

האוניברסיטה הפתוחה

20425

הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חוברת הקורס - אביב 2023

כתב: ברק קנדל

מרץ 2023 - סמסטר אביב - תשפ"ג

פנימי – לא להפצה.

© כל הזכויות שמורות לאוניברסיטה הפתוחה.

תוכן העניינים

א	אל הסטודנטים
ב	לוח זמנים ופעילויות
ג	נקודות זכות
ג	הגשת מטלות

1	(פרקים 1 ו- 2)	01	ממ"ח
5	(פרקים 2 ו- 3)	11	ממ"ן
7	(פרק 4)	02	ממ"ח
11	(פרק 5)	12	ממ"ן
13	(פרק 6-7)	13	ממ"ן
16	(פרק 7-8)	14	ממ"ן
18	(פרק 9)	15	ממ"ן

נספחים

21	דף נוסחאות לבחינה	נספח א
24	טבלת קירובים לערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית	נספח ב

אל הסטודנטים,

אנו מקדמים את פניכם בברכה עם הצטרפותכם אל הלומדים בקורס "הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב".

בחוברת זו תמצאו תיאור, מלא ככל האפשר, של הקורס וכן פרטים על כלל פעילויותיכם במהלך הלימודים. רצוי שתראו בה מעין מדריך אישי, שתפקידו להבהיר לכם עניינים שונים. קראו בעיון רב את כל הסעיפים שלהלן, לפני שתתחילו בלימודיכם.

לקורס שבו אתם לומדים קיים אתר באינטרנט שבו תמצאו חומרי למידה נוספים שמפרסם מרכז ההוראה. האתר גם מהווה עבורכם ערוץ תקשורת עם צוות ההוראה ועם סטודנטים אחרים בקורס. פרטים על למידה מתוקשבת ואתר הקורס תמצאו באתר שוהם בכתובת:

<http://www.openu.ac.il/shoham>.

מידע על שירותי ספרייה ומקורות מידע שהאוניברסיטה מעמידה לרשותכם תמצאו באתר הספרייה באינטרנט www.openu.ac.il/Library.

שאלתא - לפניו בנושאים אקדמיים שונים כגון מועדי בחינה מעבר לטווח זכאות ועוד, אנא עשו שימוש מסודר במערכת הפניות דרך שאלתא. לחצו על הכפתור פניה חדשה ואחר כך לימודים אקדמיים < משימות אקדמיות, ובשדה פניות סטודנטים: השלמת בחינות בקורס. המערכת תומכת גם בבקשות מנהלה שונות ומגוונות.

בכל בעיה שמתעוררת אפשר לפנות למרכז ההוראה בקורס ברק קנדל, בימי ה' בין השעות 13:00-15:00 בטלפון 09-7781428, בפקס 09-7780631 או בדואר האלקטרוני, לכתובת:

kandell@openu.ac.il.

אנו מאחלים לכם לימוד פורה ומהנה.

ב ב ר כ ה,

צוות הקורס

לוח זמנים ופעילויות (2023/ 20425)

שבוע הלימוד	תאריכי שבוע הלימוד	יחידת הלימוד המומלצת	תאריך אחרון למשלוח מטלה
1	10.03.2023-5.03.2023	1	
2	17.03.2023-12.03.2023	2	
3	24.03.2023-19.03.2023	3	
4	31.03.2023-26.03.2023	3-4	26.03.2023 - ממ"ח 01
5	07.04.2023-02.04.2023 (ד-ו פסח)	4	02.04.2023 - ממ"ח 11
6	14.04.2023-09.04.2023 (א-ד פסח)	4	
7	21.04.2023-16.04.2023 (ג יום הזכרון לשואה)	4-5	
8	28.04.2023-23.04.2023 (ג יום הזיכרון, ד יום העצמאות)	5	23.04.2023 - ממ"ח 02
9	05.05.2023-30.04.2023	5-6	
10	12.05.2023-07.05.2023 (ג ל"ג בעומר)	6	07.05.2023 - ממ"ח 12
11	19.05.2023-14.05.2023	7	14.05.2023 - ממ"ח 13
12	26.05.2023-21.05.2023 (ו שבועות)	7	
13	02.06.2023-28.05.2023	7-8	
14	09.06.2023-04.06.2023	9	04.06.2023 - ממ"ח 14
15	16.06.2023-11.06.2023	9	16.06.2023 - ממ"ח 15

נקודות זכות

הקורס "הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב" מקנה למסיימים אותו 5 נקודות זכות.

הדרישות לסיום הקורס הן:

א. הגשת מטלות במשקל כולל של 15 נקודות לפחות.

ב. ציון מינימלי 60 בבחינת הגמר.

