Aplicacion de tecnicas de estimacion y prueba de hipotesis

Caso: tendencias socio-economicas de algunas lineas de carrea de Ingenieria de sistemas

Alvarez Bautista Burga Casanova Cuyate

Facultad de Ingenieria Industrial y de Sistemas
Universidad Nacional de Ingenieria

Octubre 2022

Tabla de Contenido

Tabla de Contenido

Problematica

- Empiricamente se observa que en el mundo la precarizacion del trabajo se acrecenta cada vez mas, de igual modo con la evolucion de personas casadas y los salarios promedio de los jovenes
- Con motivo de generar informacion util para la prediccion de estas tendencias socio-economicas se ha procedio a realizar un analisis estadistico sobre 9 hipotesis planteadas

Tabla de Contenido

Objetivos del trabajo

General

Generar informacion relevante para la prediccion de tendencias socio-economicas en el mundo tomando como referencia datos provenientes de distintos paises.

Hipotesis especificas

- La distribucion de ingresos de sigue la ley normal
- La distribución de ingresos de los trabajadores en software no sigue una distribución exponencial
- Las distribuciones de Delhi y Bangalore provienen de la misma poblacion
- En paises desarrollados existe una mayor cantidad de mujeres con puestos de trabajos relacionados a ingenieria que en paises en via de desarrollo
- Los cientificos de datos poseen un mejor distribucion de ingresos que los ingenieros de datos
- El sector *(publico / privado)* al que pertenece un trabajador es causa de la diferencia de salarios

Hipotesis especificas

- Las personas que trabajan una cantidad de horas superior a la media tienen una mejor destribucion de ingresos que aquellas que no lo hacen
- Las personas de mediana edad poseen una mejor distribucion de ingreso que las personas jovenes
- El promedio de ingresos de la poblacion mexicana es mayor que la peruana

Cada hipotesis tiene asociado el objetivo de comprobar o rechazar la suposicion

Tabla de Contenido

Sobre los demas objetivos en general

Se consideraron las hipotesis de tal forma que brinde información relevante para el análisis del mercado laboral para los egresados de la carrera de *Ingenieria de sistemas*

Acerca de la forma de las distribuciones

Antes de realizar cualquier tecnica de inferencia es necesario conocer la forma de las distribuciones, incluso antes de analizar la varianza

Sobre el analisis a realizar

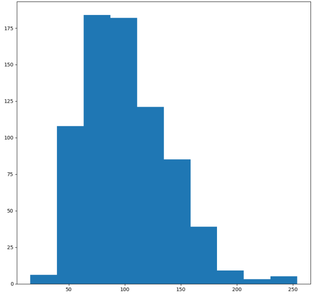
Si bien se puede realizar **ANOVA** [1]para cualquier distribucion las tecnicas de test parametricos requieren de la normalidad para admitir un error de tipo 1 del 5 %

[1] *Analysis of Variance*

Tabla de Contenido

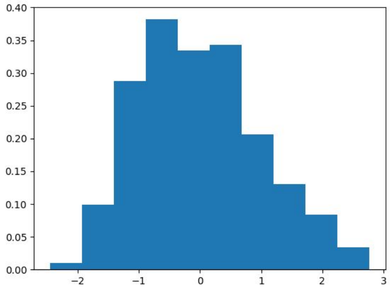
Hipotesis 1

Figura: Data sin estandarizar



Hipotesis 1

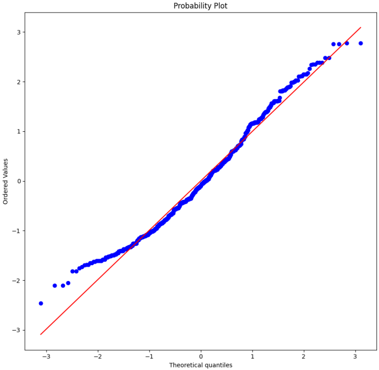
Figura: Data estandarizada y sin outliers



Puede parecer una distribucion Normal

Hipotesis 1

Figura: Grafica Q-Q



Se aleja de la distribucion normal

Se aplicó el test de *Jarque-Bera*, para comprobar si la muestra presenta una **curtosis** y **asimetria** correspondientes a una ley normal.
El estadistico de *Jarque Bera* es asintoticamente un estimador de una *Chi-Cuadrado* (χ_n^2) y toma como hipotesis nula que los datos de la muestra siguen la ley normal

