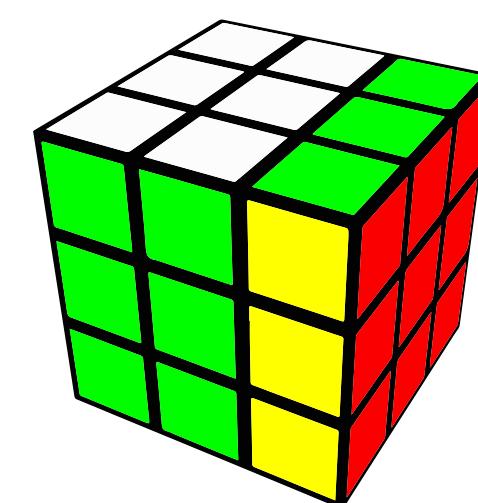
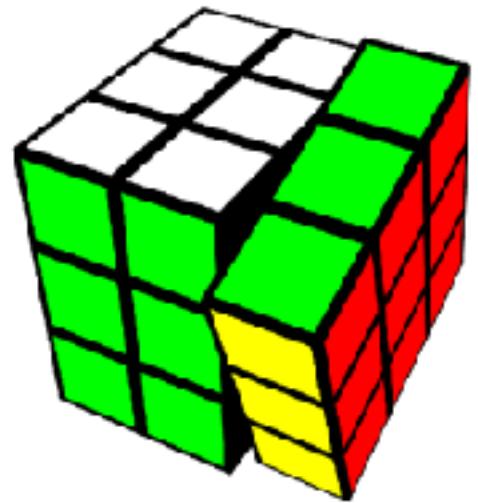
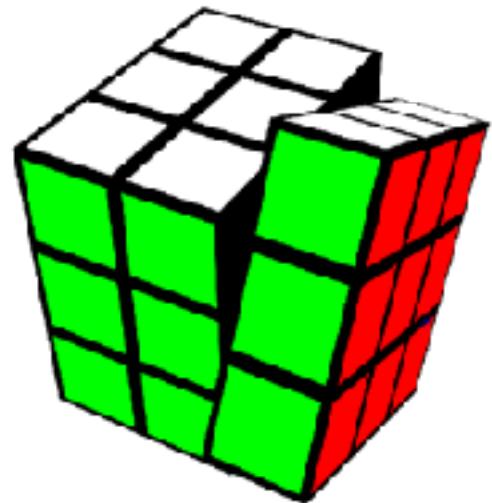
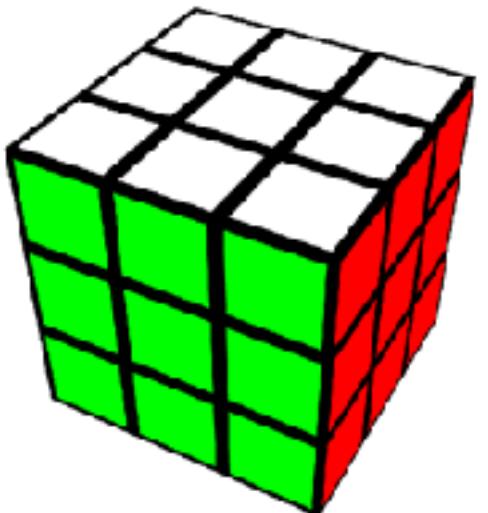


# 小1にルービック キューブを教えてみた

群論スポーツの教育とパターン認知



瀧川一学  
2022.11.6

# お断り：ただの趣味の話で研究とは関係がございません！

暇を持て余した(?)コロナ禍に、夜な夜なYouTubeを見まくり、人生で今まで一度も自力で揃えたことがなかったルービックキューブをまず私が揃えられるようになり、それを小1の娘に教えて見たという「学習と実践」に関わるふりかえり(余興)です！

今日の目的：遊び手に良い「解法」とは？を議論する土台として

- みなさんのうち誰か一人にでも「やってみよう」と思わせること。
- 知られざる「ルービックキューブの世界(沼)」をみせること。

# A01話題提供(?)：理論的な最適解法 vs 人間にとつての最適解法

- ルービックキューブは数学的な構造がよくわかっている置換パズル
- 理論的小手数もわかっているし、求解アルゴリズムも実装もある



Q. このギャップをつなぐ新しい概念に基づいたアルゴリズム・最適化はある？

- トップキューバーも愛好家も理論的な最適解法とは全く違う方法で解く
- 理論的な最適ソルブは手数は最小だが、認知オーバヘッドが大き過ぎて実用性が皆無なため（実用上の最速ソルブを達成するのに使えない）
- 入門者（小1）や初心者にはさらに認知・記憶しやすい解法が求められる  
e.g. T-Method や 簡易CFOPなど「個別最適な」解法？  
CFOP vs Roux vs ZZ vs Petrus vs その他の「良さ」の評価？

小1の3x3x3ソルブ例  
(後述の簡易CFOP)



# 今日の話

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (New Takahashi Method)
- CFOPへの道 (4LLL = 2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)

# 今日の話

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (New Takahashi Method)
- CFOPへの道 (4LLL = 2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)



<https://www.megahouse.co.jp/rubikcube/>

株式会社メガハウス(旧・ツクダオリジナル)  
「RUBIK CUBE」 「ルービックキューブ」はメガハウスの登録商標

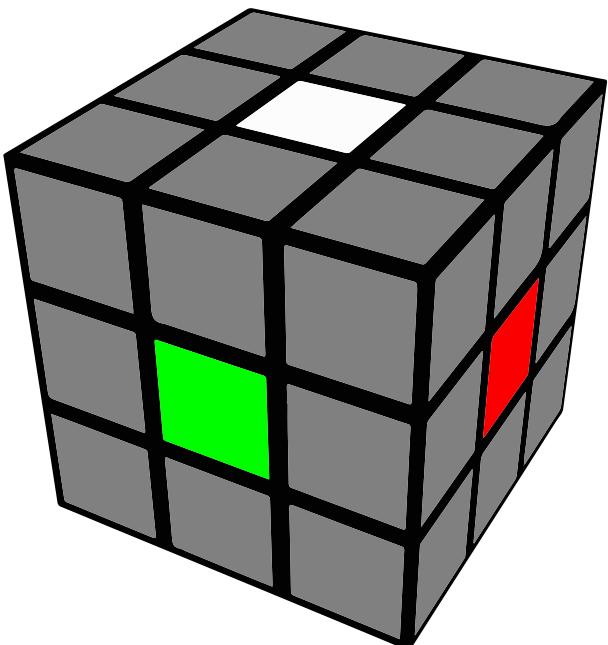


世界配色(白の裏が黄色)

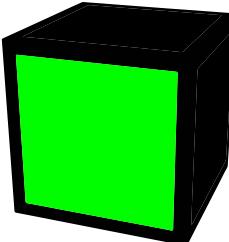
※日本配色もあるので注意

「 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 」にあるかに見えるが

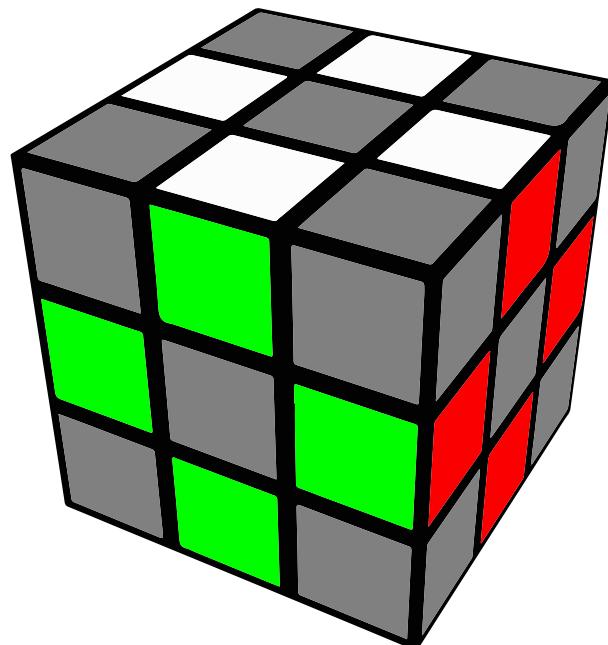
コア(ど真ん中)は見えないので無関係



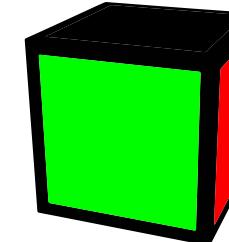
センター  
(動かない)



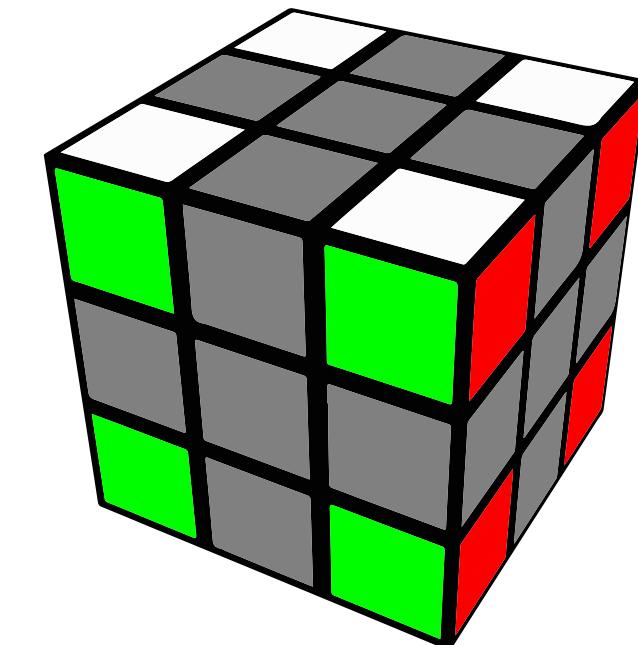
1色の  
キューブ



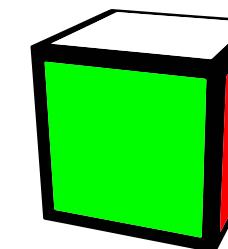
エッジ



2色の  
キューブ



コーナー



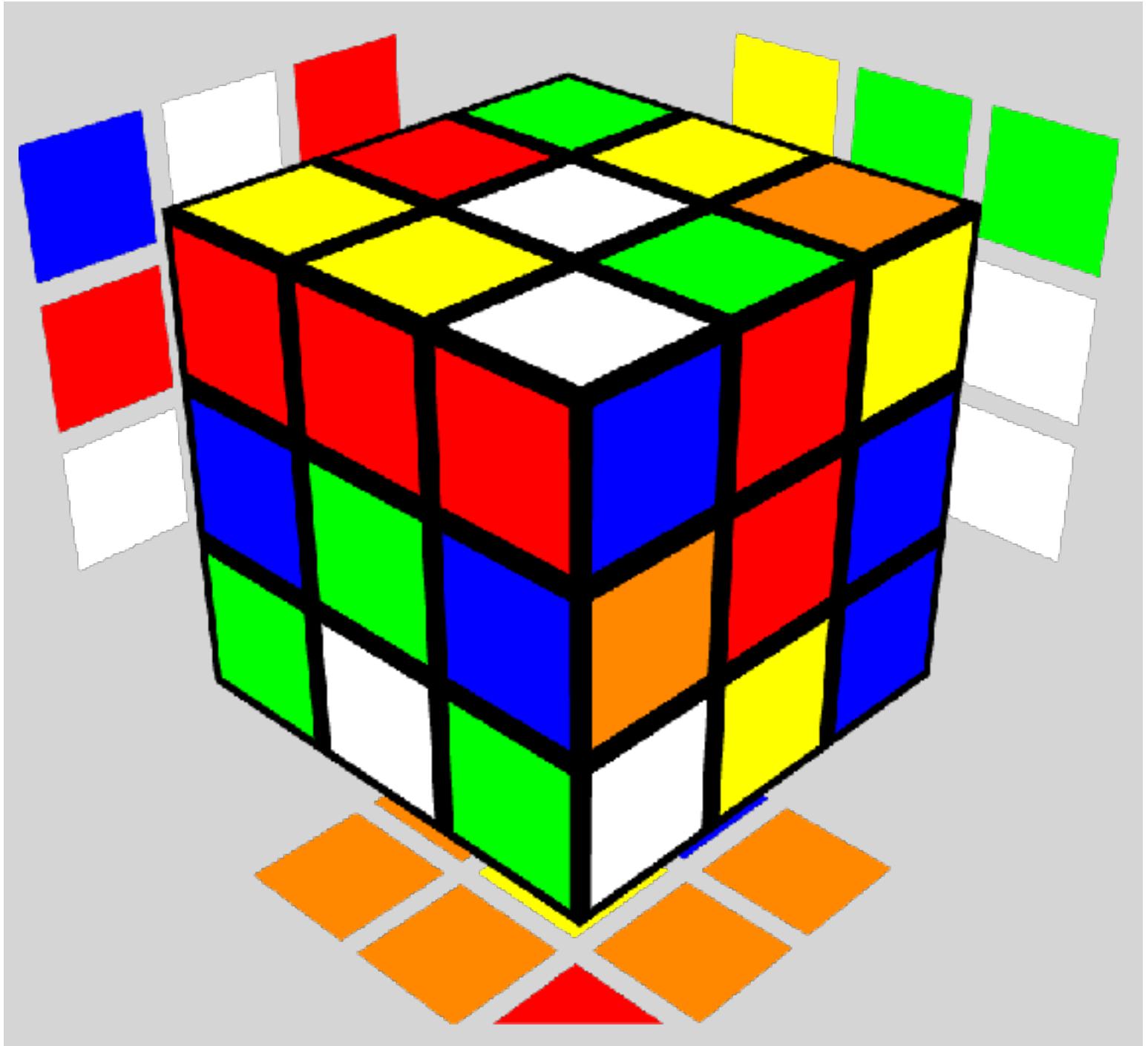
3色の  
キューブ

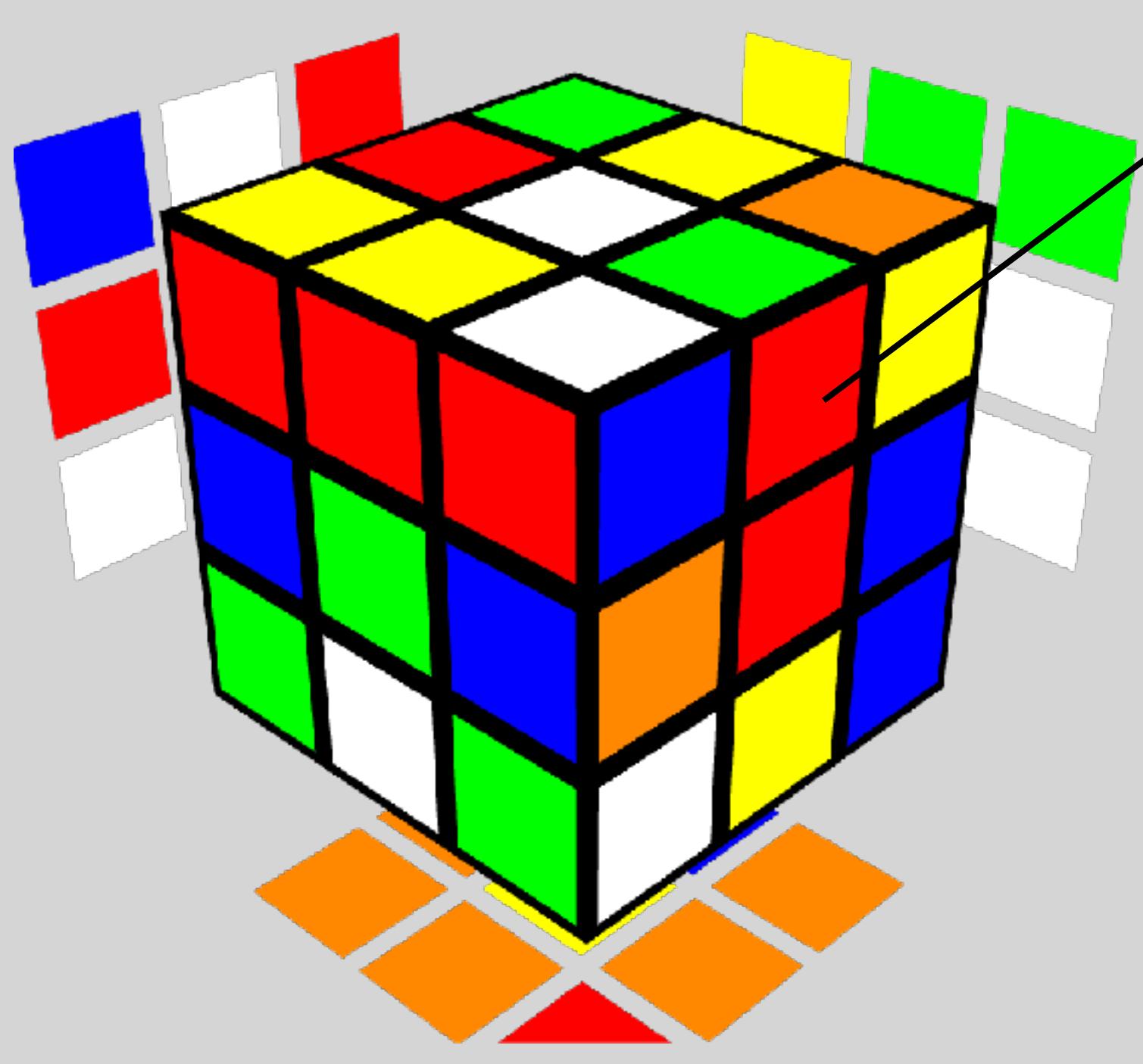
6こ

12こ

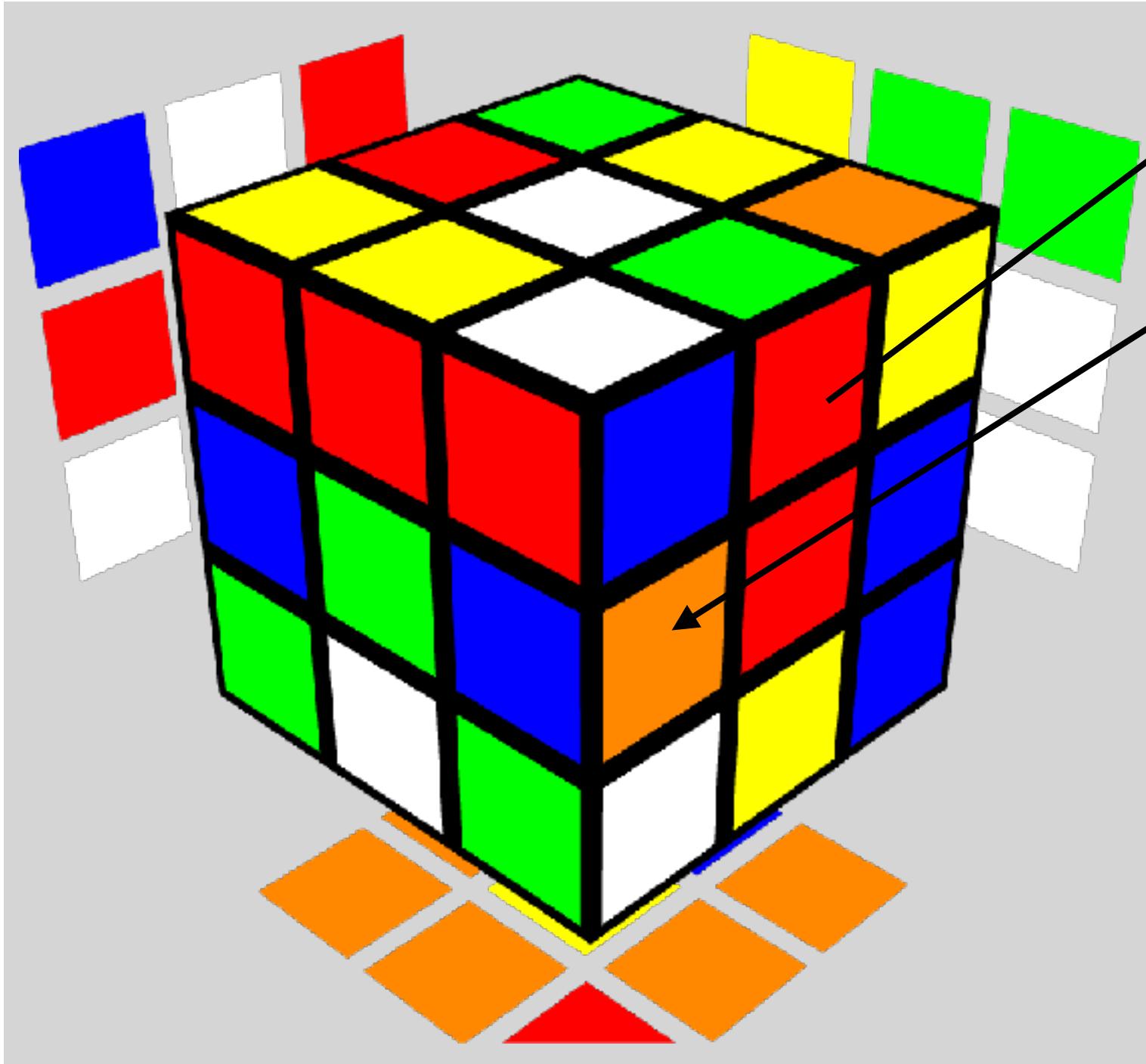
8こ

この20このサブキューブの  
位置と向きを合わせるパズル

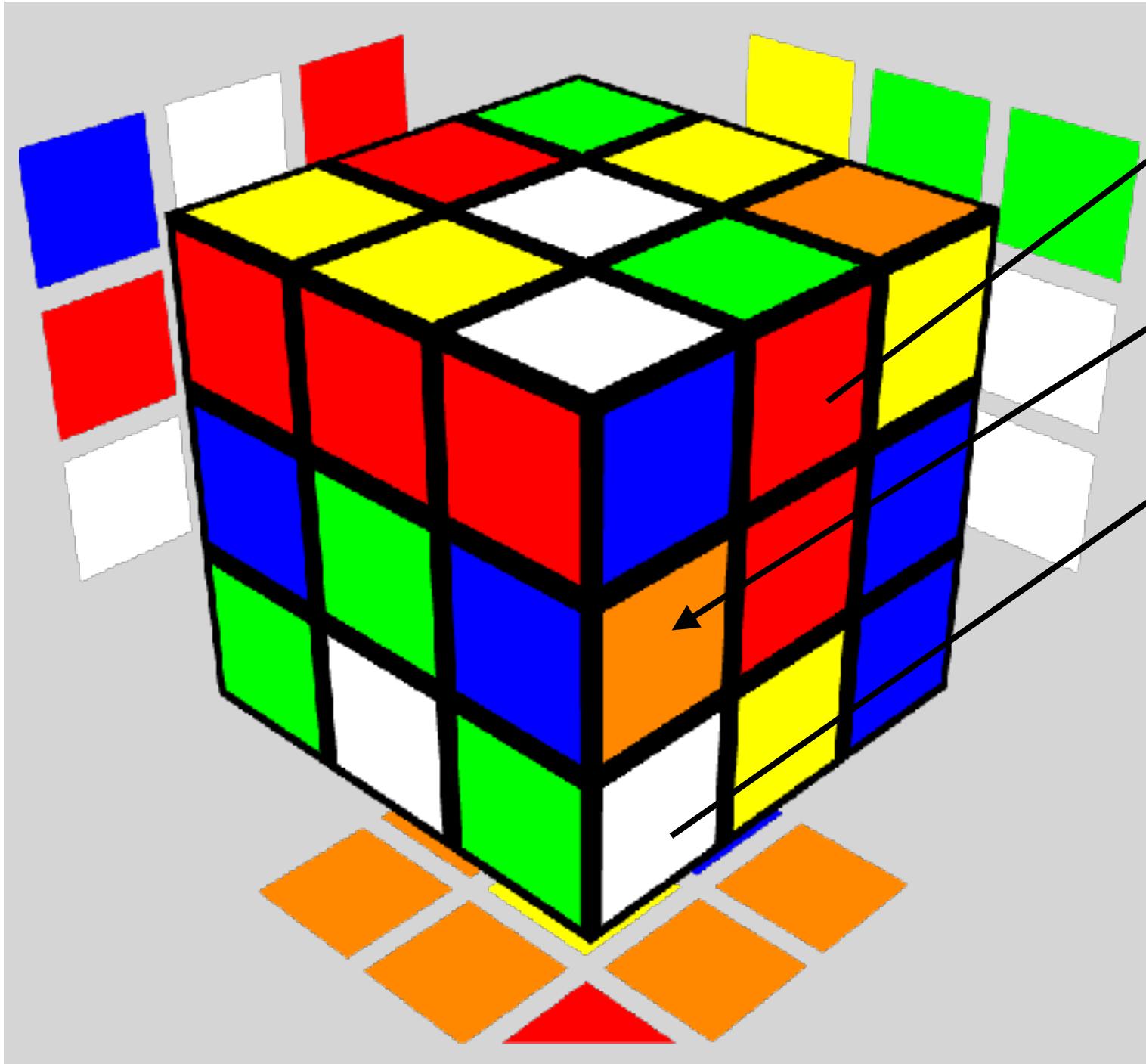




たとえば、このエッジ(「赤」と「緑」の2色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターの  
間(エッジ)へいく

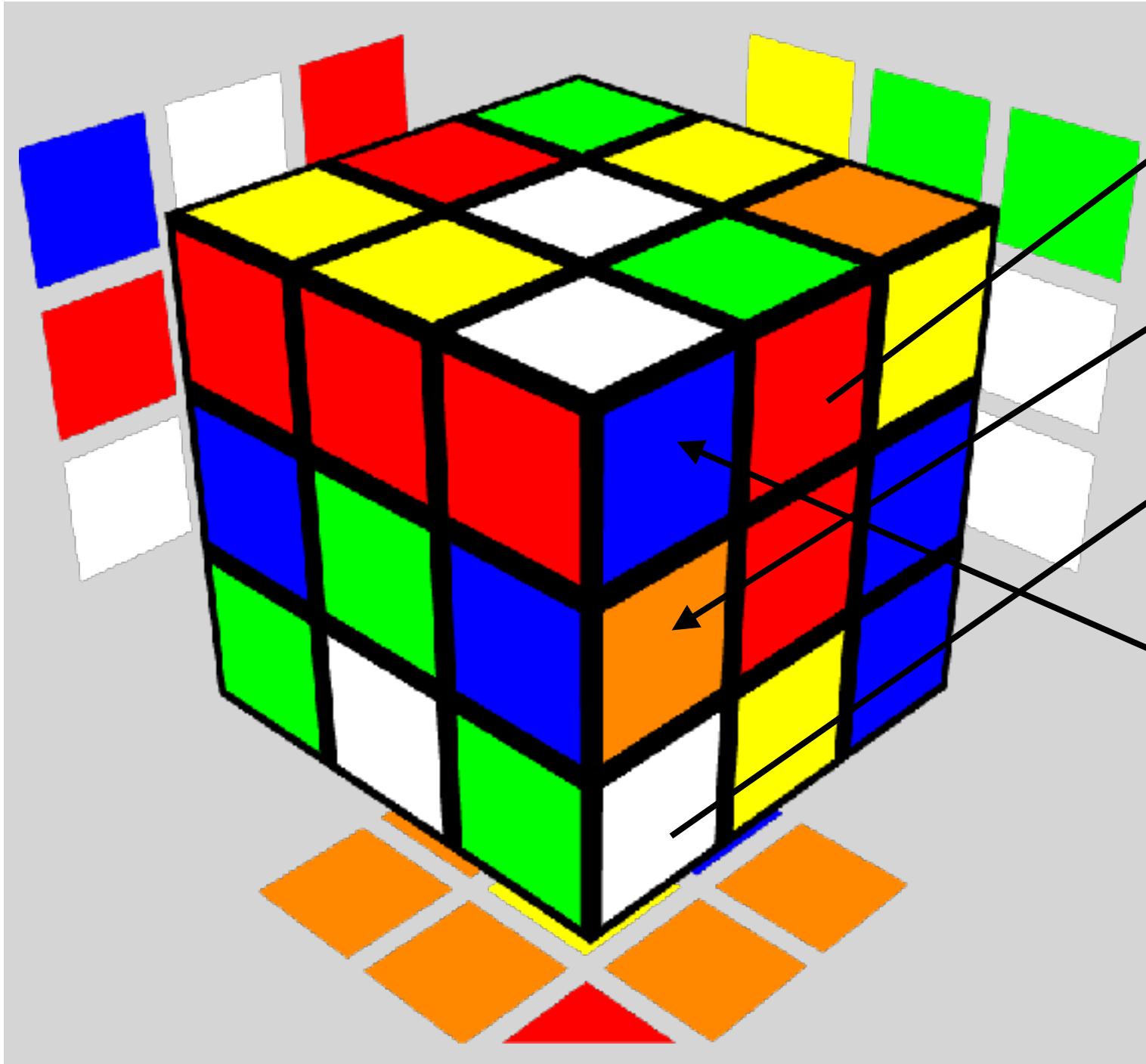


たとえば、このエッジ(「赤」と「緑」の2色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターの  
間(エッジ)へいく



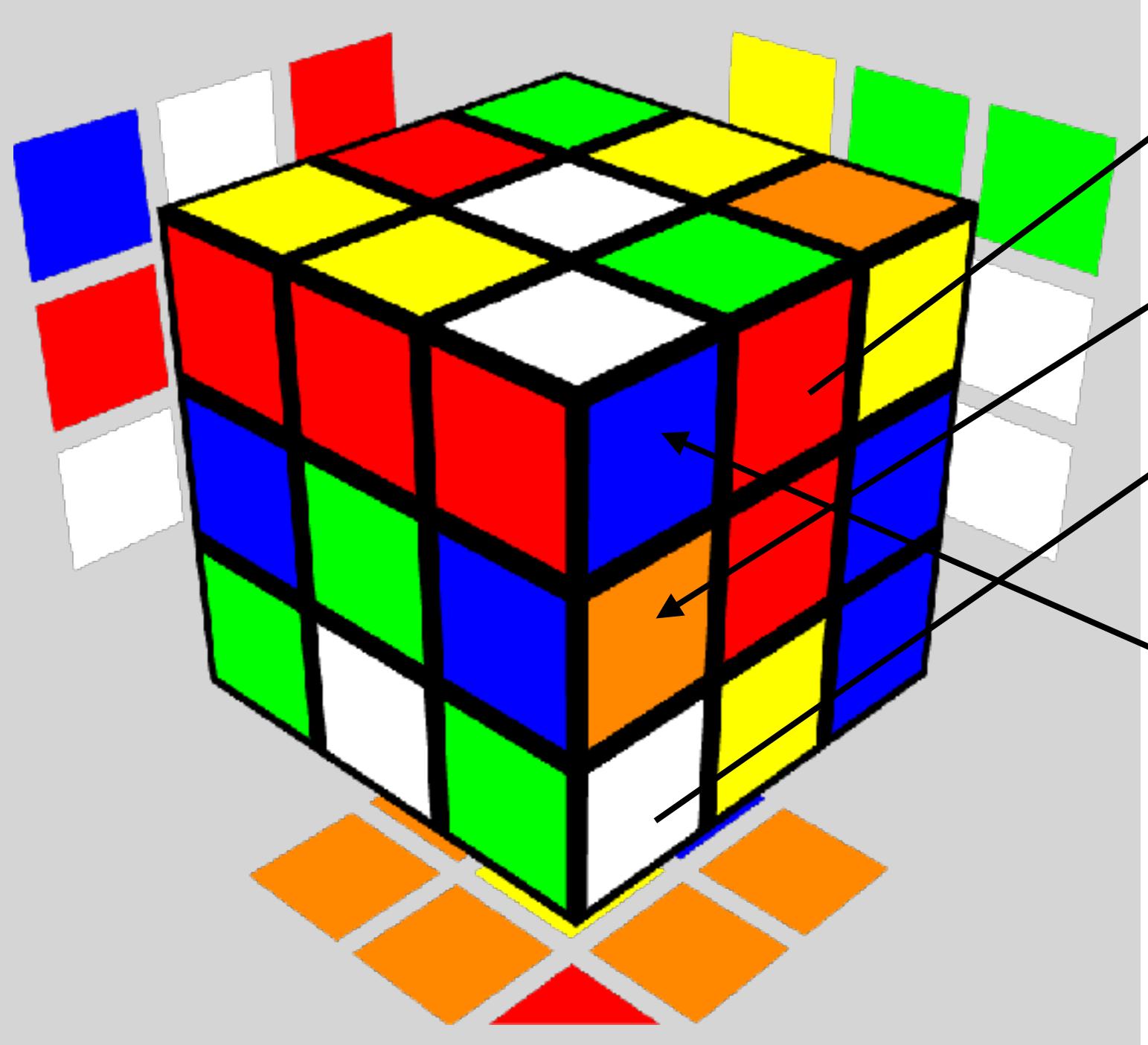
たとえば、このエッジ(「赤」と「緑」の2色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターの  
間(エッジ)へいく

このコーナー(「赤」と「緑」と「白」の3色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターと  
「白のセンター」の  
隅(コーナー)へいく



たとえば、このエッジ(「赤」と「緑」の2色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターの  
間(エッジ)へいく

このコーナー(「赤」と「緑」と「白」の3色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターと  
「白のセンター」の  
隅(コーナー)へいく



たとえば、このエッジ(「赤」と「緑」の2色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターの  
間(エッジ)へいく