ג. ציון מינימלי 60 בקורס.

הגשת מטלות

הקורס "הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב" כולל חוברת קורס ובה 7 מטלות להגשה, המיועדות לתרגול רוב נושאי הלימוד של הקורס.

עליכם להגיש מטלות במשקל כולל של 15 נקודות לפחות.

המשקל של כל מטלה הוא לפי הטבלה הבאה:

מספר הנקודות	המטלה
3	ממ"ח 01
3	ממ"ח 02
4	ממ"ח 11
5	ממ"ח 12
5	ממ"ח 13
5	ממ"ח 14
5	ממ"ח 15

המועד האחרון להגשה של כל מטלה מופיע בכותרתה.

שימו לב, בקורס זה לא ניתנות מטלות השלמה!

הערות חשובות לתשומת לבכם!

פתרון המטלות הוא מרכיב מרכזי בתהליך הלמידה, לכן מומלץ שתשתדלו להגיש מטלות רבות ככל האפשר, כולל מטלות שעליהן אתם מצליחים להשיב רק באופן חלקי.

כדי לעודדכם להגיש לבדיקה מספר רב של מטלות הנהגנו הקלה כדלהלן:

בחישוב הציון הסופי נשקלל את כל המטלות שציוניהן גבוהים מהציון בבחינת הגמר. ציוני מטלות כאלה תורמים לשיפור הציון הסופי.

ליתר המטלות נתייחס במידת הצורך בלבד. מתוכן נבחר רק את הטובות ביותר עד להשלמת המינימום ההכרחי לעמידה בתנאי הגשת מטלות. משאר המטלות נתעלם.

זכרו! ציון סופי מחושב רק לסטודנטים שעברו את בחינת הגמר בציון 60 ומעלה והגישו מטלות כנדרש באותו קורס.

מותר, ואפילו מומלץ לדון עם עמיתים, ועם סגל ההוראה של הקורס על נושאי הלימוד ועל השאלות המופיעות במטלות. עם זאת, מטלה שסטודנט מגיש לבדיקה אמורה להיות פרי עמלו. הגשת מטלה שפתרונה אינו עבודה עצמית, או שלא נוסחה אישית על-ידי המגיש היא עבירת משמעת.

עליכם להשאיר לעצמכם העתק של המטלה.

אין האוניברסיטה הפתוחה אחראית

למטלה שתאבד בשל תקלות בדואר.

מדיניות קורס זה היא לאשר הזנת ציון אפס במטלות שלא הוגשו כנדרש בקורס. סטודנטים אשר לא הגישו את מכסת המטלות המינימאלית לעמידה בדרישות הקורס ולקבלת זכאות להיבחן, ומבקשים שמטלות חסרות יוזנו בציון אפס, יפנו למוקד הפניות והמידע בטלפון 09-7782222 או יעדכנו בעצמם באתר שאילתא <http://www.openu.ac.il/sheilta>

קורסים ➔ ציוני מטלות ובחינות ➔ הזנת ציון 0 למטלות רשות שלא הוגשו. יש לקחת בחשבון כי מטלות אשר יוזן להן ציון אפס ישוקללו בחישוב הציון הסופי ובכך יורידו ציון זה ולא ניתן יהיה להמירן במטלות חלופיות במועד מאוחר יותר. על כן קיימת אפשרות שסטודנט אשר יעבור את הבחינה בהצלחה ייכשל בקורס (כשהמוצע המשוקלל של המטלות והבחינה יהיה נמוך מ-60).

כלל זה איננו חל על מטלות חובה או על מטלות שנקבע עבורן ציון מינימום.

מטלת מחשב (ממ"ח) 01

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 1 ו-2

קומבינטוריקה; חישובי הסתברויות קומבינטוריים

מספר השאלות: 20

משקל המטלה: 3 נקודות

מועד אחרון להגשה: 26.03.2023

סמסטר: 2023 ב

שלחו את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת שאילתא בכתובת www.openu.ac.il/sheilta



שאלות 1-4 מתייחסות לבעיה הבאה:

מסדרים באקראי 20 כדורים שונים בשורה: 5 כחולים ו-15 אדומים.

נגדיר שני מאורעות: A = אין כדורים כחולים בחמשת המקומות השמאליים ביותר בשורה;

B = יש לפחות כדור כחול אחד בחמשת המקומות הימניים ביותר בשורה.

שאלה 1

מהי ההסתברות שאין בשורה כדורים כחולים שנמצאים במקומות סמוכים?

