IML - תרגיל בית 2
מגיש: [redacted]

שאלה 1

[redacted]

$\Rightarrow$

$\exists \lambda \neq 0 \; \lambda \in \ker(A^T)$ - קיים

$\Leftarrow$

$\exists \lambda \neq 0 \; \lambda \in \ker(A^T) \rightarrow \vec{0} = A^T\lambda \neq \vec{0} = A^T\lambda$

$\exists \lambda \neq 0 \; \lambda \in \ker(A^T) \Leftrightarrow A^T\lambda = \vec{0} \rightarrow \|A^T\lambda\| = 0 \Leftrightarrow \lambda^T A = \vec{0} \rightarrow \lambda^T A \lambda = \vec{0} = \lambda^T \vec{0}$

[redacted]

$\exists \lambda \neq 0 \; \lambda \in \ker(A^T)$ - קיים $\Leftarrow$ קיים $\lambda \neq 0$ כך ש- $\lambda^T A = \vec{0}$

$\lambda^T A = \vec{0} \Leftrightarrow A^T \lambda = \vec{0} \Leftrightarrow \langle \lambda, A \rangle = m_{\lambda^T}(A) \Leftrightarrow m_{\lambda^T}(A) = 0$

$\exists M \neq 0 \; M \in I(A)$ ולכן קיים $M \neq 0$ כך ש-

$\exists M \neq 0 \; M \in I(A) \Leftrightarrow \exists M \neq 0 \; X = MA$ כך ש-

$\exists \lambda \neq 0 \; \lambda \in \ker(A^T) \rightarrow \lambda^T A = 0 \rightarrow \langle A, \lambda^T \rangle = 0$

$\exists \lambda \neq 0 \; \lambda \in \ker(A^T)$ - קיים $\Leftarrow$ קיים $\lambda \neq 0$ כך ש- $\lambda^T A = 0$

$\lambda^T A = 0 \Leftrightarrow A^T \lambda = 0 \Leftrightarrow \langle A, \lambda \rangle = m_{A^T}(0) \Leftrightarrow m_{A^T}(0

יב. כתוב תנאים –

כלומר x^+x הוא הפיכה, אזי מטריצה אורתוגונלית x נקראת

הוכח שמטריצה x היא אורתוגונלית $\Leftrightarrow$ העמודות של x מהוות בסיס אורתונורמלי

$\Leftarrow$ $x^+x=I$ אזי x הפיכה, ומתקיים $x^{-1}=x^+$

$\Rightarrow$ $x^+x=I$ אזי x הפיכה, ומתקיים $x^{-1}=x^+$

x אורתוגונלית $\Leftrightarrow$ $x^+x=I$

$x^+x=I$ אזי x הפיכה, ומתקיים $x^{-1}=x^+$

x אורתוגונלית $\Leftrightarrow$ העמודות של x מהוות בסיס אורתונורמלי

$

7. ~~הוכח~~ הוכיחו באינדוקציה כי $(A^T)^k = (A^k)^T$ לכל $k \in \mathbb{N}$.

בסיס: עבור $k=1$ שוויון נכון באופן טריוויאלי $(A^T)^1 = (A)^T$.

נניח נכונות עבור k ונוכיח עבור $k+1$:

$$(A^T)^{k+1} = (A^T)^k \cdot A^T = (A^k)^T \cdot A^T = (A \cdot A^k)^T = (A^{k+1})^T$$

8. תהי A הפיכה. נוכיח כי A^T מהווה פתרון יחיד למשוואה $AX = I$.

ראשית, $X = A^{-1}$ מהווה פתרון, שכן $AA^{-1} = I$.

יחידות: נניח X, Y שני פתרונות למשוואה, כלומר $AX = I$ ו-$AY = I$.

$$AX = AY \Rightarrow A(X - Y) = 0$$

$$\Rightarrow X - Y = A^{-1}0 = 0 \Rightarrow X = Y$$

9. נניח A הפיכה. נוכיח כי A^{-1} הפיכה ומתקיים $(A^{-1})^{-1} = A$.