このコーナー(「赤」と「緑」と「白」の3色)は  
「赤」のセンターと「緑」のセンターと  
「白のセンター」の  
隅(コーナー)へいく

なので、  
もしこれがただの積み木なら何も面白くない

↓  
面白いパズルには上手な制約がある！

制約

回転で動かす

L

Left

F

Front

U  
Up

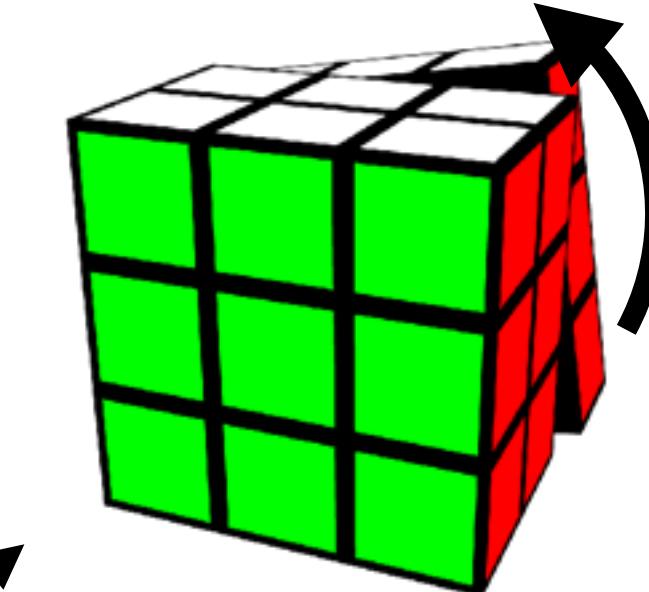
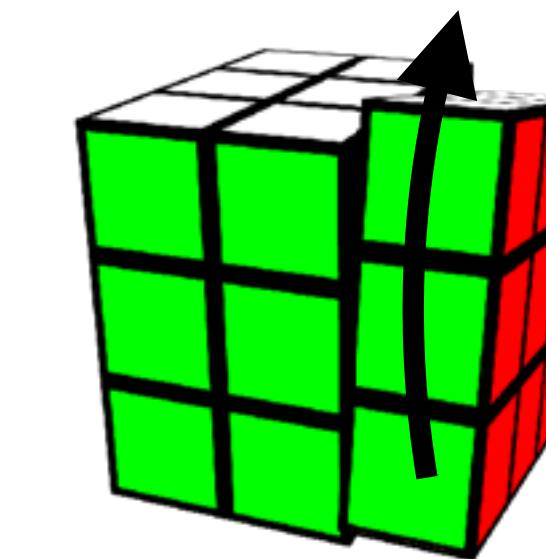
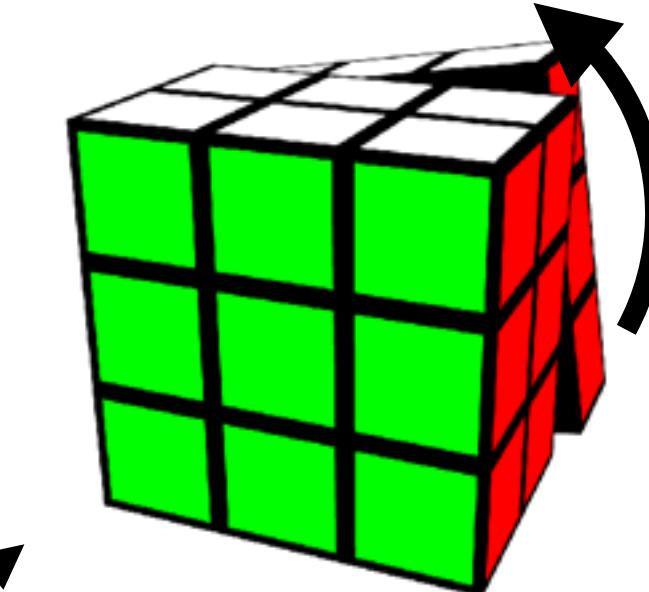
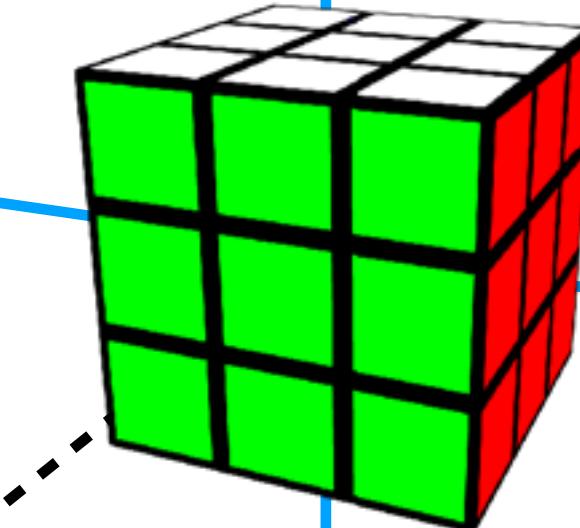
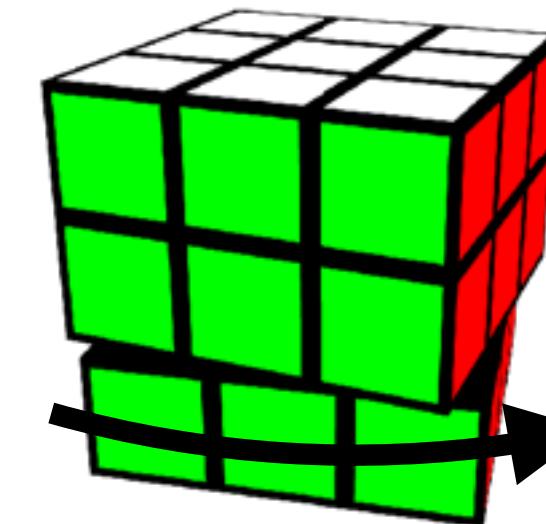
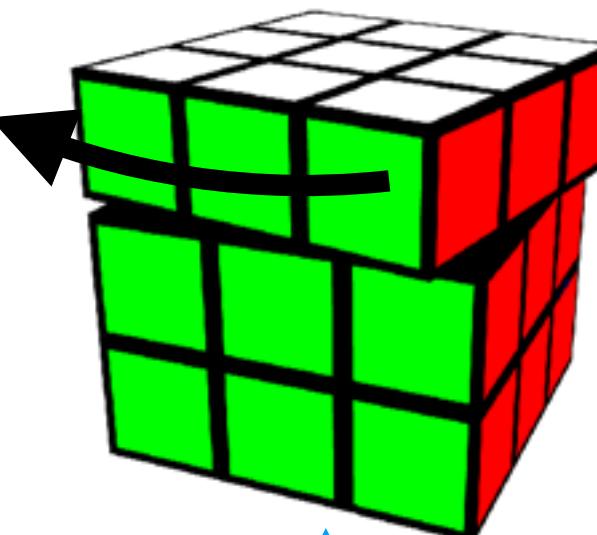
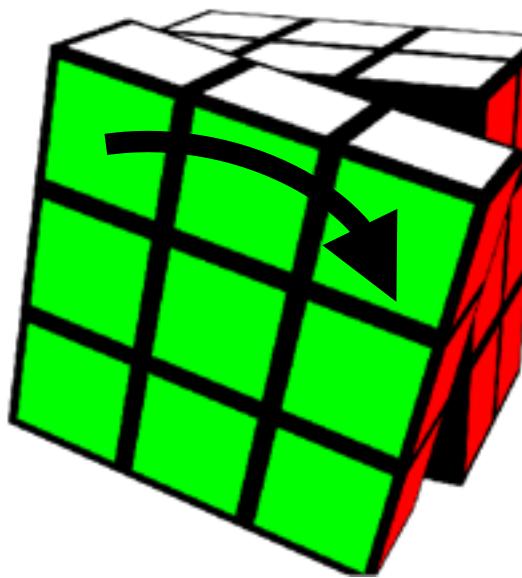
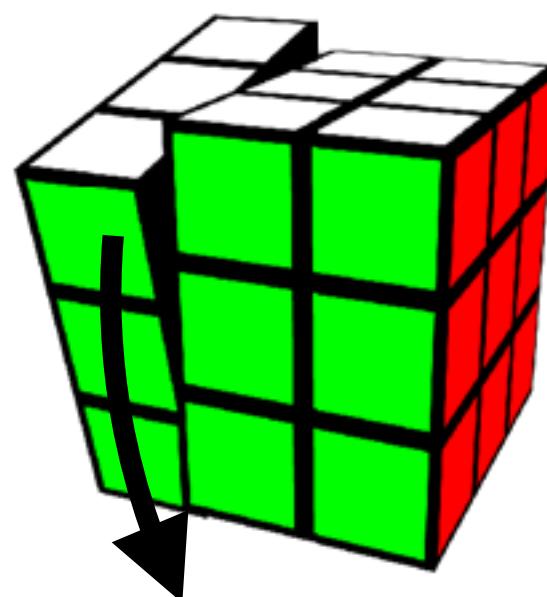
D  
Down

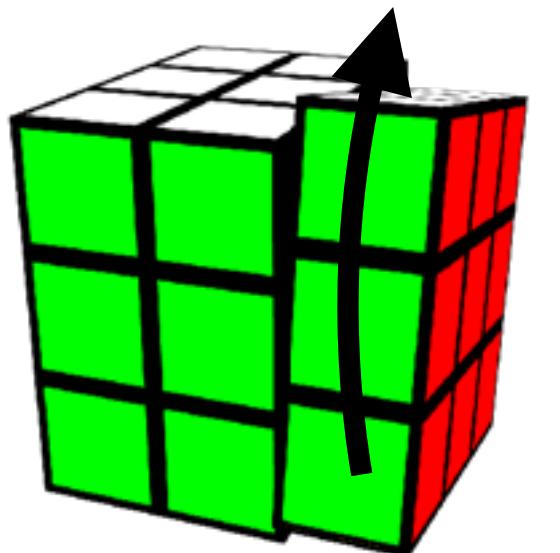
D  
Down

B  
Back

R  
Right

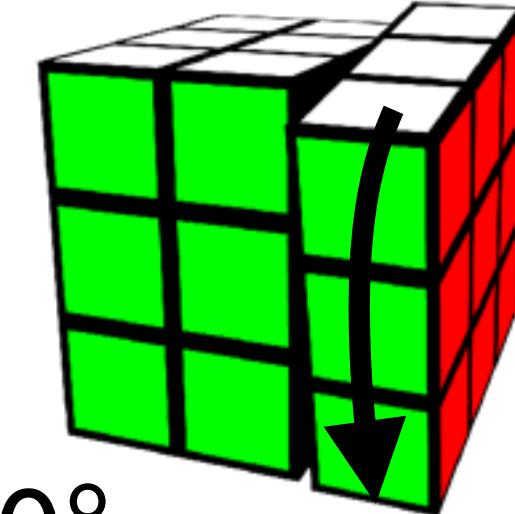
Singmaster  
notation





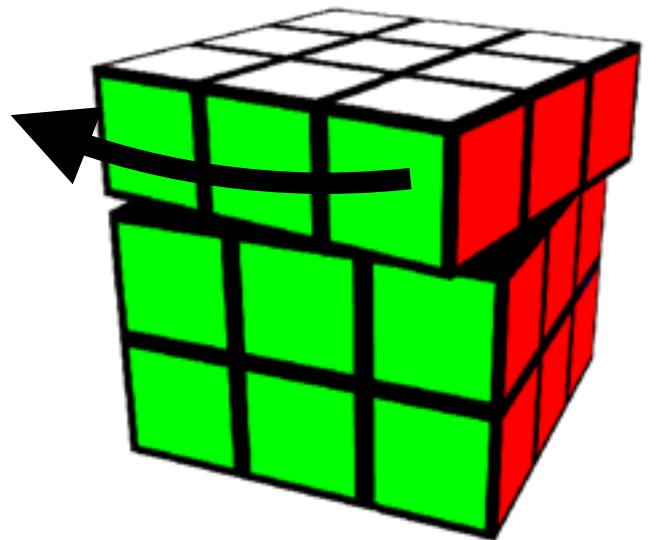
R

Right



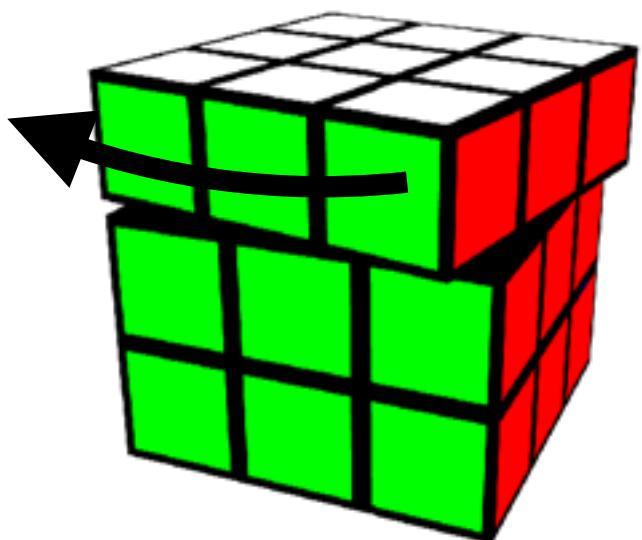
プライム  
R'

逆操作



U

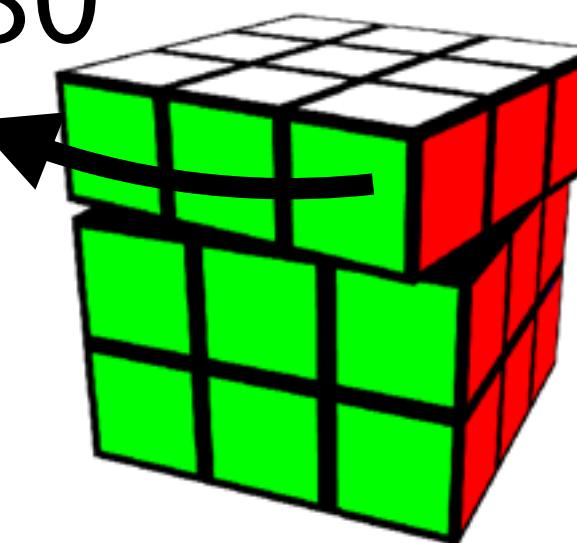
Up



U

Up

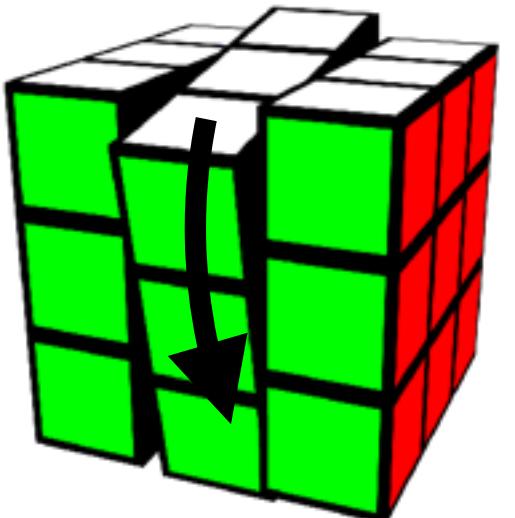
180°



U2

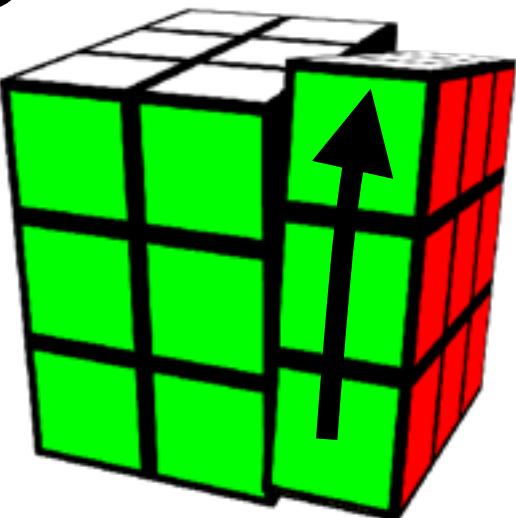
180°回転

↓置換としては同値だが認知的には違う



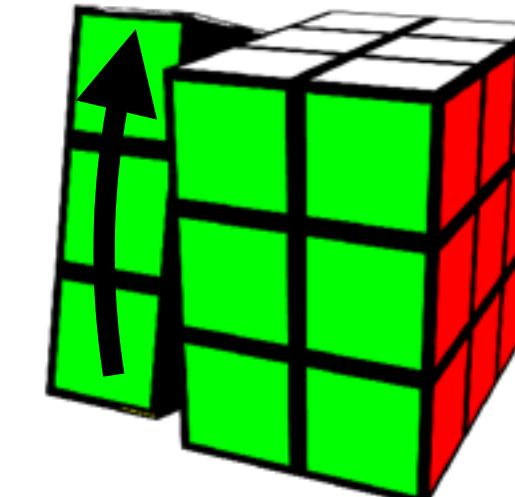
M

=



R

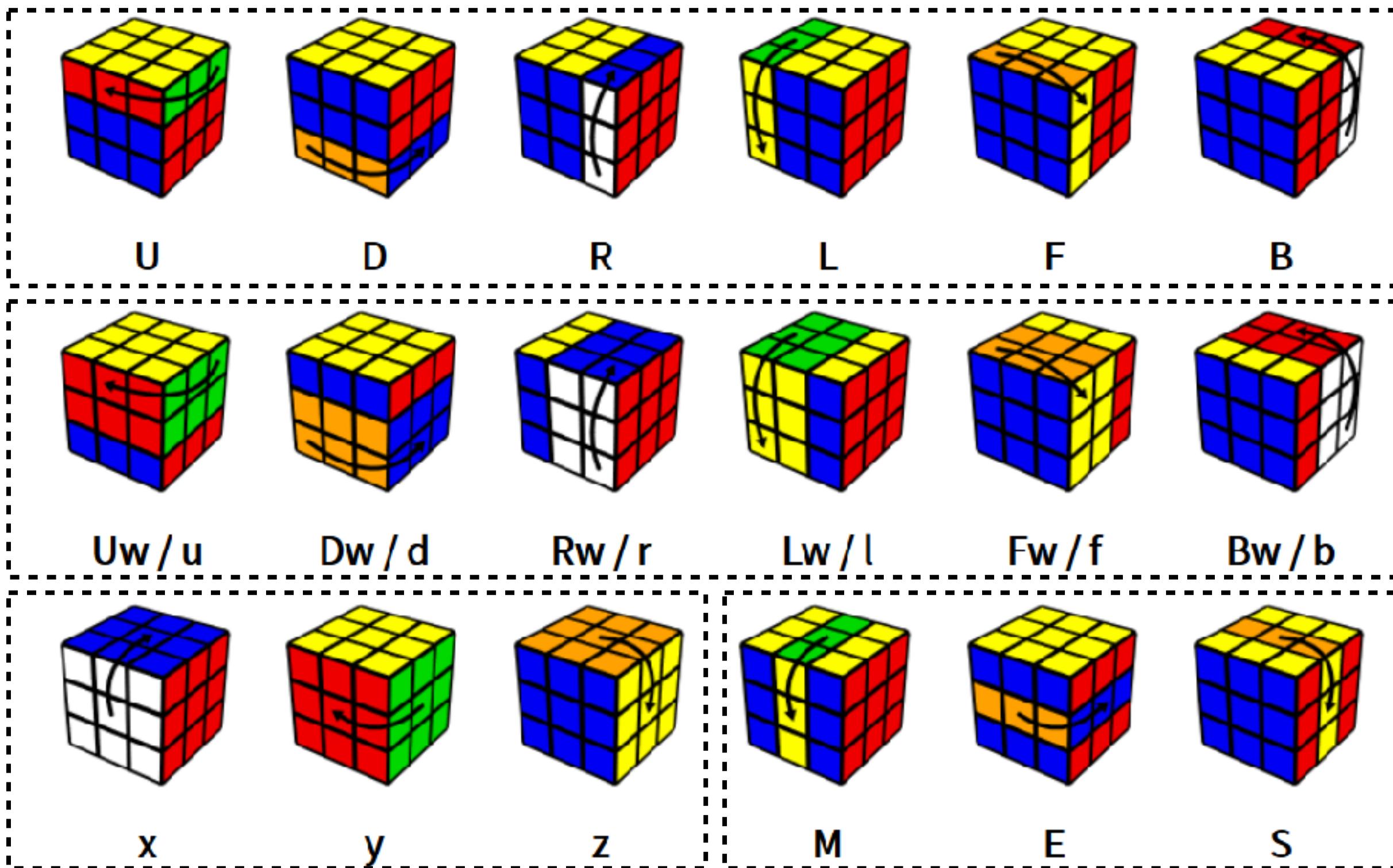
+



L'

<https://jperm.net/3x3/moves>

3x3x3ではU2 = U2'で180°回転はどっち向きでも同じ



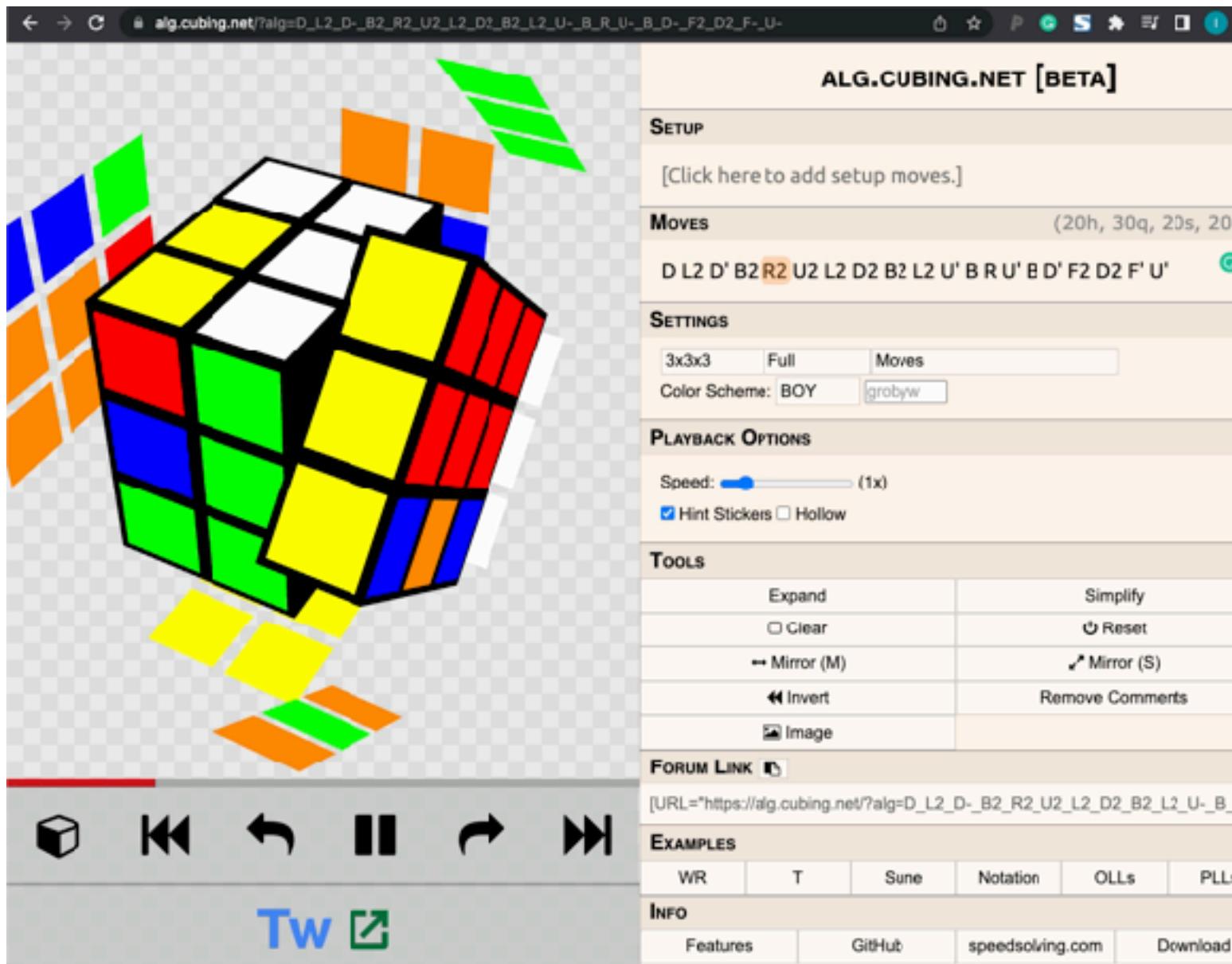
持ち替え  
操作

# 手順・ソルブやスクランブル(初めの混ぜ方)をこの記法で記す

D L2 D' B2 R2 U2 L2 D2 B2 L2 U' B R U' B D' F2 D2 F' U'

スクランブルは白上・緑前でスタート

慣れるまでは <https://alg.cubing.net/> に貼り付けるのがオススメ



# 今日の話

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (Takahashi Method)
- CFOPへの道 (2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)

# コロナ禍の巣ごもり需要と第三次ブーム

<https://www.asahi.com/articles/ASNB13CJJN9XUHBI01H.html>



新型コロナ ウクライナ情勢 速報 朝刊 タ刊 連載 ランキン

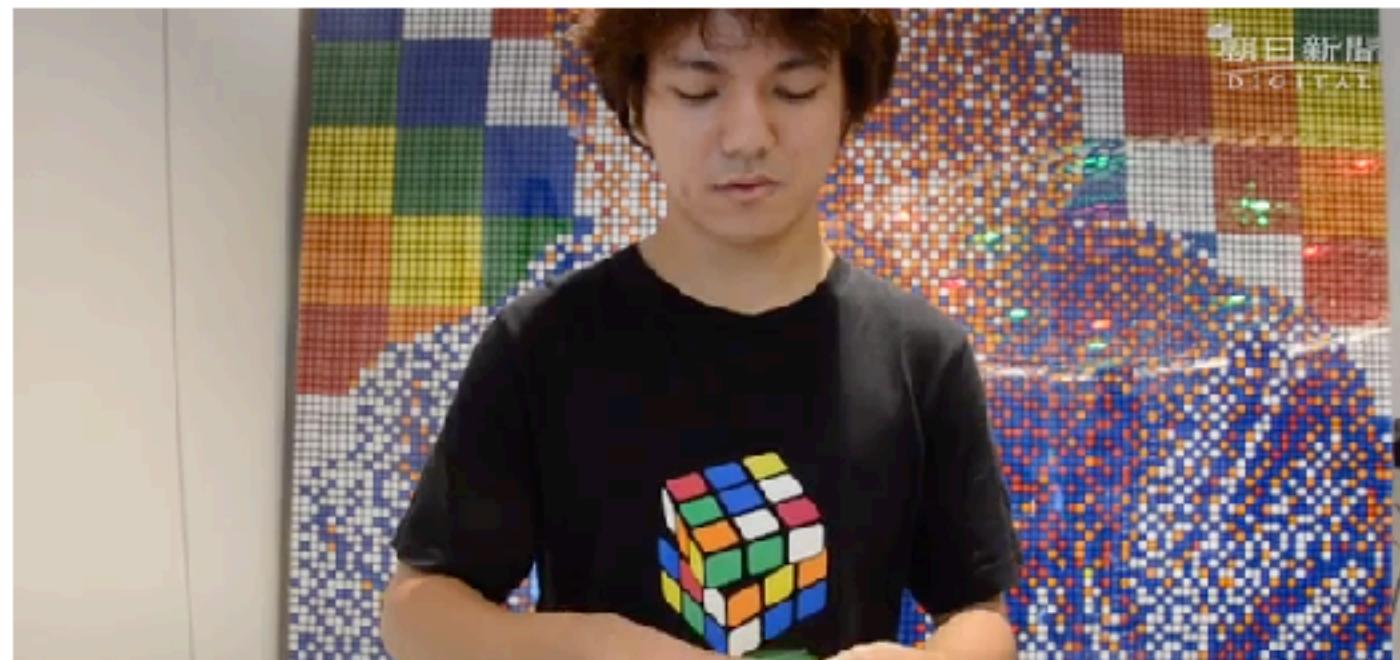
トップ 社会 経済 政治 國際 スポーツ オピニオン IT・科学 文化・芸能

朝日新聞デジタル > 連載 > 今さら聞けない世界 > 記事

## ルービックキューブ再ブーム 1980年に次ぐ売れ行き

有料記事

鈴木春香 2020年10月5日 10時30分



<https://business.nikkei.com/atcl/gen/19/00290/071300012/>



## 40年目にも大ブーム到来 ルービックキューブに学ぶ3世代攻略法

2021.8.4



寺村 貴彰

0件のコメント



印刷

クリップ

巣ごもり需要を捉えて、コロナ禍の2020年に歴代3番目に大きなブームとなった「ルービックキューブ」。40年以上前に発売された商品でありながら、今なおびたびムーブメントを巻き起こし、学ぶべきことが多いマーケティングの教科書的存在とも言える。親子3世代が夢中になる秘密を、その進化の系譜とともにひもとく。

# 2020年 = 日本発売40周年(1980年発売)

株式会社メガハウス（代表取締役社長:榎原博、本社:東京都台東区）が日本国内において展開している立体パズル「ルービックキューブ」シリーズは、今年2020年に発売40周年を迎えました。2020年夏に発売する40周年記念商品『40周年記念メタリックルービックキューブ』（3,080円・税10%込/2,800円・税抜）の発売を皮切りに、新商品・イベントなど、年間を通じて周年展開を実施します。



**Rubik's 40**  
ルービックキューブ 40周年展  
RUBIK'S CUBE 40 Exhibition

ルービックキューブの開発者、  
エルノー・ルービック氏の故郷である「ハンガリー」  
この度、ルービックキューブ40周年を記念した展示会を  
ハンガリー文化センターで初めて開催します。

入場無料。是非ご来場ください！



# 特許失効後の新世界

Ernő Rubikの特許が権利期限20年を過ぎた90年代後半から中国メーカーが台頭。現在、競技用を含むルービックキューブ製造はほぼ中国で**非常に高品質**。(ただし「ルービックキューブ(Rubik's Cube)」という名前は商標保護で使えない)



GAN



MoYu



QiYi



YJ



Dayan



Yuxin



世界中の競技キューバーに使われる憧れの高級ブランド！

# キューブ

メガハウス公式



ルービックキューブ  
ver.3.0  
2,640円(税込)



ルービックスピード  
キューブエントリー  
2,860円(税込)

**TORIBO トリボ**

価格はトリボより (2022/10/27現在)

※本日の実演キューブ



GAN13 MagLev  
Stickerless UV-Coated  
¥ 12,100



QiYi QiHang  
3x3x3 W  
¥ 450



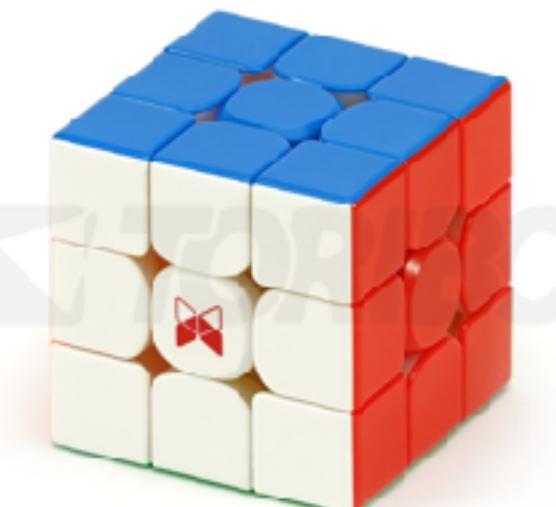
MoYu Cubing Classroom  
RS3M 2020 Stickerless  
¥ 1,550



DaYan TengYun  
3x3x3 M Stickerless  
¥ 3,300



MoYu WeiLong WR  
MagLev Stickerless  
¥ 3,300



QiYi X-Man Design  
Tornado V3 M Flagship  
¥ 4,900

# 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面

## 理論(数学)的側面

キューブは回転操作でサブキューブの位置と向きが入れかわり、この回転操作(置換)は群構造をなす。

## 実践(スポーツ)的側面

速く揃えようと思うと技を覚えてひたすら練習し、実践で使えるようにするスポーツ的な側面が強い。Eスポーツとかけん玉とかに似ている。

つまり、、、

「小1にルービックキューブを教えてみた」= **スポーツ教育**の事例研究

つまり、、、

## 「小1にルービックキューブを教えてみた」=スポーツ教育の事例研究

ただし、その対象競技内容そのものは「数学的構造を持つ」ため

- 理論的には常に最善手が存在する。
- 困碁などとは異なり、ほぼ(準)最適な最善手を瞬時に計算でき、ソフトウェアやアルゴリズム実装もたくさんある。

しかしこうした機械手順は人間には「認知的に習得・実践が不可能」なため、「人間の認知特性や記憶特性を考えた」戦略を考案し、それを練習して実践する、という特殊なスポーツである。

# AFSA的な蛇足①：可能な状態数

下記はそれぞれのパズルの可能な状態数で、これだけを見ると、**今日の3x3x3**が解けたとしても4x4x4や5x5x5やメガミンクスを解くのは絶望的に思えるかもしれないが、実際には3x3x3とほぼ同じようにメガミンクスは解けるし、追加で2-3個の技を覚えれば4x4x4や5x5x5も解けるので、人間的には難しさはさほど変わらない感じがする。

## AFSA的な蛇足②：最小手数競技 (FMC)

Computer Scientistsには(NP困難だろうなと思いつつも?)「手数を最小化したくなる」謎の習性があるように思いますが、競技キューブでは基本的に「速さ」を競います。

ところが、WCA(世界キューブ協会)の公式競技17種には「**最小手数を競う**」 **FMC (Fewest Moves Challenge)**という競技もあり、ノウハウが「速さを競う」場合とだいぶ異なります！！

FMCのテクニックの総体([みんなのバイブル](#)↓)はどうなのでしょうか、ガチ勢の皆様…？

Basics 「ブロックビルディング、スケルトン、コミューター、インサーション」は数学的…？  
(Heise, ドミノリダクション, キーホールF2L, 疑似ブロック, プリムーブ, NISS, 逆スクランブル, …)

[\*\*Fewest Moves Tutorial: Solving a Rubik's Cube with as few moves as possible v3.03\*\*](#)  
[\*\*by Sebastiano Tronto\*\*](#)

[https://fmcsolves.cubing.net/fmc\\_tutorial\\_ENG.pdf](https://fmcsolves.cubing.net/fmc_tutorial_ENG.pdf)

日本語翻訳 <https://kawam1123.github.io/translation/FMC/FMC-Tutorial/v3/>

# 補足紹介：NP完全性 by ドメイン先生（中身は全く読んでません）

<https://arxiv.org/abs/1706.06708>

The image shows a screenshot of the arXiv search results page for the paper. At the top, there is a red header bar with the arXiv logo and navigation links for 'Search...', 'Help | Advanced'. Below the header, the paper's category path is shown: 'Computer Science > Computational Complexity'. The title of the paper is 'Solving the Rubik's Cube Optimally is NP-complete'. The authors' names are listed as 'Erik D. Demaine, Sarah Eisenstat, Mikhail Rudoy'. A brief abstract summary is provided at the bottom.

[Submitted on 21 Jun 2017 ([v1](#)), last revised 27 Apr 2018 (this version, v2)]

## Solving the Rubik's Cube Optimally is NP-complete

Erik D. Demaine, Sarah Eisenstat, Mikhail Rudoy

In this paper, we prove that optimally solving an  $n \times n \times n$  Rubik's Cube is NP-complete by reducing from the Hamiltonian Cycle problem in square grid graphs. This improves the previous result that optimally solving an  $n \times n \times n$  Rubik's Cube with missing stickers is NP-complete. We prove this result first for the simpler case of the Rubik's Square---an  $n \times n \times 1$  generalization of the Rubik's Cube---and then proceed with a similar but more complicated proof for the Rubik's Cube case.