א. $\binom{16}{5} \cdot \frac{5! \cdot 15!}{20!}$ ב. $1 - \binom{5}{2} \cdot \frac{19!}{20!}$ ג. $1 - \frac{5! \cdot 16!}{20!}$ ד. $\binom{15}{4} \cdot \frac{5! \cdot 4! \cdot 11!}{20!}$

שאלה 2

מהי ההסתברות שיהיו לפחות 3 כדורים כחולים בעשרת המקומות השמאליים ביותר בשורה?

א. $\binom{5}{3} \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{20 \cdot 19 \cdot 18}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{15}{7}}{\binom{20}{10}}$ ד. $\frac{3! \cdot 7! + 4! \cdot 6! + 5!^2}{10!}$

שאלה 3

מהי $P(A \cap B)$?

א. 0.029 ב. 0.177 ג. 0.763 ד. 0.984

שאלה 4

מהי $P(A^C \cap B)$?

א. 0.596 ב. 0.629 ג. 0.748 ד. 0.984

שאלות 5-7 מתייחסות לבעיה הבאה:



נתונים 10 כדים.

כל כד מכיל 8 כדורים המסומנים במספרים 1, 2, ..., 8.

מוציאים באקראי כדור אחד מכל כד.

שאלה 5

מהי ההסתברות שהמספר 1 יוצא בדיוק שלוש פעמים והמספר 4 יוצא בדיוק פעמיים?

א. $\frac{6^5}{8^{10}}$ ב. $\frac{16 \cdot 6^5}{8^{10}}$ ג. $\frac{2,520 \cdot 6^5}{8^{10}}$ ד. $\frac{30,240 \cdot 6^5}{8^{10}}$

שאלה 6

מהי ההסתברות שהמספר 1 יוצא לכל היותר פעמיים?

א. 0.242 ב. 0.880 ג. 0.005 ד. 0.200

שאלה 7

מהי ההסתברות ש-6 יהיה המספר הגדול ביותר שיוצא מהכדים? (פעם אחת או יותר)

א. 0.047 ב. 0.056 ג. 0.991 ד. 0.563



שאלות 8-11 מתייחסות לבעיה הבאה:

בכיתה בת 20 תלמידים יש 10 בנות ו-10 בנים.

שאלה 8

מסדרים באקראי את התלמידים בשורה.

מהי ההסתברות שאורית ודורית (שתיים מהתלמידות) לא תעמודנה במקומות סמוכים בשורה?

א. $\frac{17}{19}$ ב. $\frac{18}{19}$ ג. $\frac{19}{20}$ ד. $\frac{18}{20}$

שאלה 9

בוחרים באקראי ועם החזרה 15 תלמידים מהכיתה.

מהי ההסתברות שבדיוק ב-5 מהבחירות ייבחרו בנים?

א. $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ב. $\left(\frac{1}{2}\right)^{15}$ ג. $3,003 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ד. $3,003 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$

שאלה 10

בוחרים באקראי ועם החזרה 15 תלמידים מהכיתה.

מהי ההסתברות ש- 5 הנבחרים הראשונים הם בנים?

- א. $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ ב. $\left(\frac{1}{2}\right)^{15}$ ג. $5! \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ד. $5! \cdot 10! \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$

שאלה 11

20 התלמידים נעמדים במעגל בסדר אקראי.

מהי ההסתברות שייווצר מעגל שבו בדיוק 5 זוגות (נפרדים) של בנות?

הערה: בין כל 2 זוגות של בנות חייב להיות לפחות בן אחד שיפריד ביניהם.

- א. 0.0014 ב. 0.0027 ג. 0.0131 ד. 0.0655

שאלות 12-15 מתייחסות לבעיה הבאה:

ליעל 3 קלפים ו- 6 צבעים שונים (אחד מהצבעים הוא אדום). יעל צובעת כל קלף בצבע אחד ויחיד שנבחר באקראי מתוך הצבעים שברשותה ובאופן בלתי תלוי בצבע אחר.

שאלה 12

מה ההסתברות שבדיוק קלף אחד יצבע באדום?

- א. $\frac{125}{216}$ ב. $\frac{75}{216}$ ג. $\frac{15}{216}$ ד. $\frac{1}{216}$

שאלה 13

מה ההסתברות שבדיוק שני קלפים יצבעו באדום?

- א. $\frac{125}{216}$ ב. $\frac{75}{216}$ ג. $\frac{15}{216}$ ד. $\frac{1}{216}$

שאלה 14

מה ההסתברות שמספר הצבעים השונים שיעל תשתמש בהם לצביעת הקלפים הוא 2?

- א. $\frac{90}{216}$ ב. $\frac{30}{216}$ ג. $\frac{15}{216}$ ד. $\frac{45}{216}$

שאלה 15

מה ההסתברות שיעל תשתמש ב- 3 צבעים שונים לצביעת הקלפים ואף אחד מהם לא אדום?

