1. Norėdami sudauginti matricas A ir B, jos turi būti suderintos, t.y. pirmosios matricos stulpelių skaičius lygus antrosios eilučių skaičiui.

$A_{m\times n}$ ir $B_{n\times k}$, tai matricų A ir B sandauga yra matrica $C_{m\times k}$

$A=\begin{pmatrix}5&2\\4&6\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3&8\\1&2\end{pmatrix}$ $A\cdot B=\begin{pmatrix}6&16\\6&14\end{pmatrix}$ $B\cdot A=\begin{pmatrix}47&54\\13&14\end{pmatrix}$

$A\cdot B\neq B\cdot A$, todėl matricų daugyba nekomutatyvi.

2. Turime plokštumą γ, kurios lygtis $Ax+By+Cz+D=0$. Jieškome atstumo h nuo ~~plokš~~ taško M_1

Turime tašką $M_1(x_1;y_1;z_1)$. Ješkome atstumo M_1M_0 į plokštumą.

iki plokštumos γ. Iš M_1 nuleidžiamas statmuo M_1M_0 į plokštumą.

$M_0(x_0;y_0;z_0)$. $h=|\overrightarrow{M_0M_1}|$. Vektorius $\overrightarrow{M_0M_1}$ ir plokštumos normalės vektorius $\vec{n}$ kolinearūs, tad sudaromas kampas θ yra $0°$ arba $180°$.

$\cos\theta=-1$ arba $\cos\theta=1$

$M_0M_1=(x_1-x_0;y_1-y_0;z_1-z_0)$ $\vec{n}=(A;B;C)$ $Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$

$-Ax_0-By_0-Cz_0=D$

$$h=\frac{|\overrightarrow{M_0M_1}\cdot\vec{n}|}{||\vec{n}||}=\frac{|(x_1-x_0)A+(y_1-y_0)B+(z_1-z_0)C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{|-Ax_0-By_0-Cz_0+Ax_1+By_1+Cz_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=$$

$$=\frac{|Ax_1+By_1+Cz_1+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

Įrodyta.

1. $$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \cdot\frac{-5}{3} & -2 & \cdot\frac{-4}{3} & \cdot\frac{-2}{3} \end{matrix} = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 0 & -1 & -4/3 & -2 & -2/3 \\ 0 & 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & -2/3 & -3 & -4/3 \\ 0 & 1 & 2/3 & 1 & 1/3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} -1 & -4/3 & -2 & -2/3 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ -2 & -2/3 & -3 & -4/3 \\ 1 & 2/3 & 1 & 1/3 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 & + \end{matrix} = 3\cdot\begin{vmatrix} -1 & -4/3 & -2 & -2/3 \\ 0 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -2/3 & -1 & -1/3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot(-1)\cdot(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2/3 & -1 & -1/3 \end{vmatrix} \cancel{= -3\cdot(3\cdot(} =$$

$$= \cancel{-3\cdot\begin{vmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \end{vmatrix} = -3\cdot(3\cdot(1\cdot(-1)+3\cdot 0)+3\cdot(2\cdot(-1)+2\cdot 0)-1\cdot(2\cdot(-3)+2\cdot 1))} =$$

$$\cancel{= -3\cdot((3\cdot(-1))+3\cdot(-2)-1\cdot(-4)) = -3\cdot(-5}$$

$$= -3\cdot\left(3\cdot\left(1\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+1\cdot 0\right)+3\cdot\left(2\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{3}\cdot 0\right)-1\cdot\left(2\cdot(-1)+\frac{2}{3}\cdot 1\right)\right) =$$

$$= -3\cdot\left((-1)+3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-1\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\right) = -3\cdot\left(\frac{-5}{3}\right) = \boxed{5}$$

2.