# 理論(数学)的側面

キューブは回転操作でサブキューブの位置と向きが入れかわるので、6面の回転操作 {F, B, U, D, L, R}による置換を生成元として群  $G$  をなす。

1	2	3
4	U	5
6	7	8
9	10	11
17	18	19
25	26	27
33	34	35
12	L	13
20	F	21
28	R	29
36	B	37
14	15	16
22	23	24
30	31	32
38	39	40
41	42	43
44	D	45
46	47	48

$\mathbb{Z}_n$  位数nの巡回群  
 $S_n$  n次対称群

48この面(Facet)の置換  
に制約がついたもの

$G$  は  $S_{48}$  の部分群

12このエッジ(向き2種)・8このコーナー(向き3種)の位置・向きの置換  
に制約がついたもの

$G$  は  $S_8 \times S_{12} \times \mathbb{Z}_3^8 \times \mathbb{Z}_2^{12}$  の部分群

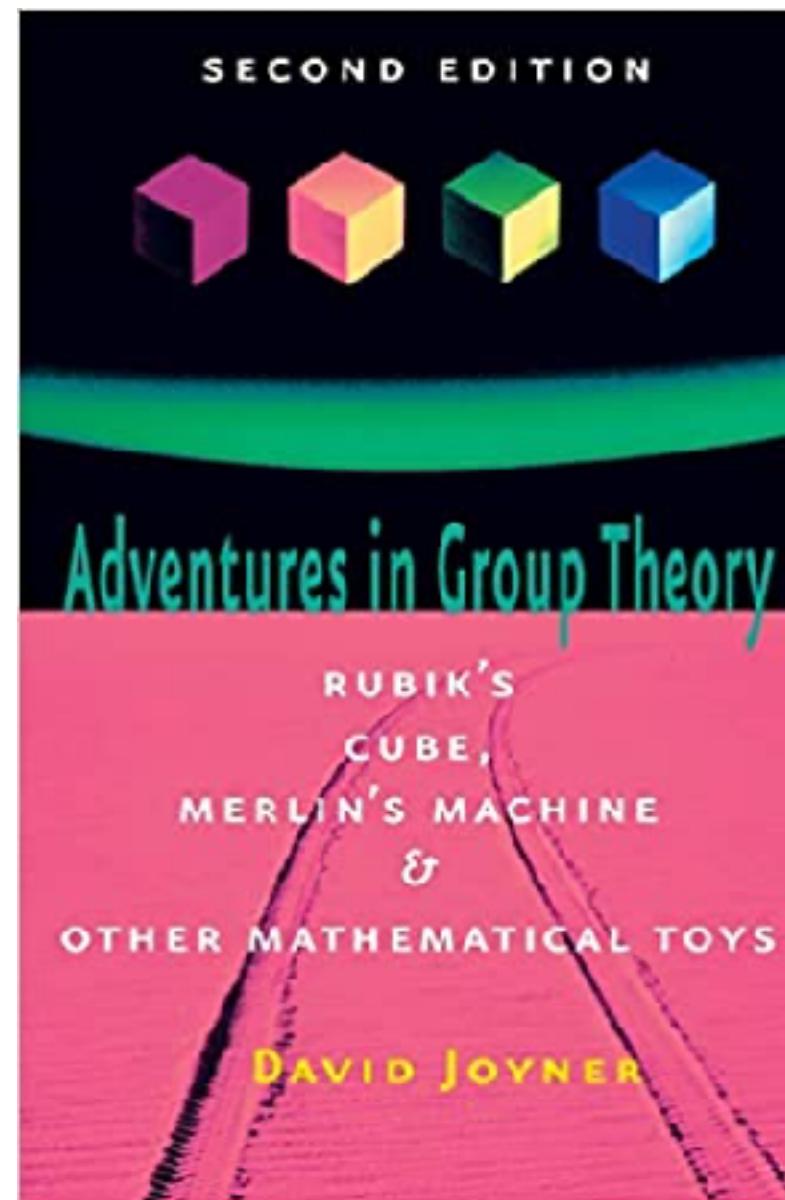
# ルービックキューブは有限群論の良い素材



<https://www.kyoritsu-pub.co.jp/book/b10007945.html>

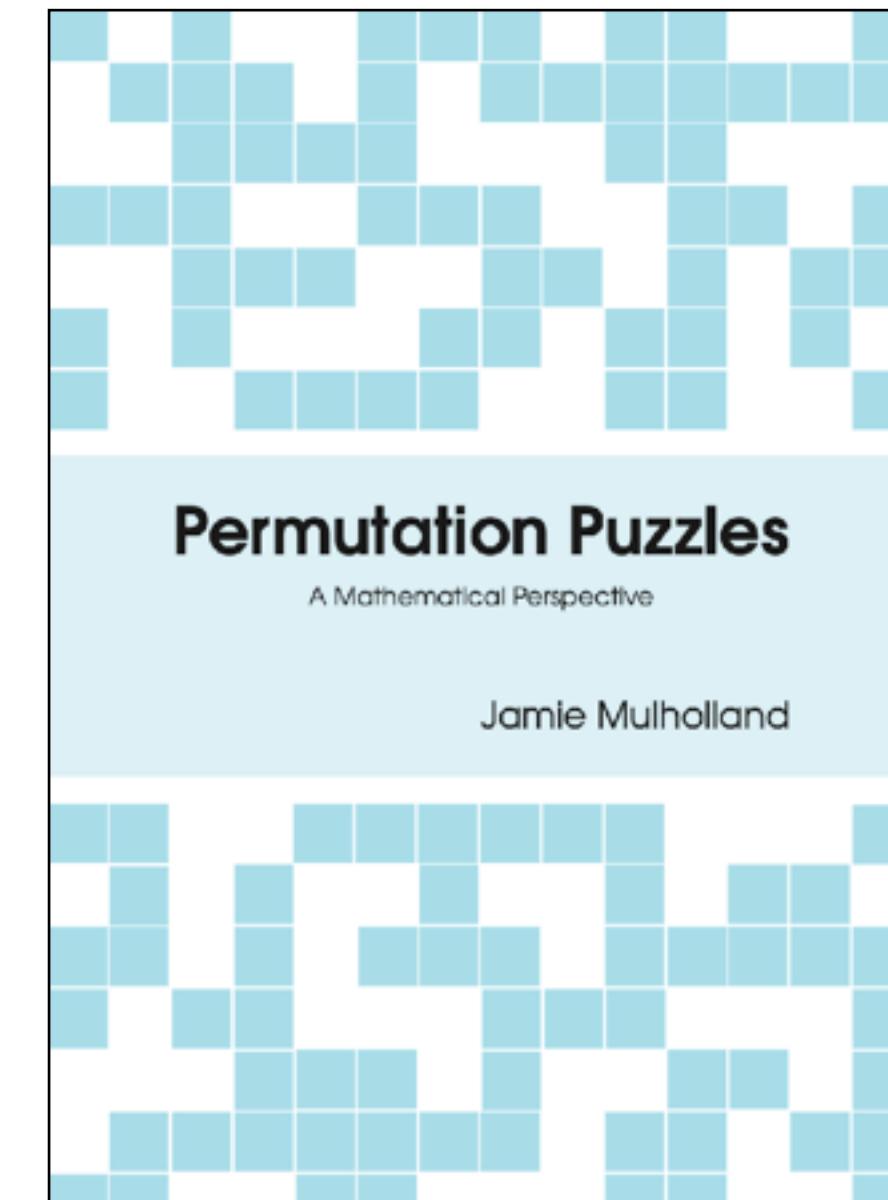
数学通信(日本数学会) 書評: 横山 俊一, 25(3) pp.83-

<https://www.mathsoc.jp/assets/file/publications/tushin/2503/2503yokoyama.pdf>



<https://www.sfu.ca/~jtmulhol/math302/lectures.html>

素晴らしい講義テキスト (オープンアクセス)



# 群論からわかること①

<https://www.sfu.ca/~jtmulhol/math302/puzzles-rc-cubology.html>

## 基本定理 “The Fundamental Theorem of Cubology”

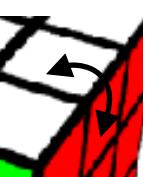
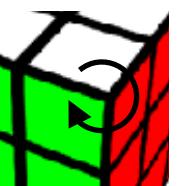
$(\rho, \sigma, v, w) \in S_8 \times S_{12} \times \mathbb{Z}_3^8 \times \mathbb{Z}_2^{12}$  は次の 3 条件を満たすとき

かつ、この時に限り、3x3x3ルービックキューブの状態に対応する。

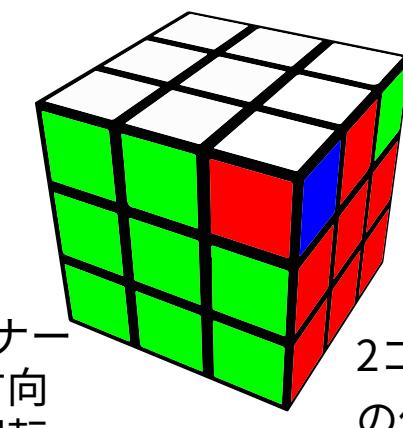
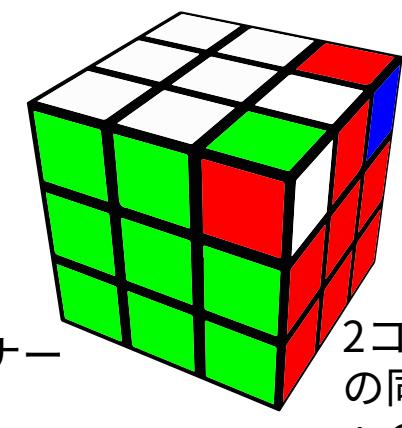
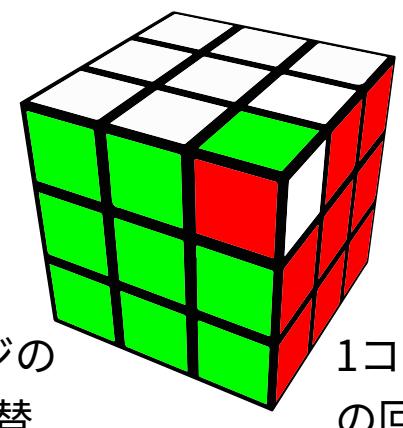
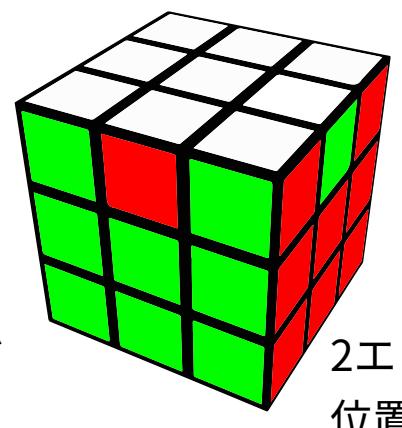
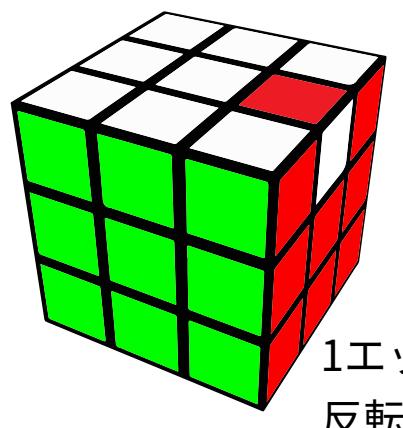
(1)  $\text{sign}(\rho) = \text{sign}(\sigma)$   $\longrightarrow$  コーナーとエッジの位置入替えの偶奇性(Parity)は等しい

(2)  $v_1 + v_2 + \cdots + v_8 = 0 \pmod{3}$   $\longrightarrow$  コーナーの「回転」の総和は0  
Twist

(3)  $w_1 + w_2 + \cdots + w_{12} = 0 \pmod{2}$   $\longrightarrow$  エッジの「反転」の総和は0  
Flip



つまり、右のような操作はルービックキューブでは不可能



## 群論からわかること②

<https://www.sfu.ca/~jtmulhol/math302/lectures.html>

- 「有限群の元の位数は有限」なので、ルービックキューブで「任意の操作手順」を何度も繰り返すと、必ずいつかは元の状態に戻ることがわかる。

3x3x3では元の最大位数は1260 (例えば R U2 D' B D' × 1260回で元に戻る)

- 下記の4手順だけあればどんな初期状態でも解ける。(ただし全く速くはない)

- 3コーナーの位置入替

例 [L D' L', U]

交換子(Commutator)

- 2コーナーの反対方向への回転

例 [L D2 L' F' D2 F, U]

$$[x, y] = xyx^{-1}y^{-1}$$

- 3エッジの位置入替

例 [M', U2]

- 2エッジのフリップ

例 [M D M' D' M D2 M', U]

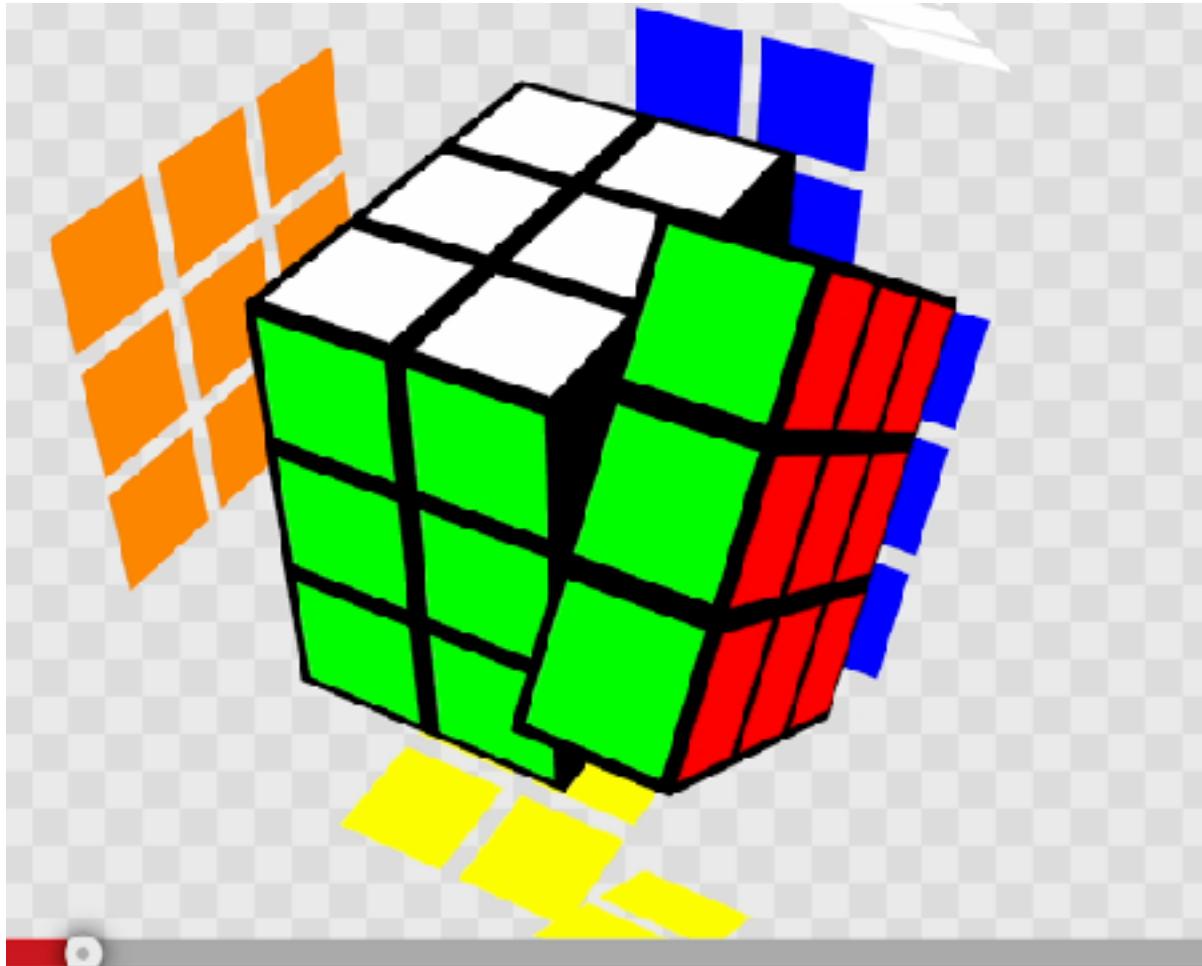
目隠し(BLD)  
で解く基本

使うときは目的のサブキューブを変化が起こる位置へ動かしてから(Setup)、上記手順を行い、Setupの逆手順で元の位置へ戻す。つまり、共役(Conjugate)  $y^{-1}xy$

# 備考：ルービックキューブの文脈でのコミューター

コミューター = 3点の巡回置換(3-Cycle)を解くコミューター

例) 最小手8手のものを「ピュア・コミューター」と呼ぶ



“Niklas”

$$[R, U' L' U] = R U' L' U R' U' L U$$

# 備考：必要なことの要点

- **n次の対称群とはn個の要素の置換全体の集まり**  
(ケイリーの定理 = 任意の有限群は対称群の部分群と同型)
- 任意の置換は**互換**(2要素の入替)の積で書ける (e.g. あみだくじ)  
表し方は一通りではないが互換が偶数個か奇数個かは変わらない
- **巡回置換**  $(1\ 2\ 3) = 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  のように番号を順番に入れ替える置換  
(互換は巡回置換の特殊例)
- 任意の置換は**メンバーの被らない巡回置換の積**で書ける
- 有限群の**元の位数**は有限  
(元の位数 = 群Gの元 $g \in G$ に対して,  $g^n = e$  (単位元)となる最小の正の整数n)
- 基本定理の**パリティ(偶奇性, 偶置換か奇置換か)**は互換の積の偶奇性  
例えば1,5,3の3点置換  $(1\ 5\ 3)$  は  $(1\ 5\ 3) = (1\ 3)(1\ 5)$  なので偶置換

# ソフトウェアで具体的に計算もできる！(計算群論系GAP)

Documentation → Examples ルービックキューブ例 <https://www.gap-system.org/Doc/Examples/rubik.html>

**GAP**

[Find us on GitHub](#)

**Navigation Tree**

- [Start](#)
- [Downloads](#)
- [Installation](#)
- [Overview](#)
- [Data Libraries](#)
- [Packages](#)
- [Documentation](#)
- [Contacts](#)
- [FAQ](#)
- [GAP 3](#)

---

[Edit this page](#)

[Contact](#)

**Main Branches**

[Downloads](#) [Installation](#) [Overview](#) [Data Libraries](#) [Packages](#) [Documentation](#) [Contacts](#) [FAQ](#) [GAP 3](#)

*Welcome to*

## GAP - Groups, Algorithms, Programming - a System for Computational Discrete Algebra

The current version is [GAP 4.12.1](#) released on 20 October 2022.

### What is GAP?

GAP is a system for computational discrete algebra, with particular emphasis on [Computational Group Theory](#). GAP provides a [programming language](#), a library of thousands of functions implementing algebraic algorithms written in the GAP language as well as large [data libraries](#) of algebraic objects. See also the [overview](#) and the description of the [mathematical capabilities](#). GAP is used in research and teaching for studying groups and their representations, rings, vector spaces, algebras, combinatorial structures, and more. The system, including source, is distributed [freely](#). You can study and easily modify or extend it for your special use.

# ソフトウェアで具体的に計算もできる！

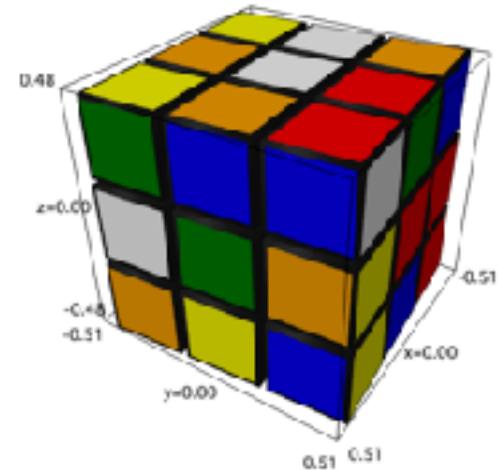
SageMath(GAPなど様々な系によるオープンな数式処理系)のオンライン実行環境  
SageMathCellで試してみる (ルービックキューブ群がデフォルトで存在！)

<https://sagecell.sagemath.org/>

<https://doc.sagemath.org/html/ja/tutorial/>



```
C = RubiksCube("D L2 D' B2 R2 U2 L2 D2 B2 L2 U' B R U' B D' F2 D2 F' U''",  
               colors=['white', 'orange', 'green', 'red', 'blue', 'yellow'])  
C.show3d()  
solve = C.solve(algorithm='gap', timeout=15)  
print(solve.replace("^-1", "").replace("^2", "2").\\  
      replace("^-2", "2").replace("*", " "))
```



```
B L U B U' B' L' B' D' B' R' B R D B' L B' L' B2 R D' R'  
B' D B D L B' L' D' B2 D B D' L' D B' D' B L B L' B' D'  
B D L B' D B L B' L' D' B2' D' B D L' D L D' B' D' B D  
B' D B R D' R' B D2 B' D L' D' L B' U' L U D' L' B2' R  
F' R' L' U' F2' U F D2' B U'
```

※ gap以外のアルゴリズムは拡張パッケージが必要なためオンライン実行のSageMathCellでは使えなそう…



# ソフトウェアで具体的に計算もできる！

```
rubik = CubeGroup()  
rubik.display2d("")  
rubik.display2d("U R U' R")
```

```
+-----+  
| 1   2   3 |  
| 4   top  5 |  
| 6   7   8 |  
+-----+-----+-----+  
| 9  10  11 | 17  18  19 | 25  26  27 | 33  34  35 |  
| 12 left 13 | 20 front 21 | 28 right 29 | 36 rear 37 |  
| 14  15  16 | 22  23  24 | 30  31  32 | 38  39  40 |  
+-----+-----+-----+  
| 41  42  43 |  
| 44 bottom 45 |  
| 46  47  48 |  
+-----+
```

```
+-----+  
| 43  45  9 |  
| 4   top  36 |  
| 6   7   33 |  
+-----+-----+-----+  
| 24  10  11 | 17  18  3 | 27  29  1 | 35  31  30 |  
| 12 left 13 | 20 front 2 | 34 right 28 | 21 rear 37 |  
| 14  15  16 | 22  23  38 | 48  26  25 | 19  39  40 |  
+-----+-----+-----+  
| 41  42  32 |  
| 44 bottom 5 |  
| 46  47  8 |  
+-----+
```

```
rubik.order()
```

次数 (= 総状態数)

```
43252003274489856000
```

```
rubik.order().factor()
```

```
2^27 * 3^14 * 5^3 * 7^2 * 11
```

```
rubik.move("U R U' R'")[0]
```

巡回置換の積で書ける

```
(1,3,9,33,35,27)(2,5,21)(8,24,19,43,25,30)(26,28,34)
```

```
rubik.move("U R U' R'")[0].order()
```

6回で元に戻る

```
6
```

```
rubik.move("R U2 D' B D'")[0].order()
```

1260回で元に戻る

```
1260
```

```
rubik.move("D L2 D' B2 R2 U2 L2 D2 B2 L2 U' B R U' B D' F2 D2 F' U'")[0].order()
```

```
126
```

126回で元に戻る

```
rubik.move("U L'")[0].order()
```

63回で元に戻る

```
63
```

# 備考：ルービックキューブの求解アルゴリズム

[https://en.wikipedia.org/wiki/Optimal\\_solutions\\_for\\_Rubik%27s\\_Cube](https://en.wikipedia.org/wiki/Optimal_solutions_for_Rubik%27s_Cube)

- シスルスウェイト法 (Thistlethwaite's Algorithm)

Hofstadter, D. R. (1981). METAMAGICAL THEMES. *Scientific American*, 244(3), 20–39. <http://www.jstor.org/stable/24964321>

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Thistlethwaite%27s\\_algorithm](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Thistlethwaite%27s_algorithm)

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Human\\_Thistlethwaite\\_Algorithm](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Human_Thistlethwaite_Algorithm)

- Two-Phase法/コシエンバ法 (Kociemba's Algorithm)

<http://kociemba.org/math/imptwophase.htm>

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Kociemba%27s\\_Algorithm](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Kociemba%27s_Algorithm)

<https://github.com/cs0x7f/min2phase>

(群論を活用して)部分問題に分け  
計算機の全探索を行う感じ

- A practical implementation of "God's Algorithm" for Rubik's Cube (Korf's Algorithm)

Korf, R. E. (1997). Finding optimal solutions to Rubik's cube using pattern databases. AAAI'97, 700–705.

<https://www.aaai.org/Papers/AAAI/1997/AAAI97-109.pdf>

[https://cflmath.com/Rubik/optimal\\_solver.html](https://cflmath.com/Rubik/optimal_solver.html)

# 備考：ルービックキューブの求解アルゴリズム

[https://en.wikipedia.org/wiki/Optimal\\_solutions\\_for\\_Rubik%27s\\_Cube](https://en.wikipedia.org/wiki/Optimal_solutions_for_Rubik%27s_Cube)

## • シスルスウェイト法 (Thistlethwaite's Algorithm)

Hofstadter, D. R. (1981). METAMAGICAL THEMES. *Scientific American*, 244(3), 20–39. <http://www.jstor.org/stable/24964321>

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Thistlethwaite%27s\\_algorithm](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Thistlethwaite%27s_algorithm)

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Human\\_Thistlethwaite\\_Algorithm](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Human_Thistlethwaite_Algorithm)

## • Two-Phase法/コシェンバ法 (Kociemba's Algorithm)

<http://kociemba.org/math/imptwophase.htm>

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Kociemba%27s\\_Algorithm](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Kociemba%27s_Algorithm)

<https://github.com/cs0x7f/min2phase>

## • A practical implementation of "God's Algorithm" for Rubik's Cube (Korf's Algorithm)

Korf, R. E. (1997). Finding optimal solutions to Rubik's cube using pattern databases. AAAI'97, 700–705.

<https://www.aaai.org/Papers/AAAI/1997/AAAI97-109.pdf>

[https://cflmath.com/Rubik/optimal\\_solver.html](https://cflmath.com/Rubik/optimal_solver.html)

SageMathのsolveのアルゴリズムオプション

<https://doc.sagemath.org/html/en/reference/spkg/rubiks.html>

- `hybrid` - try kociemba for timeout seconds, then dietz
- `kociemba` - Use Dik T. Winter's program (reasonable speed, few moves)
- `dietz` - Use Eric Dietz's cubex program (fast but lots of moves)
- `optimal` - Use Michael Reid's optimal program (may take a long time)
- `gap` - Use GAP word solution (can be slow)

(群論を活用して)部分問題に分け  
計算機の全探索を行う感じ

# 備考：ルービックキューブの「God's number」(最悪の最小ムーブ数)

- 20 (Half-Turn Metric)

Half-Turn(90度/180度/270度の回転)も一つのムーブとする

- 26 (Quarter-Turn Metric)

Quarter-Turn(90度)のみを1ムーブとして数える

SIAM J. DISCRETE MATH.  
Vol. 27, No. 2, pp. 1082–1105

© 2013 Society for Industrial and Applied Mathematics

## THE DIAMETER OF THE RUBIK'S CUBE GROUP IS TWENTY\*

TOMAS ROKICKI<sup>†</sup>, HERBERT KOCIEMBA<sup>‡</sup>, MORLEY DAVIDSON<sup>§</sup>, AND JOHN DETHRIDGE<sup>¶</sup>

**Abstract.** We give an expository account of our computational proof that every position of Rubik's Cube can be solved in 20 moves or less, where a move is defined as any twist of any face. The roughly  $4.3 \times 10^{19}$  positions are partitioned into about two billion cosets of a specially chosen subgroup, and the count of cosets required to be treated is reduced by considering symmetry. The reduced space is searched with a program capable of solving one billion positions per second, using about one billion seconds of CPU time donated by Google. As a byproduct of determining that the diameter is 20, we also find the exact count of cube positions at distance 15.

**Key words.** group theory, algorithm performance, Rubik's Cube

AMS subject classifications. 20-04, 05C12, 20B40

DOI. 10.1137/120867366

計算機を使う証明

<http://cube20.org/>

**God's Number is 20**

New results: God's Number is 26 in the quarter turn metric!

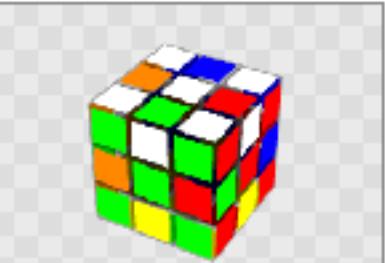
Every position of Rubik's Cube™ can be solved in twenty moves or less.

With about 35 CPU-years of idle computer time donated by Google, a team of researchers has essentially solved every position of the Rubik's Cube™, and shown that no position requires more than twenty moves. We consider any twist of any face to be one move (this is known as the half-turn metric.)

Every solver of the Cube uses an algorithm, which is a sequence of steps for solving the Cube. One algorithm might use a sequence of moves to solve the top face, then another sequence of moves to position the middle edges, and so on. There are many different algorithms, varying in complexity and number of moves required, but those that can be memorized by a mortal typically require more than forty moves.

One may suppose God would use a much more efficient algorithm, one that always uses the shortest sequence of moves; this is known as [God's Algorithm](#). The number of moves this algorithm would take in the worst case is called God's Number. At long last, God's Number has been shown to be 20.

It took fifteen years after the introduction of the Cube to find the first position that provably



R L U2 F U' D F2 R2 B2 L U2 F' B'  
U R2 D F2 U R2 U  
Superflip, the first position proven to require 20 moves.

<http://cube20.org/qtm/>

**God's Number is 26 in the Quarter-Turn Metric**

Every position of Rubik's Cube™ can be solved in 26 quarter moves or less.

With about 29 CPU-years of idle computer time at the Ohio Supercomputing Center, two researchers have essentially solved every position of the Rubik's Cube™ in the quarter-turn metric, and shown that no position requires more than 26 moves.

**What Is the Quarter-Turn Metric?**

In the early days of cube mathematics, two camps emerged on how to measure the difficulty of a position. West coast and Stanford mathematicians, free thinkers all, tended to prefer the half-turn metric, where any twist of any face, whether 90 degrees, 180 degrees, or 270 degrees counted as a single move. The east coast crowd, including MIT, tended to prefer the rigor of the quarter-turn metric, where a half-turn counted as two moves, since of course it could be accomplished by two consecutive quarter turns.

Indeed, the mathematics of the quarter-turn metric are very interesting. The positions of the cube can be separated by a concept called permutation parity into even and odd positions. Every quarter turn from an odd position yields an even position, and vice versa, so any move sequence in the quarter-turn metric ping-pongs between even and odd positions. This is not true of the half-turn metric. Simply by examining a position, without any search, one can determine whether the optimal sequence length of any position is even or odd.



U U F U U R' L' F F U U F' B' R' L U U  
R U D' R' L' D' R' L' D' D  
Superflip composed with fourspot, the first position proven to require 26 moves.

# GAP以外を試すべく SageMathをMacOSにインストールして実行

```
$ curl -L -O https://github.com/conda-forge/miniforge/releases/latest/download/Mambaforge-$(uname)-$(uname -m).sh  
$ sh Mambaforge-$(uname)-$(uname -m).sh -b  
$ export PATH=${PATH}:$HOME/mambaforge  
$ mamba create -n sage sage python=3.9  
$ mamba init
```

```
$ mamba activate sage  
$ mamba install rubiks python=3.9  
$ sage  
:  
$ mamba deactivate
```

コマンドラインプロンプト(IPython)で実行

```
$ mamba activate sage  
$ mamba install rubiks python=3.9  
$ sage -n jupyter  
:  
$ mamba deactivate
```

Jupyterで実行

# 結果

```
C = RubiksCube("D L2 D' B2 R2 U2 L2 D2 B2 L2 U' B R U' B D' F2 D2 F' U'")  
solve = {}
```

```
for x in ['gap', 'dietz', 'kociemba', 'hybrid', 'optimal']:  
    print('=' * 10, x, '=' * 10)  
    %time solve[x] = C.solve(algorithm=x)  
    if x == 'gap':  
        solve[x] = solve[x].replace("^-1", "").replace("^-2", "2").replace("^2", "2").replace("*", " ")
```

===== gap =====

CPU times: user 15.2 ms, sys: 9.48 ms, total: 24.7 ms

Wall time: 1.17 s

===== dietz =====

CPU times: user 723 µs, sys: 4.37 ms, total: 5.09 ms

Wall time: 120 ms

===== kociemba =====

CPU times: user 1.57 ms, sys: 4.7 ms, total: 6.27 ms

Wall time: 2.26 s

===== hybrid =====

CPU times: user 1.65 ms, sys: 4.72 ms, total: 6.36 ms

Wall time: 2.26 s

===== optimal =====

Initializing tables...

Done.

