הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל
הפקולטה למדעי המחשב
30.1.01

פרופ/ח' איל קושלביץ
דרור רביץ

# בחינה סופית
# תורת הסיבוכיות
# חורף תשס"א

## הנחיות:

1. בטופס הבחינה 2 עמודים מלבד דף זה. ודאו כי כולם נמצאים בידכם.
2. הבחינה עם חומר סגור.
3. נמקו את כל תשובותיכם.
4. התחילו כל תשובה בדף חדש.
5. בפתרון כל סעיף מותר להסתמך על טענות המופיעות בסעיפים קודמים.
6. מומלץ לא "להתקע" זמן רב מדי על אף סעיף.
7. משך הבחינה – 3 שעות.

## בהצלחה!

**<u>שאלה 1 (30 נקודות)</u>**

שאלה זו עוסקת בזכרון לוגריתמי.

(6%) **א.** הוכיחו ש-$\overline{\text{stcon}}$ היא NL-שלמה ביחס לרדוקציות log-space.

(24%) **ב.** הוכיחו שהשפה

$$\text{Estcon} = \{(G,s,t,d) : d \text{ אורך המסלול הקצר ביותר מ-} s \text{ ל-} t \text{ ב-} G \text{ הוא בדיוק}\}$$

היא NL-שלמה ביחס לרדוקציות log-space.

<u>תזכורת:</u> שלמות ב-NL כוללת גם שייכות ל-NL.

**<u>שאלה 2 (20 נקודות)</u>**

עבור מחלקת שפות $\mathcal{C}$ שהשייכות אליה מוגדרת ע"ס מ"ט שרצות בזמן פולינומי נגדיר את $\mathcal{C}'$ ע"י כך שנרשה ריצה בזמן פולינומי בממוצע.

למשל, $L \in \text{PP}'$ אם קיימת מ"ט $M$ מטילת מטבעות שרצה בזמן פולינומי בממוצע כך שמתקיים:

$$x \in L \quad \Rightarrow \quad \Pr[\text{מקבלת את } x \; M] > \tfrac{1}{2}$$

$$x \notin L \quad \Rightarrow \quad \Pr[\text{מקבלת את } x \; M] \leq \tfrac{1}{2}$$

קבעו האם $\mathcal{C}' = \mathcal{C}$ עבור המחלקות הבאות:

(10%) **א.** BPP

(10%) **ב.** PP

**<u>שאלה 3 (24 נקודות)</u>**

<u>תזכורת:</u>

- סדרת מעגלים $\{C_n\}_{n\geq 0}$ נקראת $t(n)$-זמן-אחידה אם קיימת מ"ט שעל הקלט $1^n$ מוציאה כפלט את $C_n$ ומשתמשת ב-$t(n)$ זמן.
- משפט Ladner: CVAL היא P-שלמה ביחס לרדוקציות logspace, ובפרט אם $L \in \text{DTIME}(t(n))$ ניתן לממש את הרדוקציה בזמן $O(t^2(n)\log t(n))$.

הוכיחו:

(12%) **א.** קיימת שפה $L$ כך שיש ל-$L$ סדרת מעגלים $O(n^{10})$-זמן-אחידים בגודל $O(n^{10})$ ואין ל-$L$ סדרת מעגלים $O(n)$-זמן-אחידים בגודל $O(n)$.

(12%) **ב.** קיימת שפה $L$ כך שיש ל-$L$ סדרת מעגלים בגודל $O(n^{10})$ ואין ל-$L$ סדרת מעגלים בגודל $O(n)$.

רמז: נימוק ספירה.

**שאלה 4** (26 נקודות)

**תזכורת:**

**המחלקה** $\mathrm{PCP}_{c,s}(r(n),q(n))$ **היא הכללה של** $\mathrm{PCP}(r(n),q(n))$.

$L \in \mathrm{PCP}_{c,s}(r(n),q(n))$ **אם קיים מוודא פולינומי שמשתמש ב-**$r(n)$ **הטלות מטבע ו-**$q(n)$ **שאילתות כך שמתקיים:**

- **לכל** $x \in L$ **קיימת הוכחה** $\pi_x$ **כך שמתקיים** $\Pr_r[V(z,r,\pi_x)=\mathrm{acc}] \geq c$.
- **לכל** $x \notin L$ **ולכל הוכחה** $\pi_x$ **מתקיים** $\Pr_r[V(z,r,\pi_x)=\mathrm{acc}] \leq s$.

**נגדיר את המחלקה** $\mathrm{PCP}^p_{c,s}(r(n),q(n))$ **בדומה למחלקה** $\mathrm{PCP}_{c,s}(r(n),q(n))$ **למעט המגבלה שההוכחה** $\pi_x$ **היא באורך פולינומי ב-**$|x|$.

(6%) **א. הוכיחו:** $\mathrm{PCP}^p_{\frac{3}{4},\frac{1}{4}}(\mathrm{poly},\mathrm{poly}) = \mathrm{MA}$.

(10%) **ב. הוכיחו:** $\mathrm{PCP}_{\frac{3}{4},\frac{1}{4}}(\mathrm{poly},\mathrm{poly}) \subseteq \mathrm{NEXP}$.

(10%) **ג. ניתן להוכיח שיוויון בסעיף הקודם, אבל נסתפק בפחות:**
**הוכיחו:** $\mathrm{IP}(2) \subseteq \mathrm{PCP}(\mathrm{poly},\mathrm{poly})$.