

# Filtrage de Kalman

Italo AGUIAR DO NASCIMENTO PAULINO

Nantes

# 1 Introduction

Dans ce travaux pratique, on modèle un moteur à courant continu commandé par une tension d'induit. La position angulaire du système est mesurée par un codeur incrémental, comme cela n'est pas exact dans la mesure, nous cherchons ainsi à estimer la position angulaire du rotor par une filtrage de Kalman.

## 2 Modélisation et simulation du système

En définissant le vecteur d'état  $x = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \Omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}$ , où  $\theta(t)$  est la position angulaire du rotor mesurée par un codeur incrémental à  $L = 512$  lignes et  $\Omega(t)$  la vitesse de rotation. Nous pouvons utiliser la représentation de l'espace d'état pour décrire le comportement du système:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{G}{T} \end{bmatrix} u$$

$$\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u$$

Pour simuler le système, on supposera une entrée  $u(t)$  centré de période  $\delta = 100ms$  d'amplitude crête à crête  $A = 0.1V$  échantillonné à la période  $T_e = 1ms$  comme le signal suivant:

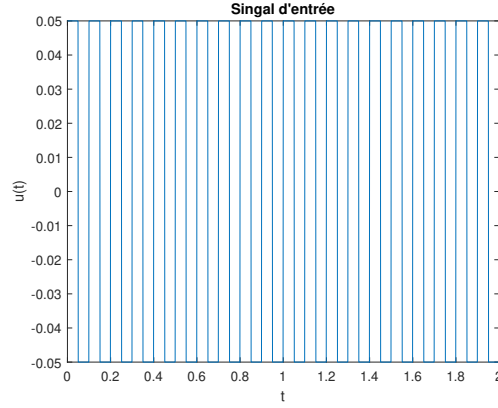


FIG. 1 – *Sinal d'entrée*

Nous pouvons, donc, d'après l'échantillonnage par la méthode l'invariance indicielle simuler le système pour trouver son comportement et les valeurs lues par le codeur. On trouve, donc, le résultat suivant:

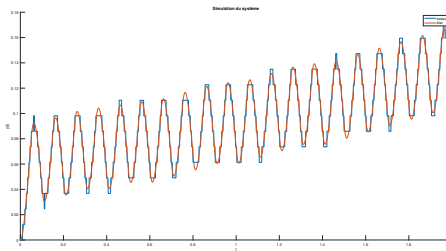
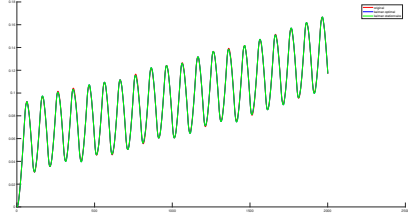


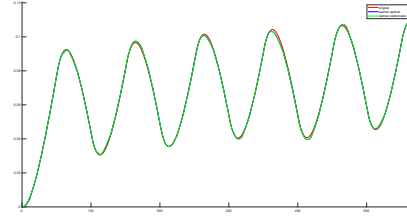
FIG. 2 – *Sinal d'entrée*

## 3 Estimation par filtrage de Kalman

En supposant un bruit blanc  $w_n$  pour le codeur incrémental ( $y_n = \theta_n + w_n$ ) et un autre bruit blanc  $v_n$  dans l'entrée réelle du système ( $u_n b = u_n + v_n$ ), nous pouvons, donc, modéliser le système comme un processus stochastique et appliquer le filtre de Kalman.



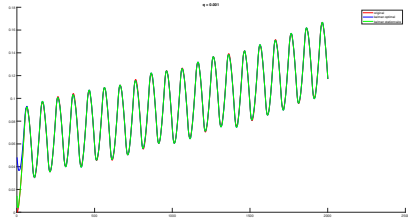
(a) Simulation Kalman optimal et stationnaire



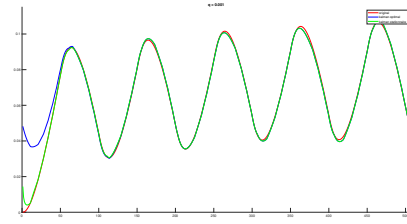
(b) Simulation Kalman optimal et stationnaire (zoom)