- א. $\frac{60}{216}$ ב. $\frac{6}{216}$ ג. $\frac{10}{216}$ ד. $\frac{125}{216}$

שאלות 16-19 מתייחסות לבעיה הבאה:

ס י ה ט י ט ס ט ק

נתונים 9 קלפים עם האותיות:

שאלה 16

מסדרים את הקלפים בשורה באופן אקראי. מהי ההסתברות שתתקבל המילה "סטטיסטיקה"?

- א. $\frac{1}{9!}$ ב. $\frac{24}{9!}$ ג. $15,120 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^9$ ד. $\left(\frac{1}{9}\right)^2 \left(\frac{2}{9}\right)^2 \left(\frac{3}{9}\right)$

שאלה 17

מסדרים את הקלפים בשורה באופן אקראי.

מהי ההסתברות שיהיו בשורה לפחות שני קלפי 'ט' (שניים או יותר) במקומות סמוכים?

- א. $\frac{4}{36}$ ב. $\frac{8}{36}$ ג. $\frac{21}{36}$ ד. $\frac{24}{36}$

שאלה 18

מסדרים את הקלפים במעגל באופן אקראי.

מהי ההסתברות שיהיו במעגל לפחות שני קלפי 'ט' (שניים או יותר) במקומות סמוכים?

- א. $\frac{1}{8}$ ב. $\frac{2}{14}$ ג. $\frac{3}{8}$ ד. $\frac{9}{14}$

שאלה 19

בוחרים באקראי 9 קלפים בזה אחר זה ועם החזרה.

מהי ההסתברות שתתקבל המילה "סטטיסטיקה"?

- א. $\frac{432}{9^9}$ ב. $\frac{1}{9^9}$ ג. $\frac{9!}{9^9}$ ד. $\frac{24}{9^9}$

שאלה 20

לאלה שקית עם 20 פתקים ממוספרים מ-1 ועד 20. היא מחלקת באקראי שני קלפים לכל אחד מ-4 ילדים

(בסך הכול מחולקים 8 קלפים). מהי ההסתברות שכל ילד מתוך הארבעה יקבל לפחות קלף אחד עם מספר

זוגי?

- א. 0.043 ב. 0.291 ג. 0.350 ד. 0.693

מטלת מנחה (ממ"ן) 11

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרקים 2 ו-3

דיאגרמת ון וטענות הסתברות בסיסיות; הסתברות מותנית ואי-תלות

משקל המטלה: 4 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 02.04.2023

סמסטר: 2023 ב

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (30 נקודות)

יהיו A, B ו- C מאורעות לא-ריקים במרחב מדגם S .

נתון כי: A ו- C מאורעות זרים זה לזה

$$P(A \cap B^C) = 0.3$$

$$P(B | A) = P(B | C) = 0.25$$

$$P(A^C \cap B^C \cap C^C) = 0.2$$

$$P(C \cap B^C) = 0.15$$

א. שרטטו דיאגרמת ון המתאימה לנתונים. חשבו את כל חלקי ההסתברויות המתקבלות בדיאגרמה.

ב. חשבו את $P(A \cup B \cup C)$.

ג. חשבו את $P(A^C \cap B \cap C^C)$.

ד. חשבו את $P(B | A \cup C)$.

שאלה 2 (20 נקודות)

קופסה מכילה 3 כדורים ממוספרים ב-1, 2 ו-3. מוציאים באקראי וללא החזרה שני כדורים מהקופסה. מתבוננים על שני המספרים הרשומים על הכדורים, מוחקים את המספר הגדול יותר מבין השניים שהוצאו, רושמים במקומו את המספר הקטן יותר (מבין השניים שהוצאו), ומחזירים לקופסה את שני הכדורים.

למשל, אם הוצא הזוג (1,3), הוא יוחזר כ- (1,1).

חוזרים על התהליך פעם אחר פעם, עד שכל הכדורים בקופסה נושאים את המספר 1.

הערה: אם במהלך הניסוי מוציאים שני כדורים, שעליהם מספרים שווים, הם מוחזרים לקופסה ללא שינוי.

א. מהי ההסתברות שהניסוי יסתיים לאחר שתי הוצאות-כדורים בדיוק?

ב. אם לאחר הוצאת-הכדורים הראשונה יש בקופסה לפחות כדור אחד הנושא את המספר 2,

מהי ההסתברות שהניסוי יסתיים לאחר הוצאת-כדורים אחת נוספת בלבד?