Test de Jarque-Bera

$$\mathbf{JB} = \frac{n}{6}(S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^3)$$

Siendo n los grados de libertad

Estimadores de momentos centrales

- Tercer Momento Central

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3}$$

- Cuarto Momento Central

$$K = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4}$$

Adicionalmente, se usara el test de *Kolmogorov-Smirnov*, donde se plantea que la distribucion de ingresos en la poblacion de ciencia de datos no sigue la ley normal y se comparará con la funcion acumulada teoria de esta

$$H_1 : \text{La distribucion de ingresos } \textbf{NO sigue} \text{ la ley normal}$$

$$H_0 : \text{La distribucion de ingresos } \textbf{SIGUE} \text{ la ley normal}$$

Conclusiones hipotesis 1

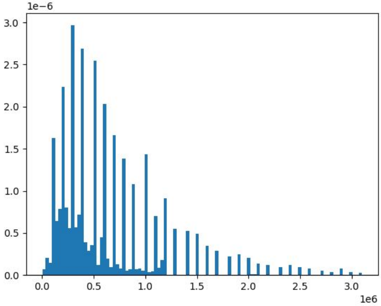
El test K-S y el de Jarque-Bera muestran los siguientes p-values.

```
Desarrollo de la primera hipótesis
Jarque_beraResult(statistic=24.54482110101632, pvalue=4.679072972302300̸6e-06)
KstestResult(statistic=0.061898221291961375, pvalue=0.007064124010629 26)
```


```
Desarrollo de la primera hipótesis
Jarque_beraResult(statistic=24.54482110101632, pvalue=4.6790729723023006e-06)
KstestResult(statistic=0.061898221291961375, pvalue=0.00706412401062926)
```

Hipotesis 2

Figura: Distribución de ingresos de ingenieros de software en la India



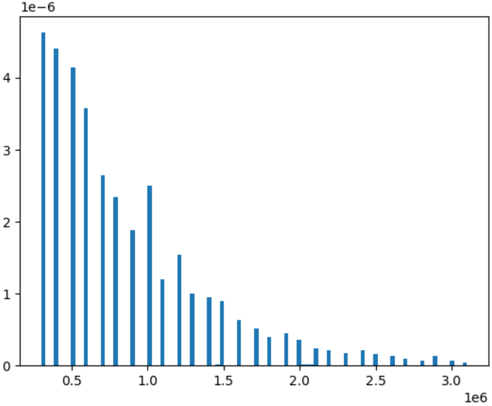
se puede notar como existen *2 grupos en la poblacion*

Distribución de los trabajadores en software

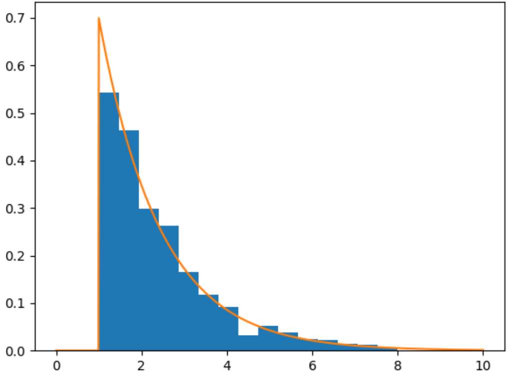
Aplicacion del test **Kolmogórov-Smirnov**

En este caso se va a comprar la funcion de distribucion acumulada observada con la de la distribucion teoria de una exponencial