CPU times: user 12.9 ms, sys: 14 ms, total: 26.9 ms

Wall time: 12min 37s

```
for x in ['gap', 'dietz', 'kociemba', 'hybrid', 'optimal']:  
    print(x, len(solve[x].split()))
```

gap 97

dietz 112

kociemba 19

hybrid 19

optimal 18

L' F' U L' F U2 D2 B' U R D' F' B D R U B D'

参考) 私が手で解いてみたら62でした…



# 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面

## 理論(数学)的側面

キューブは回転操作でサブキューブの位置と向きが入れかわり、この回転操作(置換)は群構造をなす。

## 実践(スポーツ)的側面

速く揃えようと思うと技を覚えてひたすら練習し、実践で使えるようにするスポーツ的な側面が強い。Eスポーツとかけん玉とかに似ている。

# 実践(スポーツ)的側面

Official Trailer  
[https://youtu.be/-wrTIWx\\_Z6k](https://youtu.be/-wrTIWx_Z6k)

<https://www.netflix.com/jp/title/81092143>



# 実践(スポーツ)的側面

実際、Speed Cubingの公式競技は  
Speed Stackingのタイマーを使う



[https://youtu.be/BVi\\_7pY6wtQ](https://youtu.be/BVi_7pY6wtQ)

<https://youtu.be/yjv7IlkCXMk>

# 今日の話

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (Takahashi Method)
- CFOPへの道 (2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)

New Takahashi Method (T-Method): この素晴らしい動画を見るだけ

人類史上初の超簡単



覚える動作は、1つ

- \* 5才～100才
- \* 2分で6面揃う

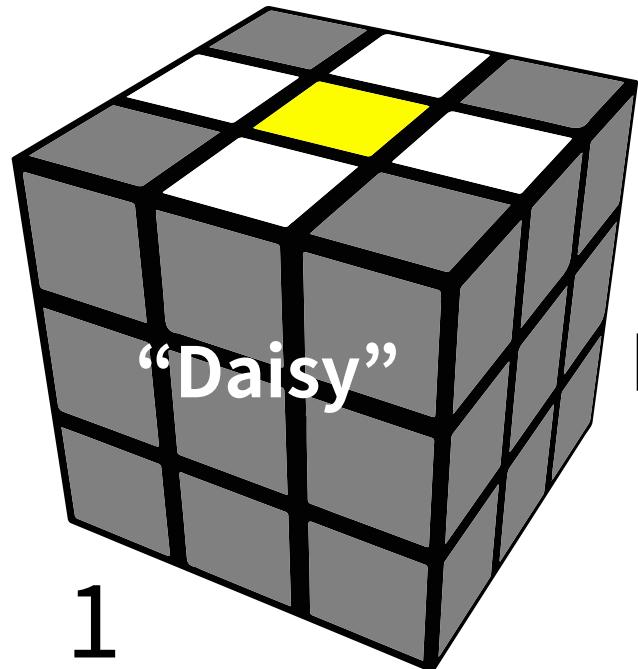
ルービックキューブの最新解法

*New Takahashi Method*

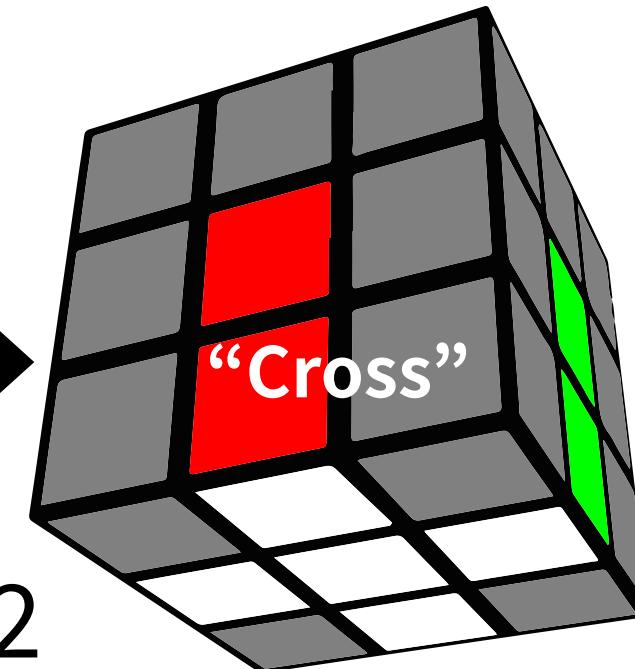
<https://youtu.be/Z8Qc5Nq90bU>

# 手順 New Takahashi Method (ただし、白下・黄上の場合で示す)

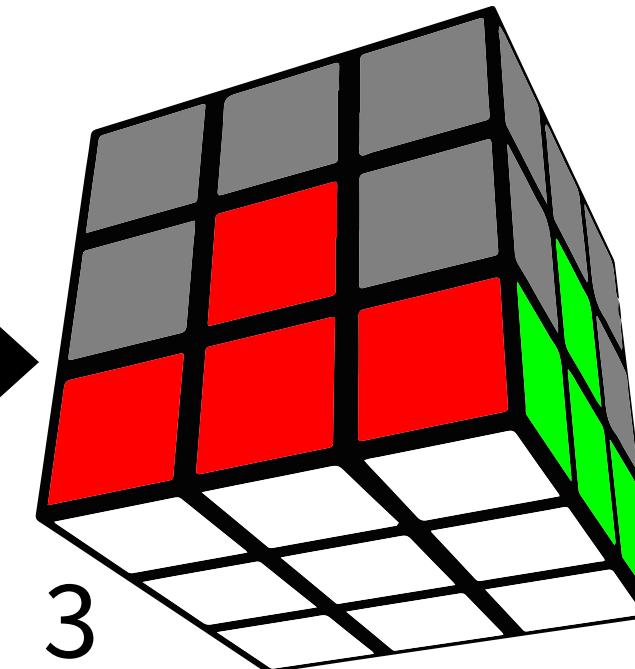
白エッジの向き揃え



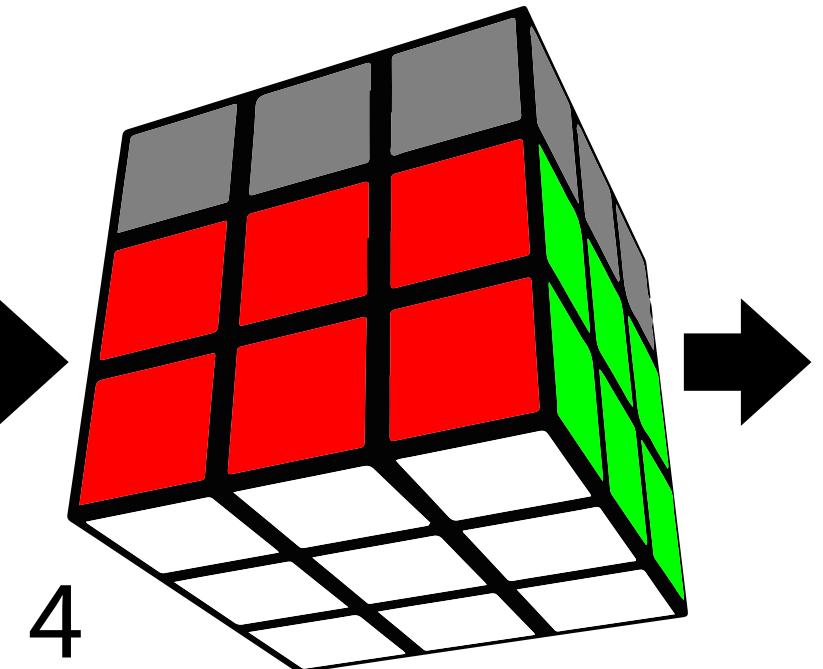
白エッジの位置揃え



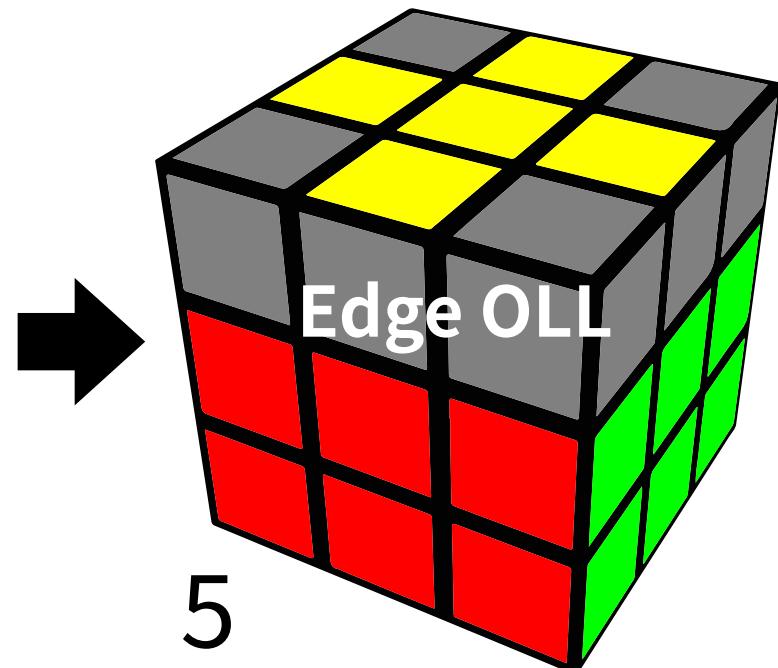
下一段かんせい



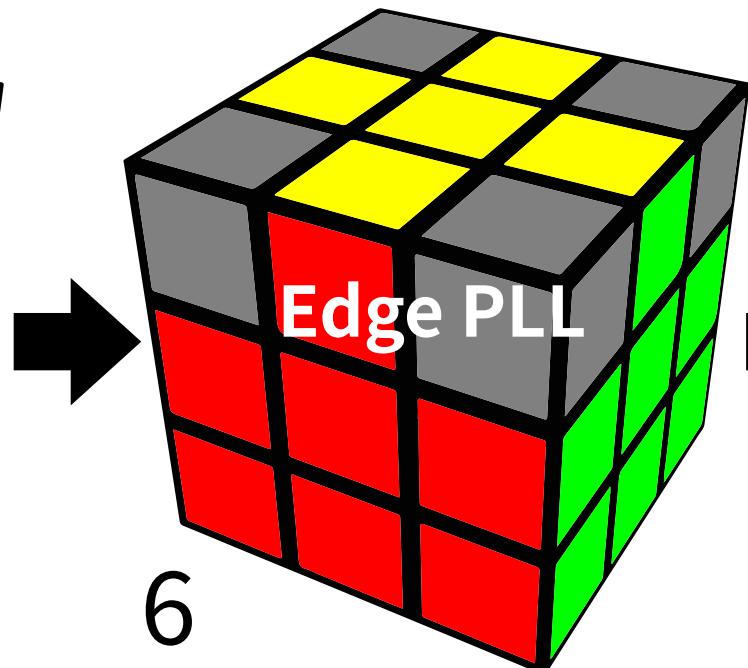
下二段かんせい



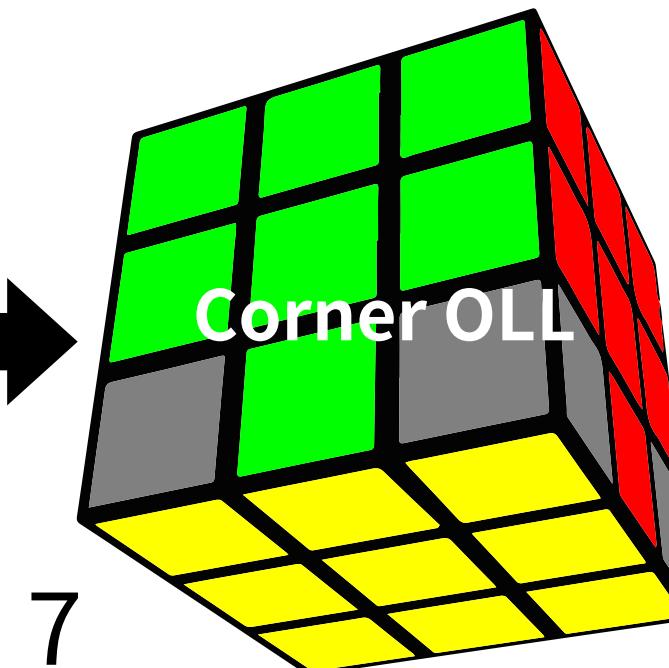
黄エッジの向き揃え



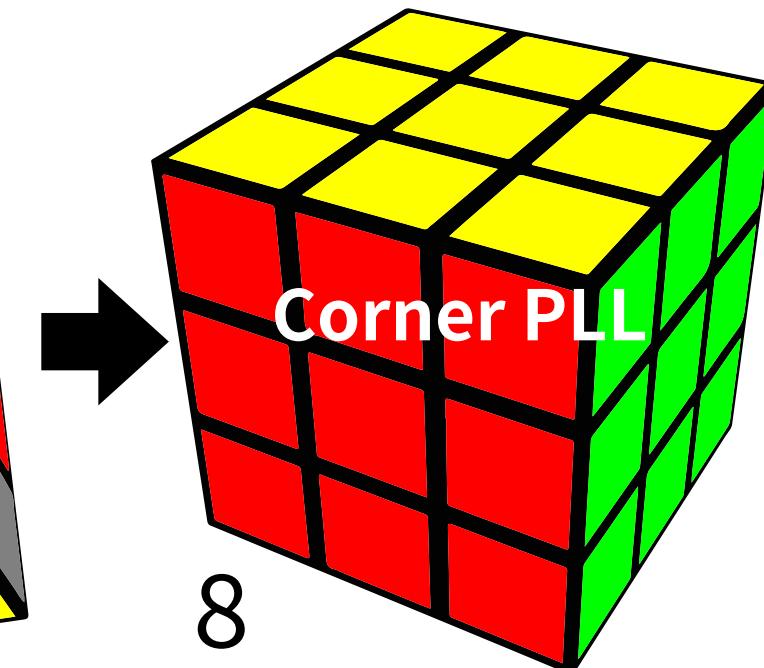
黄エッジの位置揃え



黄コーナーの向き揃え



黄コーナーの位置揃え



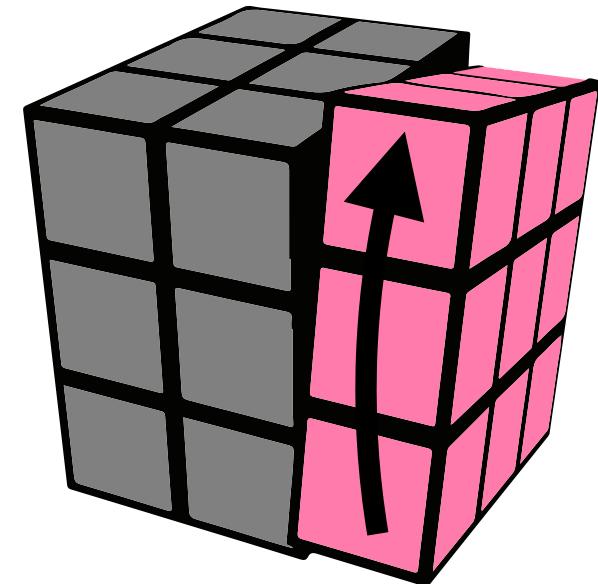
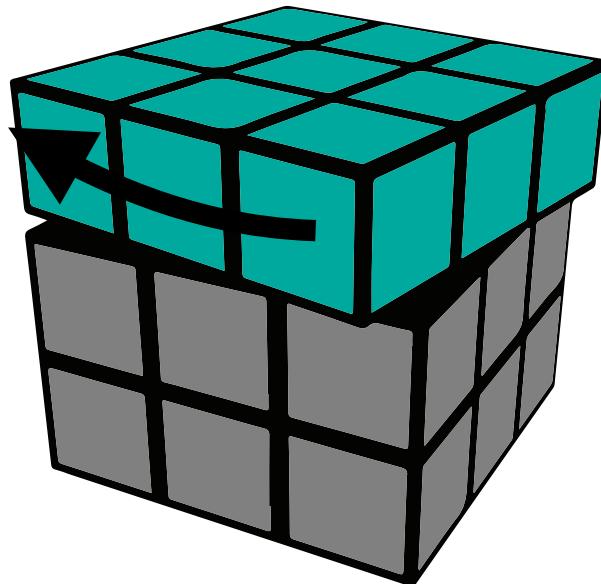
T-Methodに必要なたった一つの技

右動作 ( $U R U' R' = [U, R]$ )

("Anti Sexy Move" と呼ばれる)

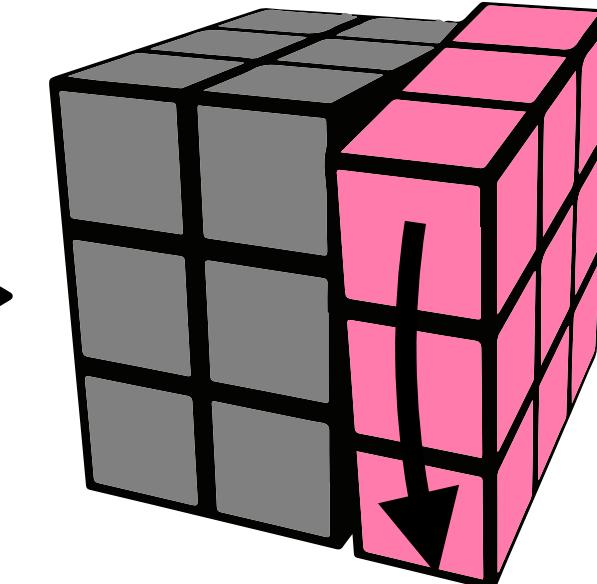
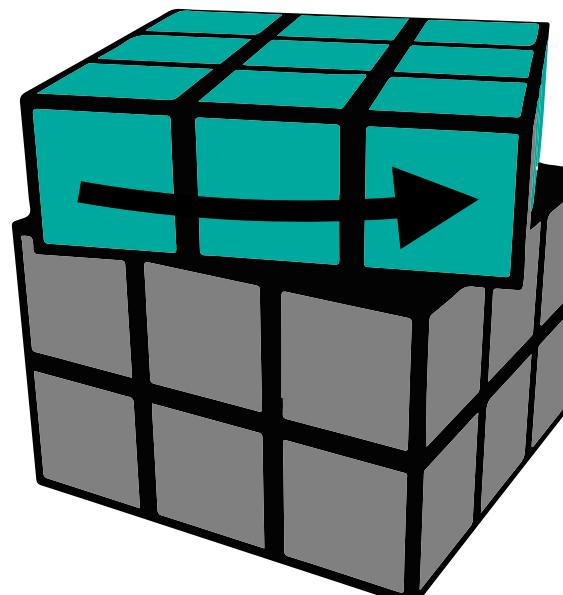
てっぽう(右)

上



てっぽう(左)

下



水鉄砲の引き金  
を引くように弾く



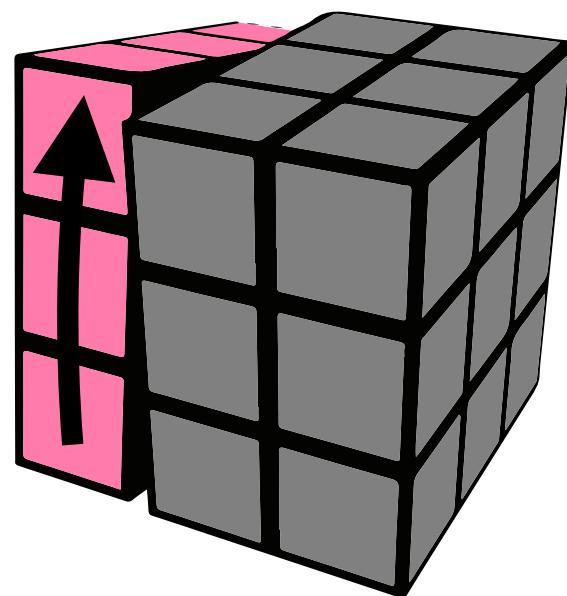
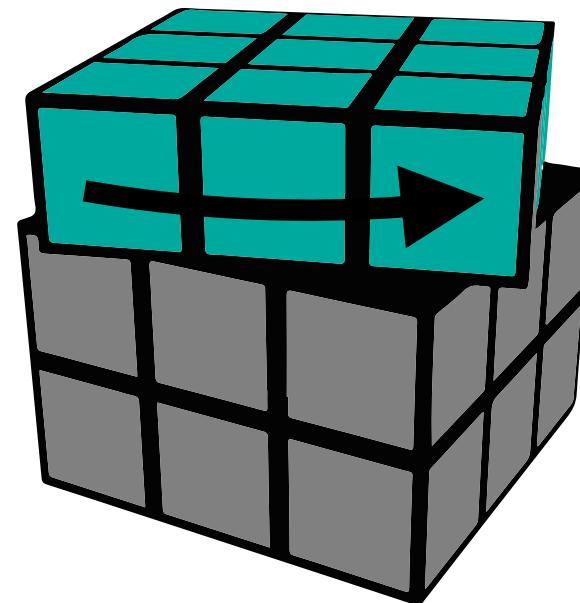
$U'$

## バリエーション①

左動作 ( $U' L' U L$ )

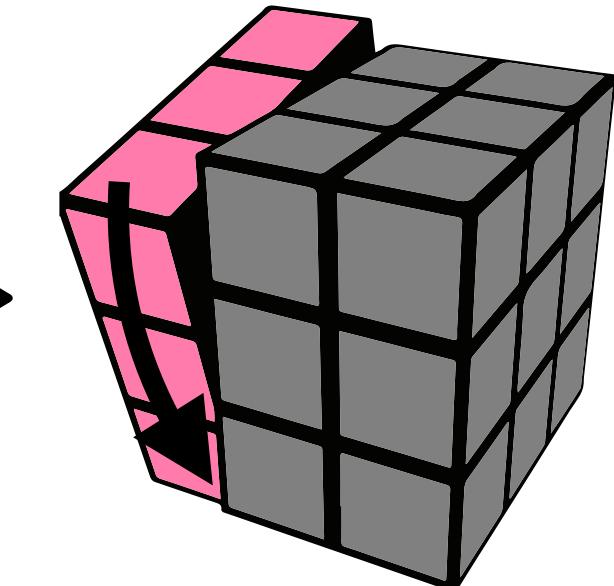
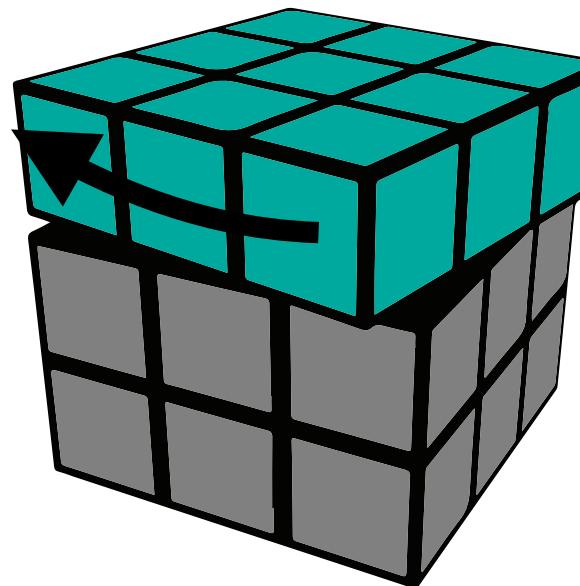
てっぽう(左🔫)

上



てっぽう(右🔫)

下



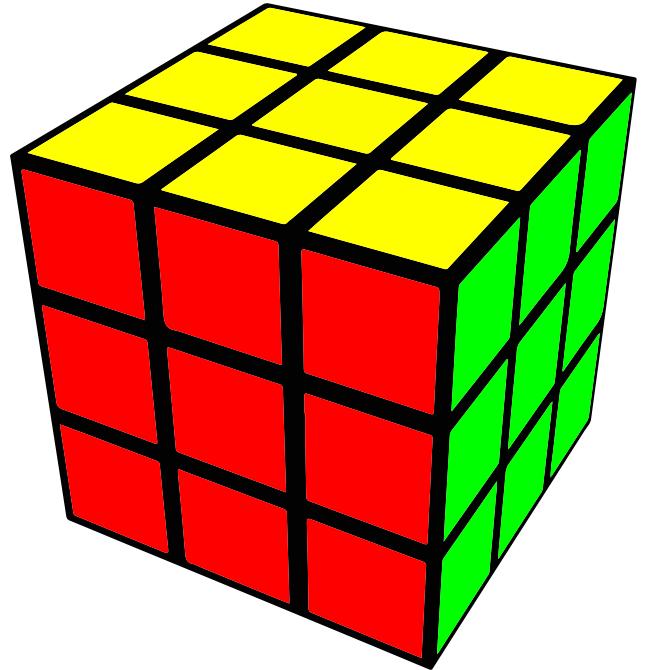
右動作 ( $U R U' R'$ )

右手の🔫でスタートして「🔫・上・🔫・下」

左動作 ( $U' L' U L$ )

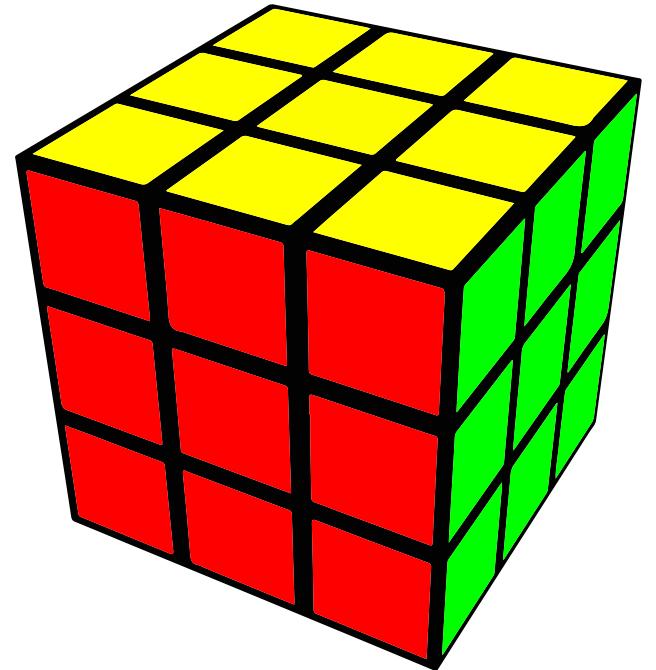
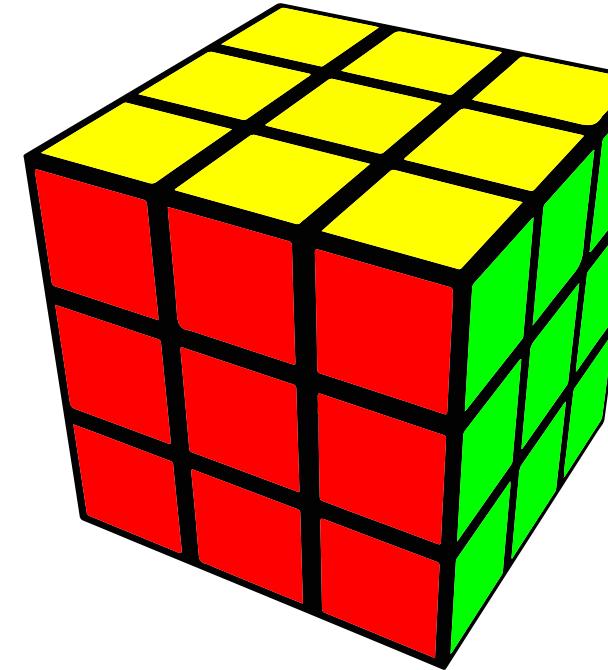
左手の🔫でスタートして「🔫・上・🔫・下」

# 練習 6回で元に戻る



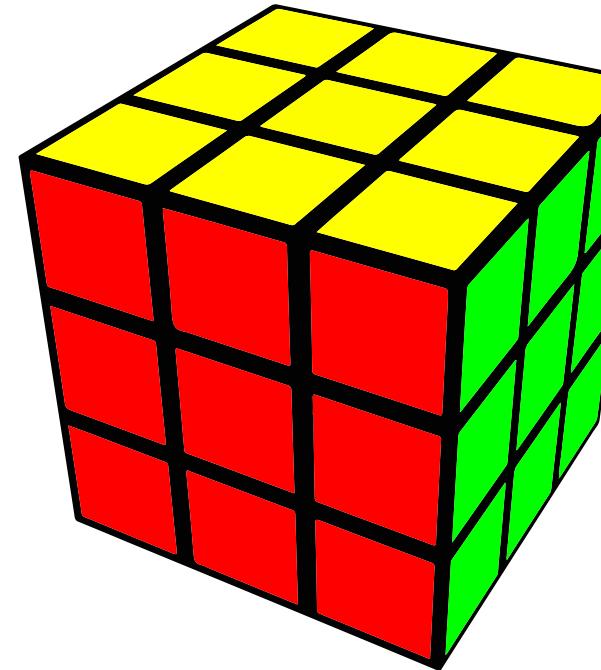
🔫・上・🔫・下

右動作 × 6



🔫・上・🔫・下

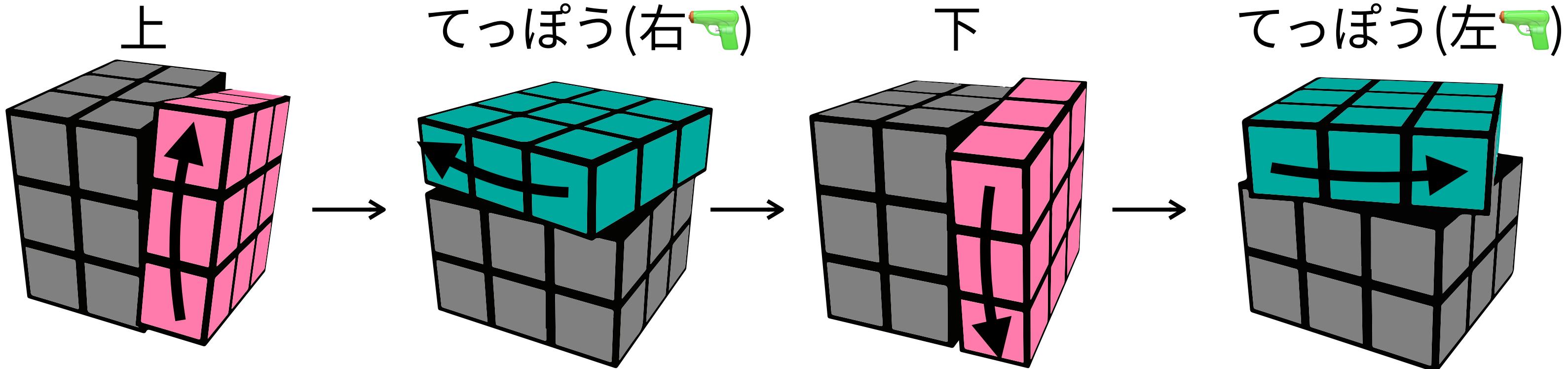
左動作 × 6



## バリエーション②

$RUR'U' = [R, U] = \text{右動作}(URU'R')$ の逆動作

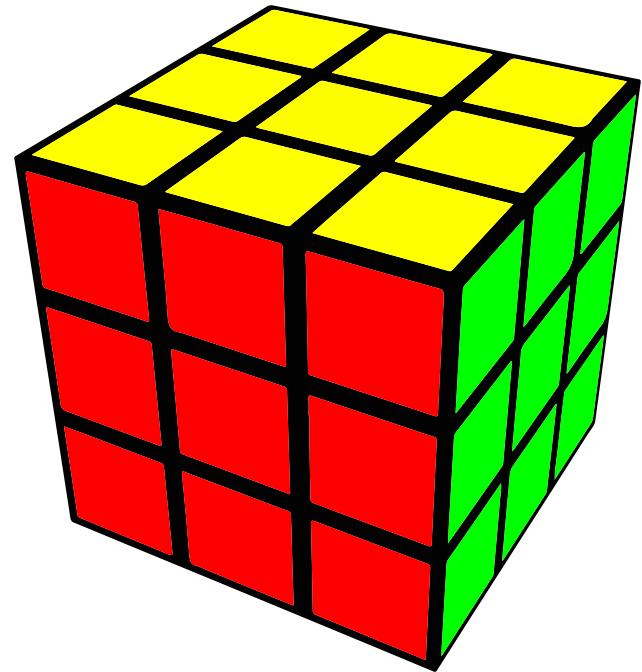
("Sexy Move" と呼ばれる)



$$(URU'R')' = (R')' (U')' R' U' = RUR'U'$$

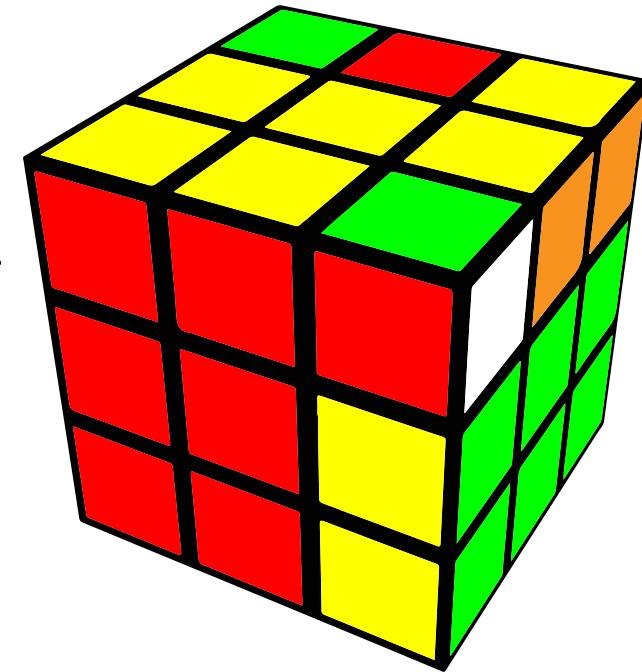
右動作  $URU'R'$  を逆順にキャンセルしていくべき

# 練習



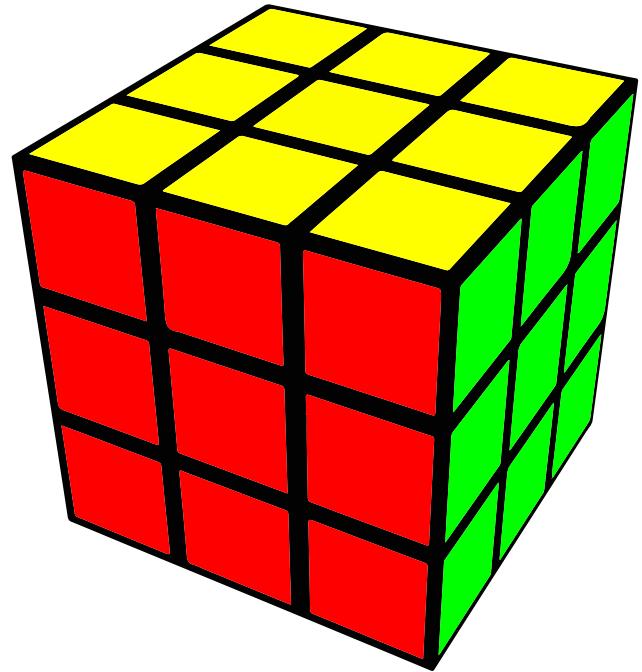
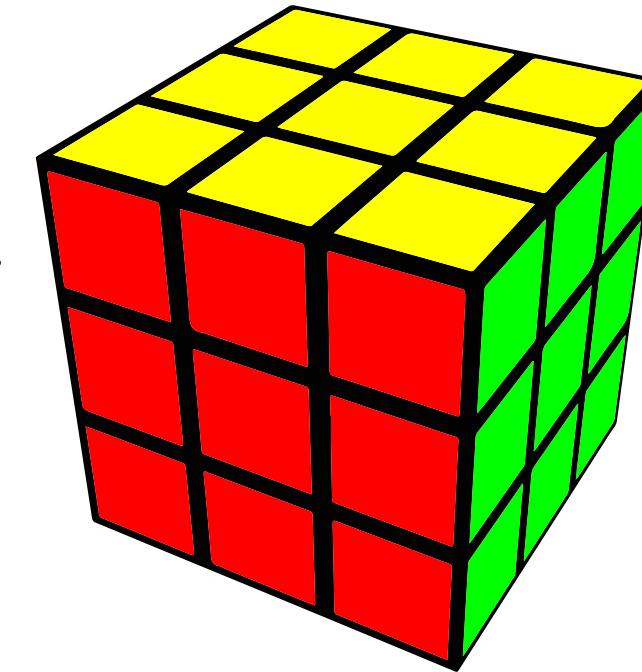
右動作