FIG. 3 – *Comparaison des simulation kalman optimal et stationnaire*

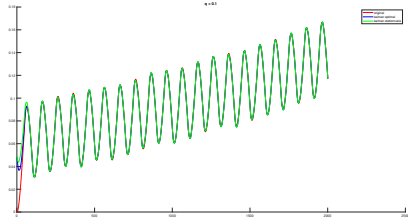
## 4 Simulations



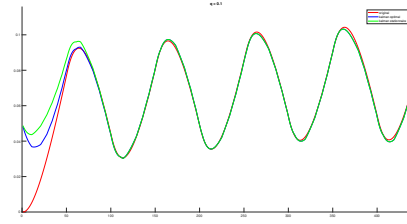
(a) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=0.001$



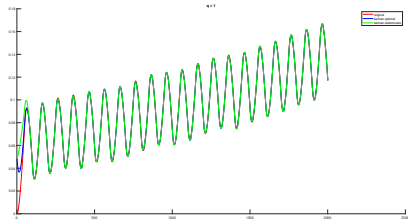
(b) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=0.001$  (zoom)



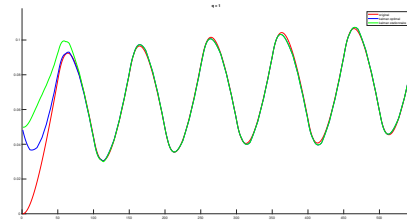
(c) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=0.1$



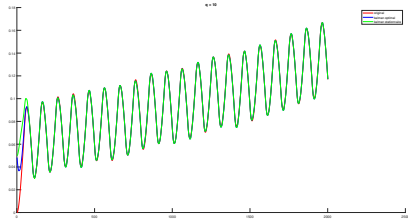
(d) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=0.1$  (zoom)



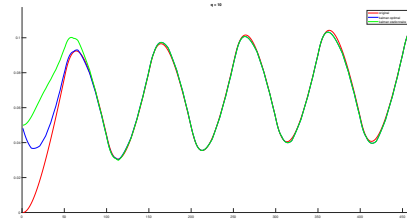
(e) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=1$



(f) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=1$  (zoom)



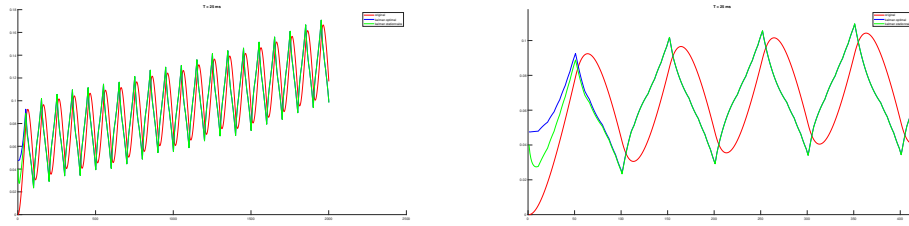
(g) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=10$



(h) Simulation Kalman optimal et stationnaire  $q=10$  (zoom)

FIG. 4 – *Comparaison des simulation kalman optimal et stationnaire avec un valeur de  $q$  différent*

Dans les exemples de simulation, nous voyons que la convergence est assez rapide, car nous avons une bonne modélisation du système. La variance du bruit blanc peut influencer l'estimation, mais comme les paramètres du système sont bien connus, le filtre s'adapte assez rapidement. L'influence de ses arguments sont présentes principalement dans l'estimation initiale du comportement.



(a) Simulation Kalman optimal et stationnaire -  $T=25\text{ms}$  (b) Simulation Kalman optimal et stationnaire (zoom) -  $T = 25\text{ms}$

FIG. 5 – *Comparaison des simulation kalman optimal et stationnaire pour le système imprécis*

Dans le cas où nous avons des informations imprécis sur le système, nous voyons que le filtre a vraiment du mal dans l'estimation. Comme il n'a pas un bon modèle, il est basé sur les données et le filtre qu'on a modélisé dépend beaucoup dans le modèle.

## 5 Conclusion

Dans ce travaux pratique, nous avons pu travailler sur le filtre de Kalman et sur la modélisation de système linéaires. Nous avons pu remarquer l'influence des paramètres et du modèle du système dans les résultats du filtre.