

Modern fizika labor - Kvantumradír

Zsigmond István

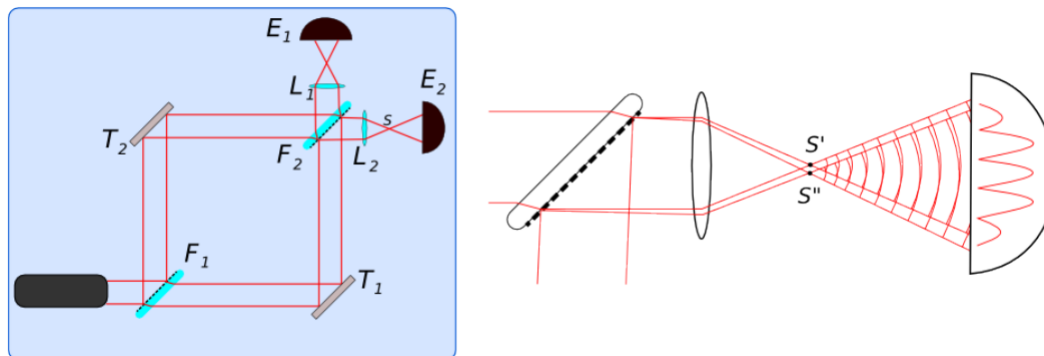
Május 8, 2019



1. Mérési bevezetés

1.1. Mérés célja

A labormérés során lehetőségem volt betekinteni a kvantumradírozási eljárásba és egy ezzel analógnak tekinthető kísérlettel jobb képet kapnom a kvantummechanikai háttéréről. A mérés során Mach-Zehnder interferométerrel vizsgáltam interferenciaképeket, azok esetleges eltűnését és megjelenését. A felvett interferenciaképek kiértékelését Python-ban végeztem el, az ehhez tartozó Python notebook-ot a repoban elérhetővé tettem.



1. ábra. Mach-Zehnder interferométer elrendezésének vázlatos rajza.

1.2. Elméleti háttér

Ebben a kísérletben egy, a kvantumradírozáshoz hasonló eljárást fogunk alkalmazni. Az eredeti kísérletben egyfotonos interferenciát vizsgáltak. Ennek a lényege, hogy kétrésre ejtve akár csak egyetlen fotont is, nem tudhatjuk, hogy a foton melyik résen ment át, ugyanis a foton mind a kettőn azonos valószínűséggel haladhat át. Ebből adódóan a foton, habár egyedül van, képes önmagával interferálni és interferenciaképet létrehozni. Kvantummechanikai tanulmányaink során tanulhattunk arról, hogy egy részecske helyzetét abban a pillanatban, ahogy megfigyelhetővé válik, az azt leíró hullámfüggvény "összeomlik" és a részecske tökéletesen nyomkövethető lesz. Ebben a kvantumradír kísérletben is ez a helyzet: az egyetlen foton pozícióját is egy valószínűségi tér jellemzi. Amíg a foton útja nem ismert, addig a rá jellemző valószínűséggel halad át a két résen és interferenciaképet mutat. Amint azonban az útja lekövethetővé válik, a hullámfüggvény összeomlik és nem születik interferenciakép.[1]

Ezzel analóg az általam végzett kísérlet, mely során két monokromatikus fénynyaláb interferenciáját vizsgáltam. Ahhoz, hogy a két fénynyaláb interferálhasson, az egymásra vett polarizáltságuk nem lehet merőleges - ha az egymásra vett polarizáltságuk merőleges, az interferenciakép eltűnik. Ez szolgál útvonaljelölőként. A kvantumradír szerepét egy újabb polarizáció tölti be, mellyel a korábbi polarizációk hatását negálhatjuk. Teljesen eltörölve így a korábbi útvonalinformációt az interferenciakép újra megjelenik.

