

第一题:

7.1 Suppose that we decompose the schema $R = (A, B, C, D, E)$ into

$$\begin{aligned} &(A, B, C) \\ &(A, D, E). \end{aligned}$$

Show that this decomposition is a lossless decomposition if the following set F of functional dependencies holds:

$$\begin{aligned} &A \rightarrow BC \\ &CD \rightarrow E \\ &B \rightarrow D \\ &E \rightarrow A \end{aligned}$$

解:

我们知道, 如果 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1$ 或 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_2$, 则分解 $\{R_1, R_2\}$ 是无损分解。

由题目可以知道, $R_1 = (A, B, C)$, $R_2 = (A, D, E)$, $R_1 \cap R_2 = A$, $A \rightarrow BC$, 所以 $A \rightarrow ABC$ 。

$B \rightarrow D$ 由此可以知道 $R_1 \cap R_2 \rightarrow R_1$

因此得证。

第二题:

7.6 Compute the closure of the following set F of functional dependencies for relation schema $R = (A, B, C, D, E)$.

$$\begin{aligned} &A \rightarrow BC \\ &CD \rightarrow E \\ &B \rightarrow D \\ &E \rightarrow A \end{aligned}$$

List the candidate keys for R .

因为 $A \rightarrow BC$, 可以知道 $A \rightarrow B$, $A \rightarrow C$ 。

又因为 $A \rightarrow B$, $B \rightarrow D$, 可以知道 $A \rightarrow D$ 。

又因为 $A \rightarrow CD$, 而且 $CD \rightarrow E$, 可以知道 $A \rightarrow E$ 。

又因为 $A \rightarrow A$, 可以知道 $A \rightarrow ABCDE$ 。

又因为 $E \rightarrow A$, 可以知道 $E \rightarrow ABCDE$ 。

又因为 $CD \rightarrow E$, 可知道 $CD \rightarrow ABCDE$ 。

因为 $B \rightarrow D$, $BC \rightarrow CD$, 可以知道 $BC \rightarrow ABCDE$ 。

所以候选键是 A 、 BC 、 CD 和 E 。

第三题:

7.27 Use Armstrong's axioms to prove the soundness of the decomposition rule.

解：

我们使用 Armstrong 公理来证明分解规则的合理性。

对于任意的 $A \rightarrow BC$ ，我们有自反性可知， $BC \rightarrow B$ ， $BC \rightarrow C$

有传递性可以知道 $A \rightarrow BC$ ， $BC \rightarrow B$ ， $BC \rightarrow C$ 。因此可知 $A \rightarrow B$ ， $A \rightarrow C$ 。

第四题：

7.30 Consider the following set F of functional dependencies on the relation schema (A, B, C, D, E, G) :

$A \rightarrow BCD$

$BC \rightarrow DE$

$B \rightarrow D$

$D \rightarrow A$

- Compute B^+ .
- Prove (using Armstrong's axioms) that AG is a superkey.
- Compute a canonical cover for this set of functional dependencies F ; give each step of your derivation with an explanation.
- Give a 3NF decomposition of the given schema based on a canonical cover.
- Give a BCNF decomposition of the given schema using the original set F of functional dependencies.

(1) 求 B 的闭包 B^+

给定关系模式 (A, B, C, D, E, G) 上的函数依赖集合 F ：

$A \rightarrow BCD$

$BC \rightarrow DE$

$B \rightarrow D$

$D \rightarrow A$

要计算 B^+ ，即 B 的闭包。

首先，将 B 添加到 B^+ 中。然后，使用 F 中的函数依赖来推导出其他属性。

根据 $B \rightarrow D$ ，将 D 添加到 B^+ 中。

根据 $D \rightarrow A$ ，将 A 添加到 B^+ 中。

根据 $A \rightarrow BCD$ ，将 C 添加到 B^+ 中。

根据 $BC \rightarrow DE$ ，将 E 添加到 B^+ 中。

因此， $B^+ = \{A, B, C, D, E\}$ 。

(2) 证明 AG 是一个超键

给定关系模式 (A, B, C, D, E, G) 上的函数依赖集合 F ：

$A \rightarrow BCD$

$BC \rightarrow DE$

$B \rightarrow D$

$D \rightarrow A$

要证明 AG 是一个超键，即 AG^+ 包含关系模式中的所有属性。

我们有 $A \rightarrow A$ 和 $G \rightarrow G$ 。因此， $AG \rightarrow AG$ 。

因为 $A \rightarrow A$ 。因此， $A \in AG^+$ 。

又因为 $G \rightarrow G$ 。因此， $G \in AG^+$ 。

因为 $A \rightarrow BCD$ ，所以 $A \rightarrow B$ ， $A \rightarrow C$ ， $A \rightarrow D$ 。

因为 $A \rightarrow BCD$ ， $BC \rightarrow DE$ ，所以 $A \rightarrow E$ 。

又因为上面已经证明了 $A \rightarrow A$ ， $A \rightarrow B$ ， $A \rightarrow C$ ， $A \rightarrow D$ ， $A \rightarrow E$ 。

所以 $A \rightarrow ABCDE$ ， $AG \rightarrow ABCDEG$

即 AG 是一个超键。

(3) 计算 F 的规范覆盖

给定关系模式 (A, B, C, D, E, G) 上的函数依赖集合 F ：

$A \rightarrow BCD$

$BC \rightarrow DE$

$B \rightarrow D$

$D \rightarrow A$

对上面的依赖全部展开可以知道：

$A \rightarrow B$ ， $A \rightarrow C$ ， $A \rightarrow D$ ， $BC \rightarrow D$ ， $BC \rightarrow E$ ， $B \rightarrow D$ ， $D \rightarrow A$ 。

可以知道对上式，若删去 $A \rightarrow D$ ，可以知道 $A^+ = \{A, B, C, D, E\}$ ，所以是冗余的

对于 $BC \rightarrow D$ ，若删去，可以知道 $BC^+ = \{A, B, C, D, E\}$ ，所以是冗余的。

其余就没有了，所以

$F = \{A \rightarrow BC, BC \rightarrow E, B \rightarrow D, D \rightarrow A\}$

(4) 将关系模式分为 3NF

根据上面的依赖可以创建关系模式：

可以创建 $R_1(A, B, C)$ ， $R_2(B, C, E)$ ， $R_3(B, D)$ ， $R_4(D, A)$ 。

上述 G 未被包含，需要添加划分，所以 $R_5(A, G)$

之后我们去验证上面的的关系模式是否符合 3NF。

对于 $R_1(A, B, C)$ ，有 $A \rightarrow BC$ 符合 3NF。

对于 $R_2(B, C, E)$ ，有 $BC \rightarrow E$ 符合 3NF。

对于 $R_3(B, D)$ ，有 $B \rightarrow D$ 符合 3NF。

对于 $R_4(D, A)$ ，有 $D \rightarrow A$ 符合 3NF。

对于 $R_5(A, G)$ 也符合 3NF。

因此，上述关系模式可以分解为 3NF。