

## 102 灰色关联度法 (Grey correlation degree)

### (1) 方法原理

灰色关联分析作为一种系统分析技术,是分析系统中各因素关联程度的一种方法。将其用于确定评价指标的权重,实际上是对各位专家经验判断权重与某一专家的经验判断权重的最大值(设定)进行量化比较,根据其彼此差异性的大小以分析确定专家群体经验判断权重的关联程度,即关联度。关联度越大,说明专家经验判断趋于一致,该指标在整个指标体系中的重要程度就越大,权重也就越大。据此对各个指标进行规一化处理,从而确定其相应的权重。

### (2) 具体步骤

① 聘请专家进行权重的经验判断,确定参考序列。

设:有  $n$  个评价指标,  $m$  个专家同时对各个指标权重做出经验判断,得到组成各个指标权重的经验判断数据列,可分别表示为:

$$\begin{aligned} X_1 &= (x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(m)) \\ X_2 &= (x_2(1), x_2(2), \dots, x_2(m)) \\ &\vdots \\ X_n &= (x_n(1), x_n(2), \dots, x_n(m)) \end{aligned}$$

从指标权重值的经验判断数据列  $X_1, X_2, \dots, X_n$  中挑选一个最大的权值作为“公共”参考权值,各个专家的参考权重值均赋予此值,从而组成权重参考数据列  $X_0$ :  $X_0 = (x_0(1), x_0(2), \dots, x_0(m))$

② 对原始序列均值化处理

$$X_i = (x_{ij} / \bar{x}_i)_{n \times m}$$

③ 求差序列

$$\Delta_i = |x_0(k) - x_i(k)|, i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, m;$$

④ 计算关联系数及关联度

根据权重参考数据列  $X_0$  和指标权重经验判断数据列  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 利用下式求出各个专家对各个评价指标所做出的经验判断权值与“公共”参考权值之间的关联系数  $\xi_{0i}(k)$  和关联度  $\gamma_{0i}$ 。

$$\xi_{0i}(k) = \frac{\min_i \min_k |x_0(k) - x_i(k)| + \rho \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}{|x_0(k) - x_i(k)| + \rho \max_i \max_k |x_0(k) - x_i(k)|}$$

$$\gamma_{0i} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \xi_{0i}(k) \quad (\text{以 } \gamma_{0i} \text{ 作为各个决策指标的权重值。即 } w_i = \gamma_{0i}) \quad (\text{注：行}$$

相加)

( $\rho$  为分辨系数,  $\rho \in (0,1)$ , 一般取  $\rho = 0.5$ )

### ⑤ 权重向量归一化处理

各个指标权重数据列的关联度大小,直接反映了各个评价指标相对于“公共”参考权值数据列的相对重要程度(即权重大小)。

### (3) 灰色关联度法的评价

对上述确定指标权重的灰色关联度法,进行综合微观分析,我们发现其存在以下缺陷:

#### ① 指标权重取值具有不确定性。

由于影响  $\gamma$  的因素很多(如参考序列  $X_0$ )、比较序列  $X_i$  数据变换的方式、分辨系数  $\rho$  等。尤其当  $\rho$  取不同值时,关联度大小就不同;从而  $\gamma$  不唯一,因此求得的权重值具有不确定性。

② 一般取  $\rho = 0.5$ , 则恒有关联度  $\gamma_i > 0.333$ , 即求得的指标权重均在 0.333 以上(即:权重区分度较弱),难以区分指标之间重要程度及不能满足实际决策的需求。因此,为了克服分辨系数  $\rho$  取值的影响,有人提出了一种基于灰色关联度来求解指标权重的改进方法(如下所述)。

以专家组经验判断的权值数据列为原始输入数据来进行纯数值计算,无需涉及算法(如灰色关联度)中易受决策者影响的一类主观设定参数(如分辨系数),计算过程不受决策者主观因素干扰,充分利用专家经验判断的权值数据列的信息,同时利用简易的数学模型进行指标权重的客观计算,因此得到的权重在反映主观程度的同时,能够充分地反映客观程度。

第一步与上述方法相同(聘请专家进行权重的经验判断,确定参考序列),

第二步、对原始序列均值化处理

$$X = (x_i / \bar{x}_i)_{1 \times n}$$

第三步求各个指标序列  $X_1, X_2, \dots, X_n$  与“公共”参考权值数据列  $X_0$  之间的距离:

$$D_{0i} = \sum_{k=1}^n (x_0(k) - x_i(k))^2 \quad (\text{行相加})$$

第四步、求各个指标的权重

$$w_i = \frac{1}{1 + D_{0i}}$$

最后，求各个指标的归一化权重

$$w_i^* = \frac{w_i}{\sum_{k=1}^n w_i}$$

灰色关联度法确定的权重具有较强的客观性，但是，这种方法忽视了在权重确定之中各指标之间的相互影响及决策对各指标的重视程度。