A^{-1} הפיכה שכן $AA^{-1} = I$ ו-$A^{-1}A = I$, כלומר A היא ההופכית של A^{-1}.

$$(A^{-1})^{-1} = A$$

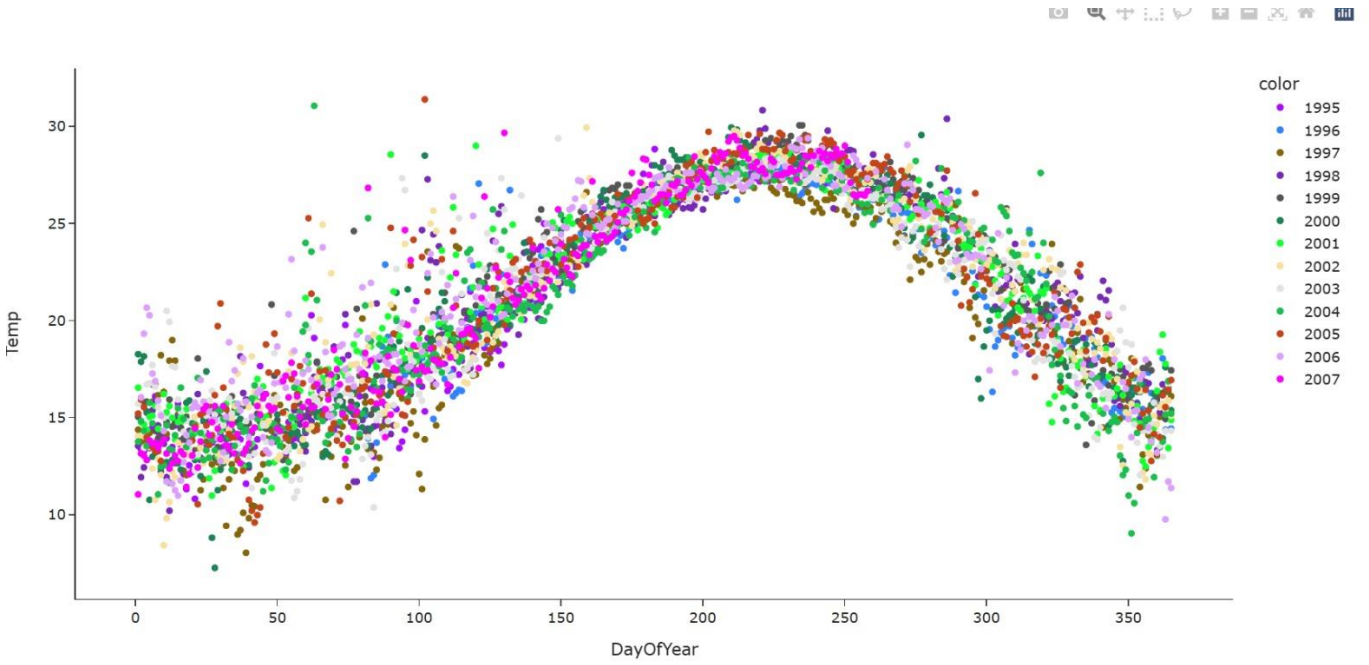
10. נניח A הפיכה. נוכיח כי A^T הפיכה ומתקיים $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

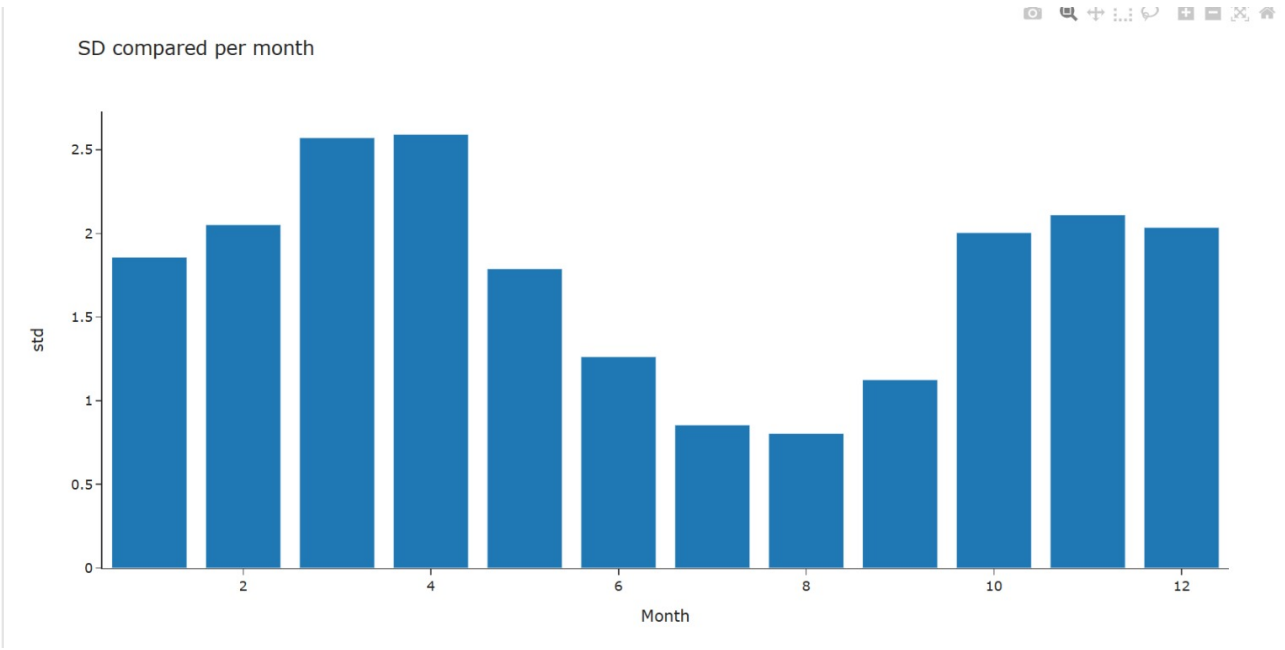
$$A^T(A^{-1})^T = (A^{-1}A)^T = I^T = I$$

