

## מטלת מנחה 14 – מערכות ספרתיות

### שאלה 1

עלינו לממש בעזרת מפתח 3 שערים לוגיים בעלי מספר מינימלי של כניסות את:

$$F_1(x, y, z) = x'(y' + z) = \sum (0, 1, 3)$$

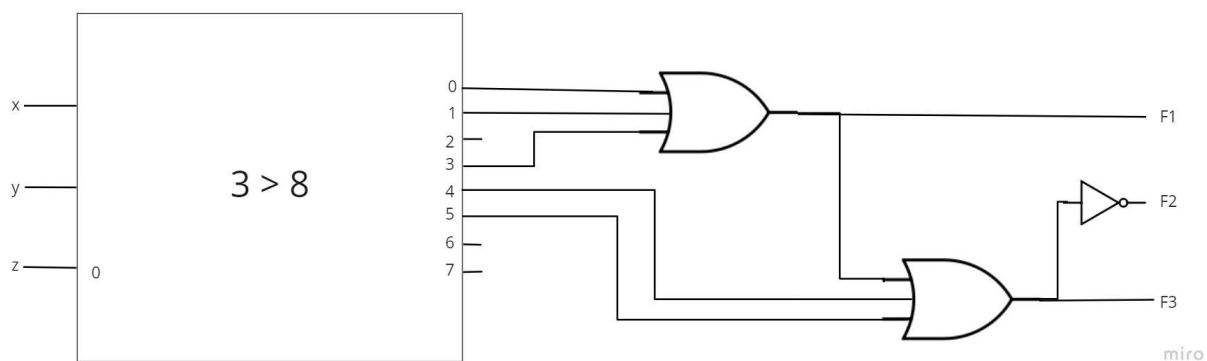
$$F_2(x, y, z) = y(x + z') = \sum (2, 6, 7)$$

$$F_3(x, y, z) = y' + x'yz = \sum (0, 1, 3, 4, 5) = F_2'$$

את הפונקציה  $F_1$  ניתן לממש בעזרת שער לוגי אחד עם 3 כניסות:  $OR(0, 1, 3)$ .

את הפונקציה  $F_3$  ניתן לממש בעזרת שער לוגי אחד עם 3 כניסות:  $OR(F_1, 4, 5)$ . בכך חסכנו שתי כניסות לשער הלוגי שייצג את  $F_3$ .

את הפונקציה  $F_2$  ניתן לייצג בעזרת שער לוגי אחד בעל כניסה אחת:  $NOT(F_3)$ . בכך חסכנו שתי כניסות לשער, כי אילו היינו מממשים את הפונקציה בעזרת שער OR היו לו 3 כניסות.



## שאלה 2

ננסה להבין את הפונקציה במעגל ולכתוב אותה בצורה אלגברית כלשהי. לאחר מכן נפשט את הביטוי.

ערכי היציאות במפענח (נסמן אותם  $y_3, y_5, y_7$ )

$$y_3 = d'cb$$

$$y_5 = dc'b$$

$$y_7 = dcb$$

ערכי היציאות בחצי המחבר:

חצי המחבר מחבר סיבית אחת (של  $a$ ) עם סיבית אחת (של  $y_3$ ). הסכום שלהם יכול להיות 0 (אף אחד מהערכים אינו 1), 1 (אם אחד בדיוק מהערכים הוא 1), ו-2 (אם שני הערכים הם 1) – במקרה כזה ערך הנשא יהיה 1.

כאן נסיק שבכל מקרה בו  $a = y_3$ , יתקיים  $S = 0$ , ובכל מקרה בו  $a \neq y_3$ , יתקיים  $S = 1$ . כלומר:  $S = a \oplus y_3$ . ערך הנשא יהיה 1 רק כאשר  $ay_3$ , כלומר גם  $a$  וגם  $y_3$  הם 1.

לכן –

$$S = a \oplus d'cb$$

$$C_{out} = ad'cb$$

ערך היציאה במרבב:

כאשר כניסת הבקרה, שהיא  $C_{out}$ , היא 0, ערך היציאה יהיה  $y_5$ .

כאשר כניסת הבקרה היא 1, ערך היציאה יהיה  $y_7$ .

לכן ערך היציאה במרבב, שנסמנו  $m$ , יהיה  $C_{out} \cdot y_5 + C_{out} \cdot y_7$ ,

$$= (ad'cb)' \cdot dc'b + ad'cb \cdot dcb$$

יש לשים לב שבמחבר הימני אנחנו מכפילים  $d'$  ב- $d$ , לכן ערך המחבר הימני יהיה תמיד 0!

ולכן-

$$m = (a' + d + c' + b')dc'b = a'dc'b + d \cdot dc'b + c' \cdot dc'b + b' \cdot dc'b =$$

$$\text{בגלל ש } c'c' = c' \mid dd = d, b'b = 0$$

$$= a'dc'b + dc'b + dc'b + 0 =$$

נשתמש בפילוג ונקבל:

$$= dc'b(a' + 1 + 1) = dc'b$$

ערך  $z$ :

$$z = a \oplus d'cb \oplus dc'b : S \text{ ו- } m \text{ בין XOR}$$

נכתוב טבלת אמת:

a	b	c	d	d'cb	dc'b	z
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1

$$z = \sum (5,6,8,9,10,11,12,15)$$

עלינו לפשט לצורת מכפלת סכומים. לכן נכין מפת קרנו ונקיף אפסים (נסמן במפה אפסים בצהוב ו1-ים באדום).

cd \ ab	00	01	11	10
00	0 0000	1 0001	3 0011	2 0010
01	4 0100	5 0101	7 0111	6 0110
11	12 1100	13 1101	15 1111	14 1110
10	8 1000	9 1001	11 1011	10 1010

20.8.2021

מכפלה	a	b	c	d	ערכים במלבן
$a'b'$	0	0	משתנה	משתנה	0,1,2,3
$a'c'd'$	0	משתנה	0	0	0,4
$a'cd$	0	משתנה	1	1	3,7
$abc'd$	1	1	0	1	13
$abcd'$	1	1	1	0	14

לכן –

$$z' = a'b' + a'c'd' + a'cd + abc'd + abcd'$$

ולפי דה-מורגן

$$z = (a + b)(a + c + d)(a + c' + d')(a' + b' + c + d')(a' + b' + c' + d)$$