1.3. Felhasznált eszközök

- Lézer
- Nyalábosztók
- Polárszűrők
- Lencse

- Ernyő
- Vonalzó
- Fényképezőgép

2. Eredmények

A mérés elkezdéséhez először meg kellett konstruálni a Mach-Zhender interferométert, az elrendezés az 1. ábrának megfelelő. Az ábrán $\mathbf{F}_{1,2}$ jelöli az első illetve második nyalábosztót, $\mathbf{T}_{1,2}$ az első illetve második tükröt, $\mathbf{L}_{1,2}$ az első illetve második lencsét, valamint $\mathbf{E}_{1,2}$ az első illetve második ernyőt. Az eredmények tárgyalása során ezekre a jelölésekre fogok hivatkozni.

Mint ahogy az 1. ábrán is látszik, a Mach-Zhender interferométer összeállításában lévő nyalábosztók egyik oldala foncsorozott, míg a másik nem. Annak, hogy a lézerrel melyik oldalát világítjuk meg, kritikus szerepe van a mérés során. Mivel ránézésre nem lehetett eldönteni, melyik oldala a foncsorozott, más utat kellett találni ennek eldöntésére. Ehhez először az elrendezésben csak \mathbf{F}_1 -et, \mathbf{T}_2 -t tettem le, lézert rákapsolva \mathbf{E}_2 -n megjelenő pontot figyeltem meg. Ez alapján el lehetett dönteni, melyik oldal a foncsorozott - ha a lézer a foncsorozott oldalt világítja meg előbb, akkor egy nagy intenzitású és egy halvány másodlagos pont jelenik meg az ernyőn többszörös visszeverődésből adódóan. Ha fordítva lett volna betéve a nyalábosztó, az egy nagy intenzitású pont mellett egy-egy nem túl halvány másodlagos pont jelent meg. Ez alapján el lehetett dönteni, melyik oldal a foncsorozott a nyalábosztóknál, és ennek megfelelően behelyeztem mindkettőt az elrendezésbe.

Miután sikerült a berendezést megfelelően összerakni, az \mathbf{E}_2 ernyőn megjelentek az interferenciacsíkok. A feladatok megvalósításához elegendő volt egyetlen ernyő és lencse elhelyezése is. Az így kirajzolódott interferenciakép a 2. ábrával azonos. Az interferenciaképeket fényképezőgéppel vettem volna fel, de mivel úgy éreztem hogy a biztosított kamera keveset lát a képből, így a képeket a telefonommal rögzítettem. Szerencsére ehhez találtam a laborban egy megfelelő állványt, amivel betudtam fogatni és a mérés végéig rögzítve tudtam vele dolgozni.

2.1. Nyalábok párhuzamosságának hibája

Első feladtként a nyalábok párhuzamosságának hibáját kellett megbecsülni. Ezt az \mathbf{L}_2 lencse fókusz-távolságának ($f = 2.7\text{mm}$), illetve az interferenciacsíkokra felírható

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (1)$$

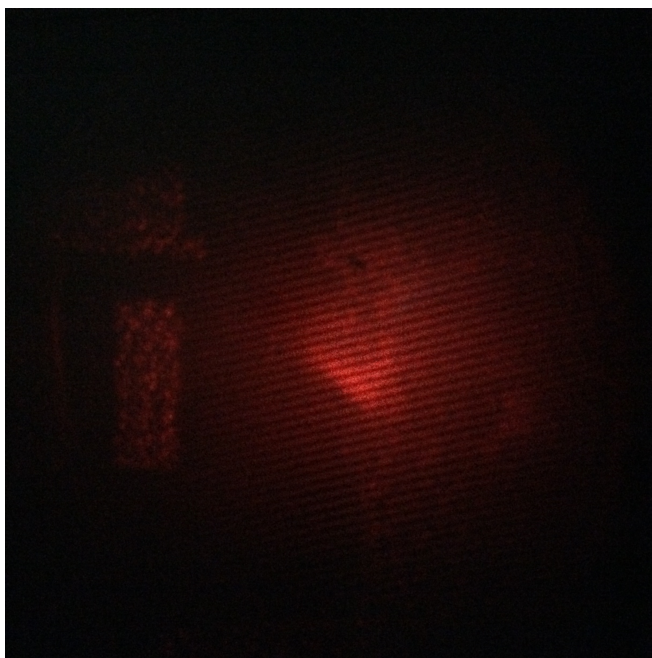
és egyszerű geometriai megfontolásból származó