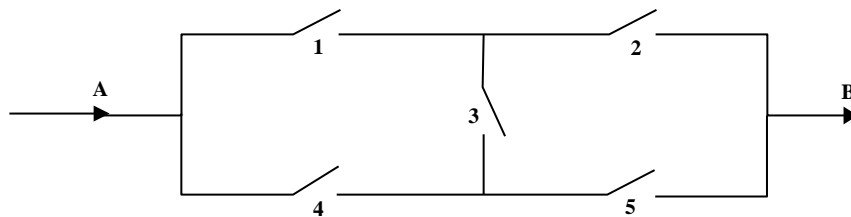
שאלה 3 (20 נקודות)

מטילים 4 קוביות תקינות.

- א. אם מתקבלות 4 תוצאות זוגיות, מהי ההסתברות שכולן גדולות מ-3?
- ב. אם מתקבלות לפחות 2 תוצאות זוגיות, מהי ההסתברות שבין 4 התוצאות שהתקבלו יש לפחות תוצאה אחת ששווה ל-6?

שאלה 4 (30 נקודות)

במעגל שלהלן, כל אחד מחמשת המתגים **סגור** בהסתברות 0.7 (ואז יכול לעבור בו זרם).
כמו כן, כל מתג פועל באופן בלתי-תלוי באחרים.



- א. אם מתג 3 פתוח, מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
- ב. אם מתג 3 סגור, מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
- ג. מהי ההסתברות שעובר זרם מ-A ל-B?
- ד. אם לא עובר זרם, מהי ההסתברות שבדיוק 3 מתגים סגורים?

מטלת מחשב (ממ"ח) 02

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 4

מספר השאלות: 20

משקל המטלה: 3 נקודות

מועד אחרון להגשה: 23.04.2023

סמסטר: 2023 ב

שלחו את התשובות לממ"ח באמצעות מערכת שאילתא בכתובת www.openu.ac.il/sheilta



שאלות 1-4 מתייחסות לבעיה הבאה:

13 בנים ו-7 בנות מסתדרים בשורה.

שאלה 1

יהי X המשתנה המקרי המוגדר על-ידי מספר הבנות בחמשת המקומות הימניים בשורה.

מהי $P\{X=i\}$ לכל $i=0,1,\dots,5$?

א. $\left(\frac{7}{5}\right)^i \cdot \left(\frac{13}{20}\right)^{5-i}$ ב. $\frac{i}{7}$ ג. $\frac{\binom{7}{i} \binom{13}{5-i}}{\binom{20}{5}}$ ד. $\frac{\binom{7}{i} \binom{13}{5-i} \cdot 5!}{\binom{20}{5}}$

שאלה 2

נניח שהמקומות בשורה ממוספרים.

יהי Y המשתנה המקרי המוגדר על-ידי המספר הקטן ביותר של מקום שבו נמצאת בת.

מהי $P\{Y=j\}$ לכל $j=1,2,\dots,14$?

א. $\left(\frac{13}{20}\right)^{j-1} \frac{7}{20}$ ב. $\frac{1}{14}$ ג. $\frac{\binom{13}{j-1} \cdot 7}{\binom{20}{j}}$ ד. $\frac{\binom{20-j}{6}}{\binom{20}{7}}$

שאלה 3

יהי W המשתנה המקרי המוגדר על-ידי מספר הבנות בשורה שלימין עומד בן.

מהי $P\{W=4\}$?

א. 0.323 ב. 0.215 ג. 0.092 ד. 0.025

שאלה 4

יהי W המשתנה המקרי המוגדר על-ידי מספר הבנות בשורה שלימין עומד בן.

מהי ההתפלגות של W ?

א. בינומית ב. אחידה בדידה ג. היפרגיאומטרית ד. אף אחת מההתפלגויות בסעיפים א-ג

שאלות 5-8 מתייחסות לבעיה הבאה:

5 שחר מטיל 2 קוביות שוב ושוב עד שהוא מקבל לראשונה את הסכום 8 (בשתי הקוביות יחד).

יהי X מספר הפעמים ששחר קיבל סכום שונה מ-8.



שאלה 5

מהי ההסתברות ששחר יטיל את הקוביות יותר מ-7 פעמים?

- א. 0.057 ב. 0.158 ג. 0.351 ד. 0.408

שאלה 6

מהי התוחלת של X ?

- א. 5.2 ב. 6.2 ג. 7.2 ד. 8.2

שאלה 7

מהי $E[(X - 4)^2]$?

- א. 22.44 ב. 39.8 ג. 44.48 ד. 49.48

שאלה 8

ידוע ששחר הטיל את הקוביות לפחות פעמיים. לאור מידע זה, מהי $P\{X = 8\}$?