Separando grupos aparentes



Ajustando Curva



Funciones acumuladas

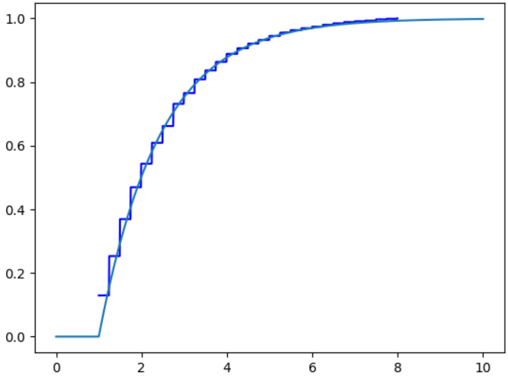
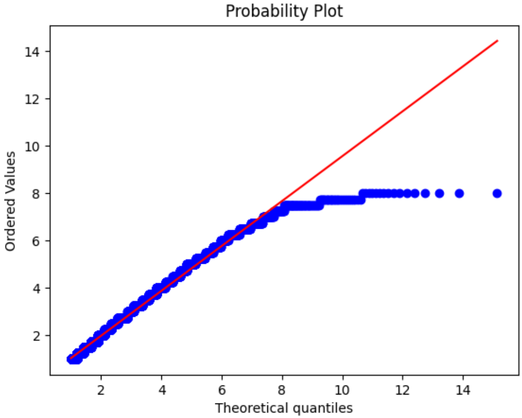


Grafico P-P


Probability Plot
Ordered Values
Theoretical quantiles
2
4
6
8
10
12
14

Conclusiones

De acuerdo al p-value obtenido no se puede rechazar la hipótesis nula

```
Length of list:  11128
KstestResult(statistic=0.129449368008136, pvalue=1.4083532442224077e-201)
```

Hipotesis 3

Se aplicó el test de *Kruskal-Wallis* con la finalidad de:

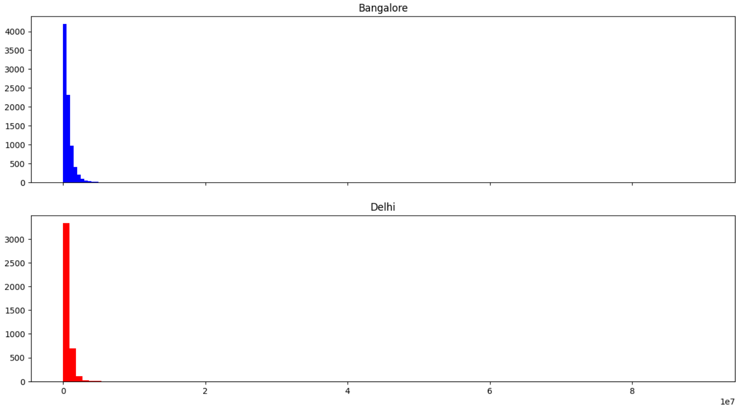
- Verificar si las muestras de Delhi y Bangalore provienen de poblacines distintas
- Comprobar si las 2 poblaciones difieren significativamente

Para esto se realizo un procedimiento similar al de la hipotesis anterior

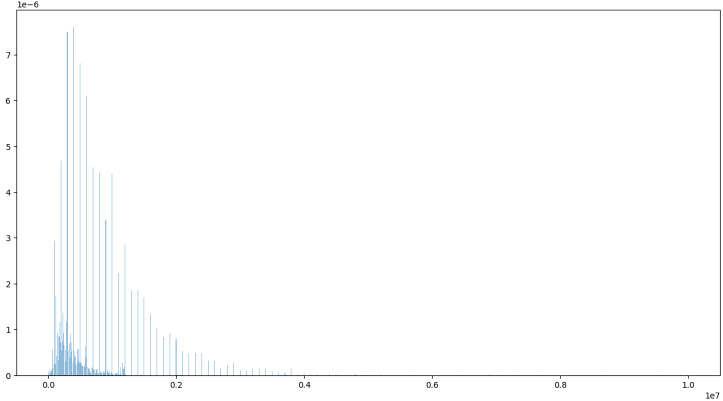
Consideracines del test

El test de Kruskal-Wallis es el sustituto no parametrico del .ºne way ANOVA", en el cual se necesita un factor independiente