$$f \tan \alpha = d \quad (2)$$

egyenlőségekből lehet kiszámolni, ahol α lesz a keresett hiba. A lencse a két oldalról érkező nyalábot egy-egy pontba fókuszálja, ezek a pontok pedig egyenként újabb fényforrásként viselkednek - ezek távolságát jelöli d . θ az ernyőre merőleges beeséstől való szögeltérést jelöli, m azt, hogy hanyadik csúcs az adott interferenciacsúcs, λ pedig a lézer hullámhossza ($\lambda = 632.8\text{nm}$). Ezutóbbi értékeket a képek alapján megtudjuk határozni, melyből ezután tudunk következtetni d -re és végül az α hiba nagyságára.

A csúcsok távolságát egy [WebPlotDigitizer](#) nevezetű webes programmal adtam meg, mely a képhez - megfelelő skálaméretek megadása után - egy koordinátarendszert rendelt, a csúcsok közepének kijelölésével pedig nagy pontossággal megadta azok távolságát. Az eredményeket az 1. táblázat foglalja össze. Ezeket a távolságokat a továbbiakban (hibán belül) állandónak vettem. Hibaszámolásnál az átlagtól való négyzetes eltérést vettem figyelembe:

$$\sigma = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (k_{max,i} - \langle k_{max} \rangle)^2} \quad (3)$$



2. ábra. Példa a felvett kezdeti interferenciaképre. A felvett canvas mérete 25 cm x 25 cm. Az interferenciakép "ferdesége" az interferométer részeinek megfelelő elrendezési nehézségéből fakadó hiba, melyet a képfeldolgozási fázisban egy elforgatással korrigálok.

ID	$r[cm]$	ID	$r[cm]$	ID	$r[cm]$
1	0.349 ± 0.005	9	0.368 ± 0.005	17	0.396 ± 0.005
2	0.429 ± 0.005	10	0.342 ± 0.005	18	0.403 ± 0.005
3	0.388 ± 0.005	11	0.369 ± 0.005	19	0.376 ± 0.005
4	0.369 ± 0.005	12	0.429 ± 0.005	20	0.369 ± 0.005
5	0.402 ± 0.005	13	0.342 ± 0.005	21	0.349 ± 0.005
6	0.411 ± 0.005	14	0.396 ± 0.005	22	0.369 ± 0.005
7	0.396 ± 0.005	15	0.342 ± 0.005	23	0.336 ± 0.005
8	0.403 ± 0.005	16	0.369 ± 0.005	24	0.369 ± 0.005

1. táblázat. Az interferenciamaximumok közötti távolságok. A pontosabb átlag megadásához 24 távolságadatot vettem fel.

Az így kapott távolság átlaga standard hibával:

$$\bar{r} = 0.378 \pm 0.0261 \text{ cm} \quad (4)$$

A legselő és egy közvetlen mellette lévő maximumra felírva az 1. egyenletet a következő alakra jutunk:

$$\sin d\theta = \frac{\lambda}{d} \quad (5)$$

Ismerve a fényforrás(ok) és az ernyő relatív távolságát ($\mathbf{D} - \mathbf{f}$, $\mathbf{D} = 44 \pm 0.5 \text{ cm}$ mért lencse-ernyőtávolság, $\mathbf{f} = 2.7 \text{ mm}$ fókusztávolság), és kiszámolva $d\theta$ értékét:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0 \\ \theta_2 &= \arctan \frac{\bar{r}}{D - f} \\ d\theta &= \theta_2 - \theta_1 \end{aligned} \quad (6)$$

d értéke megadható:

$$d = \frac{\lambda}{\sin d\theta} \approx 7.36 \cdot 10^{-3} \text{ cm} \quad (7)$$

A szögeltérés értéke a 2. egyenlet alapján:

$$\alpha = \arctan \frac{d}{f} \approx 1.553^\circ \quad (8)$$

2.2. Interferencia eltűnése

Ebben a feladatrészben polárszűrőket kellett elhelyezni a nyalábok útjába és a polarizáltság szögét változtatni úgy, hogy az interferencia szép lassan eltűnjön.