・上・・下



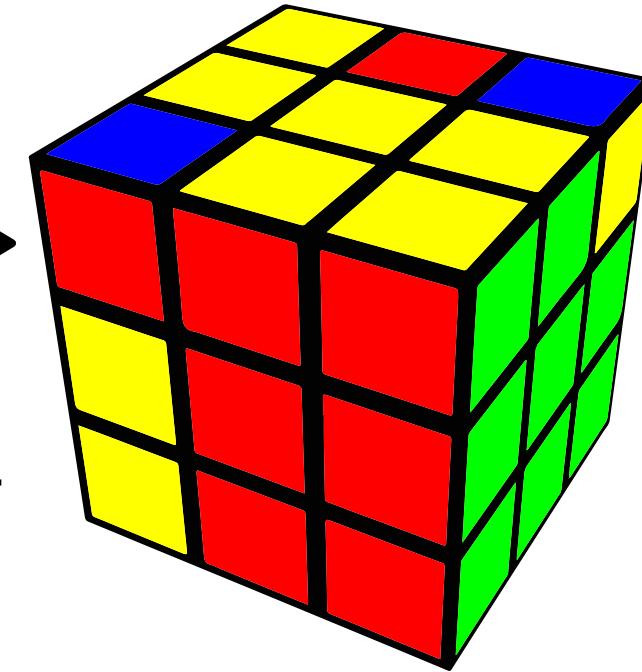
右動作の逆

上・・下・



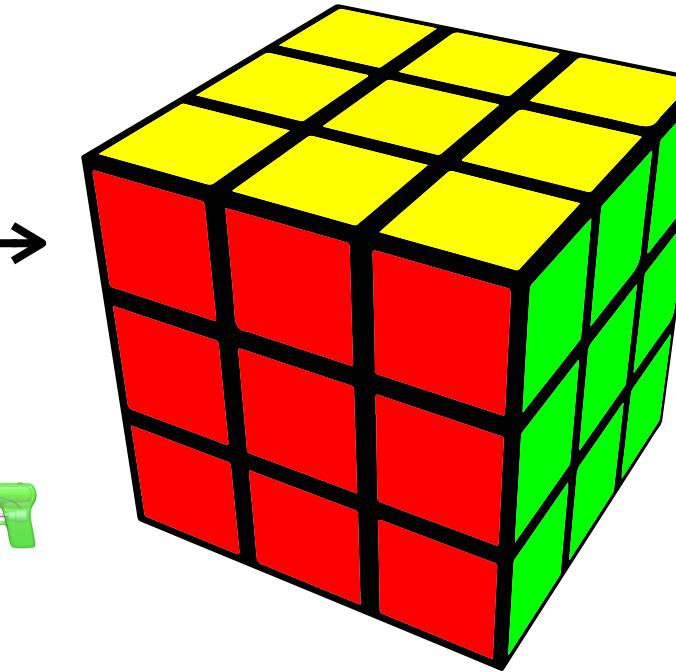
左動作

・上・・下



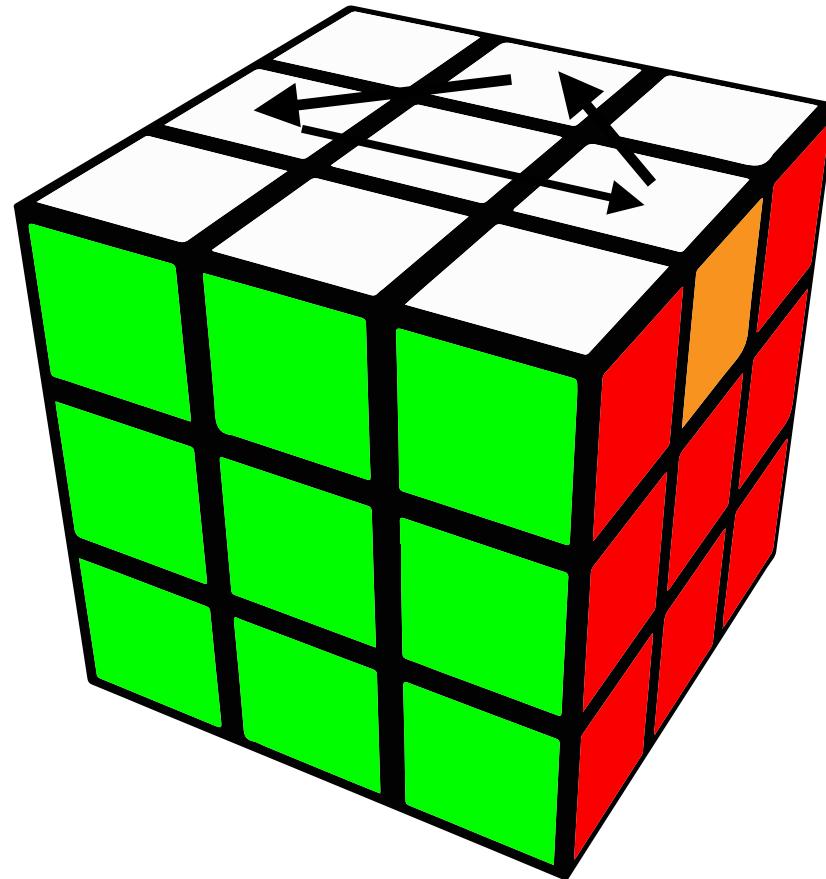
左動作の逆

上・・下・



# 余談

例えば以上を組み合わせて「Uaパーム」と呼ばれる3点交換ができる

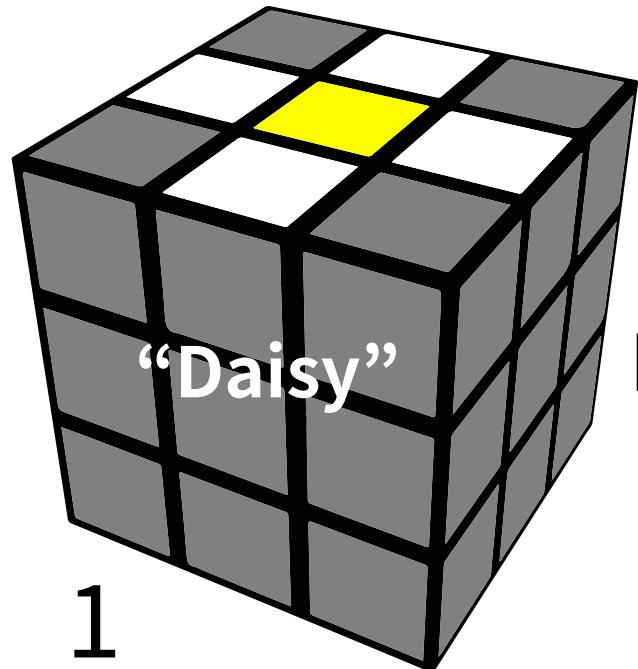


(右) 上・🔫・下・🔫	右動作の逆	右Sexy
(左) 上・🔫・下・🔫	左動作の逆	左Sexy
(右) 🔫・上・🔫・下	右動作	右Anti Sexy
(左) 🔫・上・🔫・下	左動作	左Anti Sexy

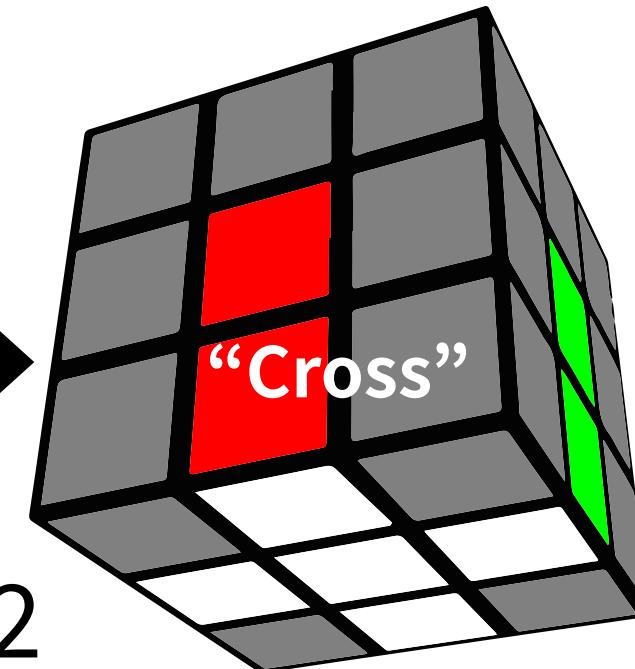
※ 今のところ娘は最後のエッジPLLをこれで解いているようです

# 実演 New Takahashi Method (ただし、白下・黄上の場合で示す)

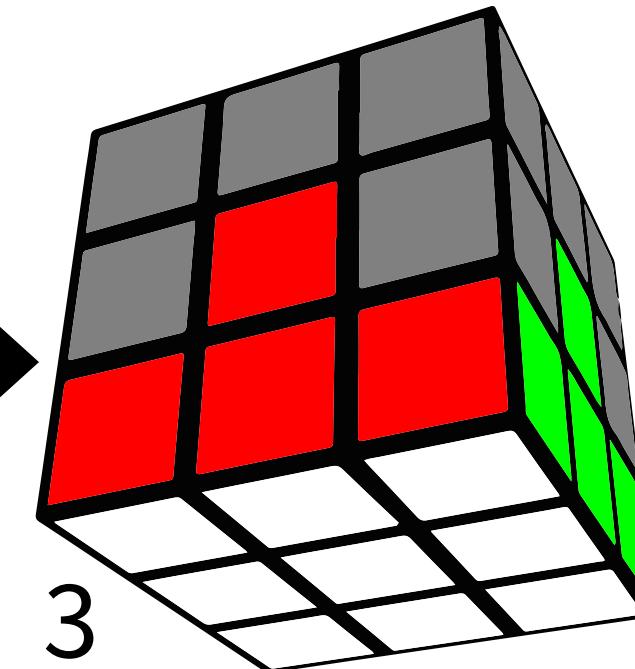
白エッジの向き揃え



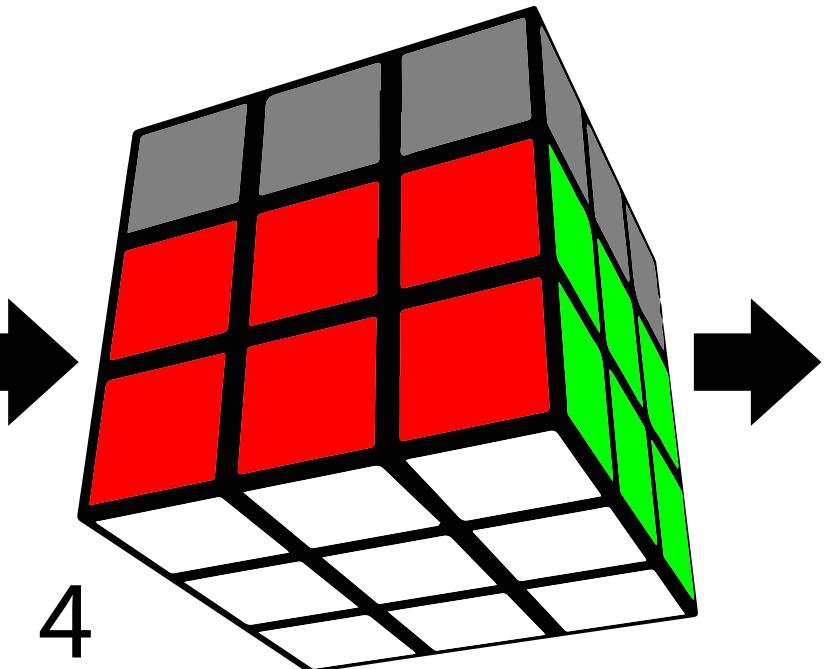
白エッジの位置揃え



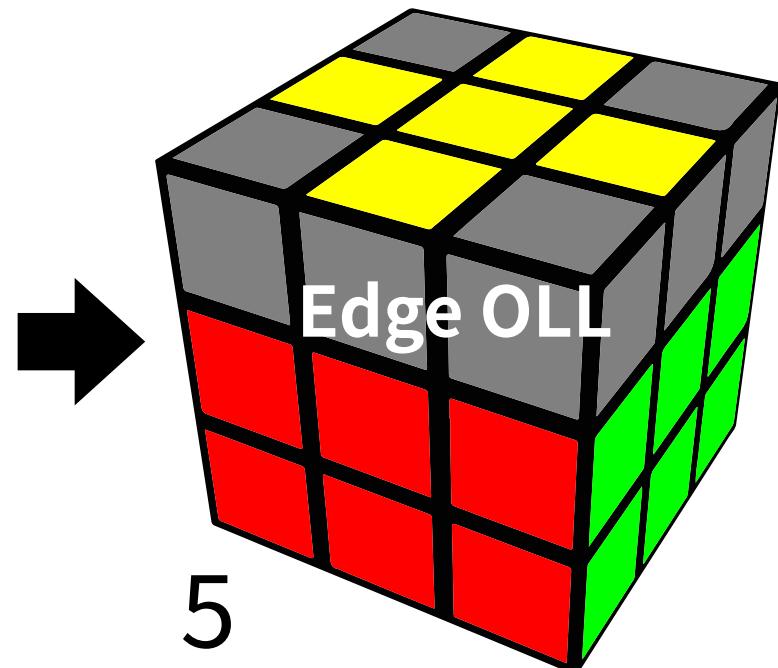
下一段かんせい



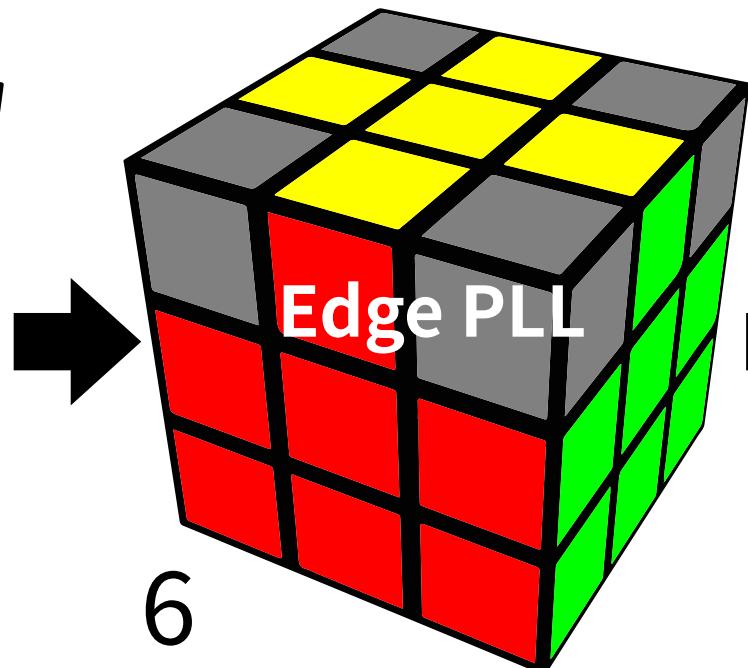
下二段かんせい



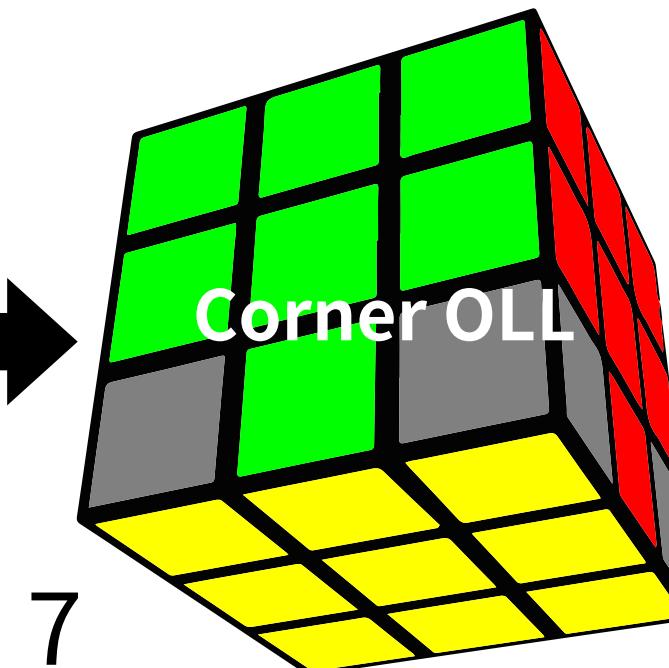
黄エッジの向き揃え



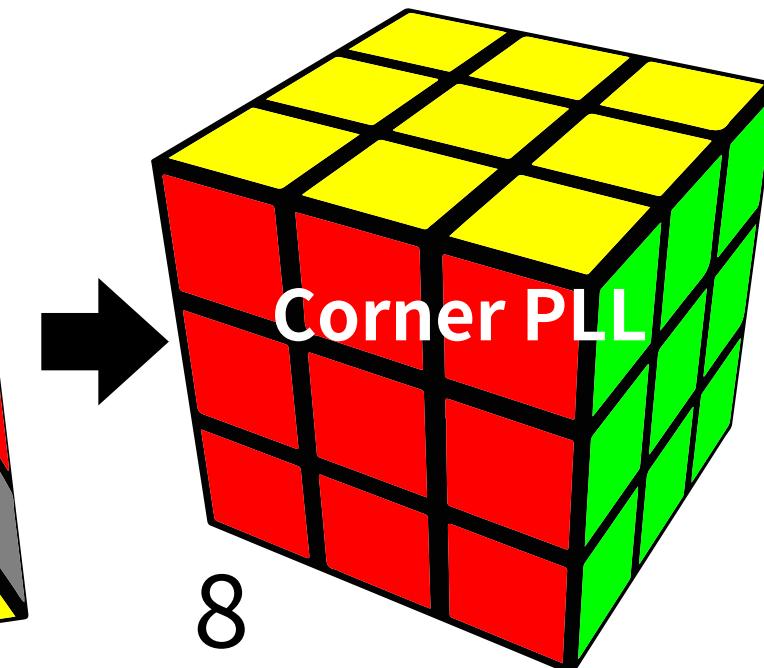
黄エッジの位置揃え



黄コーナーの向き揃え



黄コーナーの位置揃え



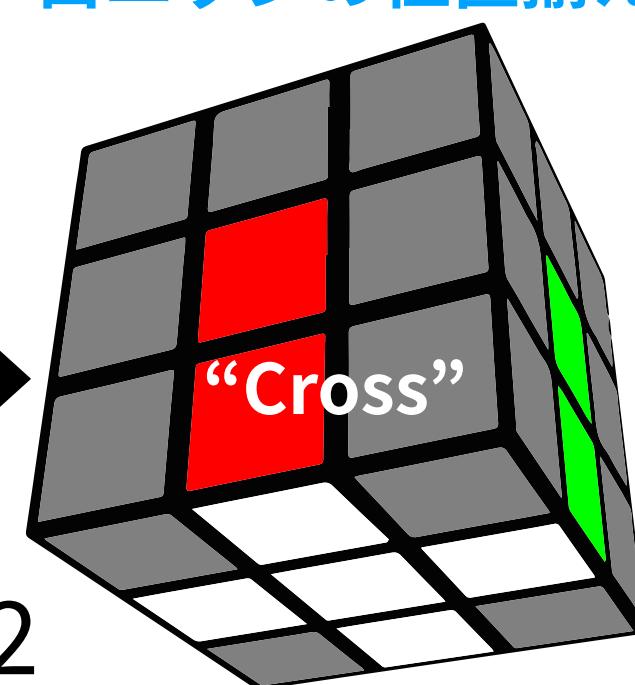
# 下一段かんせい

白エッジの向き揃え



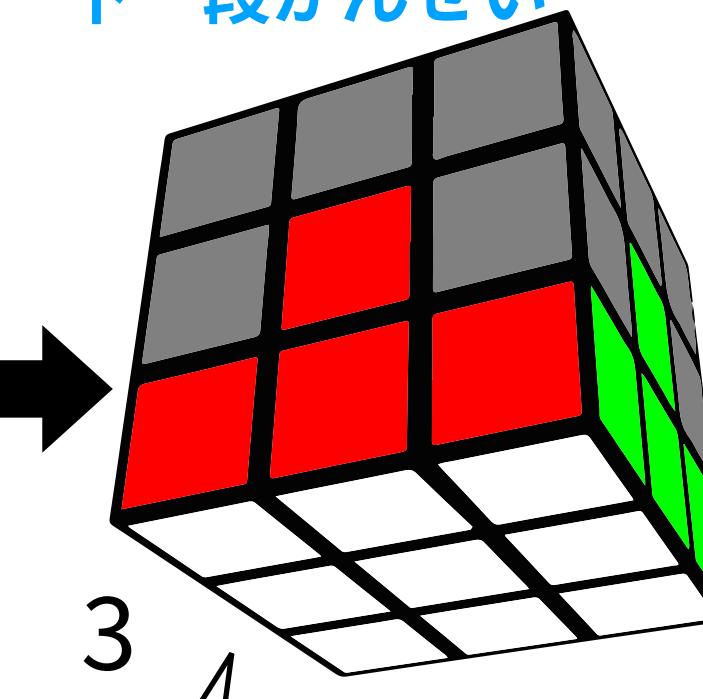
1

白エッジの位置揃え



2

下一段かんせい



3

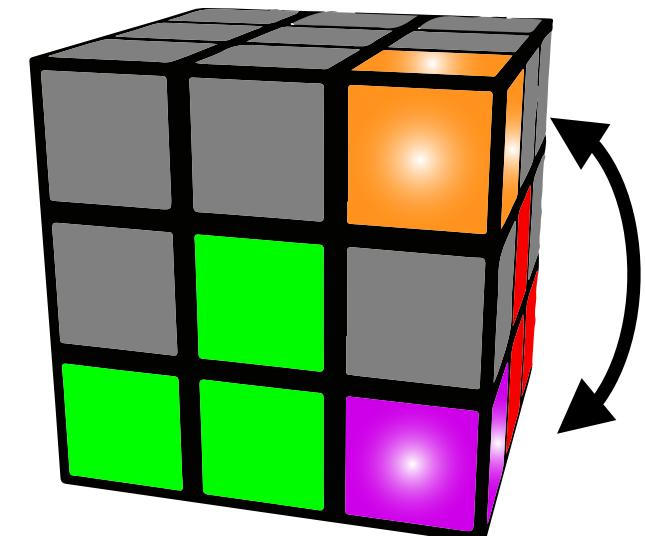
これは簡単



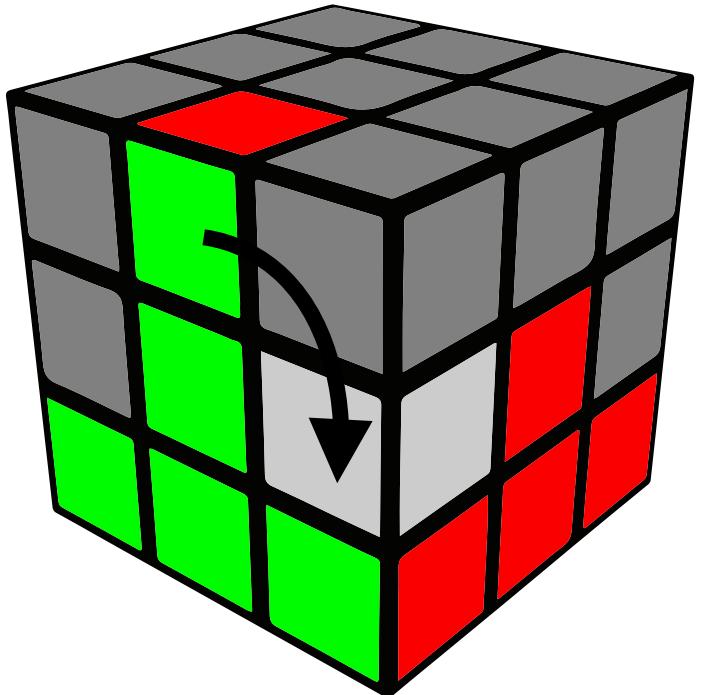
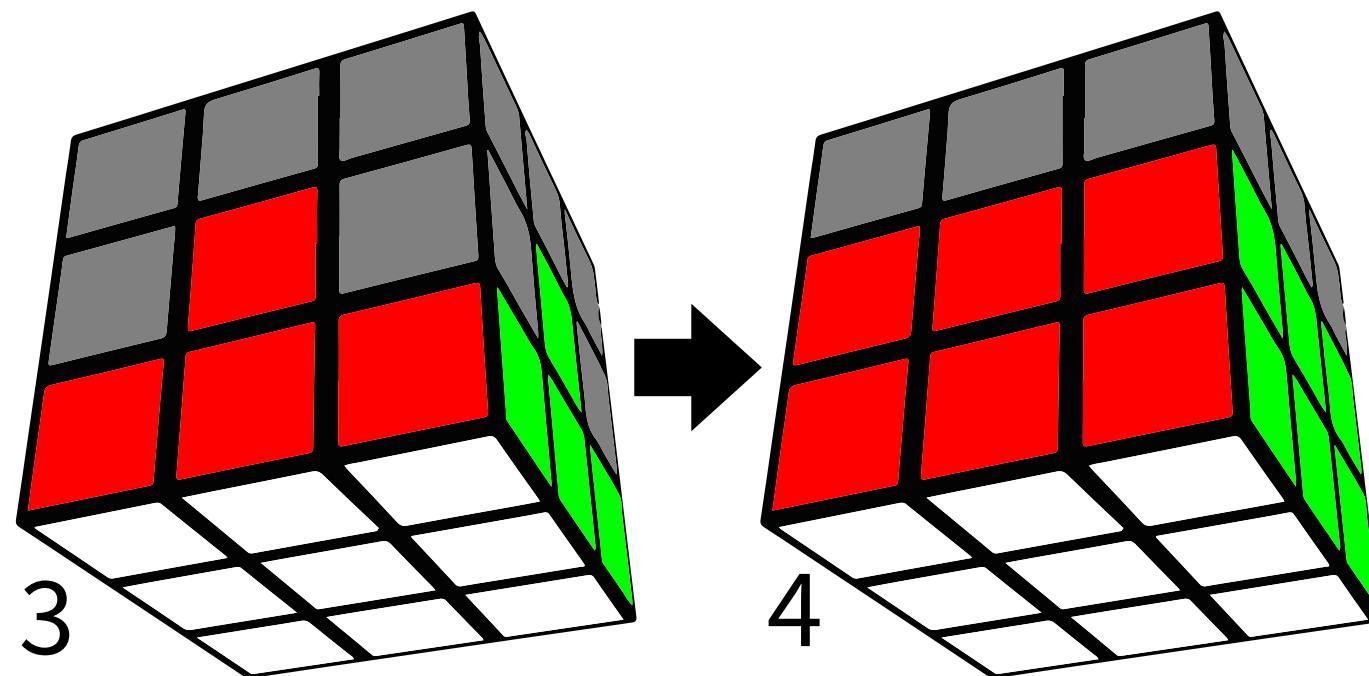
Daisy

右上に入れたいもの  
右下に入れたい場所

→ 右動作を繰返し

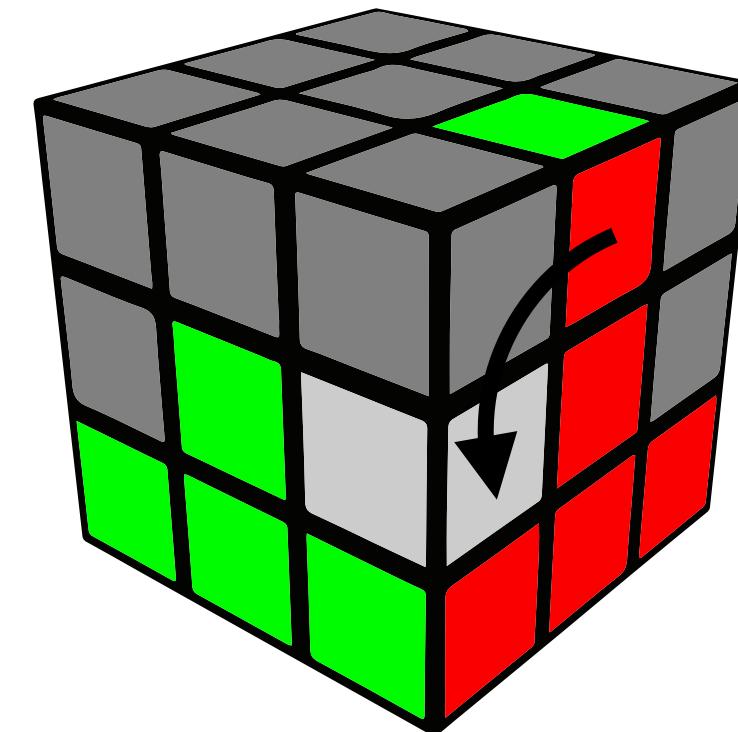


## 下二段かんせい



右へ落とすとき

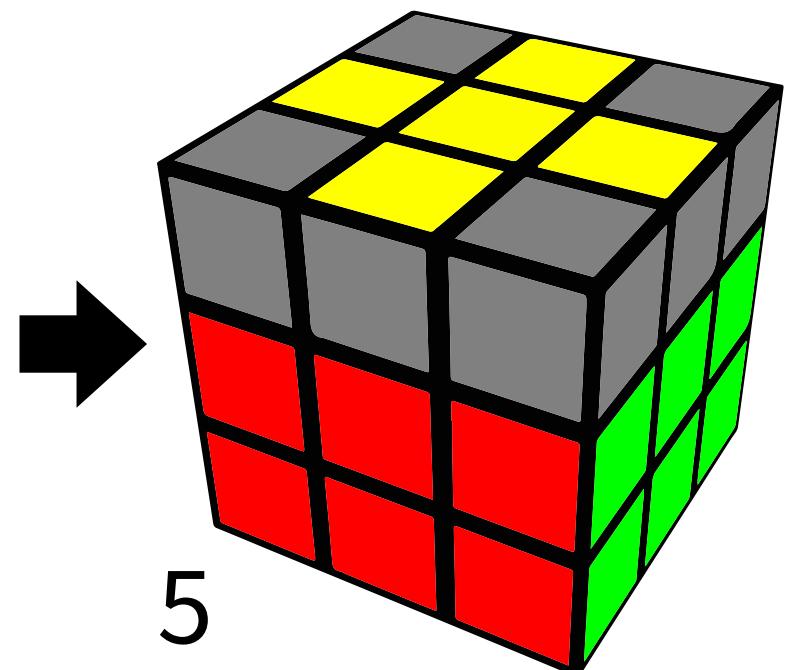
右動作→左動作



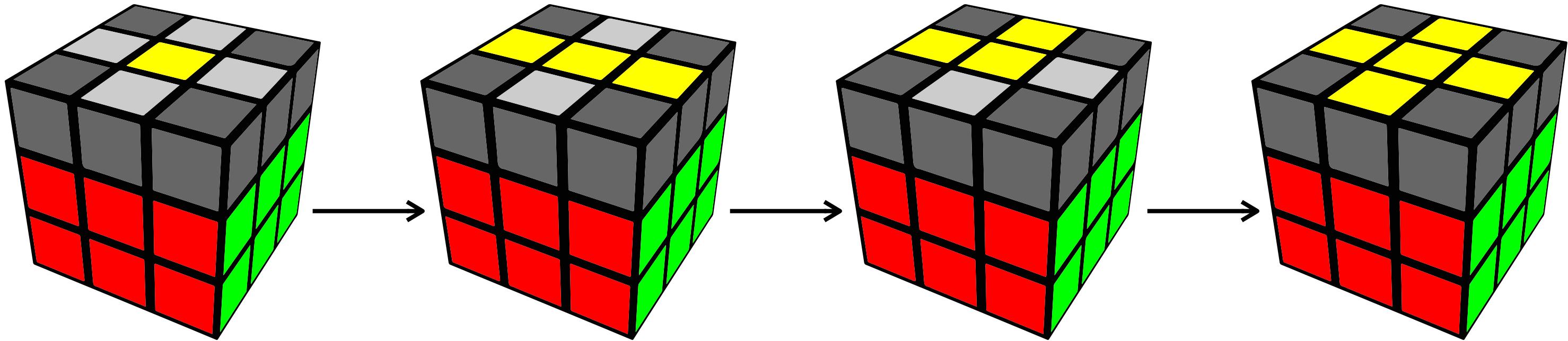
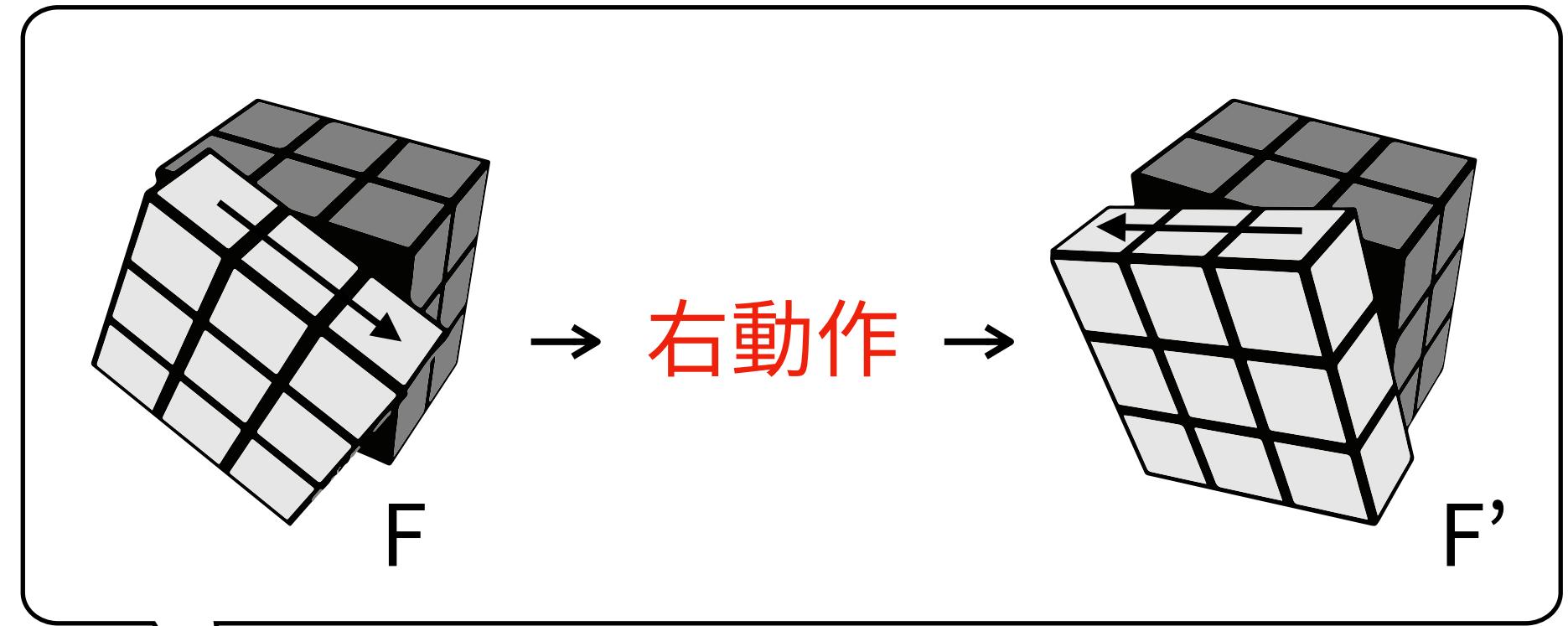
左へ落とすとき

