

编者：

SZTU悍匠平步电控

参考文章：

1. [图说卡尔曼滤波，一份通俗易懂的教程 - 论智的文章 - 知乎](#)

2. [从全状态观测器到卡尔曼滤波器（四） - 韭菜的菜的文章 - 知乎](#)

# 卡尔曼滤波：让估计的状态尽可能接近真实值

## 1. 预测：根据 $k-1$ 时刻状态预测 $k$ 时刻状态

### 1.1 质量为 $m$ 的机器人匀速自由运动

定义机器人的状态为  $X$ ，由于状态  $X$  与位置  $x$  和速度  $x'$  有关，定义状态  $X = \begin{bmatrix} x \\ x' \end{bmatrix}$

$x$  和  $x'$  存在关系，将  $x$  和  $x'$  的关系，用协方差矩阵表示，可得：不确定性  $P = \begin{bmatrix} \sum_{xx} & \sum_{xx'} \\ \sum_{x'x} & \sum_{x'x'} \end{bmatrix}$

$i$  和  $j$  间的关系可用协方差矩阵  $\sum_{ij}$  表示

矩阵  $i, j$  位置的元素是第  $i$  个变量和第  $j$  个变量之间的相关程度(协方差)

根据运动学，可得： $x_k = x_{k-1} + \Delta t x'_{k-1}$ ,  $x'_k = x'_{k-1}$

令  $X_k^- = AX_{k-1}^+$ ，可得： $A = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

令  $P_k^- = AP_{k-1}^+ A^T$

$Cov(x) = \sum$ ，则  $Cov(Ax) = A \sum A^T$

### 1.2 外部给该机器人力 $F$ ，沿机器人运动正方向，并考虑外部不可控扰动 $Q$

根据运动学，可得： $x_k = x_{k-1} + \Delta t x'_{k-1} + \frac{1}{2} \frac{F}{m} \Delta t^2$ ,  $x'_k = x'_{k-1} + \frac{F}{m} \Delta t$ ,  $x''_k = \frac{F}{m}$

令  $u = [F]$ ， $X_k^- = AX_{k-1}^+ + Bu_{k-1}$ ，可得： $B = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2m} \\ \frac{\Delta t}{m} \end{bmatrix}$

令  $P_k^- = AP_{k-1}^+ A^T + \Gamma Q \Gamma^T$ ，其中， $\Gamma$  一般为单位阵  $I$

## 2. 更新：融合预测值 $X_k^-$ 与 $k$ 时刻传感器测量值 $z_k$

---

令 $X_k^+ = X_k^- + K_k(z_k - HX_k^-)$ ，即最终估计的系统当前状态

令 $P_k^+ = \Gamma P_k^- - K_k H P_k^-$ ，即估计状态的不确定性

其中卡尔曼增益 $K_k = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R}$ ， $H$ 一般为单位阵 $I$

$Q, R$ 需根据实际调整，相信测量值则调小 $R$ ，相信预测值则调小 $Q$

## 3. 反馈：

---

$X_k^+, P_k^+$ 进入下一轮卡尔曼滤波

经过多轮滤波，不确定性 $P$ 越来越小，即实现状态 $X$ 尽可能接近真实值

## 控制器：

---

根据目标值与 $X_k^+$ 的差值计算力 $F$ ，作为 $u$ 输入系统，使系统趋于目标值