A kísérlet során a lézernyalábot kétfelé bontjuk, majd újra összerakjuk őket. Ezt klasszikusan felírhatjuk a következőképpen:

$$\underline{E} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2 \quad (9)$$

Az intenzitás a térerősség négyzetével egyenlő:

$$I = (\underline{E})^2 = (\underline{E}_1 + \underline{E}_2)^2 = \underline{E}_1^2 + \underline{E}_2^2 + 2\underline{E}_1\underline{E}_2 \cos(\beta) \quad (10)$$

az interferencia pedig ebben az utolsó tagban bújik meg. Ha a $\beta = 0^\circ$, akkor az interferencia maximális, ha $\beta = 90^\circ$, akkor pedig eltűnik az interferencia. Ez a mi esetünkben úgy valósul meg, hogy a szétszított nyalábok relatív polarizációs szögének növelésével fokozatosan haladunk $0^\circ - 90^\circ$ között, egyiket $0^\circ - 45^\circ$ között, ezzel párhuzamosan a másikat pedig $0^\circ - (-45^\circ)$ között változtatva. Ehhez két polárszűrőt kellett behelyeznem az elrendezésbe: egyik \mathbf{F}_1 és \mathbf{T}_1 közé, a másik \mathbf{T}_2 és \mathbf{F}_2 közé került.

A polarizációs fok állításával fokozatosan megjelenik/eltűnik az interferenciakép, ezt a "visibility (láthatóság)" paraméter bevezetésével számszerűsíthetjük [1]:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (11)$$

Ezt ábrázolva β függvényében láthatjuk, hogy ez interferenciakép eltűnése és megjelenése a polarizációs fok változtatásával nem lineárisan változik. Első cél ennek a belátása. Az eredmény helyességét a kvantummechanikából ismert kifejezés adja meg majd:

$$I^2 + V^2 \leq 1 \quad (12)$$

ahol \mathbf{I} az "útvonalinformáció". Ez a kifejezés a két paraméter együttes meghatározásának bizonytalanságát fejezi ki. $\mathbf{V}(\beta)$ illesztésének paraméterei fogják megadni ezeket az értékeket, az eredmény helyességét ez fogja meghatározni. Ha feltételezzük, hogy

$$V \sim \cos \beta \quad (13)$$

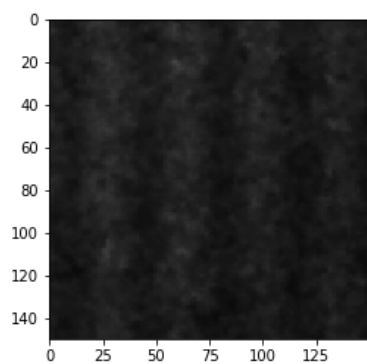
akkor az illesztett függvény egyenlete:

$$V(\beta) = V \cdot \cos I\beta \quad (14)$$

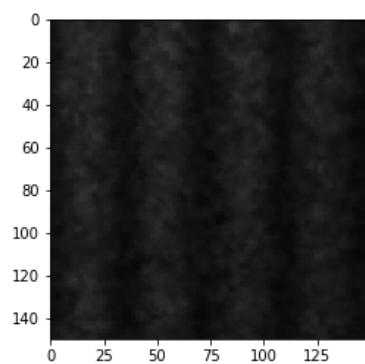
A polarizációs szögeket 10° -onként változtattam mindkét nyalábnál a megfelelő tartományokban. A képfeldolgozást Python-ban végeztem el, egyszerűbb kezelhetőség érdekében a képeket grayscale-be konvertáltam. Az így kapott láthatóság értékek eredményeit a 2. táblázat tartalmazza. Kiértékelés során soronként végighaladtam a kimetszett képeken és intenzitásmaximumként és -minimumként a legnagyobb illetve legkisebb pixel értékeket vettem ki. A képek szaturációja nagyban befolyásolta az eredményeket, így korrigálásként csökkentettem a legnagyobb intenzitású pixelek értékét és azt vettem figyelembe a kiértékelés során. Ábrázolva ezeket β függvényében jutottam a 4. ábrára.