左動作→右動作

## 黄エッジの向き揃え

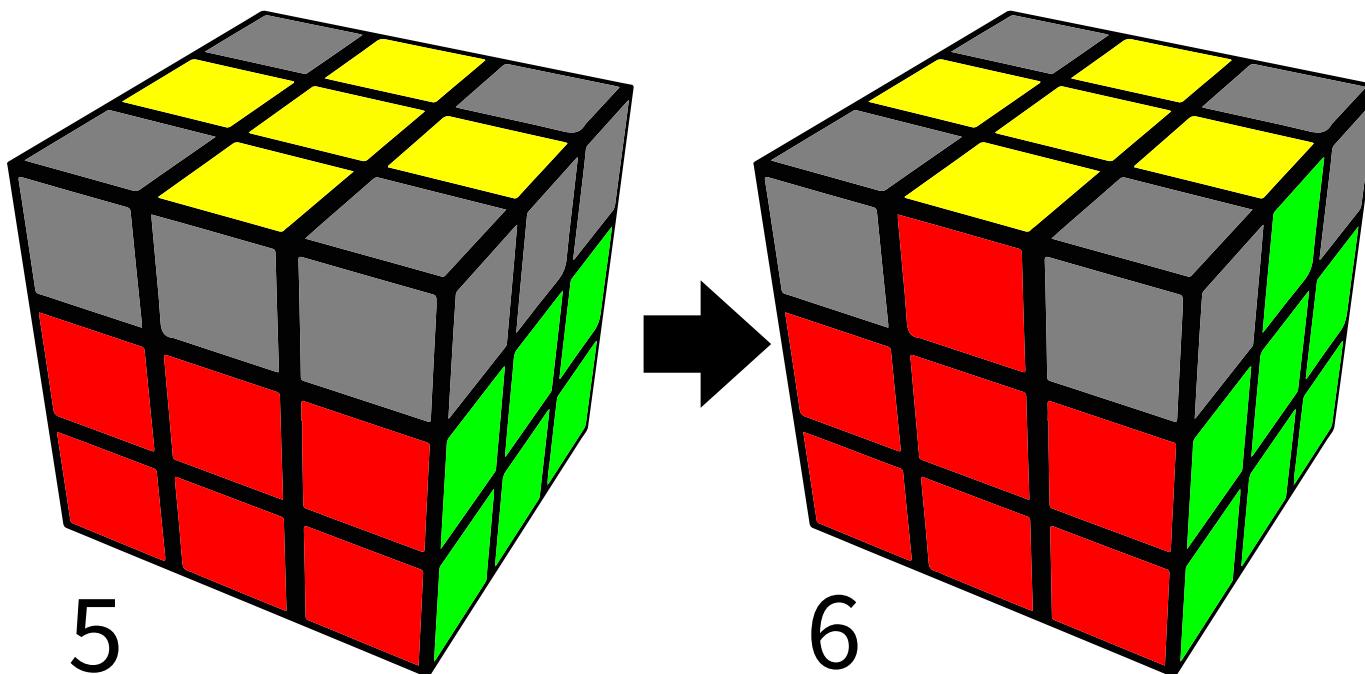


5



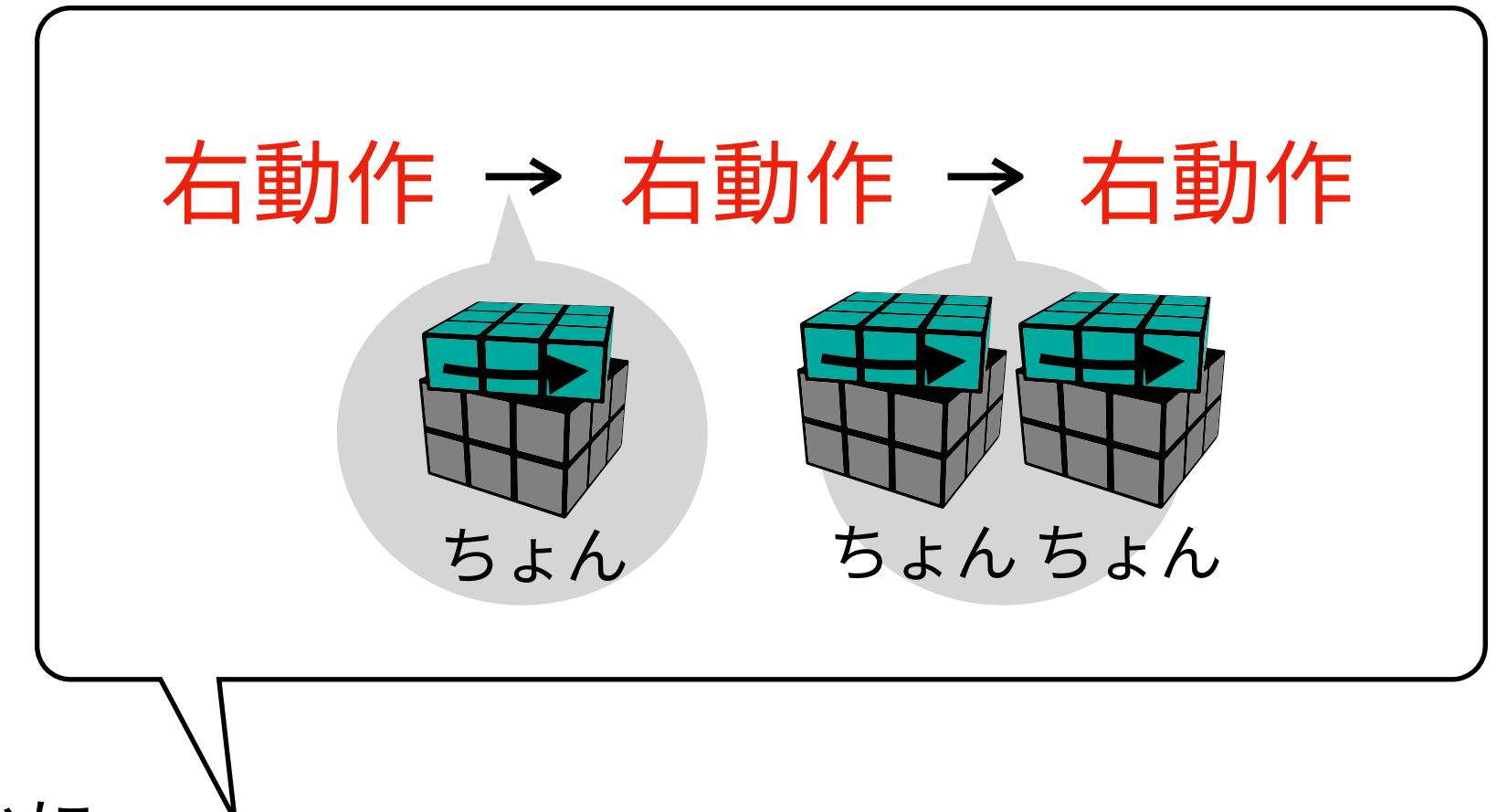
最初は順番は気にせず十字になるまで「上の動作」を何度かやってみる

## 黄エッジの位置揃え

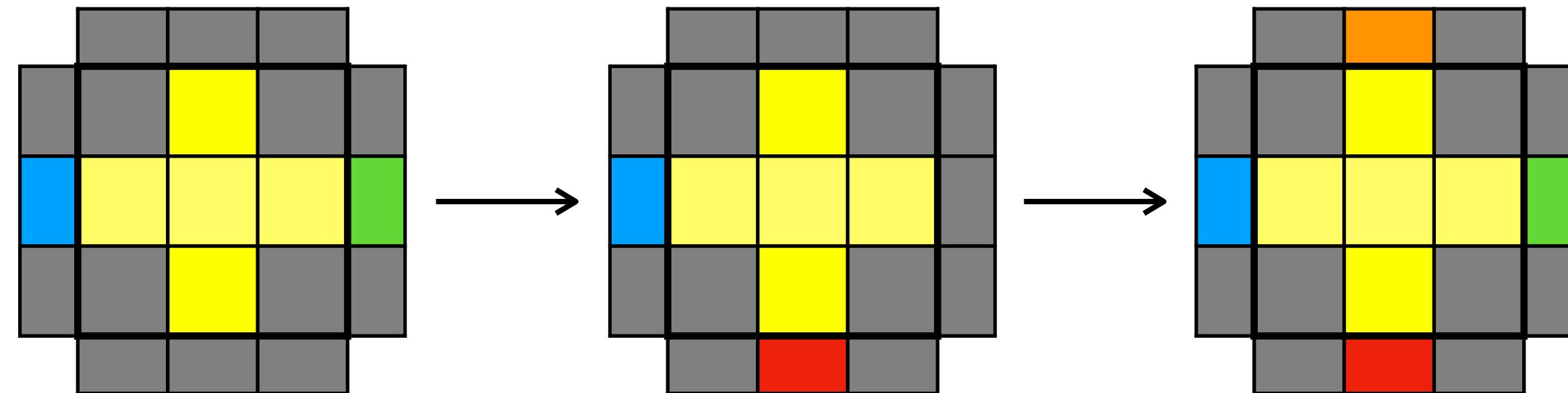


5

6



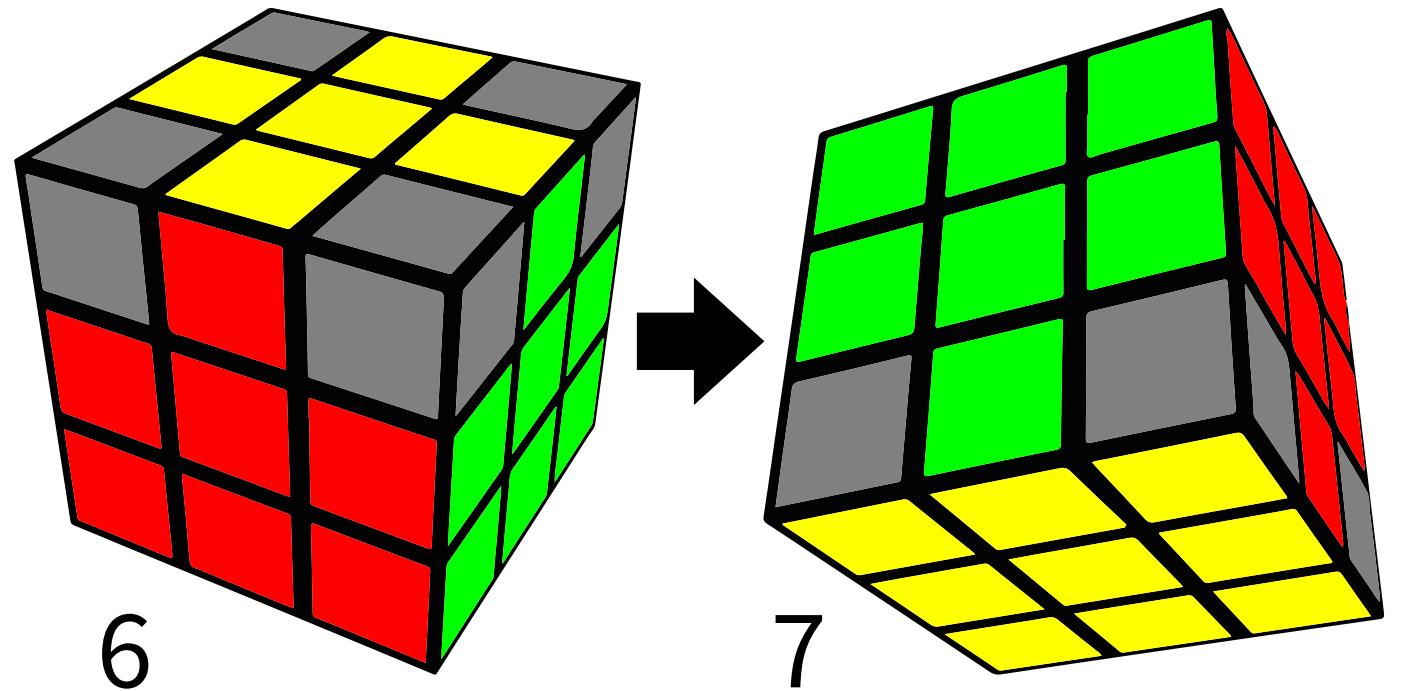
U面をくりくり回すと3パターンのどれかに



向かい合う2色が揃う

手前と左の2色が揃う

4色すべてが揃う

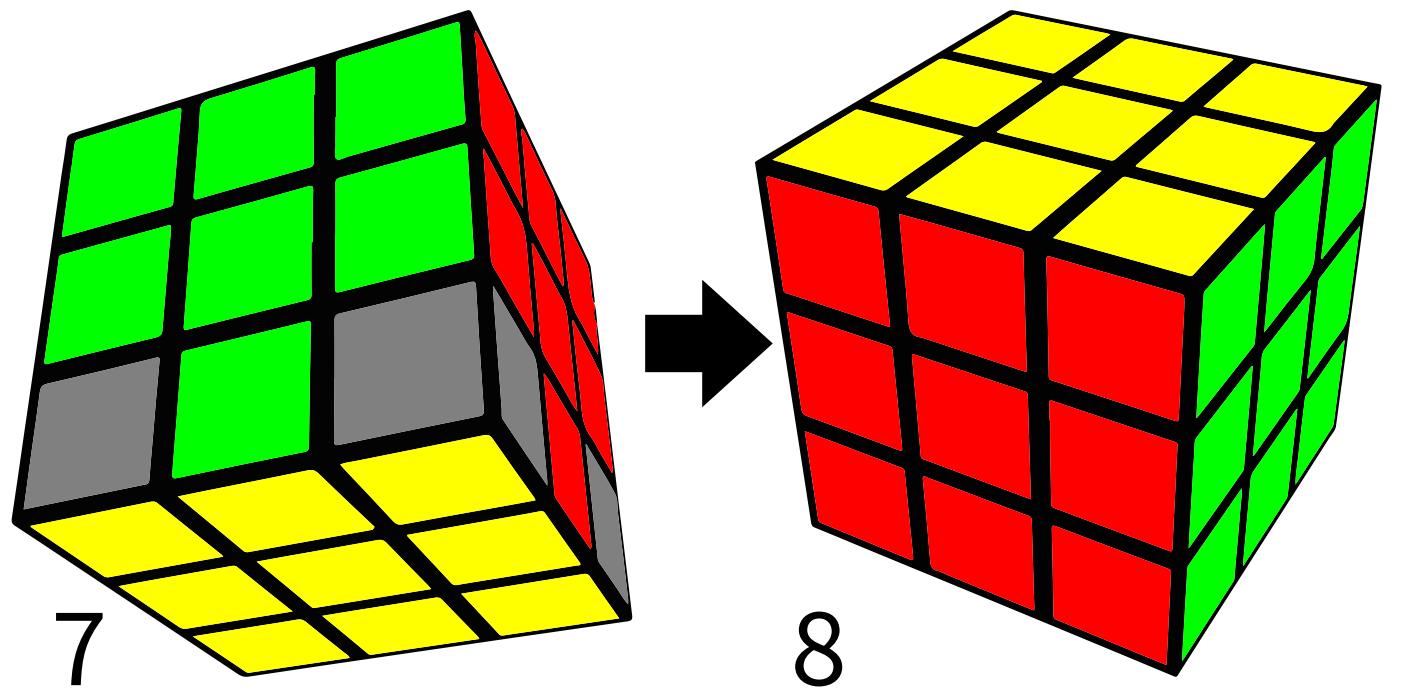


## 黄コーナーの向き揃え

「下1段完成」と同じ作業

(ただしキューブの向きは固定)

途中で上が崩れるが気にしない！



## 黄コーナーの位置揃え

上へあげ下面を回して下へ下ろす

**右動作「3回」**で上へあげたり

下へ下ろしたりする点がポイント

# 今日の話

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (Takahashi Method)
- CFOPへの道 (2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)

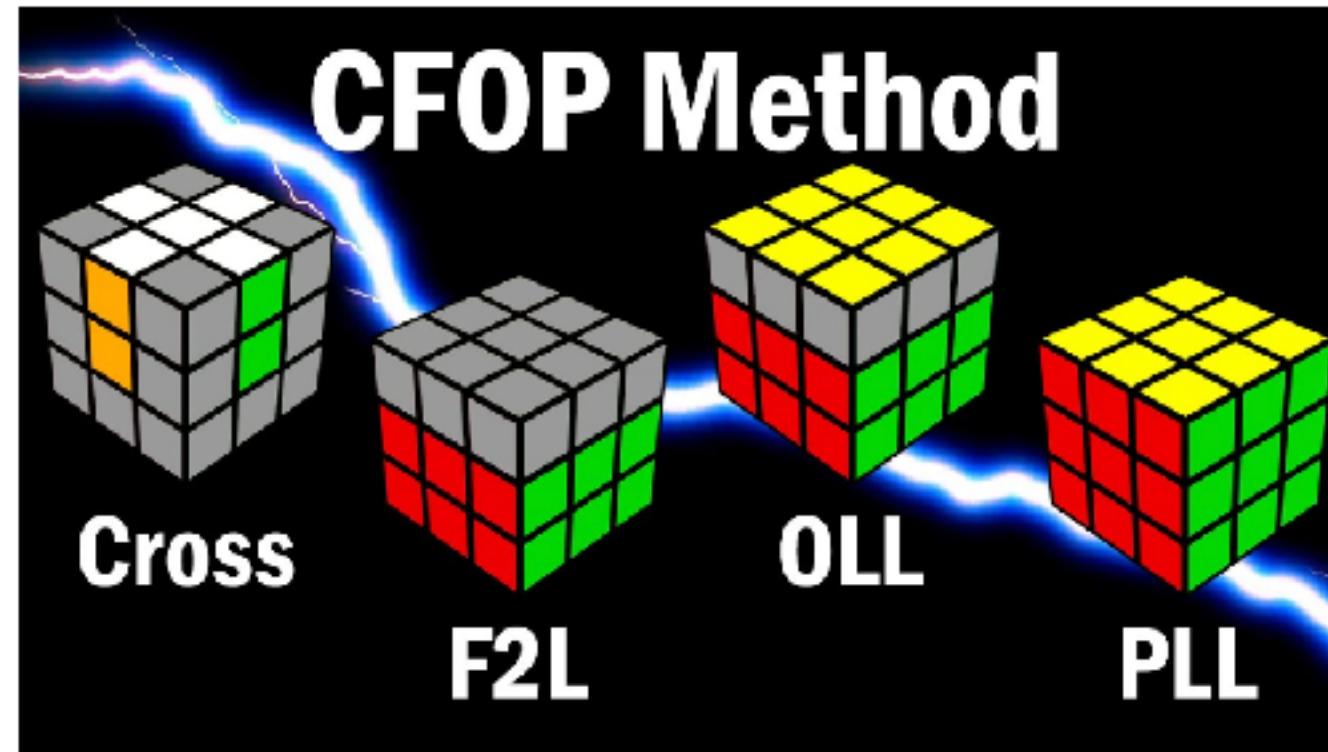
# CFOP法(シーフォップ法, Fridrich法)～人間に可能な高速法を求めて～

ほとんどの競技キューバーはこの方法を使う

(Roux法・ZZ法・Petrus法がBig 4らしいが実際かなりの割合でCFOP?)

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/CFOP\\_method](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/CFOP_method)

[https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Layer\\_by\\_layer](https://www.speedsolving.com/wiki/index.php/Layer_by_layer)



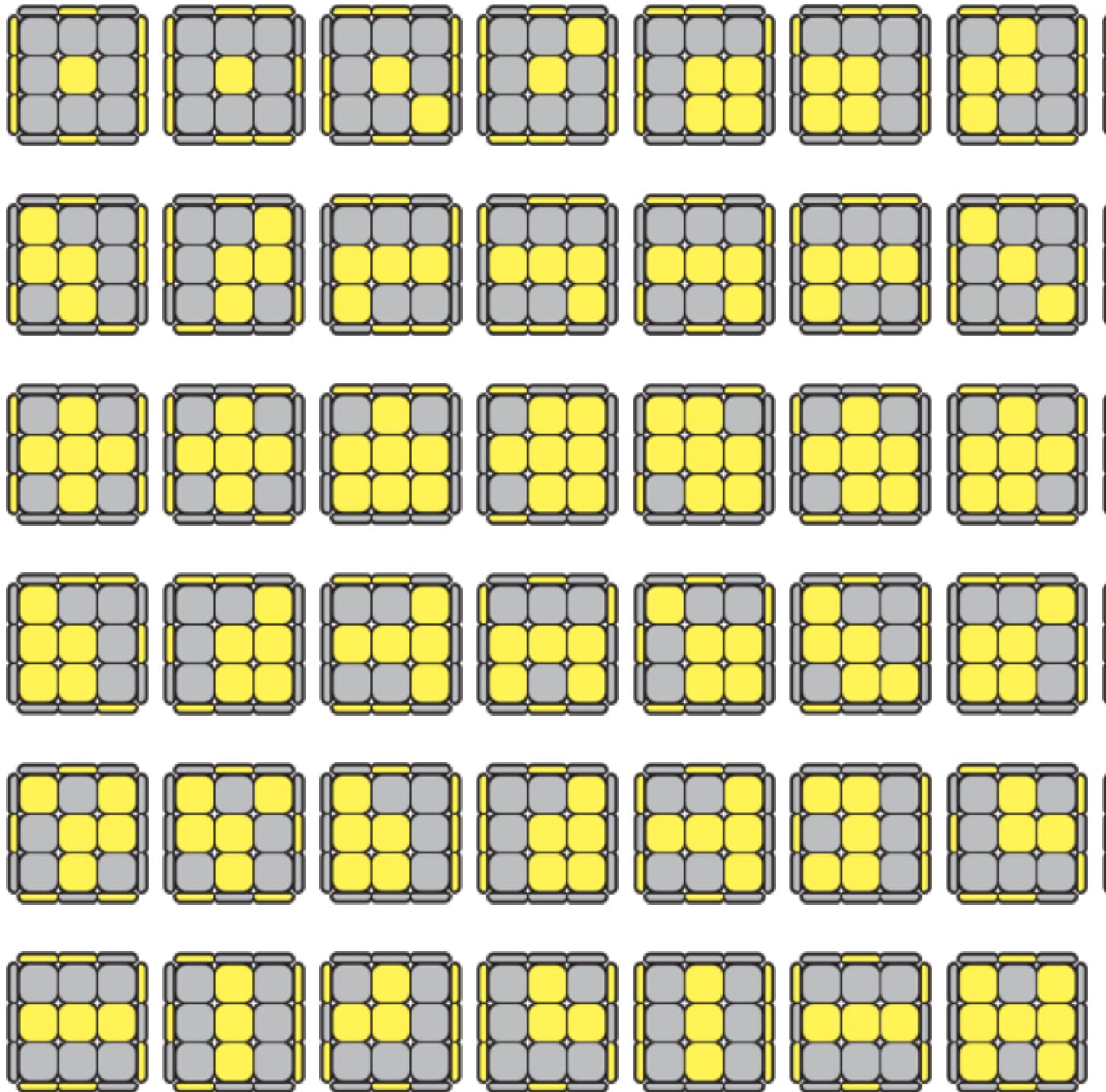
**C**ross    Cross

**F**2L    First Two Layers

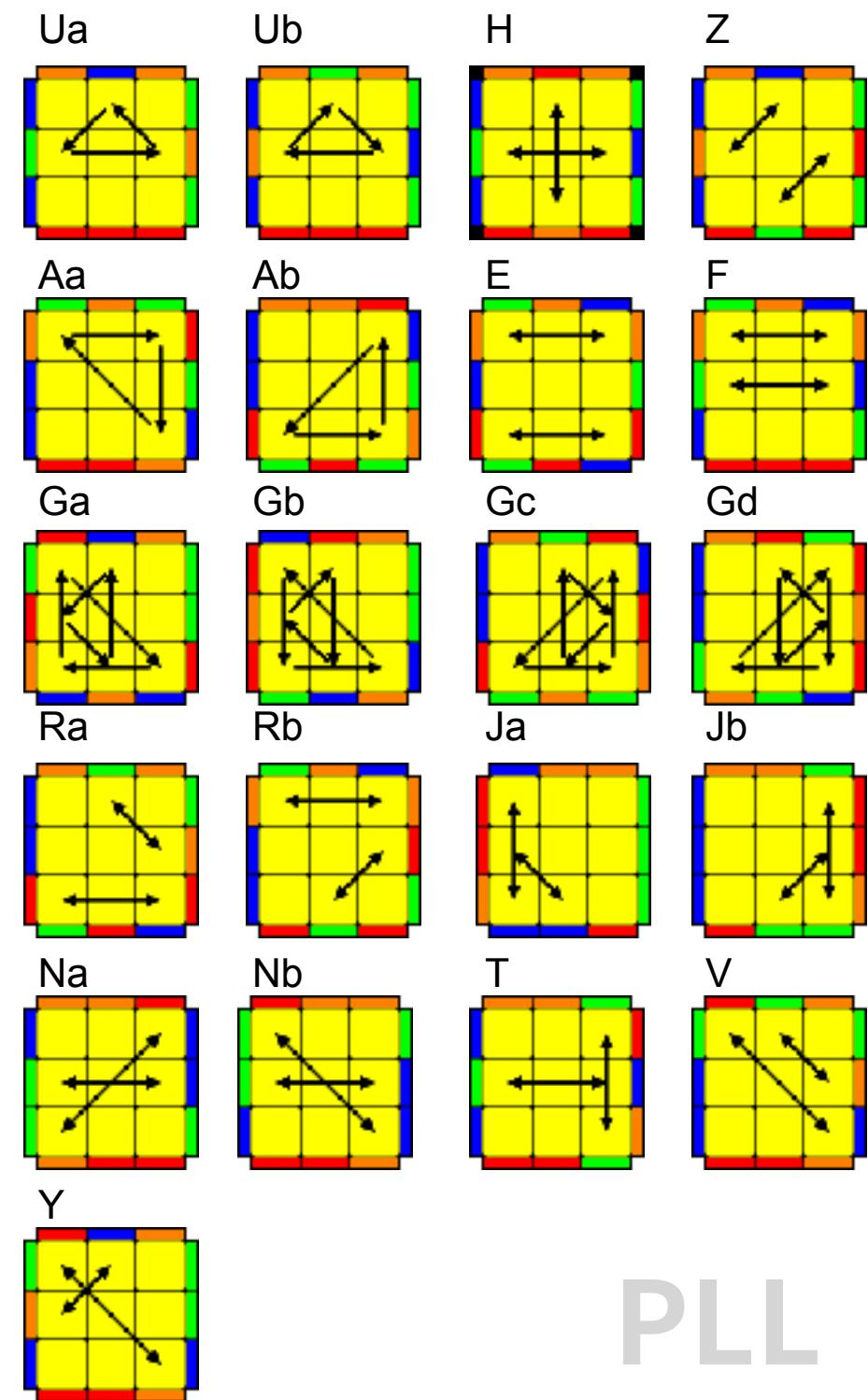
**OLL**    Orientation of the Last Layer

**PLL**    Permutation of the Last Layer

# OLL・PLLを一撃で行くにはOLL 57個、PLL 21個を覚えないとダメ！

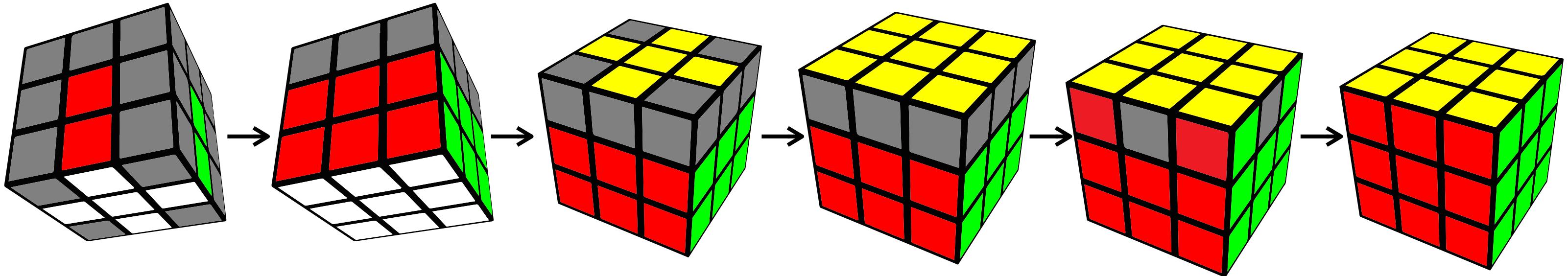


OLL



PLL

# 妥協解 = 簡易CFOP (4-Look LL = 2-Look OLL + 2-Look PLL)



Cross

F2L

Edge OLL

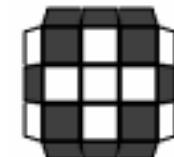
Corner OLL

Corner PLL

Edge PLL

D面クロス

F Sexy F'

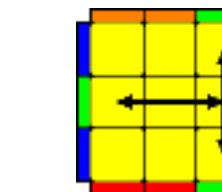


H

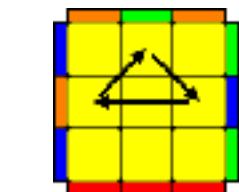
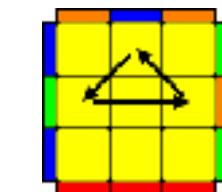


Pi

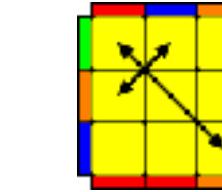
T perm



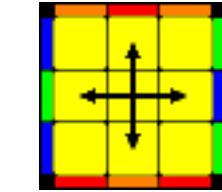
Ua perm Ub perm



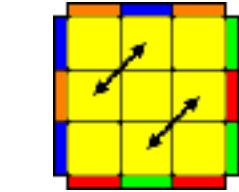
Y perm



H perm

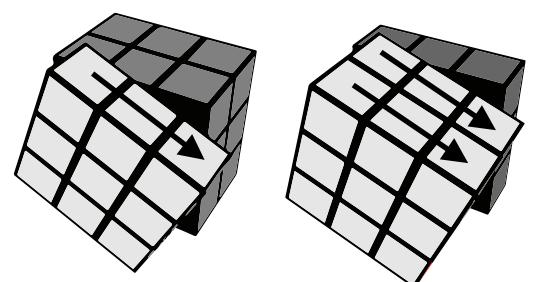


Z perm



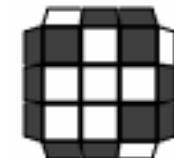
F

f



Sexy=RUR'U'

上・🔫・下・🔫



Sune



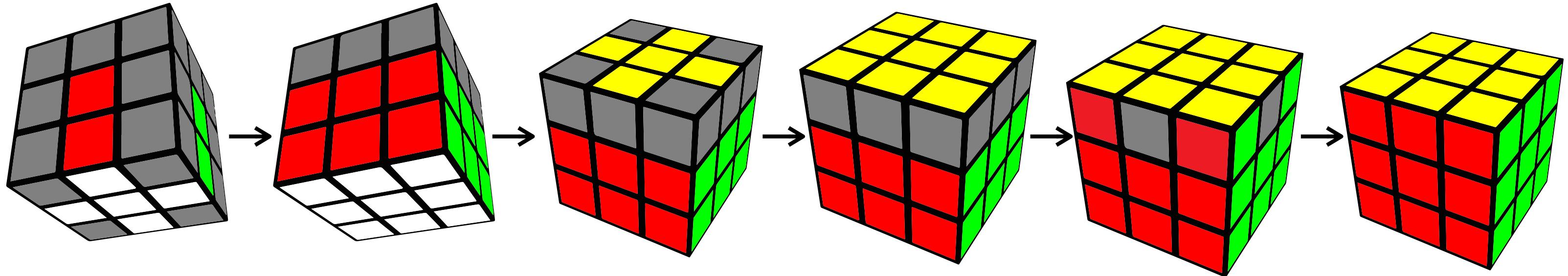
Anti  
Sune



Bowtie

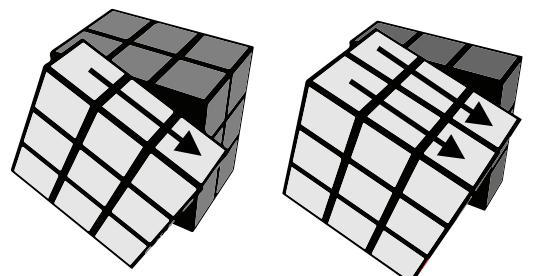
十字OLL

妥協解 = 簡易CFOP (Sexy + R U2 R' U' R U' R + T perm + Ua perm)



D面クロス

F



F Sexy F'

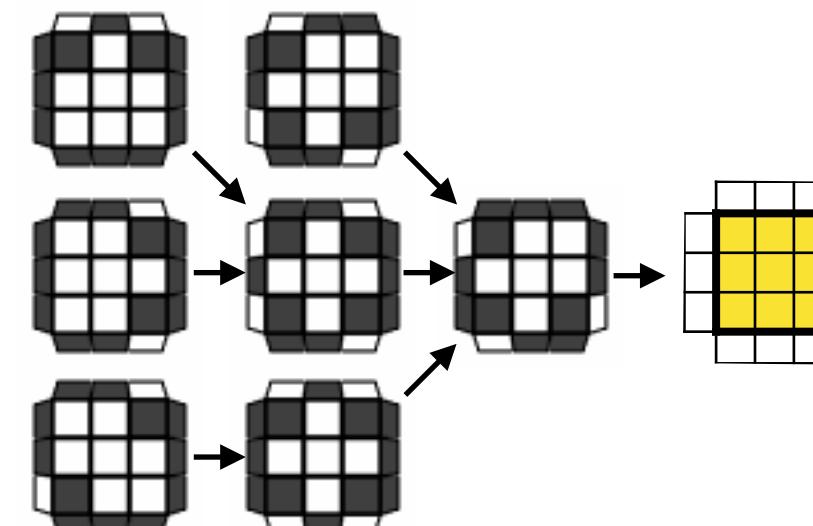
f Sexy f

F Sexy F' f Sexy f

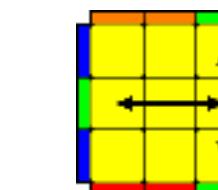
f

Sexy=RUR'U'

