

# תורת הסיבוכיות (236313)

## חורף תשע"א

מועד א'

4.2.2011

מרצה: פרופ' איל קושילביץ

מתרגל: גדי אלכסנדרוביץ

### הנחיות:

1. המבחן הוא עם חומר סגור.
2. חל איסור מפורש על החזקת אמצעי תקשורת נייד, דוגמת טלפון סלולרי ברשות הנבחן בעת הבחינה.
3. נמקן את כל תשובותיכם.
4. בכל סעיף ניתן לקבל 20% מהניקוד אם במקום תשובה כותבים "לא יודע/ת".
5. מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה או בתרגול, בתנאי שמצטטים אותה באופן מדויק.
6. השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים, כדי לצבור מקסימום נקודות בזמן העומד לרשותכם.
7. משך הבחינה שלוש שעות.

### בהצלחה!

## שאלה 1 (10 נקודות)

הראו כי אם  $NP \subseteq P/\log$  אז  $NP = P$ .

## שאלה 2 (10 נקודות)

נגדיר שפה  $\{\varphi\}$  הוא פסוק CNF בעל לפחות  $k$  השמות מספקות  $SAT_{\geq} = \{(\varphi, k) \mid \varphi \text{ הוא פסוק CNF בעל לפחות } k \text{ השמות מספקות}\}$ .  
הגדירו  $PP$ -שלמות והוכיחו כי  $SAT_{\geq}$  היא  $PP$ -שלמה.

## שאלה 3 (25 נקודות)

נסמן  $DL_i \triangleq DSPACE(\log^i n)$  ו- $NL_i \triangleq NSPACE(\log^i n)$ .  
כמו כן נסמן ב- $NC_i$  את משפחת השפות המתקבלת על ידי משפחות מעגלים בוליאניים  $\logspace$ -יוניפורמיות מגודל פולינומי ועומק  $O(\log^i n)$ .

1. הוכיחו כי לכל  $i$  מתקיים  $NC_i \subseteq DL_i$  (5 נקודות).
2. הוכיחו כי לכל  $i$ , לכל שפה  $L \in NL_i$  קיימת משפחת מעגלים בוליאניים (לא בהכרח פולינומית או יוניפורמית) מעומק  $O(\log^{2i} n)$  ודרגת כניסה 2 המכריעה את  $L$  (10 נקודות).
3. הראו כי הוכחה ש- $NL_i \subseteq NC_{2i}$  לכל  $i$  תוביל לפתרון בעיה פתוחה חשובה בתורת הסיבוכיות. מהי הטענה? הוכיחו (10 נקודות).

## שאלה 4 (15 נקודות)

הוכיחו כי אם  $PSPACE \subseteq P/\text{poly}$  אז  $PSPACE = MA$ .  
רמז: היעזרו בכך שבהוכחת  $IP=PSPACE$ , המוכיח ההגון פועל בזכרון פולינומי.

## שאלה 5 (20 נקודות)

1. הוכיחו שאם  $NP \subseteq DTIME(n^{\log n})$  אז  $PH \subseteq \bigcup_{c \geq 1} DTIME(n^{\log^c n})$  (10 נקודות).
2. תהא  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  כך ש- $f(n) \geq n$  (אך  $f$  אינה בהכרח פונקציית זכרון).  
הוכיחו כי  $NTIME(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n))$  (10 נקודות).

## שאלה 6 (20 נקודות)

עבור מחלקת שפות  $C$  שהשייכות אליה מוגדרת על סמך מכונת טיורינג הסתברותית שרצה בזמן פולינומי נגדיר את  $C^*$  על ידי כך שנרשה ריצה בזמן פולינומי בממוצע. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

1.  $BPP=BPP^*$  (10 נקודות).
2.  $PP=PP^*$  (10 נקודות).