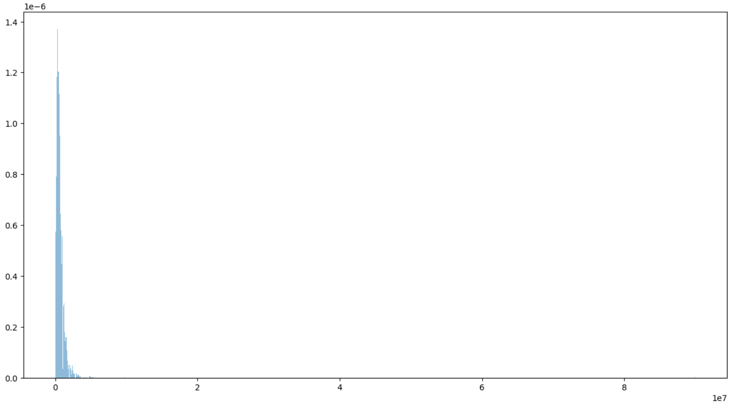
Graficas de ambas ciudades



Graficas de Bangalore sin filtrar



Graficas de Delhi sin filtrar



Resultados test

```
Kuskal Wallis Test
KruskalResult(statistic=41.02997485512918, pvalue=1.4991231167533473e-10)
```

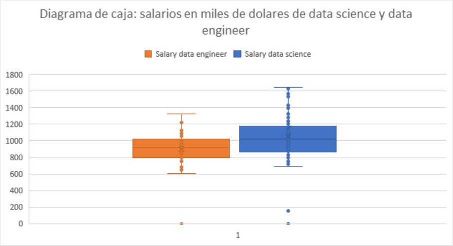
Conclusiones

1. Aparecen 2 grupos en la poblacion de Bangalore
2. Las distribuciones siguen la ley exponencial, solo varia su parametro de escalamiento

Comparacion de salarios DC y DI

$$X_1 : \text{Salario de cientifico de datos} \rightarrow \overline{X_1} = 1061{,}79389312977, {\sigma_1}^2 = ?$$

$$X_2 : \text{Salario de ingeniero de datos} \rightarrow \overline{X_1} = 916{,}603773584, {\sigma_2}^2 = ?$$



Test de hipotesis

Como se puede observar las alturas de ambas son diferentes, por lo que se puede considerar que existe una diferencia significativa entre ambas varianzas poblacionales.

Luego:

Estadisitico de prueba es:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_{(v)}$$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

Con un nivel de significancia de: $\alpha = 0{,}05$

Reemplazamos datos:

t = 4,74240775380578

v = 149

Region crítica:

$$t_{(149;\,0{,}95)} = 1{,}65514453379796$$

Decisión:

Se rechaza H_0 (hipotesis nula) al ser el valor critico es menor que el valor del estadistico de prueba.

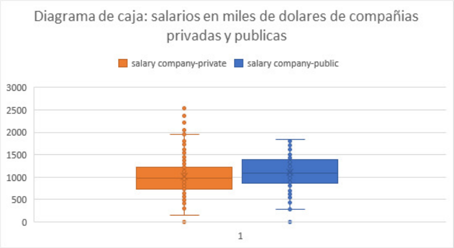
Conclusión:

Con un NS de 5% en informacion de las muestras, no existe evidencia suficiente para afirmar que los salarios de los data science son mayores que los de data engineer. Se podria afirmar que este salario tambien depende del tipo de empresa en donde se trabaje, ubicacion de la mepresa en que se trabaja, al sector en que se necesite uno de estos tipos de profesionales, etc.

Comparacion de salarios publico y privado

$$X_1 : \text{Salario publico} \rightarrow \overline{X_1} = 1110{,}3886, {\sigma_1}^2 = ?$$

$$X_2 : \text{Salario privado} \rightarrow \overline{X_privado} = 1020{,}8170, {\sigma_2}^2 = ?$$



Test de hipotesis

Luego:
$H_0: \mu_1 \leq \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 \leq 0$
$H_1: \mu_1 > \mu_2 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 > 0$

Estadisitico de prueba es:

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_{(v)}$$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{S_2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}}$$

Con un nivel de significancia de: $\alpha = 0{,}05$
Reemplazamos datos:
t = 2,93398952326531
v = 436
Region crítica:

$$t_{(436;\, 0{,}95)} = 1{,}64835599316749$$

Decisión:
Se rechaza H_0 (hipotesis nula) al ser el valor critico menor que el valor del estadistico de prueba.

Conclusión:
Con un NS de 5% en informacion de las muestras, no existe evidencia suficiente para afirmar que los salarios en compañias publicas son mayores que en las privadas. Se podria afirmar que este salario de acuerdo al tipo de empresa , depende a la ubicacion de la empresa, al sector que pertenezca, etc.