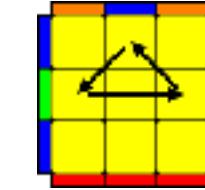
上・🔫・下・🔫



T perm



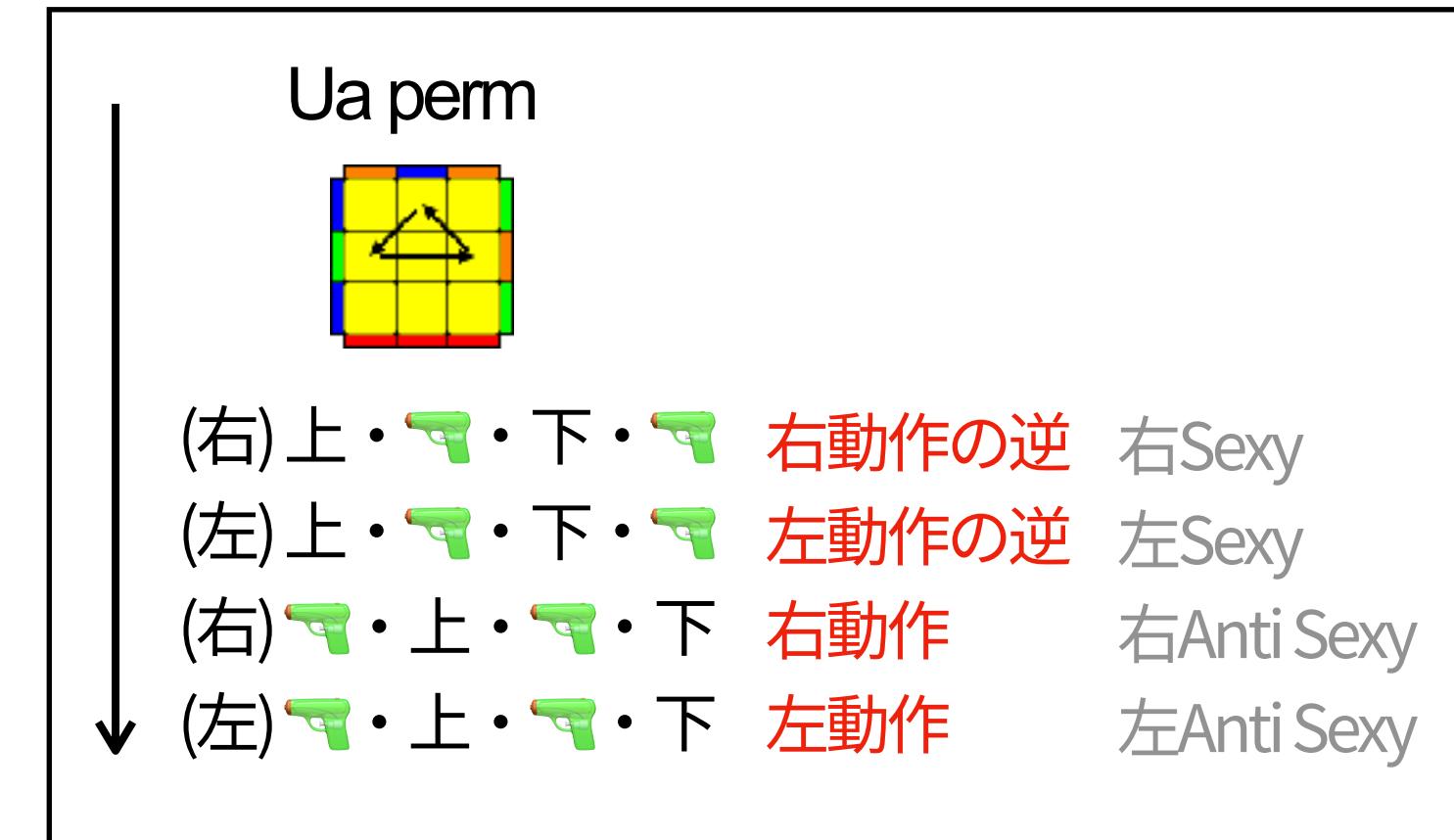
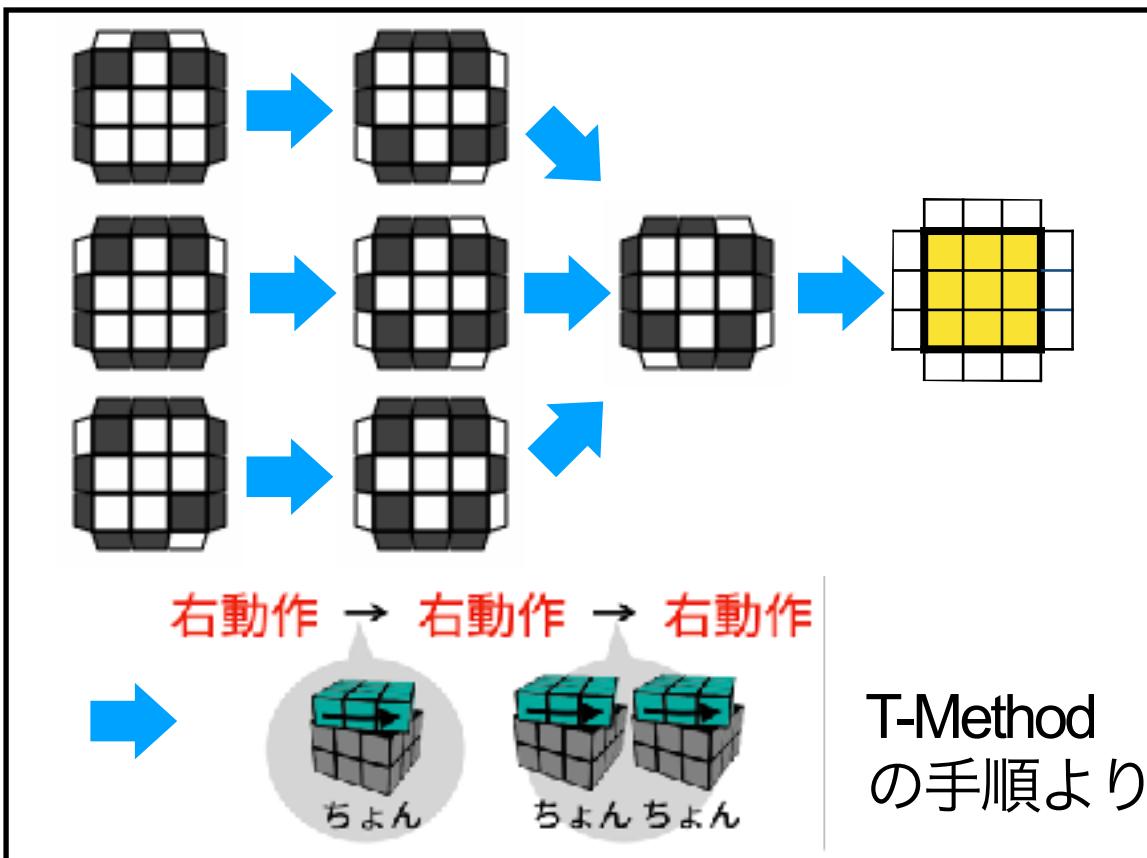
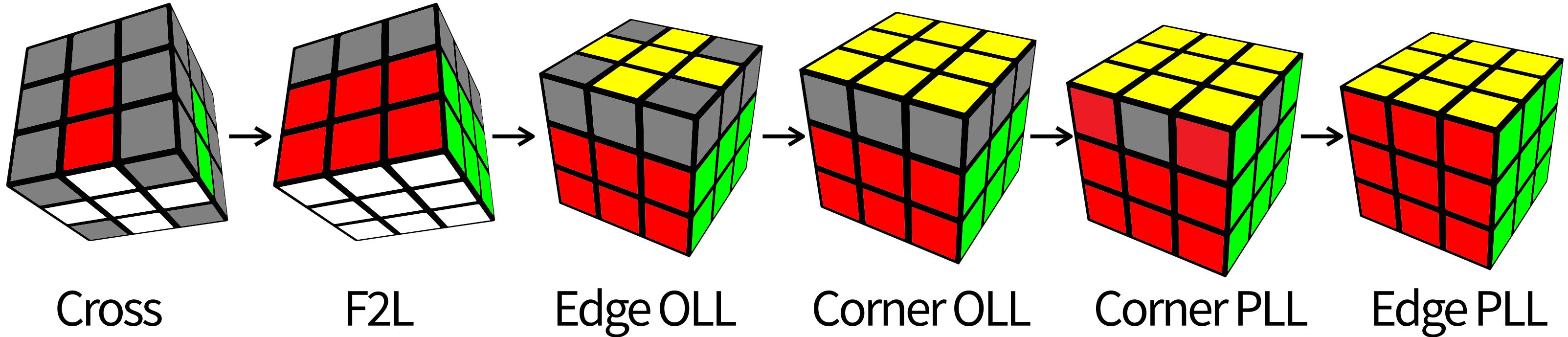
Ua perm



→ RU2R'U'R'U'R'

前半はMegaminxでも  
使えます！

以下のSexyベースの手順を使えば実質「Tパーム」だけ覚えれば良い



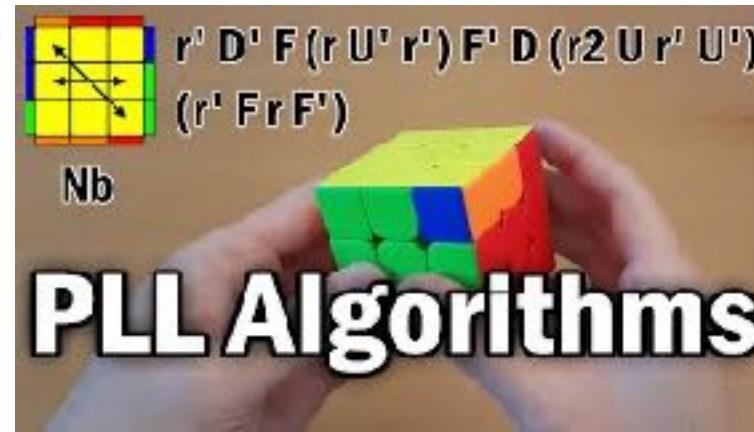
# やってみようかなという人はこういうのを見ればOK(沼の入り口)



[https://youtu.be/f\\_Yor-ydZjs](https://youtu.be/f_Yor-ydZjs)



<https://youtu.be/GhmYBgLoQQg>



[https://youtu.be/9r\\_HqG4zSbk](https://youtu.be/9r_HqG4zSbk)



<https://youtu.be/vU6HsK3hvQs>



[https://youtu.be/Ar\\_Zit1VLG0](https://youtu.be/Ar_Zit1VLG0)



[https://youtu.be/3B\\_oB2YrLvK](https://youtu.be/3B_oB2YrLvK)



[https://youtu.be/f\\_Yor-ydZjs](https://youtu.be/f_Yor-ydZjs)



<https://youtu.be/HWIQdX8vHcE>



<https://youtu.be/FirE9oE3fj4>



<https://youtu.be/pHUBJPTIGPo>



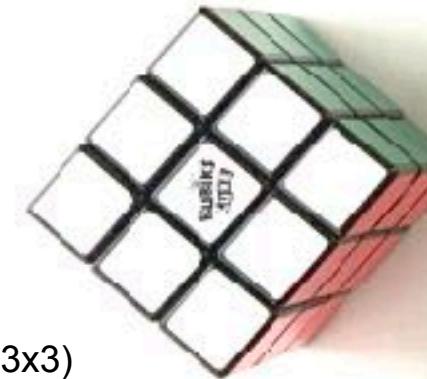
<https://youtu.be/ealBmfXxEtM>



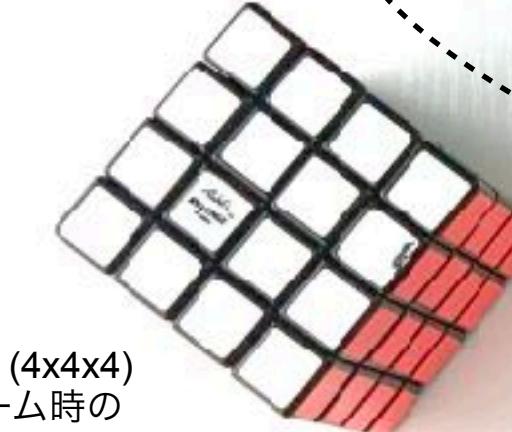
[https://youtu.be/9r\\_HqG4zSbk](https://youtu.be/9r_HqG4zSbk)

# 本日のキューブ

Rubik's Revenge (4x4x4)  
ただし第一次ブーム時の



Rubik's Cube (3x3x3)  
ただし第一次ブーム時の

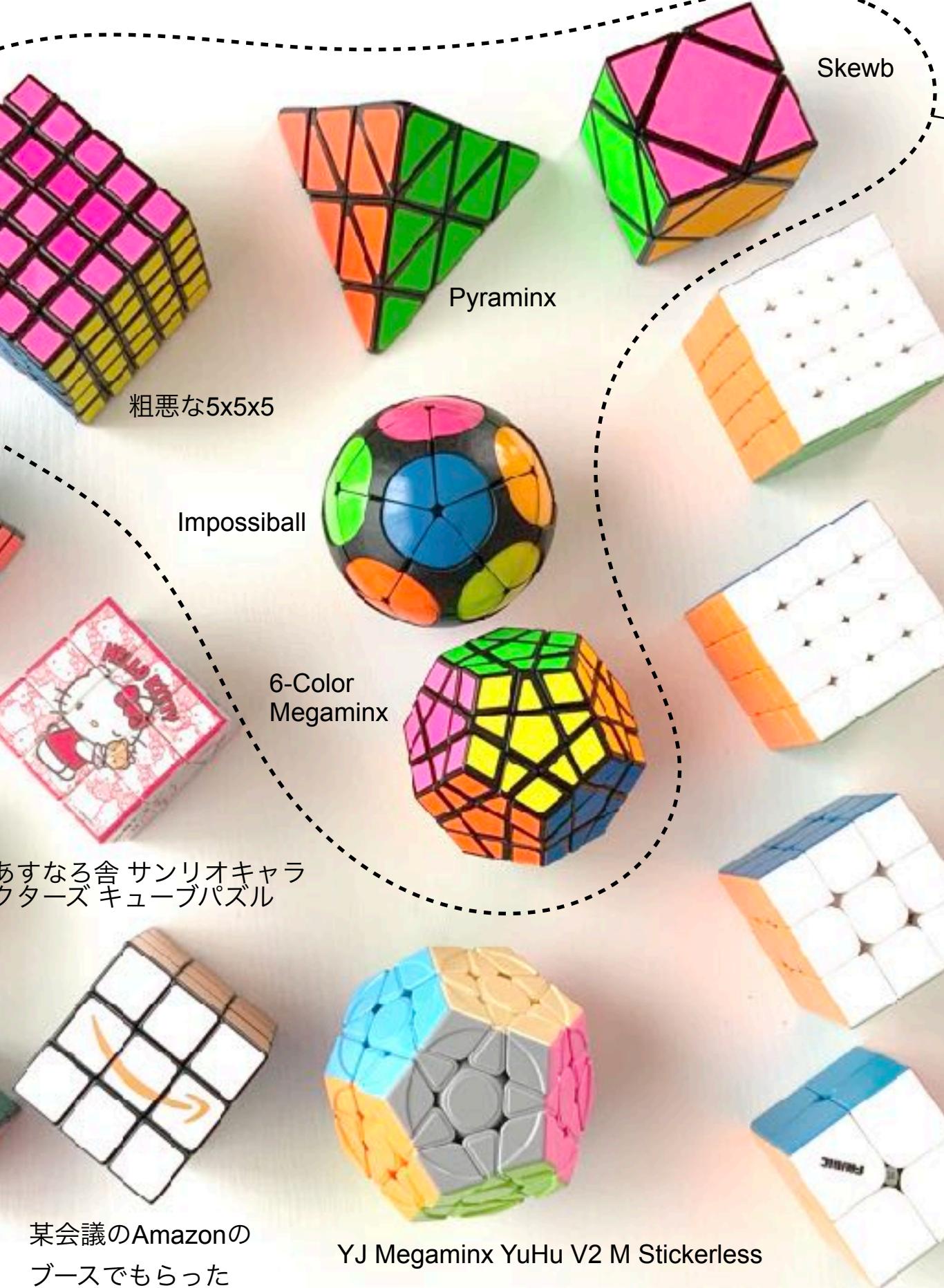


Rubik's cube (2x2x2)  
ただし第一次ブーム時の



某会議のAmazonの  
ブースでもらった

あすなる舎 サンリオキャラ  
クターズ キューブパズル



25年くらい前にハンガリーかどこから  
個人輸入で手に入れた謎のキューブたち

MoYu Cubing Classroom Meilong  
5x5x5 M Stickerless

MoYu Cubing Classroom Meilong  
4x4x4 M Stickerless

MoYu Cubing Classroom RS3M  
2020 Stickerless

FAVNIC Magic Cube 2x2x2

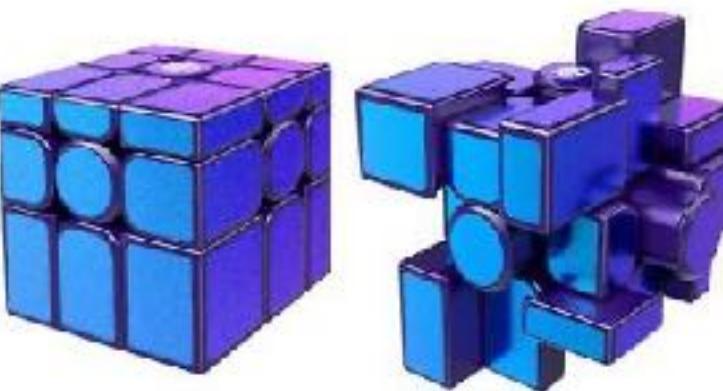
YJ Megaminx YuHu V2 M Stickerless

# 3x3x3が解ければ…



2x2x2

コーナーだけの3x3x3なので  
解ける(効率を問わなければ)



ミラーキューブ

色じゃなくて形で見分ける  
3x3x3なので解ける



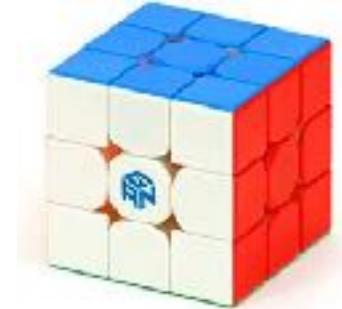
絵柄いり3x3x3

センターの「向き」も  
揃える必要があるので  
その補正手順だけ必要

柄あり  
センターの回転ダメ



柄なし  
センターの回転OK

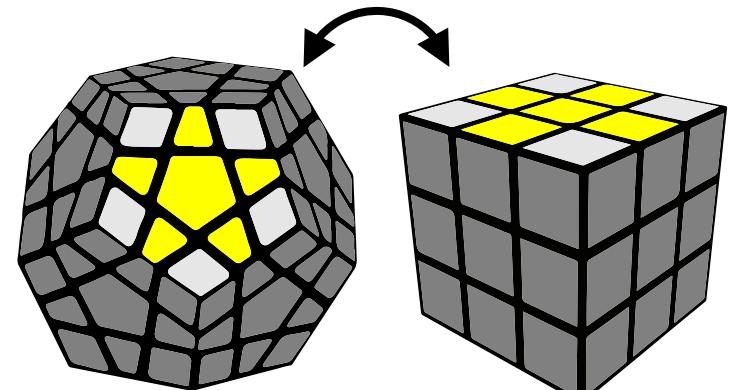
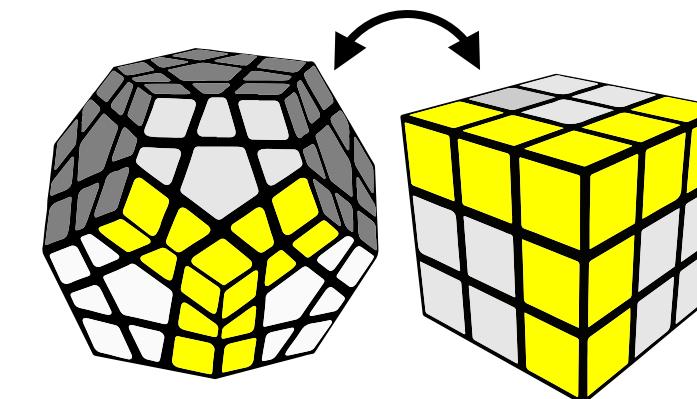


メガミンクス(3x3x3)

キロミンクス(2x2x2)

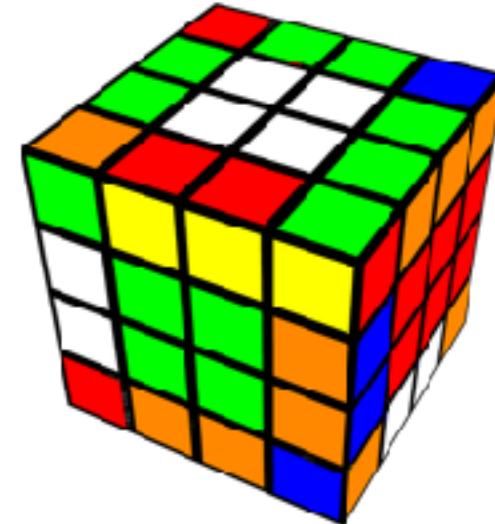
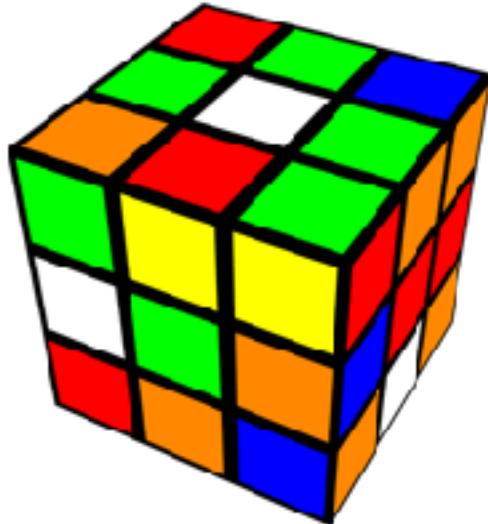
インポシボール(2x2x2)

ほぼ3x3x3と同じように解ける  
(例えばT-Method的に)



**4x4x4, 5x5x5, ...**

2~3この新たな手順を覚えれば解ける！



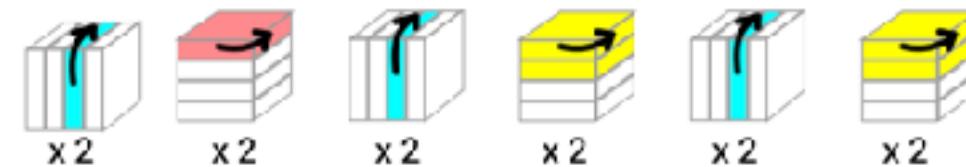
一見センターのサブキューブを普通に作らないとダメな気もしてくるが  
各面だけを独立に回せるためその必要はない

- 1) センター作る
- 2) エッジ作る
- 3) 3x3x3へのリダクション
- 4) パリティ処理

### Edge Flipping



### 4x4 PLL Parity

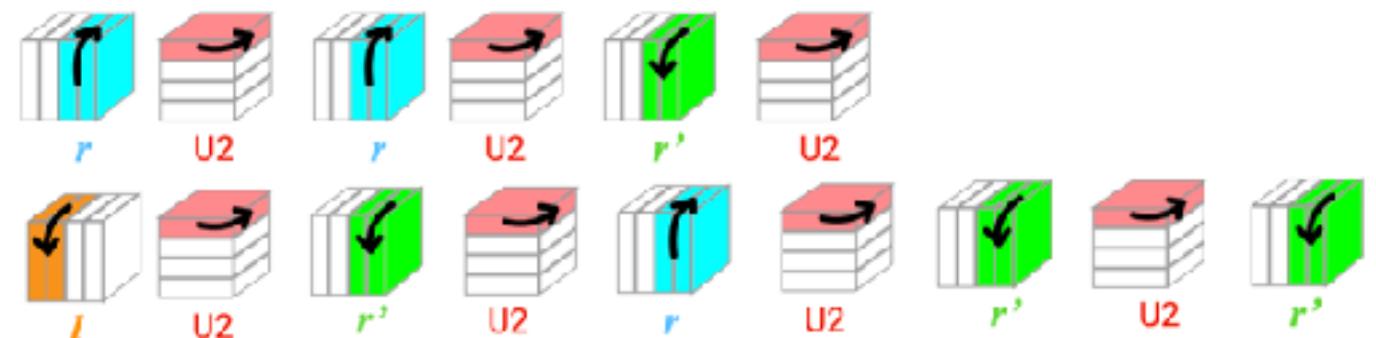


5x5x5ではPLL parityは発生しない

### 4x4 OLL Parity



5x5x5のOLL parityも  
ほぼ同様の動き



# 今日の話

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (Takahashi Method)
- CFOPへの道 (2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)

# 世界キューブ協会 (World Cube Association, WCA)

## 公式17競技 (現在の世界記録の時間順に)

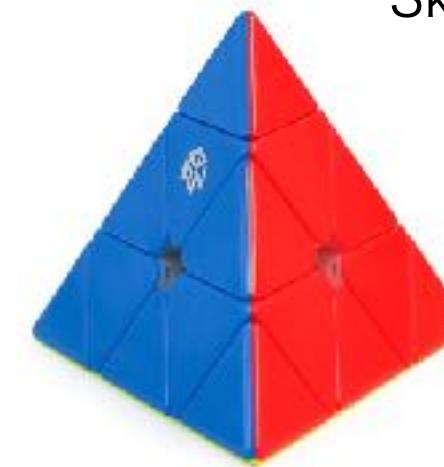
1	2x2x2 Cube	1.02	Zayn Khanani
2	Skewb	1.56	Zayn Khanani
3	Pyraminx	1.66	Jasper Murray
4	Clock	3.56	Jacob Chambers
5	3x3x3 Cube	4.86	Max Park, Tymon Kolasiński
6	Square-1	5.02	Max Siauw
7	3x3x3 One-Handed (OH)	8.65	Patrick Ponce
8	3x3x3 Blindfolded (BLD)	15.24	Tommy Cherry
9	4x4x4 Cube	19.88	Max Park
10	Megaminx	29.27	Leandro Martín López
11	5x5x5 Cube	38.42	Max Park
12	6x6x6 Cube	1:08.56	Max Park
13	4x4x4 Blindfolded (BLD)	1:08.76	Stanley Chapel
14	7x7x7 Cube	1:42.12	Max Park
15	5x5x5 Blindfolded (BLD)	2:26.63	Stanley Chapel
16	3x3x3 Fewest Moves (FMC)	21	Cale Schoon
17	3x3x3 Multi-Blind (MBLD)	62/65 57:47	Graham Siggins

※ 3x3x3 Feet(足)は2019で廃止

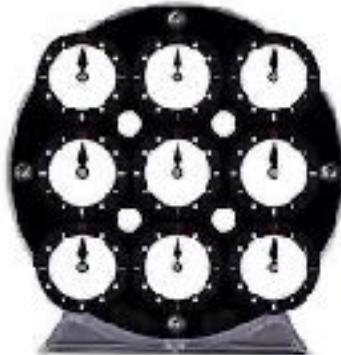
Last updated: Saturday, October 29, 2022 at 8:16 PM GMT+9



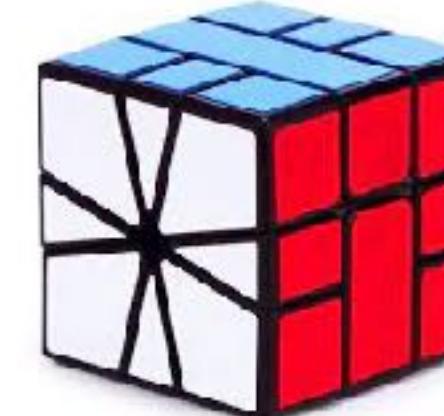
Skewb



Pyraminx



Clock



Square-1



Megaminx

# 世界ランカーの有名選手たち



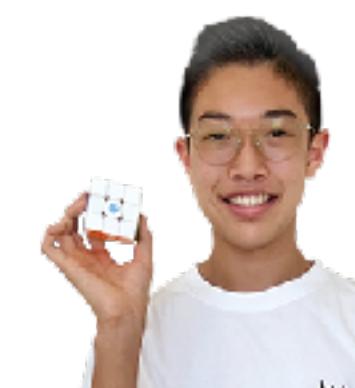
Feliks Zemdegs



Max Park



Tymon Kolasiński



Matty Hiroto Inaba



Leo Borromeo



Ruihang Xu

<https://www.worldcubeassociation.org/results/rankings/333/average>

3x3x3 (ao5)	#	Name	Result	Citizen of	Competition	4.62	4.78	(5.68)	5.19	(4.50)
	1	Max Park	4.86	🇺🇸 United States	🇺🇸 Marshall Cubing September 2022	4.62	4.78	(5.68)	5.19	(4.50)
	1	Tymon Kolasiński	4.86	🇵🇱 Poland	🇵🇱 Cube4fun Warsaw 2022	(4.02)	4.68	5.33	4.56	(5.59)
	3	Matty Hiroto Inaba	5.25	🇺🇸 United States	🇺🇸 Northeast Championship 2022	5.23	4.84	(6.48)	5.68	(4.74)
	4	Leo Borromeo	5.48	🇵🇭 Philippines	🇵🇭 Cube Ta Bai sa Cebu 2022	(7.90)	(5.10)	5.95	5.39	5.10
	4	Ruihang Xu (许瑞航)	5.48	🇨🇳 China	🇨🇳 Wuhan Open 2021	5.48	5.52	5.45	(4.06)	(7.51)
	6	Feliks Zemdegs	5.53	🇦🇺 Australia	🇦🇺 Odd Day in Sydney 2019	(7.16)	5.04	(4.67)	6.55	4.99
	7	Patrick Ponce	5.57	🇺🇸 United States	🇺🇸 East Brunswick Open 2022	5.60	5.82	(9.16)	(4.96)	5.29
	7	Yezhen Han (韩业臻)	5.57	🇨🇳 China	🇨🇳 Guangdong Open 2021	5.87	5.42	(5.30)	(7.53)	5.42
	9	Jode Brewster	5.72	🇦🇺 Australia	🇦🇺 Tassie Twist Off 2022	(5.50)	(6.71)	5.72	5.66	5.78
	10	Luke Garrett	5.75	🇺🇸 United States	🇺🇸 NxNaperville 2022	(4.28)	5.77	5.65	(6.71)	5.83

Last updated: Sunday, October 30, 2022 at 11:51 AM GMT+9

# Max Park と Feliks Zemdegs



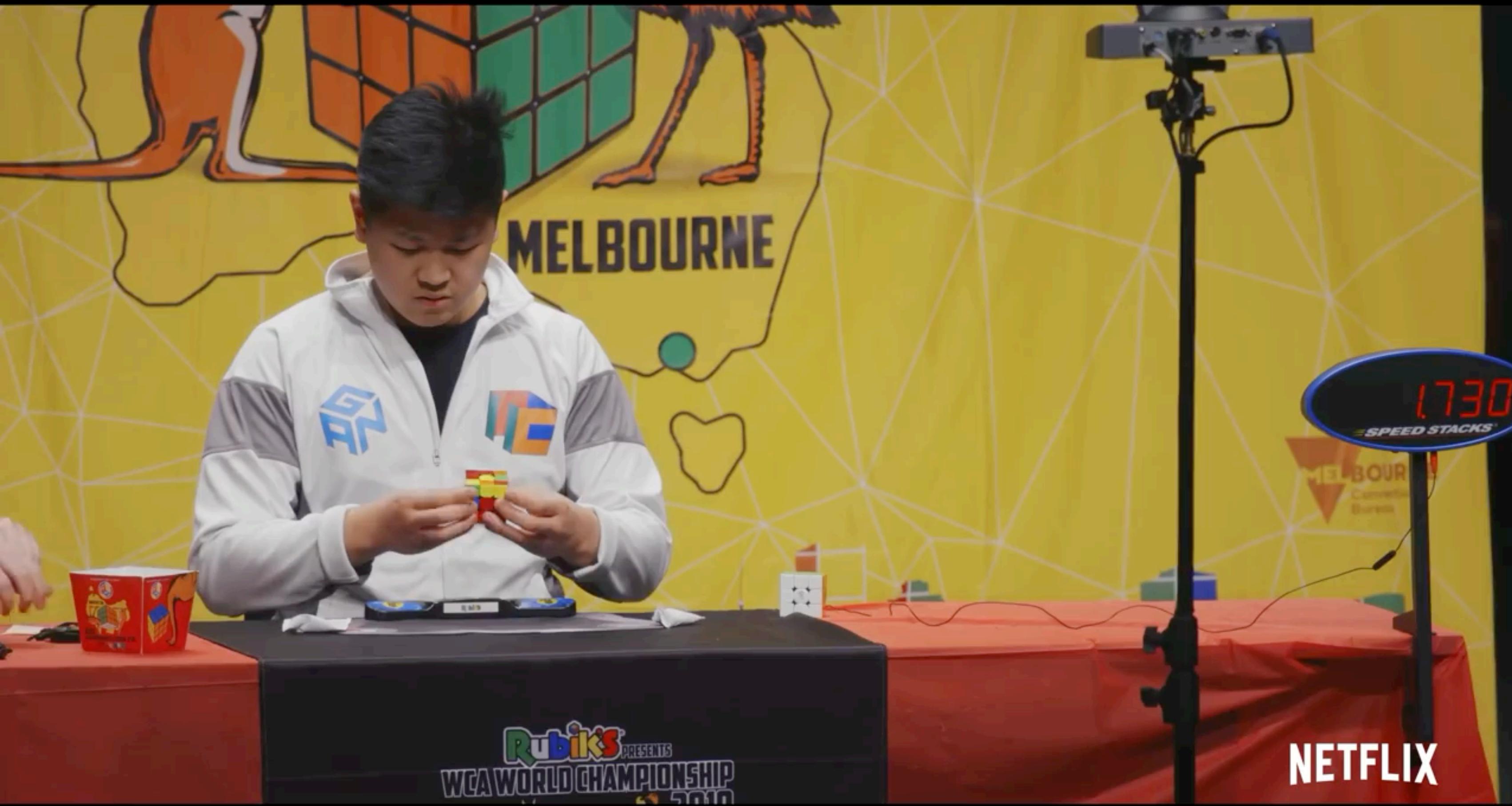
The Speed Cubers | Official Trailer | Netflix  
[https://youtu.be/-wrTIWx\\_Z6k](https://youtu.be/-wrTIWx_Z6k)

スピードキューバーズ: 世界を見据えて  
<https://www.netflix.com/jp/title/81092143>



CubingUSA Nationals 2018 3x3 Finals!  
(feat. Feliks Zemdegs, Philipp Weyer, Max Park)

[https://youtu.be/\\_omMHKavyqQ](https://youtu.be/_omMHKavyqQ)



Rubik's PRESENTS  
WCA WORLD CHAMPIONSHIP  
2010

NETFLIX

# Monkey League (直接対戦型のイベント)

Leo vs Matty



<https://youtu.be/LE8pi97s8q0>

Ruihang vs Tymon



[https://youtu.be/YQ6tUBT8O\\_s](https://youtu.be/YQ6tUBT8O_s)