- א. 0.042 ב. 0.049 ג. 0.057 ד. 0.066

שאלות 9-10 מתייחסות לבעיה הבאה:

5 חברים קבעו להיפגש במלון הילטון בהונג קונג. מסתבר שבהונג קונג 4 בתי מלון הילטון שונים. כל חבר מגיע עצמאית ובאופן בלתי תלוי בחבר אחר. כל חבר בוחר באקראי את מלון הילטון שאליו יגיע.

שאלה 9

מה ההסתברות שכל החברים יפגשו?

- א. $\frac{1}{1024}$ ב. $\frac{1}{120}$ ג. $\frac{1}{64}$ ד. $\frac{1}{256}$

שאלה 10

מהי שונות מספר החברים שיגיעו למלון "הילטון דון" (אחד מתוך ה-4 שבהונג קונג).

- א. 1.25 ב. 0.9375 ג. 0.64 ד. 0.8

שאלות 11-13 מתייחסות לבעיה הבאה:

שיכור הולך בצעדים אקראיים לאורך ציר ישר שעליו הנקודות $0, \pm 1, \pm 2, \dots$, באופן הבא: הוא מתחיל מנקודה 0.

בכל שלב הוא עושה צעד באורך 1: צעד לימין בהסתברות 0.4 וצעד לשמאל בהסתברות 0.6. צעדיו של השיכור בלתי-תלויים זה בזה.

נסמן ב- X את הנקודה על הציר שעליה נמצא השיכור לאחר 50 צעדים.



שאלה 11

מהי $P\{X = -10\}$?

- א. 0.002 ב. 0.053 ג. 0.091 ד. 0.115

שאלה 12

מהי השונות של X ?

- א. 12 ב. 24 ג. 48 ד. 80

שאלה 13

מהי ההסתברות שהצעד האחרון שיעשה (צעד 50) יהיה הצעד ה-27 לכיוון שמאל?

- א. 0.042 ב. 0.078 ג. 0.130 ד. 0.156

שאלה 14

מסדרים באקראי בשורה 5 בנים ו-15 בנות. מה תוחלת מספר הבנים שימצאו בחמשת המקומות השמאליים ביותר בשורה?

- א. 0.25 ב. 0.33 ג. 1 ד. 1.25

שאלות 15-16 מתייחסות לבעיה הבאה:

יהי X משתנה מקרי בינומי-שלילי עם הפרמטרים r ($r = 1, 2, \dots$) ו- $\frac{1}{2}$.

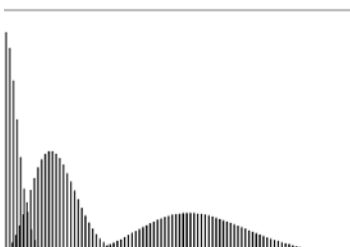
$$Y = \begin{cases} X & , \quad X \leq r+1 \\ X-1 & , \quad X \geq r+2 \end{cases} \quad \text{נגדיר את המשתנה המקרי } Y \text{ על-ידי:}$$

שאלה 15

מהי $P\{Y = r+1\}$?

- א. $r \left(\frac{1}{2}\right)^{r+1}$ ב. $r \left(\frac{1}{2}\right)^{r+2}$ ג. $r(r+1) \left(\frac{1}{2}\right)^{r+3}$ ד. $r(r+5) \left(\frac{1}{2}\right)^{r+3}$

Negative Binomial Distribution PDF



שאלה 16

מהי $E[Y]$?

א. $2r - \frac{1}{2}$ ב. $2r - 1 - \frac{r+2}{2^r}$ ג. $2r - 1 + \frac{r+2}{2^{r+1}}$ ד. $2r - 1 - \frac{r(r+3)}{2^{r+1}}$

שאלות 17-20 מתייחסות לבעיה הבאה:



גשם של מטאורים נופל על שטח עגול, שרדיוסו 10 ק"מ, כך שכל מטאור נופל בנקודה אקראית בתוך השטח, וללא תלות בנקודות נפילה של מטאורים אחרים. נניח שמספר המטאורים, שנופלים בתוך השטח העגול שלעיל, הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר 2, וכי מתקיימות שלוש ההנחות של תהליך פואסון, **ביחס לשטח** שבו נופלים המטאורים.

שאלה 17

מהי ההסתברות שייפלו בדיוק 3 מטאורים בשטח העגול הנתון?

א. $2e^{-2}$ ב. $\frac{4}{3}e^{-2}$ ג. $3e^{-3}$ ד. $\frac{9}{2}e^{-3}$

שאלה 18

בתוך השטח העגול הנתון מסמנים עיגול ברדיוס 6 ק"מ, שכולו בתחומי השטח הנתון. מהי ההסתברות שבגבולות השטח העגול ה"קטן" שסומן לא ייפול אף מטאור?

