

**בחינה סופית - מועד ב'  
תורת הסיבוכיות  
חורף תשס"א**

**הנחיות:**

1. הבחינה עם חומר סגור.
2. נמקו את כל תשובותיכם.
3. התחילו כל תשובה בדף חדש.
4. בפתרון כל סעיף מותר להסתמך על טענות המופיעות בסעיפים קודמים.
5. מומלץ לא "להתקע" זמן רב מדי על אף סעיף.
6. משך הבחינה – 3 שעות.

**בהצלחה!**

### שאלה 1 (16 נקודות)

נתון שקיים אלגוריתם פולינומי שבהנתן פסוק 3CNF  $\varphi$  מוציא כפלט פסוק 3CNF  $\varphi'$  כך שמתקיים:

$$\begin{aligned}\varphi \in 3\text{SAT} &\Rightarrow \#(\varphi') = 1 \\ \varphi \notin 3\text{SAT} &\Rightarrow \#(\varphi') \leq 0.9\end{aligned}$$

כאשר  $\#(\varphi')$  הוא שיעור הפסוקיות שמסתפקות ב- $\varphi'$ .  
הוכיחו את משפט ה-PCP (כלומר,  $\text{NP} \subseteq \text{PCP}(\log, 1)$ ) על סמך הנתון.

### שאלה 2 (20 נקודות)

(8%) א. הראו (בקצרה) שהרדוקציה שמתוארת במשפט Cook היא רדוקציית log-space.

(12%) ב. הוכיחו:  $L \in \text{NP}$  אם ורק אם קיימת  $L' \in \text{DL}$  כך שמתקיים  $L = \{x : \exists y (x, y) \in L'\}$ .

### שאלה 3 (24 נקודות)

נגדיר את המחלקה  $\text{RL}'$  ע"י השמטת הדרישה של ריצה בזמן פולינומי מהגדרת  $\text{RL}$ .  
כלומר,  $L \in \text{RL}'$  אם ורק אם קיימת מ"ט  $M$  שמשתמשת בזכרון לוגריתמי, כך שמתקיים:

$$\begin{aligned}x \in L &\Rightarrow \Pr_M(x) \geq \frac{1}{2} \\ x \notin L &\Rightarrow \Pr_M(x) = 0\end{aligned}$$

שימו לב שיתכן ש- $M$  כנ"ל לא תעצור.

הוכיחו:

(12%) א.  $\text{NL} \subseteq \text{RL}'$ .

(12%) ב.  $\text{RL}' \subseteq \text{NL}$ .

רמז: למכונת  $\text{RL}'$  יש מס' פולינומי של קונפיגורציות (נמקו בקצרה).

### שאלה 4 (20 נקודות)

תזכורת: בהרצאה ראינו שלרוב הפונק'  $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$  לא קיים מעגל בוליאני בגודל  $2^{\frac{n}{4}} \geq$ .  
הערה: בשאלה זו גודל המעגלים הינו בצמתים.

(10%) א. תהא  $L$  שפה כך שלכל  $n$  קיים עבור  $L_n = L \cap \{0, 1\}^n$  מעגל בגודל  $2^{\frac{n}{4}}$ .

הוכיחו שקיימת מ"ט עם אוב לשפה  $L$  שמשתמשת בזכרון  $O(2^n)$  שבריצתה על קלט  $1^n$  מוצאת את המעגל הראשון לקסיקוגרפית  $C_n$  בגודל  $2^{\frac{n}{4}}$  המזהה את  $L_n$ .

(10%) ב. הוכיחו שקיימת שפה  $L \in \text{DSpace}(2^n)$  שאין לה סדרת מעגלים בגודל  $2^{\frac{n}{4}}$ .

### שאלה 5 (20 נקודות)

(8%) א. הוכיחו שמתקיים  $\text{DTIME}(n)^{\text{DTIME}(n^2)} \subseteq \text{DTIME}(n^3)$ .

(12%) ב. הוכיחו שמתקיים  $\text{DTIME}(n)^{\text{DTIME}(n^2)} \neq \text{DTIME}(n^3)$ .