Ruihang vs Leo



<https://youtu.be/gr-WyX3sJNc>

Leo vs Feliks



<https://youtu.be/AycjUQBwlC0>

Leo vs Tymon



<https://youtu.be/AycjUQBwlC0>

Matty vs Tymon



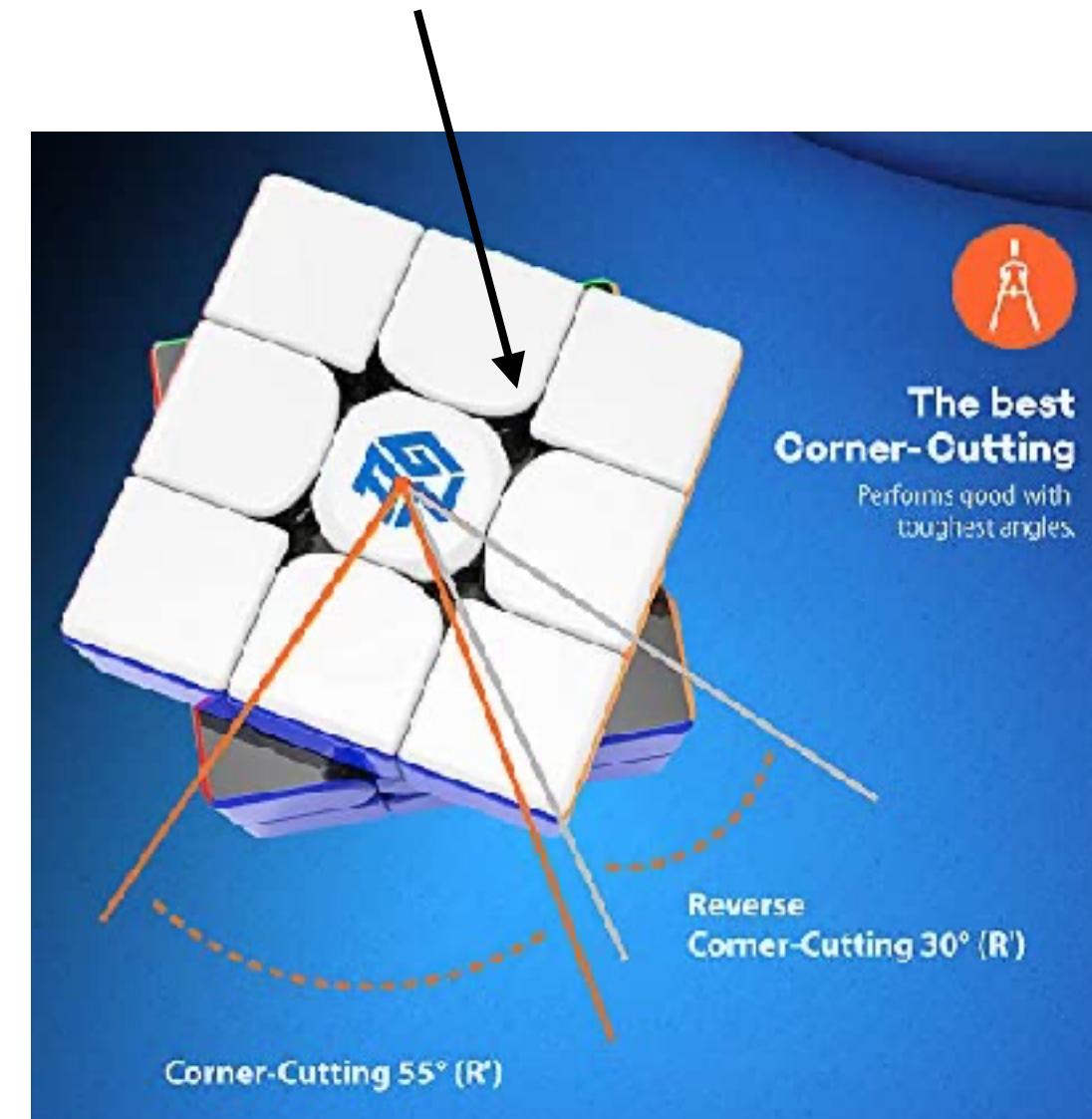
<https://youtu.be/qw3hlb7XT0A>

# 競技用キューブ(コーナーカット, 磁石, カスタマイズ, 軽さ, MagLev, ...)

- 競技用キューブにはバネや磁石が入っており、さらに上位モデルほど強さを好みに調整できる
- 基本的に上位モデルは軽く、操作しやすい
- 最近の流行「MagLev」は、ばねを磁石の斥力に

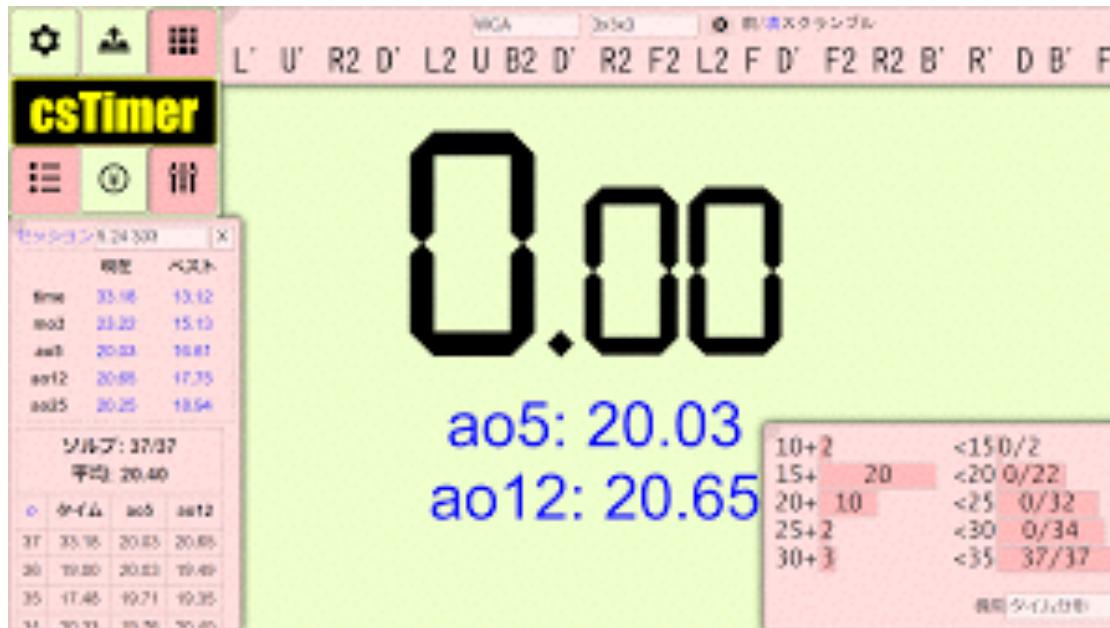


競技用キューブはコーナーカットによりピッタリ90度で揃えなくても回る  
(これがあるだけでもだいぶ回しやすい)



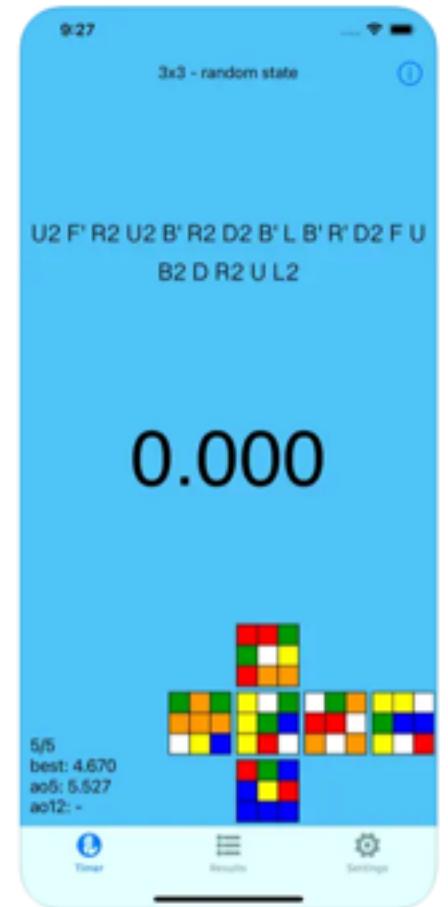
# 定番の練習用アプリ (タイマー+スクランブル+記録管理)

csTimer  
(Desktop)

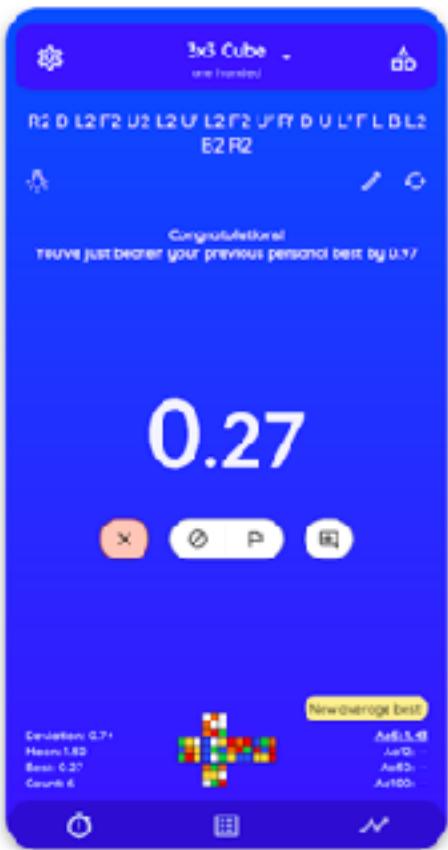
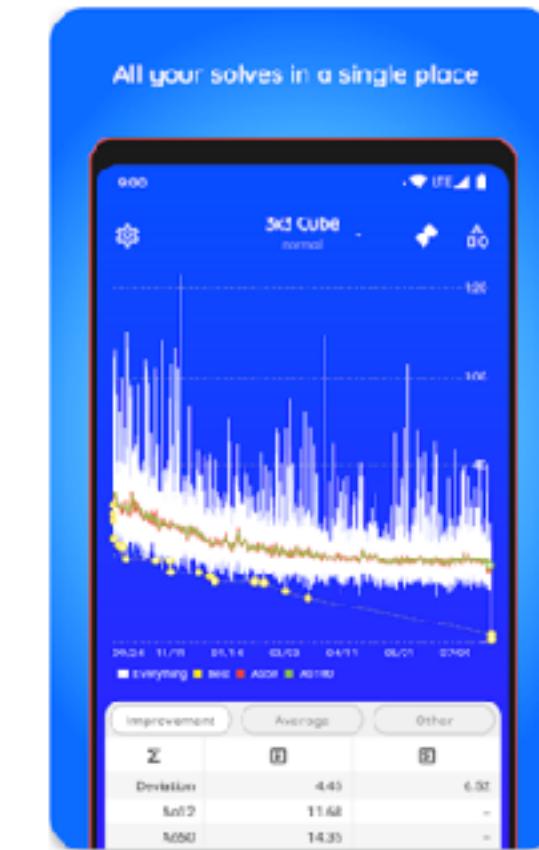


<https://cstimer.net/>

DCTimer Lite  
(iOS App)



Twisty Timer  
(Android App)



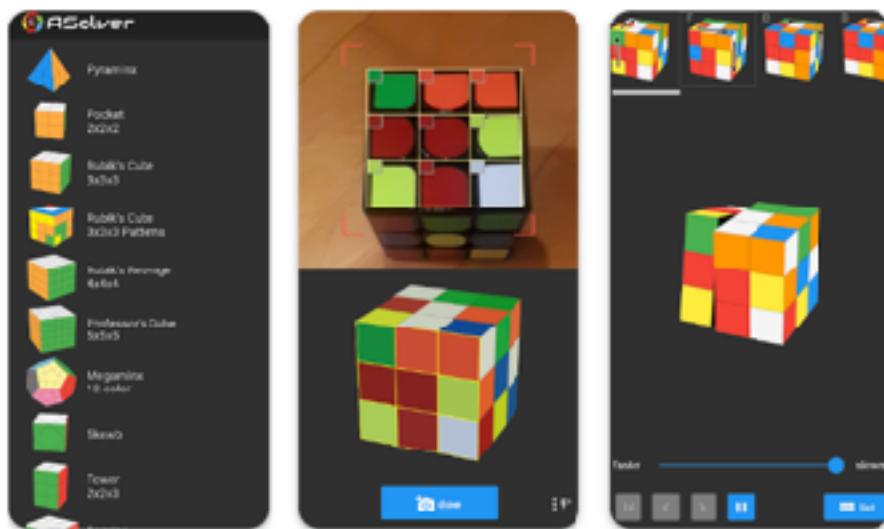
# 蛇足：スマホ連携、自動ソルブロボ、多次元キューブ

## スマホ連携

Cube-tastic!  
楽しい触って学べる  
キューブクスティック

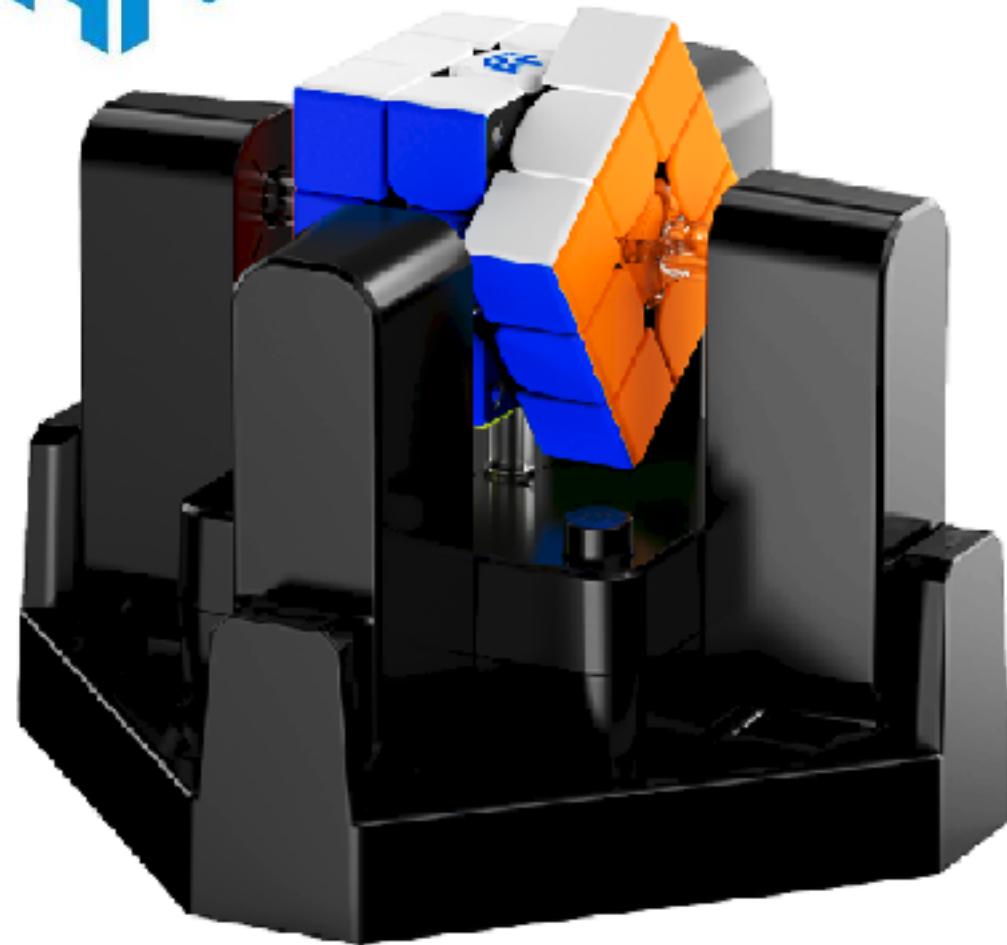


ASolver (Android app)



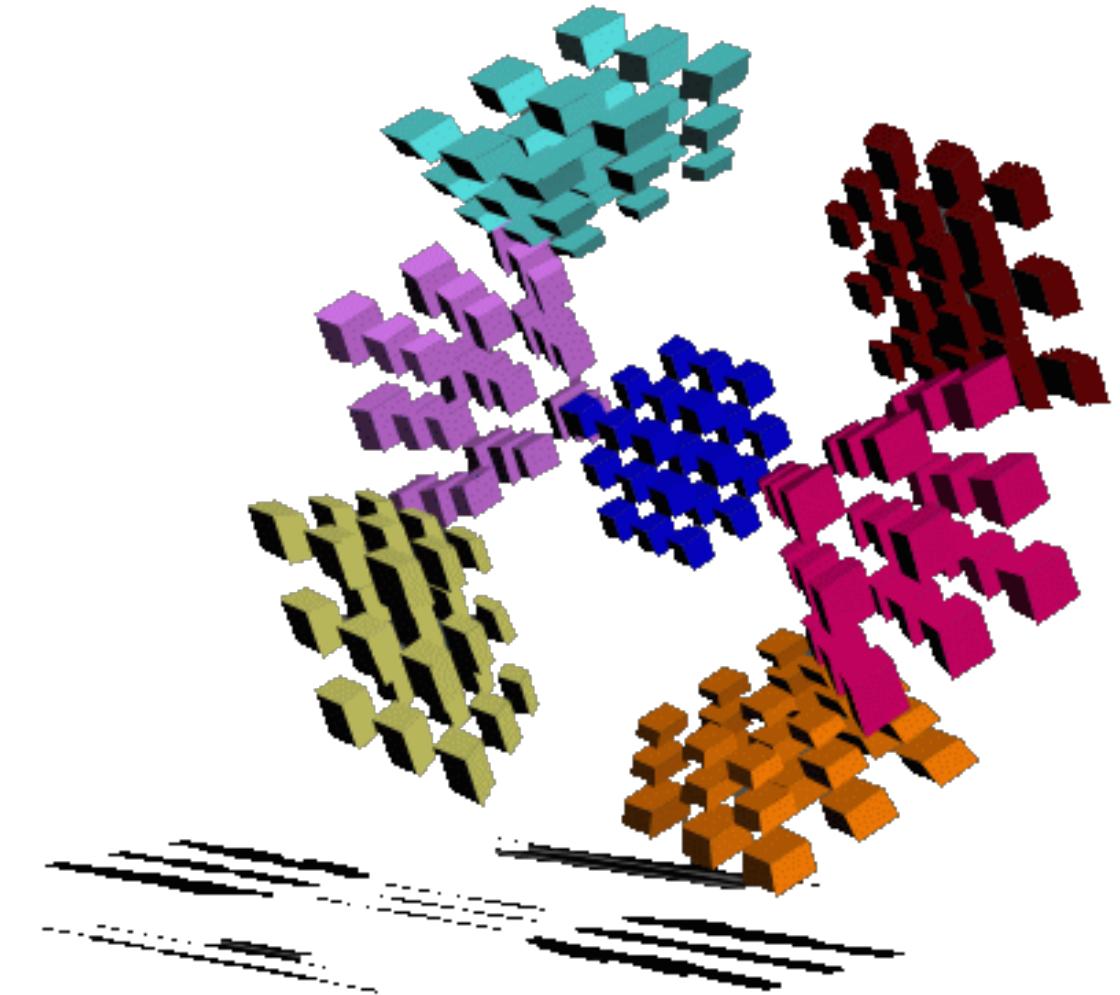
## 自動キューブソルブ

<https://www.gancube.com/GAN-R0BOT>



## 4次元キューブ

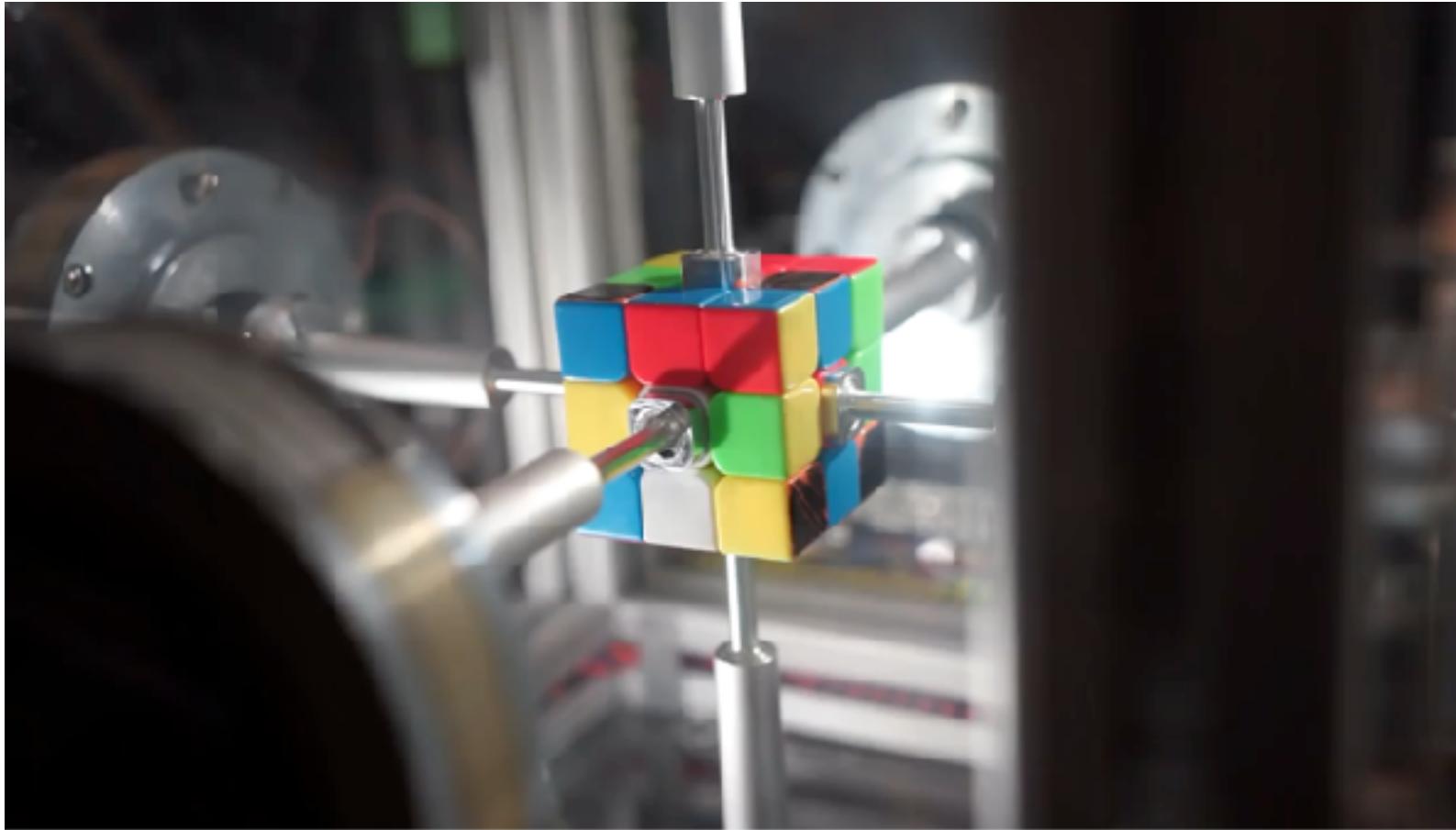
<https://superliminal.com/cube/cube.htm>



## 蛇足：学術ニュース1

世界最速の0.38秒でルービックキューブを解くマシンが登場、世界記録を大幅に塗り替える様子がムービーで公開中

<https://gigazine.net/news/20180308-rubiks-cube-solving-machine/>



ソルバ実装(Two-Phase法)はgithub公開

<https://github.com/dicarlo236/cube-solver>

<https://www.youtube.com/watch?v=nt00QzKuNVY>

# 蛇足：学術ニュース2

Solving the Rubik's cube with deep reinforcement learning and search.

*Nat Mach Intell* 1, 356–363 (2019). <https://doi.org/10.1038/s42256-019-0070-z>

AI solves Rubik's Cube in 1.2 seconds (that's three times slower than a non-AI algorithm)

[https://www.theregister.com/2019/07/16/ai\\_rubiks\\_cube/](https://www.theregister.com/2019/07/16/ai_rubiks_cube/)

ARTICLES

<https://doi.org/10.1038/s42256-019-0070-z>

nature  
machine intelligence

## Solving the Rubik's cube with deep reinforcement learning and search

Forest Agostinelli<sup>1,3</sup>, Stephen McAleer<sup>2,3</sup>, Alexander Shmakov<sup>1,3</sup> and Pierre Baldi<sup>1,2\*</sup>

The Rubik's cube is a prototypical combinatorial puzzle that has a large state space with a single goal state. The goal state is unlikely to be accessed using sequences of randomly generated moves, posing unique challenges for machine learning. We solve the Rubik's cube with DeepCubeA, a deep reinforcement learning approach that learns how to solve increasingly difficult states in reverse from the goal state without any specific domain knowledge. DeepCubeA solves 100% of all test configurations, finding a shortest path to the goal state 60.3% of the time. DeepCubeA generalizes to other combinatorial puzzles and is able to solve the 15 puzzle, 24 puzzle, 35 puzzle, 48 puzzle, Lights Out and Sokoban, finding a shortest path in the majority of verifiable cases.

ソルバはオンライン公開!

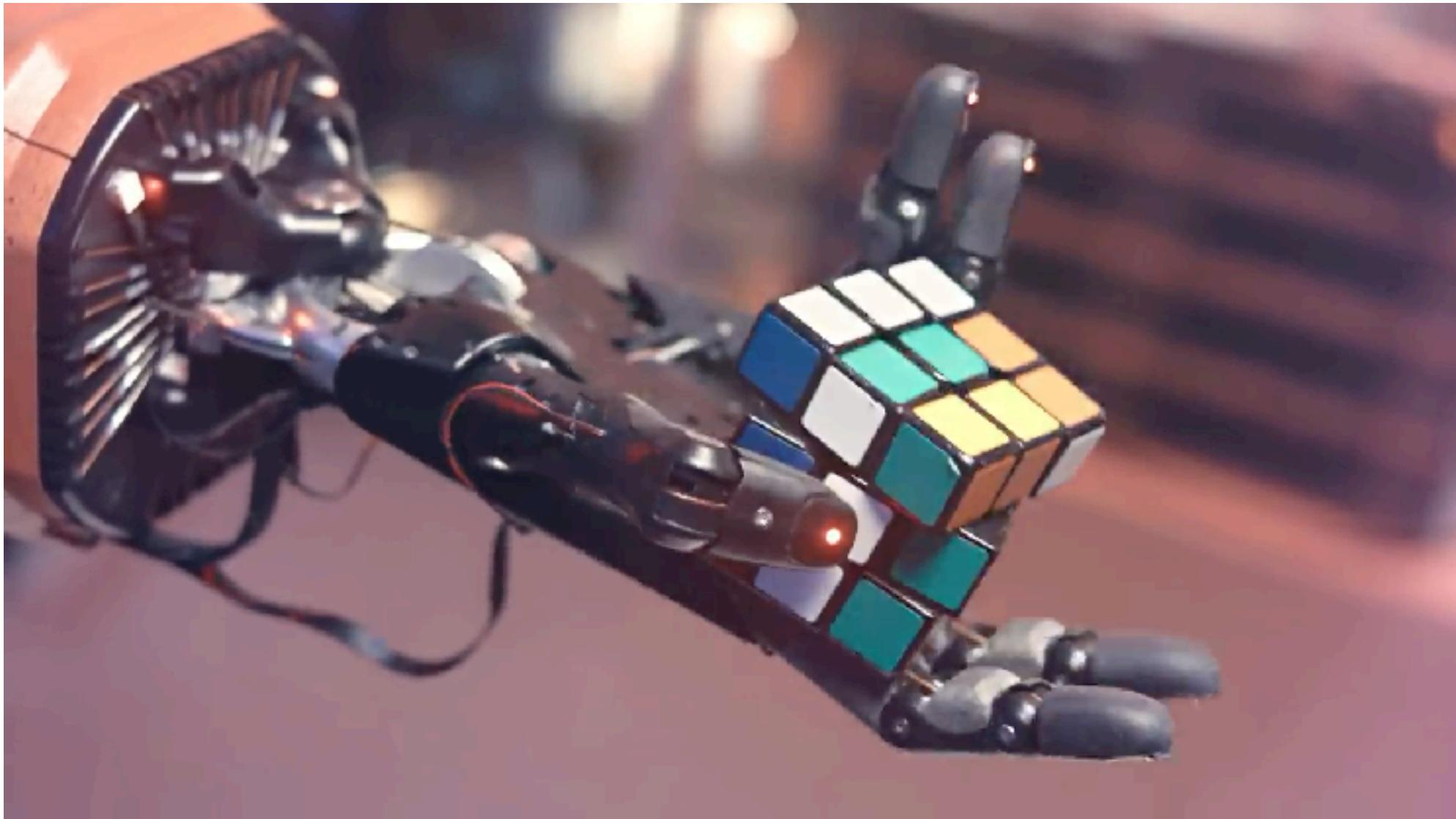
<https://deepcube.igb.uci.edu/>

## 蛇足：学術ニュース 3

Solving Rubik's Cube with a Robot Hand (OpenAI)

<https://openai.com/blog/solving-rubiks-cube/>

<https://arxiv.org/abs/1910.07113>



# まとめ：「小1にルービックキューブを教えてみた」

- ルービックキューブとは？
- コロナ禍と第三次ブーム・40周年・特許失効後の新世界
- 理論(数学)的側面と実践(スポーツ)的側面
- 3x3x3を何もみずとにとく簡単な方法 (New Takahashi Method)
- CFOPへの道 (4LLL = 2-look OLLと2-look PLL)
- 3x3x3と他のパズル(2x2x2, 4x4x4, 5x5x5, メガミンクス)の関係
- あなたの知らない競技キューブの世界？  
(WCA公式17競技、世界ランカー、競技用キューブなど)
- おまけ：2x2x2の解き方 (小1の娘の自由研究)

# 2×2×2の ルービックキューブについて



## もくでき

2×2×2のルービックキューブのやりかたをけんきゅうします。

## きっかけ

- たのしさをし、てもらいたかたからです。
- できればみんなにできるようにな、てもらいたかたからです。

## たのしいところ

- そろえられるときもちがいいです。
- はやくできたらたのしくて、かっこいいからです。

## むずかしいところ

- ブロックがくついてるので、すきなところにうごかせません。
- いろをそろえようとすると、もうそろえていろいろがばらばらになってしまいます。

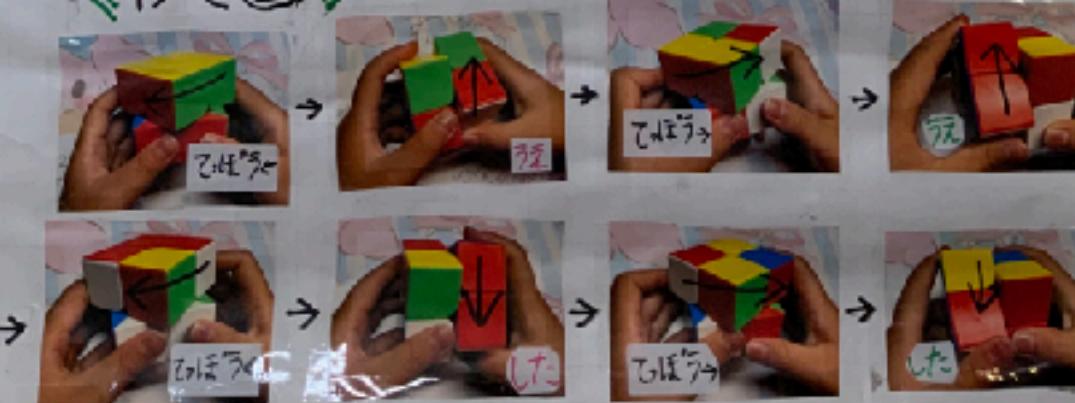
## やりかた

1. わざ①とわざ②をおぼえればそろえられます。

### 《わざ①》



### 《わざ②》



わざ①

(右) • 上 • • 下

わざ②

(右) • 上

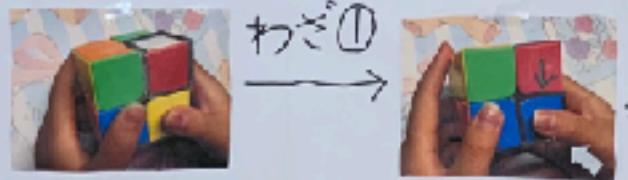
(左) • 上

(右) • 下

(右) • 下

U面のコーナー3点置換

2. まず“わざ①”でしたのいろをそろえます。



わざ①  
むさがあうまで、  
くりかえします。

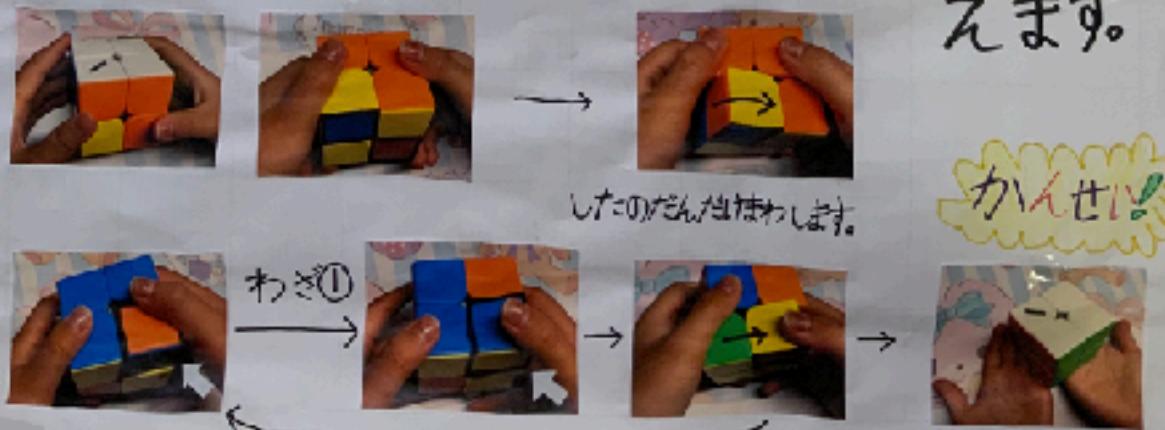
3. したのだとそろえるときよのいろもそろえます。



4. よこのいろをみて、わざ②でうえの4つのブロックのばしをそろえます。



5. わざ①をつかって、よこのいろをそろえます。  
さかさまにします。



下1面完成

by わざ①

PLL

by わざ②

OLL

by わざ①

## かんそく

- ・ ルービックキューブのなかみはどうなってるのかなあとおもいました。
- ・ なぜ、まわしてもばらばらにならないのかなあとおもいました。
- ・ やりかたはいろいろあるんだなあとおもいました。

## つきへのめあて

- ・ 中みがどうなってるか比べたいです。
- ・ ルービックキューブをさらにねんしゅうして、4×4×4や、めかくしきうぎなどにちょうどんしてみたいです。

# A01話題提供(?)：理論的な最適解法 vs 人間にとつての最適解法

- ルービックキューブは数学的な構造がよくわかっている置換パズル
- 理論的な最小手数もわかっているし、求解アルゴリズムも実装もある

↑  
↓ この溝に新しい概念に基づいたアルゴリズム・最適化はある？

- トップキューバーも愛好家も理論的な最適解法とは全く違う方法で解く
- 理論的な最適ソルブは手数は最小だが、認知オーバヘッドが大き過ぎて実用性が皆無なため（実用上の最速ソルブを達成するのに使えない）
- 入門者（小1）や初心者にはさらに認知・記憶しやすい解法が求められる  
e.g. T-Method や 簡易CFOP など「個別最適な」解法？  
CFOP vs Roux vs ZZ vs Petrus vs その他の「良さ」の評価？