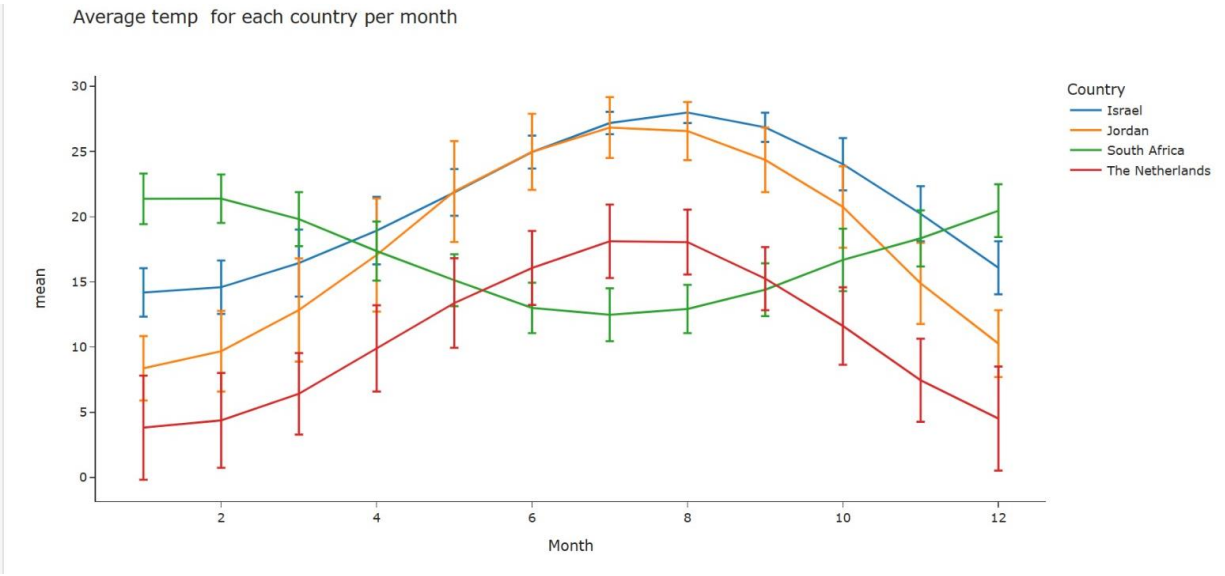
$$(A^{-1})^T A^T = (AA^{-1})^T = I^T = I$$

