

Trabajo Práctico: Matrices y Convolucion

Ph. D. Saúl Calderón Ramírez
Instituto Tecnológico de Costa Rica,
Escuela de Computación, bachillerato en Ingeniería en Computación,
PAttern Recongition and MACHine Learning Group (PARMA-Group)

19 de septiembre de 2024

Fecha de entrega: Jueves 3 de Octubre

Entrega: Un archivo .zip con el código fuente LaTeX o Lyx, el pdf, y un script de Jupyter, debidamente documentado, con una función definida por ejercicio. A través del TEC-digital.

Modo de trabajo: Grupos de 3 personas.

Resumen

En el presente trabajo practico el estudiante implementará distintos filtros lineales y no lineales.

1. (30 puntos) Implementación del algoritmo Bilinear para el aumentado de tamaño de una imagen

Para una imagen $U \in \mathbb{R}^{n \times m}$, muy frecuentemente necesitamos crear una imagen nueva de mayor tamaño $U' \in \mathbb{R}^{n' \times m'}$ donde $n' = \alpha n$ y $m' = \alpha m$, con $\alpha \in \mathbb{N}$ un escalar de aumentado de la imagen (por lo que entonces $\alpha > 1$). Tomese la ilustración de la siguiente matriz donde se tienen distintos valores de una matriz $U \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ de ejemplo:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

suponiendo por ejemplo un $\alpha = 2$ para el aumentado de tamaño, tendríamos entonces como resultado una matriz $U' \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, donde conocemos la mitad de



Figura 1: Tipos de interpolación para cambio de tamaño de imágenes.

los valores de los pixeles:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & ? & 5 & ? & 7 & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & ? \\ 3 & ? & 1 & ? & 2 & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & ? \\ 2 & ? & 1 & ? & 5 & ? \\ ? & ? & ? & ? & ? & ? \end{bmatrix}$$

Cómo podemos estimar los valores faltantes (con signo de pregunta) con estimaciones adecuadas? Existen muchos algoritmos para hacerlo, a estos algoritmos se les llama **algoritmos de interpolación**. La Figura 1 muestra varios algoritmos de interpolación tanto para señales 1D como para 2D.

La interpolación bilineal se puede implementar con distintas variantes. La Figura 2 muestra la que se propone implementar, donde se toman solamente 3 puntos para calcular la ecuación del plano. En tal figura los puntos negros son valores nulos por estimar o ya estimados, los azules son conocidos de la imagen original y el naranja representa el punto que actualmente se está por estimar. Los valores x_i y y_i son las coordenadas de los pixeles y el valor z_i la intensidad de gris, de modo que el plano puede modelarse como $z_i = f(x_i, y_i)$.

- Defina como estimar al punto naranja P_n suponiendo que interpola un plano que pase por los puntos P_1 , P_2 y P_3 . Muestre las ecuaciones y pasos intermedios para llegar allí. Exprese el sistema de ecuaciones de forma matricial.
- Implemente tal metodo para cambiar el tamaño de una imagen.
- Pruebelo con una imagen de su preferencia con resolucion de 1024×768 usando y muestre los resultados:
 - $\alpha = 2$
 - $\alpha = 3$

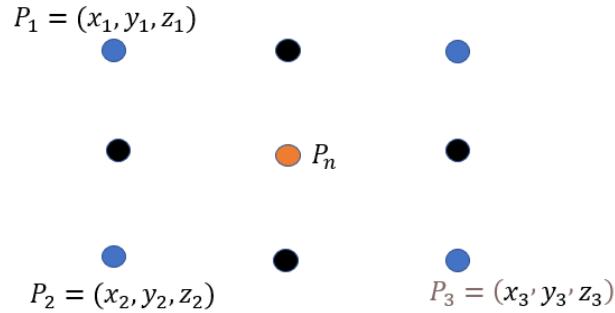


Figura 2: Diagrama ilustrativo de interpolación bilineal con 3 puntos.

2. (10 puntos) Propiedades de la convolucion

Para las siguientes demostraciones, puede usar funciones discretas o continuas.

1. Demuestre que para el siguiente sistema basado en la convolución es lineal:

$$\mathcal{L}(u(x)) = u(x) * f(x)$$

donde la función $f(x)$ es una función conocida cualquiera.

- a) Muestre numericamente, con funciones $u(x)$ y $f(x)$ definidas por usted, la linealidad de ser posible.

2. Demuestre la propiedad de la asociatividad:

$$g(x) * (h_1(x) * h_2(x)) = (g(x) * h_1(x)) * h_2(x)$$

- a) Muestre el cumplimiento de tal propiedad numericamente con N funciones generadas al azar.

3. Demuestre la siguiente propiedad: $g(x) * (\delta(x) + k\delta(x+s)) = g(x) + kg(x-s)$.

3. (60 puntos) Convolucion: Filtros para la eliminación de ruido y mejora de imágenes (30 puntos)

1. Para las 3 imágenes provistas contáminelas para generar los siguientes conjuntos de imágenes contaminadas:

- a) **Imágenes contaminadas con ruido Gaussiano:** Contamine las imágenes para generar dos escenarios: imágenes con poca contaminación y alta contaminación. Elija los parámetros de ruido y documente los resultados. Documente el PSNR para todas las imágenes, y el PSNR promedio para cada tipo de ruido. Comente los resultados.
 - b) **Imágenes contaminadas con ruido Sal y Pimienta:** Contamine las imágenes para generar dos escenarios: imágenes con poca contaminación y alta contaminación. Elija los parámetros de ruido y documente los resultados. Documente el PSNR para todas las imágenes, y el PSNR promedio para cada tipo de ruido. Comente los resultados.
- 2. **Implemente el filtro Gaussiano:** Implemente el filtro Gaussiano con $\sigma = \frac{N-1}{3}$ la desviación estándar del kernel y N el tamaño de la ventana.
 - a) Utilice 2 valores distintos de tamaño de la ventana $N \times N$, $N = 3$ y $N = 11$ para filtrar los tres conjuntos de imágenes con los 2 escenarios. Documente los resultados y coméntelos. ¿Cuál es el efecto del tamaño del filtro?
- 3. **Implemente el filtro de Unsharp Masking:**
 - a) Para las imágenes originales calibre los parámetros del filtro, y reporte los resultados cualitativos para al menos 3 sets de parámetros diferentes. Comente los resultados y los efectos observados. Utilice al menos 3 valores de λ diferentes.
 - b) Para los mismos parámetros probados, filtre las imágenes con ruido en los 2 escenarios para los 2 tipos de ruido. Comente los resultados, ¿qué sucede cuando existe ruido en la imagen? Utilice al menos 3 valores de λ diferentes.