$\beta[^\circ]$	V
0	0.363
20	0.472
40	0.476
60	0.170
80	0.247
90	0.152

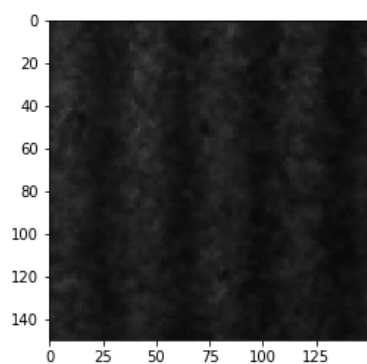
2. táblázat. A felvett láthatósági értékek eltérő relatív polarizáltsági szögeknél. Az egyes polarizáltsági szögeket 10° fokonként változtattam, ennek megfelelő a relatív szögeltérés 20° -onként változott. Nagy hiba a képek szaturációjából adódik, a képeken azonban egyértelműen látszik, ahogy az interferenciacsíkok fokozatosan eltűnnek.



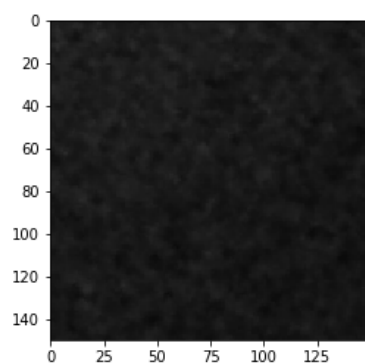
(a) $\beta = 0^\circ$



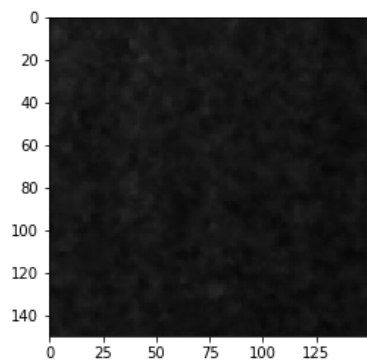
(b) $\beta = 20^\circ$



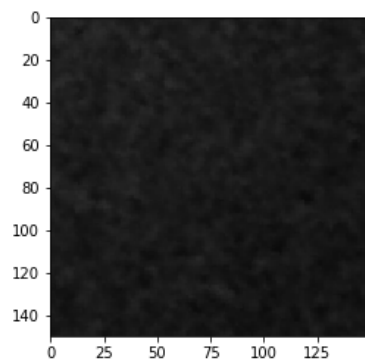
(c) $\beta = 40^\circ$



(d) $\beta = 60^\circ$

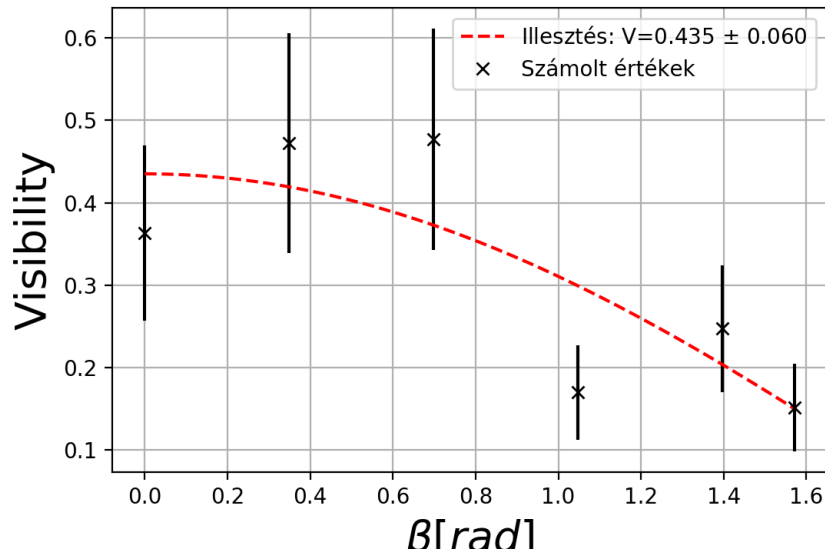


(e) $\beta = 80^\circ$



(f) $\beta = 90^\circ$

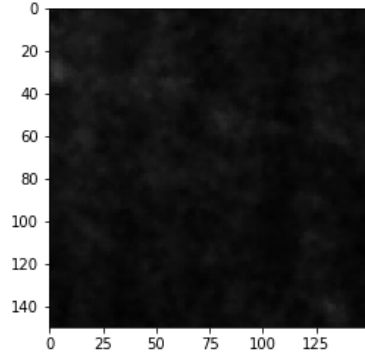
3. ábra. Felvett képsorozat $\beta = 0^\circ - 90^\circ$ között (, kivágás és elforgatás után).