$$X \cdot A = B \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 8 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\cancel{A^{-1}} = (A|E) \Rightarrow (E|A^{-1}) \qquad \boxed{X = B \cdot A^{-1}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{matrix} -2 \quad -1 \\ \\ \\ \end{matrix} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \\ /:3 \end{matrix} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2/3 & -1/3 & 0 & 1/3 \end{array}\right) =$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/3 & -1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ -2 \\ /\cdot(-1) \end{matrix} = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & \overset{-1/3}{\cancel{1}} & 5/3 & 0 & -2/3 \\ 0 & 1 & 2/3 & -1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} \cdot\frac{1}{3} \\ \\ -\frac{2}{3} \end{matrix} =$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 7/3 & -1/3 & -2/3 \\ 0 & 1 & 0 & -5/3 & 2/3 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right) \qquad A^{-1} = \begin{pmatrix} 7/3 & -1/3 & -2/3 \\ -5/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = B \cdot A^{-1} \qquad B \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 \\ 5 & 8 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7/3 & -1/3 & -2/3 \\ -5/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22/3 & -1/3 & -5/3 \\ -11/3 & 14/3 & -2/3 \end{pmatrix}$$

2×3
3×3

$$\boxed{X = \begin{pmatrix} 22/3 & -1/3 & -5/3 \\ -11/3 & 14/3 & -2/3 \end{pmatrix}}$$

3. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 6x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 7 \\ 8x_1 + 12x_2 + 7x_3 + 8x_4 = 9 \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 9 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 12 & 7 & 8 & 9 \end{array}\right) /:2 = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3/2 & 1/2 & 1 & 3/2 \\ 4 & 6 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 9 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 12 & 7 & 8 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{c} -4 \; -6 \; -8 \end{array} =$$

$$= \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3/2 & 1/2 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{c} \cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \\ -2 \\ -3 \end{array} = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3/2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\cancel{2x_3 = -2}$

$\boxed{\cancel{x_3 = -1}}$

$1x_3 = -1$

$x_3 = -1$

x_2 ir x_4 Betkokie skaičiai

$x_1 + \frac{3}{2}x_2 + x_4 = 2$

$x_1 = 2 - \frac{3x_2}{2} - x_4$

$\boxed{\text{Ats.: } x_1 = 2 - \frac{3x_2}{2} - x_4 \quad x_2 \text{ ir } x_4 \text{ - betkokie skaičiai} \quad x_3 = -1}$

5. $a: 5x-12y+11=0 \quad \vec{n_a}=(5;-12)$

$b: \; x=2-4t$

$\quad y=3+3t$

$\vec{v}=(-4;3) \quad \vec{n_b}=(3;4)$

$\vec{n_a}\cdot\vec{n_b}=5\cdot3-12\cdot4=-33$

$\vec{n_a}\cdot\vec{n_b}=|\vec{n_a}|\cdot|\vec{n_b}|\cdot\cos a$

$|n_a|=\sqrt{5^2+(-12)^2}=13$

$|n_b|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$-33=13\cdot5\cdot\cos a \,/: 13\cdot5$

$\cos a=\frac{-33}{65}$

$\boxed{\text{Ats.: } \cos a=\frac{-33}{65}}$

6. $a: \; \vec{a}=(4;-6;-8)$

$b: \; \vec{b}=(-6;9;12)$

$\frac{4}{-6}=\frac{-6}{9}=\frac{-8}{12}=\frac{-2}{3}$

$a \parallel b$, tad yra vienoje plokštumoje

$A(2;0;-1$

$B(7;2;0)$

$$\begin{vmatrix} x-2 & y & z+1 \\ 4 & -6 & -8 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$(x-2)\cdot(-6\cdot1-2\cdot(-8))-y\cdot(4\cdot1-5\cdot(-8))+(z+1)\cdot(4\cdot2-5\cdot(-6))=0$

$(x-2)\cdot(10)-y\cdot(44)+(z+1)\cdot(38)=0$

$10x-20-44y+38z+38=0$

$10x-44y+38z+18=0 \;/:2$

$\boxed{5x-22y+19z+9=0}$