א. 0.030 ב. 0.049 ג. 0.301 ד. 0.487

שאלה 19

בתוך השטח העגול הנתון מסמנים עיגול ברדיוס 6 ק"מ, שכולו בתחומי השטח הנתון. אם ידוע שבתחומי השטח ה"גדול" נפלו בדיוק 4 מטאורים, מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם נפל בתחומי השטח ה"קטן", שסומן בתוך השטח ה"גדול"?

א. 0.011 ב. 0.034 ג. 0.360 ד. 0.377

שאלה 20

נניח שתופעת גשם המטאורים חוזרת על עצמה 5 פעמים, בדיוק באותם התנאים המתוארים לעיל, כך שאין תלות בין החזרות השונות. מהי ההסתברות שלפחות פעמיים (מתוך ה-5) ייפלו לפחות 3 מטאורים, בתחומי השטח העגול?

א. 0.179 ב. 0.195 ג. 0.324 ד. 0.519

מטלת מנחה (ממ"ן) 12

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 5

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 07.05.2023

סמסטר: ב 2023

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

הרווח החודשי במיליוני דולרים של ערוץ ספורט הוא משתנה מקרי רציף X בעל פונקציית הצפיפות הבאה:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2b(x+0.5) & a \leq x < 0 \\ 0.8 - \frac{b}{2}x & 0 \leq x < 2 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

ידוע כי פונקציית הצפיפות רציפה בנקודה $x=0$.

- (6 נק') א. חשבו את a ו- b ושרטטו את פונקציית הצפיפות.
- (7 נק') ב. הערוץ מחליט על תרומה חודשית בהתאם לרווחיו. בחודש שבו הוא מפסיד הוא לא תורם. בחודש שבו הוא מרוויח אבל רווחיו נמוכים מחצי מיליון דולר, הוא תורם 10% מרווחיו באותו חודש, ובחודש שבו הוא מרוויח מעל חצי מיליון דולר, הוא תורם סכום קבוע של 100 אלף דולר. מהי התוחלת של סכום התרומה החודשי של הערוץ?
- (6 נק') ג. ידוע כי בחודש מסוים רווח החברה היה חיובי. מה ההסתברות שהרווח בחודש זה היה לכל היותר מיליון דולר?
- (6 נק') ד. בהנחה ואין תלות בין הרווחים החודשיים של ערוץ הספורט, מהי ההסתברות שמתוך כלל חודשי השנה יהיה לכל היותר חודשיים שבהם הערוץ יפסיד?

שאלה 2 (25 נקודות)

בחבילת נרות-חנוכה יש 45 נרות, שהאורך של כל אחד מהם מקרי. אין תלות בין אורכי נרות שונים.

- א. **במפעל א** מייצרים נרות-חנוכה, שהתפלגות האורך (בס"מ) של כל אחד מהם היא נורמלית עם הפרמטרים 13 ו- 0.1^2 .
- 9 נק' 1. מהי ההסתברות שבחבילה מקרית יהיו בדיוק 30 נרות שהאורך שלהם בין 12.82 ס"מ ל-13.06 ס"מ?
- 8 נק' 2. מהו אורך-הנר ש-92% מהנרות קצרים ממנו?

הערה: יש לבצע אינטרפולציה לינארית בחישובים, היכן שהיא נדרשת.

- 8 נק' ב. **במפעל ב** מייצרים נרות-חנוכה, שהתפלגות האורך (בס"מ) של כל אחד מהם היא אחידה בין 15.5 ס"מ ל-17.5 ס"מ. מהי שונות אורך נר אקראי ממפעל ב?

שאלה 3 (25 נקודות)

- זמן ההמתנה (בדקות) לאוטובוס בתחנה מסוימת (מרגע ההגעה לתחנה ועד לרגע שבו האוטובוס מגיע אליה), הוא משתנה מקרי מעריכי עם תוחלת 10.
- אולם, אם התנועה עמוסה במיוחד, תוחלת זמן ההמתנה עולה ל-20 דקות.
- ההסתברות, שהתנועה תהיה עמוסה בזמן ההמתנה לאוטובוס, היא 0.18.
- 8 נק' א. מהי ההסתברות שאדם המגיע בזמן מקרי לתחנה יחכה בה יותר מרבע שעה?
- 8 נק' ב. אם אדם מחכה כבר בתחנה יותר מ-15 דקות, מהי ההסתברות שהתנועה עמוסה?
- 9 נק' ג. אדם מגיע ביום מקרי לתחנה ולאחר 8 דקות עדיין נמצא בה.
- מהי ההסתברות שייאלץ להמתין להגעת האוטובוס 7 דקות נוספות לכל היותר?