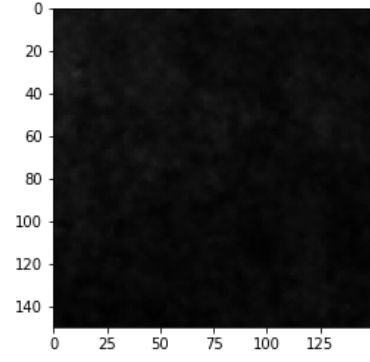
4. ábra. A számolt értékekre vett illesztés. Az illesztés paraméterei hibákkal: $V = 0.435 \pm 0.060$, $I = 0.7754 \pm 0.1232$. Összevetve ezeket a 12.-beli feltetellel az teljesül, tehát az eredmény (habár nagy hibával is, de) jónak tekinthető.

2.3. Kvantumradír

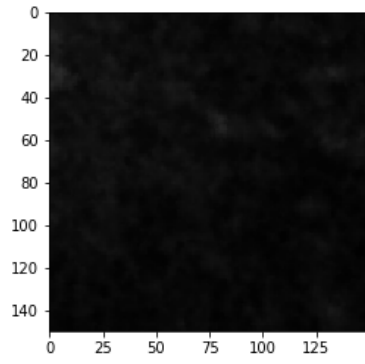
Ebben a feladatrészben tértem rá a rádiózásra. Ezt jelen esetben úgy lehetett eszközölni, hogy az elrendezésbe elhelyeztem egy harmadik polárszűrőt F_2 és L_2 közé. Jelölje ezen a polarizáció fokát γ . Ha $\gamma = 0^\circ$, ez negaálja a korábban (a másik két polárszűrőn) beállított polarizálás hatását és az interferenciakép újra megjelenik. Állítva γ értékét $[-45^\circ, 45^\circ]$ között megfigyelhető az interferenciakép fokozatos eltűnése és újra megjelenése. Az így felvett képek láthatóak az 5., 6 ábrákon.



