16.07.2021

מטלת מנחה 11

שאלה 1

סעיף א - $234.17_8 = ?_{16}$

פתרון באמצעות המרה לבסיס 2:

$$234.17_8 = 10011100.001111_2 =$$
$$= 10011100.00111100_2 = 9C.3C_{16}$$

התשובה: $9C.3C_{16}$

סעיף ב - $121.4_5 = ?_7$

פתרון בעזרת המרה לבסיס 10:

$$121.4_5 = (1\cdot5^2 + 2\cdot5^1 + 1\cdot5^0 + 4\cdot5^{-1})_{10} = 36.8_{10}$$

$$36.8_{10} = ?_7$$

$\mathbf{0.8_{10}} = ?_7$

שארית	מכפלה	תרגיל
0.6	5	0.8 * 7
0.2	4	0.6 * 7
0.4	1	0.2 * 7
0.8	2	0.4 * 7

$\mathbf{0.8_7 \approx 0.5412_7}$

$\mathbf{36_{10}} = ?_7$

שארית	מנה	תרגיל
1	5	36:7
5	0	5:7

$\mathbf{36_{10} = 51_7}$

לכן $121.4_5 = 36.8_{10} = 51.5412_7$.

סעיף ג - $12.4_6 - 5.12_6$ בשיטת המשלים ל-6 (המשלים לז')

$$\begin{array}{cr} - & \mathbf{12.40_6} \\ & \mathbf{05.12_6} \\ + & \mathbf{12.40_6} \\ & \mathbf{50.43_6} \\ & \mathbf{1_6} \\ & \mathbf{103.24_6} \end{array}$$

נתעלם מהנשא – התשובה היא 3.24_6

נבדוק את התשובה –

$$\begin{array}{cr} & 1 \\ + & \mathbf{3.24_6} \\ & \mathbf{5.12_6} \\ \hline & \mathbf{12.40_6} \end{array}$$

סעיף ד - $25_r \times 33_r = 1353_r$

נמיר את הגורמים והמכפלה לבסיס 10:

$$25_r = (2r^1 + 5r^0)_{10} = (2r + 5)_{10}$$

$$33_r = (3r^1 + 3r^0)_{10} = (3r + 3)_{10}$$

$$1353_r = (1r^3 + 3r^2 + 5r^1 + 3r^0)_{10} = (r^3 + 3r^2 + 5r + 3)_{10}$$

נציב במשוואה:

$$(2r + 5)(3r + 3) = r^3 + 3r^2 + 5r + 3$$

$$6r^2 + 15r + 6r + 15 = r^3 + 3r^2 + 5r + 3$$

$$r^3 - 3r^2 - 16r - 12 = 0$$

קיבלנו משוואה ממעלה שלישית. נציב מספרים החל מ*r=6* (הבסיס המינימלי בהינתן מספר עם הספרה 5) ונבדוק עבור איזו הצבה יתקבל פסוק אמת.

התקבל פסוק אמת כאשר $r = 6$, ולכן זוהי התשובה.

נבדוק את התשובה –

$$\begin{array}{cr} & \mathbf{25_6} \\ \times & \mathbf{33_6} \\ \hline + & \mathbf{123_6} \\ & \mathbf{1230_6} \\ \hline & \mathbf{1353_6} \end{array}$$

16.07.2021

שאלה 2

ייתכן מצב שבו נפלו שלוש שגיאות בסיביות הקוד, ותהליך הגילוי לא יראה שנפלה שגיאה. אצביע על מקרה אחד אפשרי, אך אפשריים גם מקרים נוספים.

נניח כי הספרה העשרונית היא 7, כלומר $(0111)_2$, ונניח כי נפלו שגיאות במיקומים $m_{!}, m_2, m_3$.

קיבלנו את הצירוף הבינארי $(1001)_2$, שמייצג את הספרה 9.

ייצוג הספרה 7 בקוד Hamming לBCD הוא 0001111, כלומר $P_3 = 0, P_2 = 0, P_1 = 1$.

ייצוג הספרה 9 בקוד Hamming לBCD הוא 0011001, כלומר $P_3 = 0, P_2 = 0, P_1 = 1$.

לכן הבדיקה של הקוד הבינארי לאחר שנפלו בו השגיאות יראה כי P_1, P_2 וP_3 אכן משלימים לסכומים זוגיים את הסיביות בקוד של 9, ותהליך הגילוי יראה כי לא נפלה שגיאה כלל.

למעשה, עבור כל שתי ספרות עשרוניות שעבורן ערכי P_1, P_2 וP_3 זהים וניתן להחליף 3 ספרות בדיוק בייצוג הבינארי של אחת מהן על מנת לקבל את השנייה, אם ייפלו בדיוק השגיאות האלה בקוד של אחת מהן נקבל את הספרה השנייה ותהליך הגילוי יצביע על כך שלא נפלה שגיאה. זוג ספרות נוסף שמקיים תנאים אלו הוא הספרות 6 ו-8.

16.07.2021

שאלה 3

נוכיח כי האלגברה הבוליאנית בה $B = \{1\}$, $+$ מייצג את הפעולה max ו-$\cdot$ מייצג את הפעולה min היא אלגברה אונרית המקיימת את 5 האקסיומות הראשונות של הנטינגטון.

+	1
1	1

·	1
1	1

סגירות: נובעת מטבלאות הפעולה, כל תוצאה של פעולה היא איבר ב-B.

איבר יחידה: 1 עבור + ו-·, נובע מהטבלה

חילופיות: נובעת מהטבלאות. ישנה סימטריה ביחס לאלכסון הראשי בטבלה.

פילוג: עלינו להוכיח כי עבור כל $x, y, z \in B$ מתקיים (1) $x(y+z) = xy + xz$, (2) $x + yz = (x+y)(x+z)$

יש רק איבר אחד ב-B ולכן נציב אותו בכל המקומות ונוודא את קיום השוויון.

1. $1(1+1) = 1 \cdot 1 = 1$
   כמו כן, $(1 \cdot 1) + (1 \cdot 1) = 1 + 1 = 1$
2. $1 + (1 \cdot 1) = 1 + 1 = 1$
   כמו כן, $(1+1)(1+1) = 1 \cdot 1 = 1$

איבר משלים: נראה כי עבור כל איבר ב-B קיים איבר משלים. האיבר היחיד ב-B הוא 1 ונראה כי קיים לו משלים, והוא 1.

עבור +: $1 + 1 = 1$, כאשר 1 הוא אכן איבר ביחידה ביחס ל-·

עבור ·: $1 \cdot 1 = 1$, כאשר 1 הוא אכן איבר היחידה ביחס ל+.