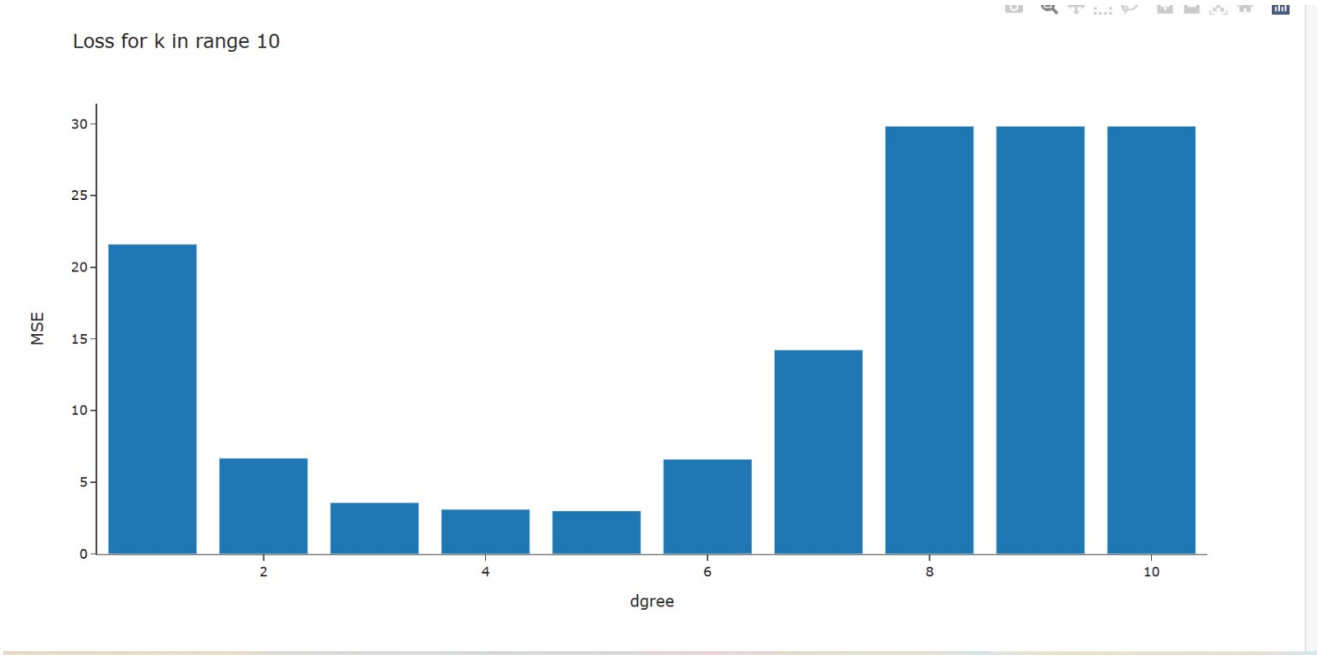
לכן A^T הפיכה ו-$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

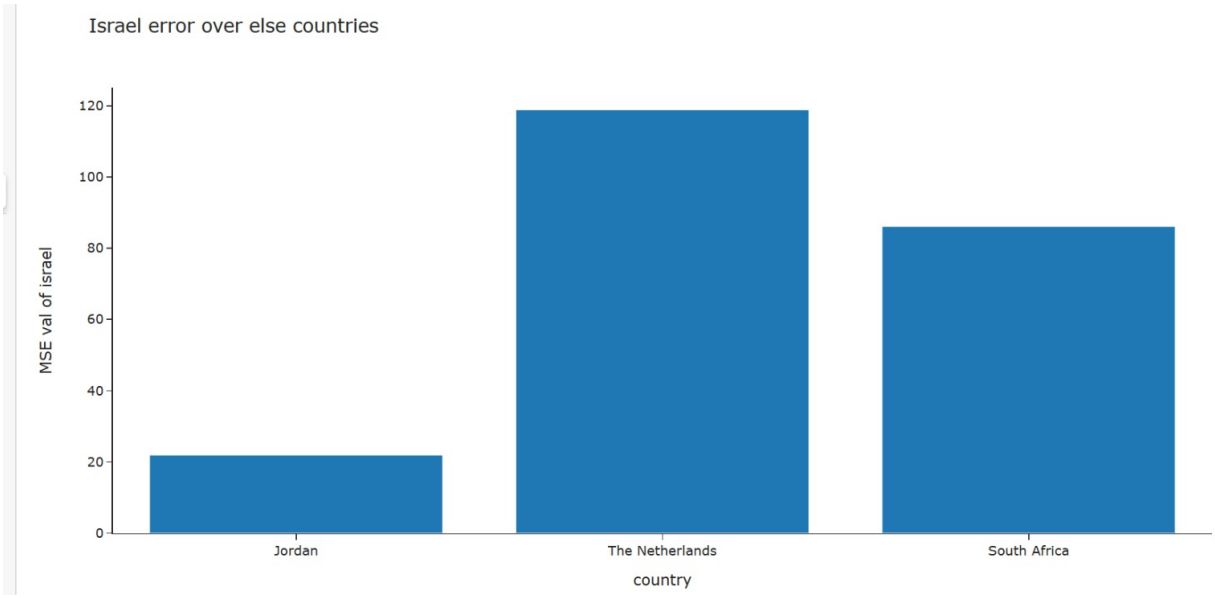
והנה התשובות של הגרפים שיצאו עבור השאלות בקוד






Average temp for each country per month
mean
Month
Country
Israel
Jordan
South Africa
The Netherlands


Loss for k in range 10
MSE
dgree


Israel error over else countries
MSE val of israel
120
100
80
60
40
20
0
Jordan
The Netherlands
South Africa
country