểm khi $m = 2$

★ Hướng dẫn một số ý phu

Dạng tìm điểm cố định của đồ thị hàm số

Phương pháp giải: Để tìm điểm cố định của đường thẳng $y = ax + b$ phụ thuộc tham số ta làm như sau:

- Gọi tọa độ điểm cố định là $M(x_o; y_o)$;
- Tìm điều kiện để đẳng thức $y_o = ax_o + b$ luôn đúng khi tham số thay đổi.

Dạng toán ba đường thẳng đồng quy

Phương pháp giải: Để tìm điều kiện để ba đường thẳng đồng quy ta xác định giao điểm của hai trong ba đường thẳng và tìm điều kiện để giao điểm này thuộc đường thứ 3.