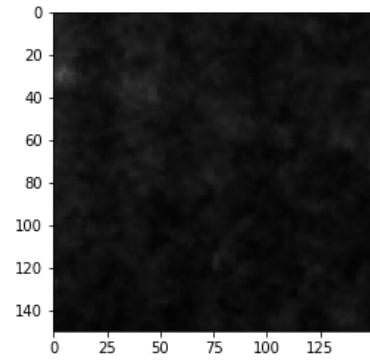
(a) $\gamma = 45^\circ$



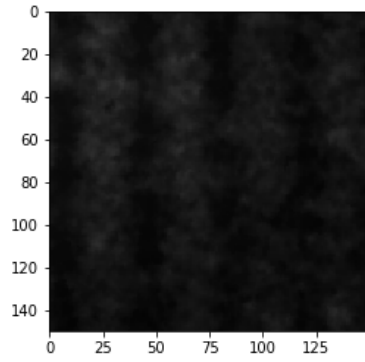
(b) $\gamma = 40^\circ$



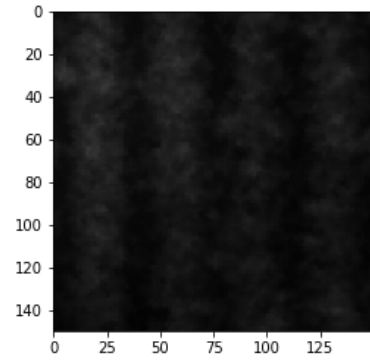
(c) $\gamma = 30^\circ$



(d) $\gamma = 20^\circ$

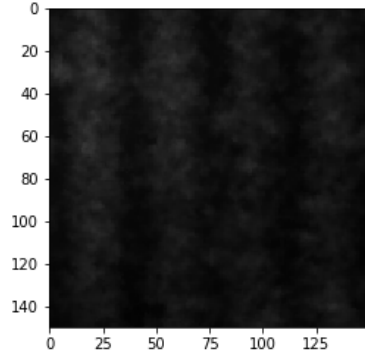


(e) $\gamma = 10^\circ$

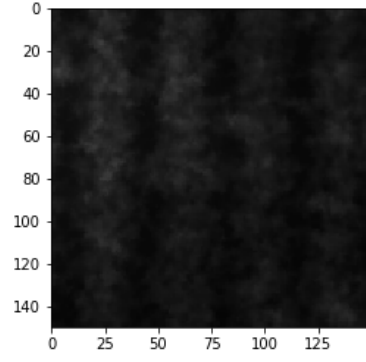


(f) $\gamma = 0^\circ$

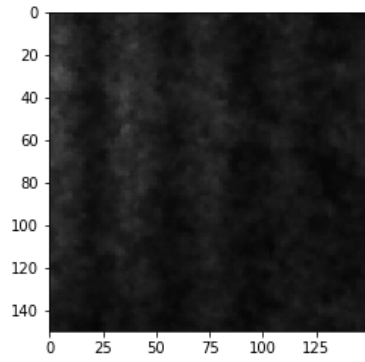
5. ábra. Felvett képsorozat $\gamma = 0^\circ - 45^\circ$ között (, kivágás és elforgatás után).



