

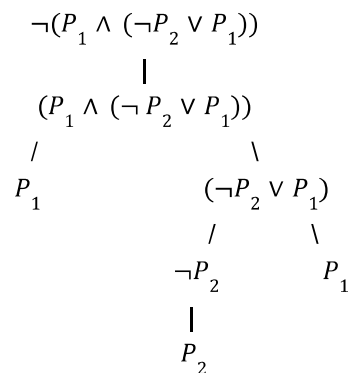
מטלת מנחה 11 - לוגיקה למדמ"ח 20466

שאלה 1

סעיף א

לפנינו המחרוזת $\neg(P_1 \wedge (\neg P_2 \vee P_1))$.

על מנת לבדוק אם המחרוזת היא פסוק, נבנה לה עץ בניה:



נקבל כי המחרוזת היא פסוק בעל עומק קשרי 4.

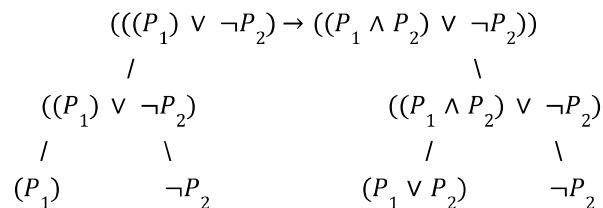
סדרות בנייה אפשריות:

1. $P_1, P_2, \neg P_2, (\neg P_2 \vee P_1), (P_1 \wedge (\neg P_2 \vee P_1)), \neg(P_1 \wedge (\neg P_2 \vee P_1))$
2. $P_2, \neg P_2, P_1, (\neg P_2 \vee P_1), (P_1 \wedge (\neg P_2 \vee P_1)), \neg(P_1 \wedge (\neg P_2 \vee P_1))$

סעיף ב

לפנינו המחרוזת $((P_1 \vee \neg P_2) \rightarrow ((P_1 \wedge P_2) \vee \neg P_2))$

נבנה עץ בניה:



ונקבל שגיאה! המחרוזת (P_1) אינה פסוק אלמנטרי, אינה פסוק שלילה, וכן אינה פסוק מורכב, ולכן ממשפט

הקריאה היחידה אינה פסוק, והמחרוזת המקורית גם היא אינה פסוק.

סעיף ג

לפנינו המחרוזת $((P_2 \wedge ((\neg(P_2 \vee P_1)) \rightarrow \wedge P_2)))$

נראה כי המחרוזת אינה פסוק: ניכר כי אם המחרוזת היא פסוק, אז ממשפט הקריאה היחידה היא פסוק מקושר, ולכן יש לה קשר ראשי. ננסה למצוא קשר זה:

| הקשר | מספר), (משמאל | מספר), (מימין |
|-----------------------|-----------------|-----------------|
| \wedge הראשון משמאל | 0, 1 | אין צורך לבדוק |
| \vee | 0, 4 | אין צורך לבדוק |
| \rightarrow | 2, 4 | אין צורך לבדוק |
| \wedge השני משמאל | 2, 4 | אין צורך לבדוק |

קיבלנו סתירה למשפט הקריאה היחידה, לכן המחרוזת אינה פסוק.

סעיף ד

לפנינו המחרוזת $((P_1 \wedge P_1) \vee ((\neg P_2) \vee (\neg P_2)))$

נבנה, שוב, עץ בניה:

$$\begin{array}{c}
 ((P_1 \wedge P_1) \vee ((\neg P_2) \vee (\neg P_2))) \\
 / \qquad \qquad \backslash \\
 (P_1 \wedge P_1) \qquad ((\neg P_2) \vee (\neg P_2)) \\
 / \qquad \backslash \qquad / \qquad \backslash \\
 P_1 \qquad P_1 \qquad (\neg P_2) \qquad (\neg P_2)
 \end{array}$$

שוב נקבל שגיאה! המחרוזת $(\neg P_2)$ אינה פסוק, ולכן גם המחרוזת המקורית אינה פסוק.

סעיף ה

לפנינו המחרוזת $((P_1 \vee P_2 \leftrightarrow P_2))$

נראה כי המחרוזת אינה פסוק: ניכר כי אם המחרוזת היא פסוק, אז ממשפט הקריאה היחידה היא פסוק מקושר, ולכן יש לה קשר ראשי. ננסה למצוא קשר זה:

| הקשר | מספר), (משמאל | מספר), (מימין |
|-------------------|-----------------|-----------------|
| \vee | 0, 1 | אין צורך לבדוק |
| \leftrightarrow | 0, 1 | אין צורך לבדוק |

קיבלנו סתירה למשפט הקריאה היחידה, לכן המחרוזת אינה פסוק.

שאלה 2

יהא φ פסוק ונניח בשלילה כי $\varphi \rightarrow \varphi$ פסוק.

על פי משפט הקריאה היחידה, הפסוק $\varphi \rightarrow \varphi$ הינו אחד משלושת הסוגים - פסוק אלמנטרי, פסוק שלילה, או פסוק מורכב.

לא ייתכן כי הפסוק $\varphi \rightarrow \varphi$ הוא פסוק אלמנטרי, שכן הוא מכיל יותר מתו אחד. נוסף על כך, לא ייתכן כי הפסוק הוא פסוק שלילה, שכן אינו מתחיל בסימן השלילה, וכן לא ייתכן כי הפסוק הוא פסוק מקושר, שכן הוא אינו מתחיל בתו סוגר שמאלי ונגמר בתו סוגר ימיני.

הגענו לסתירה, לכן $\varphi \rightarrow \varphi$ אינו פסוק.