Distribucion de ingresos segun edad

H0	P1=P2
H1	P1<P2
RC	Z<-1.645
P1	0.161470865
P2	0.3536413
Pc	0.240809557
Qc=1-Pc	0.759190443
ES	0.004812733
Z	-39.92958611

El Z está en la regió critica, por lo tanto H0 se rechaza. Las personas de mediana edad poseen una mejor distribución de ingreso que las personas jóvenes

Distribucion de proporciones ingresos segun edad

H0	Pper=Pmex
H1	Pper<Pmex

RC	Z<-1.645
Pper	0.064516129
Pmex	0.051321928
Pc	0.051928783
Qc=1-Pc	0.948071217
ES	0.040800752
Z	0.323381307

El Z no está en la región critica, por lo tanto H0 se acepta al nivel 5% y concluir que son iguales las proporciones de salarios mayores a 2500

Comprobar que las personas que trabajan una cantidad mayor que la media perciben mejores ingresos

hours-per-week >50k		*hours-per-week (<=50k)*	
Media	45.4036333	Media	38.8528593
Error típico	0.18992852	Error típico	0.11901377
Mediana	40	Mediana	40
Moda	40	Moda	40
Desviación estándar(s1)	11.2731815	Desviación estándar (s2)	12.5608872
Varianza de la muestra	127.084621	Varianza de la muestra	157.775888
Curtosis	4.29634675	Curtosis	2.91139626
Coeficiente de asimetría	0.64024536	Coeficiente de asimetría	0.24283729
Rango	98	Rango	98
Mínimo	1	Mínimo	1
Máximo	99	Máximo	99
Suma	159957	Suma	432782
Cuenta(n1)	3523	Cuenta(n2)	11139
Nivel de confianza(95.0%)	0.37238102	Nivel de confianza(95.0%)	0.23328806

Para muestras grandes:

$$ET = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

$$Z = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{ET}$$

Dado un error maximo permitido $\alpha = 0{,}05$, con H_1 indicando una cola unilateral hacia la derecha $\rightarrow RC = Z > 1{,}645$

$$Z_{cal} = \frac{45{,}4036}{38{,}8528} = 29{,}2267$$

Como $Z_{cal} \in RC$ Se debe rechazar H_0 y concluir que aquellas personas que ganan mas de 50K trabaja en promedio mas que las personas que ganan menos de 50K

Comparar proporciones de trabajadores segun sexo

Sean p_1 y p_2 la proporcion de trabajadores femeninos en *Estados Unidos* y *Mexico* respectivamente

Siendo $n_1 = 14662,\ x_1 = 4927$ y $n_2 = 308,\ x_2 = 69$ las cantidades totales y de poblacion femenina en ambos paises

Dando como resultados:

$$\hat{p} = \frac{4927 + 69}{14662 + 308} = 0{,}3245$$

$$\text{Error tipico: } \overline{p_1} - \overline{p_2}$$

$$ET = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_1} + \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n_2}} = 0{,}02695$$

$$H_0 : p_1 = p_2$$

$$H_1 : p_1 > p_2$$

Por **TCL**:

$$Z = \frac{\overline{p}_1 - \overline{p}_2}{ET} \sim N(0, 1)$$

Dado un error maximo permitido $\alpha = 0{,}05$, con H_1 indicando una cola unilateral hacia la derecha $\rightarrow RC = Z > 1{,}645$

$$Z_{cal} = \frac{p_1 - p_2}{ET} = 4{,}15530$$

Como $Z_{cal} \in RC$ Se debe rechazar H_0 y concluir que existe una mayor proporcion de mujeres trabajando en ciencia de datos en Estados Unidos que en Mexico; sin embargo, ese analisis no puede ser tan confiable debido a la diferencia del tamaño de las muestras

Otras conclusiones

- Se logra visualizar la formacion de 2 grupos en la poblacion de Bangalore independientemente de la variable de analisis
- La distribucion teoria a la que mejor se aproximan los ingresos es la exponencial, la cual deriva de la distribución *Gamma*
- Los test no parametricos son muy suceptibles a :
    1. outliers
    2. Distribuciones con ligeras desviaciones de las teoricas
    3. Gran cantidad de data