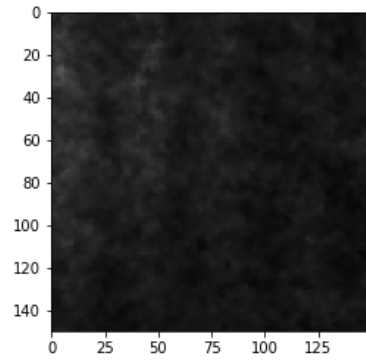
(a) $\gamma = 0^\circ$



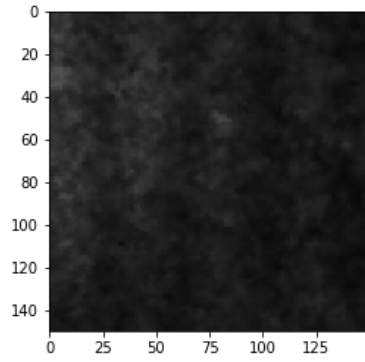
(b) $\gamma = -10^\circ$



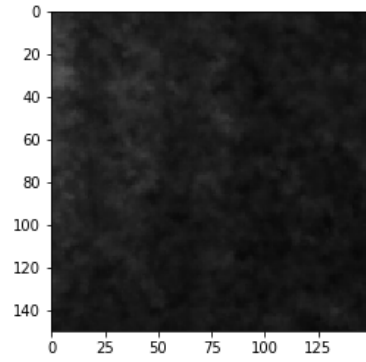
(c) $\gamma = -20^\circ$



(d) $\gamma = -30^\circ$



(e) $\gamma = -40^\circ$



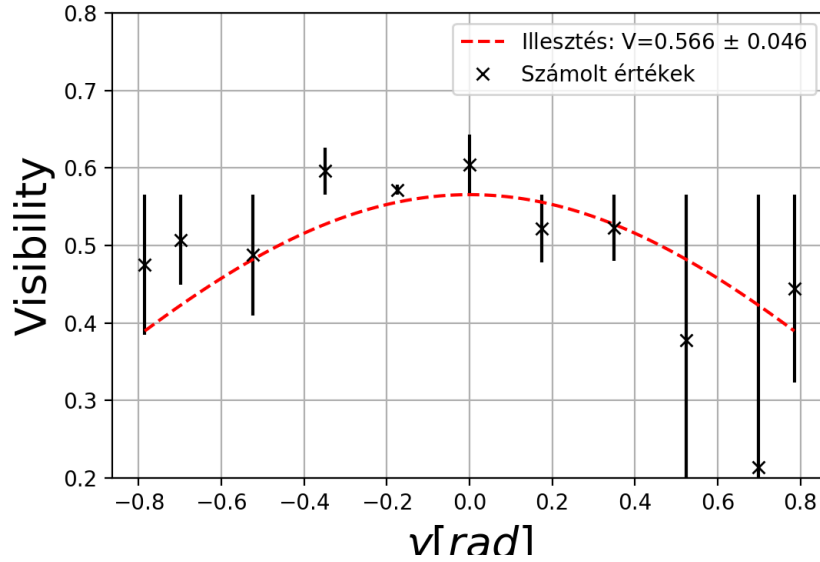
(f) $\gamma = -45^\circ$

6. ábra. Felvett képsorozat $\beta = -45^\circ - 0^\circ$ között (, kivágás és elforgatás után).

A kiértékelésnél az előző feladatban használt eljárást követtem, az illesztett görbe egyenlete továbbra is a 14. egyenlet. Az így kapott eredményeket tartalmazza a 3. táblázat illetve a 7. ábra.

$\gamma[^\circ]$	V	$\gamma[^\circ]$	V
45	0.444	-10	0.572
40	0.214	-20	0.596
30	0.378	-30	0.488
20	0.523	-40	0.507
10	0.522	-45	0.475
0	0.604	-	-

3. táblázat. A felvett láthatósági értékek eltérő rádirozási szögeknél. Az egyes rádirozási szögeket 10° fokenként változtattam. Nagy hiba a képek szaturációjából adódik, a képeken azonban egyértelműen látszik, ahogy az interferenciacsíkok fokozatosan megjelennek a γ 45° -ról 0° -ra való csökkentése során, azonban tovább csökkentve ezután nem/kevésbé látványosan csökken a láthatóság. Ezutóbbi jelenség a képeken is egyértelműen látszik.



7. ábra. A számolt értékekre vett illesztés. Az illesztés paramétereinek hibákkal: $V = 0.566 \pm 0.0465$, $I = 0.566 \pm 0.161$. Összevetve ezeket a 12.-beli feltetellel az teljesül, tehát az eredmény (habár nagy hibával is, de) jónak tekinthető.

3. Diszkusszió

Labormérés során lehetőségem volt betekinteni a kvantumrádirozási eljárásba egy azzal analóg módon működő kísérlet elvégzésével. A Mach-Zehnder interferométer összeállítása és az elemek pontos lehelyezése, rögzítése után az ernyőn képezett interferenciakép változását tudtam vizsgálni eltérő polarizáltsági szögek mellett. A kalibrálás és első interferenciakép-sorozat felvétele után tértem át magára a kvantumrádirozásra, mely esetünkben egy újabb polárszűrő behelyezését jelentette. Ezen polárszűrő fokának különböző állása reprezentálja a kvantumrádirozási eljárásban azt az esetet, amikor az egyfotonos interferenciát képező nyalábok útvonalát vagy nagyon pontosan, vagy egyáltalán nem ismerjük. Ha nem vagy csak részben ismerjük az útvonalat, interferenciakép jelenik meg. Ezzel analóg módon ha itt a polárszűrő nem 0° -n áll, interferenciakép csak részlegesen vagy

egyáltalán nem alakul ki, 0° felé haladva azonban fokozatosan megjelenik és erősödik. A labormérés során ezt a jelenséget sikerült reprodukálni. Az eredmények kiértékelése során a nagy hibák ellenére sikerült az analitikus megoldások határán belül maradni.

A képek rögzítésére detektor helyett kamera állt rendelkezésre, így ez önmagában már nagy hibafaktort előlegezett meg, de szerencsére ez nem változtat azon, hogy a várt jelenségeket sikerült reprodukálni. Érdekes azonban, hogy a rádiózás során habár az első tartományban az interferenciakép valóban eltűnt és újra megjelent, a második tartományban ez a jelenség csak részben valósult meg és a -45° -os állásnál nem tűnt el az interferenciakép teljesen. Ez bármire utalhat, így ezt meghagyom mint érdekesség.

Hivatkozások

- [1] Labor jegyzet
<http://wigner.elte.hu/koltai/labor/parts/modern15.pdf>