שאלה 4 (25 נקודות)

יהי X - משתנה מקרי המתפלג מעריכית ותוחלתו 10.

- 7 נק' א. מצאו את A עבורו מתקיים: $P\{X > A\} = 0.7$.
- 6 נק' ב. מצאו את התוחלת של e^{2X} .
- ג. יהי Y משתנה מקרי עבורו מתקיים $Y = -2X$.
- 6 נק' 1. מצאו את פונקציית הצפיפות של Y .
- 6 נק' 2. מצאו את התוחלת והשונות של Y .

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 6 ופרק 7 עד 7.4.1

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 4

מועד אחרון להגשה: 14.05.2023

סמסטר: 2023 ב

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (25 נקודות)

מטילים קובייה תקינה 21 פעמים. נגדיר שני משתנים מקריים:

X_1 – מספר ההטלות שהתקבלו בהן התוצאות 1 או 2;

X_2 – מספר ההטלות שהתקבלו בהן התוצאות 3, 4, 5 או 6.

(8 נק') א. חשבו את מקדם המתאם בין X_1 ל- X_2 .

(9 נק') ב. נגדיר $Y_i = (-1)^{X_i}$ לכל $i = 1, 2$.

חשבו את השונות המשותפת של Y_1 ו- Y_2 .

(8 נק') ג. חשבו את מקדם המתאם בין Y_1 ל- Y_2 .

שאלה 2 (25 נקודות)

ליעל 3 קלפים ו- 6 צבעים שונים (אחד מהצבעים הוא אדום). יעל צובעת כל קלף בצבע אחד ויחיד שנבחר באקראי מתוך הצבעים שברשותה ובאופן בלתי תלוי בצבע אחר.

נגדיר את שני המשתנים המקריים הבאים:

X - מספר הקלפים שיעל צבעה באדום

Y - מספר סוגי הצבעים בהם השתמשה יעל לצביעת הקלפים

למשל,

- אם יעל צבעה את כל הקלפים באדום אז $X=3, Y=1$.
 - אם יעל צבעה שני קלפים באדום ואחד בכחול אז $X=2, Y=2$.
- (15 נק') א. בנו את ההתפלגות המשותפת של X ו- Y .
- (5 נק') ב. מהן התוחלת והשונות של מספר הצבעים שיעל לא השתמשה בהם לצביעת הקלפים?
- (5 נק') ג. חשבו את ההתפלגות של 2^Y אם ידוע ש $X = 0$.

שאלה 3 (25 נקודות)

ועדה עירונית מתכנסת בכל פעם שעליה להחליט כיצד לנהוג במבנה בלתי-חוקי שהוקם בשטח העיר.

בדיון הראשון שנערך בנוגע לכל מבנה כזה –

ההסתברות שהוועדה תורה על הריסתו היא 0.5;

ההסתברות שתקבע מועד לדיון שני בעניינו היא 0.4;

וההסתברות שתוציא לו היתר בנייה היא 0.1.

אם בדיון הראשון הוועדה מורה על הריסת מבנה, בעליו מגיש ערעור על ההחלטה בהסתברות 0.7.

ההסתברות שהערעור יתקבל והמבנה יקבל היתר היא 0.4;

ההסתברות שהערעור יידחה והמבנה ייחרס היא 0.6.

אם בדיון הראשון הוועדה קובעת מועד לדיון שני בעניינו של מבנה, ההסתברות שבסופו של דבר יינתן לו

היתר היא 0.8, ואחרת – הוא ייחרס.

הערה: שימו לב, שבסופו של דבר, כל מבנה לא-חוקי מקבל היתר או נחרס.

7 נק') א. מהי ההסתברות שמבנה בלתי-חוקי יקבל היתר?

ב. הוועדה דנה בעניינם של 20 מבנים בלתי-חוקיים.

בהנחה שאין תלות בין החלטותיה לגבי מבנים שונים –

6 נק') 1. מהי ההסתברות שהמבנה החמישה-עשר, שהוועדה תדון בעניינו, יהיה השני (מתוך

ה-15) שיקבל היתר עוד בדיון הראשון בעניינו?

6 נק') 2. אם בסופו של דבר 14 מ-20 המבנים קיבלו היתר,

מהי ההסתברות ש-3 מהם קיבלו את ההיתר בדיון הראשון בעניינם?

6 נק') 3. אם ידוע שרק 3 מ-20 מבנים אלו קיבלו היתר בדיון הראשון בעניינם,

מהי פונקציית ההסתברות של מספר המבנים הנוספים (מתוך ה-20) שקיבלו היתר בסופו

של דבר (כלומר, לאחר הדיון הראשון)?

שאלה 4 (25 נקודות)

מספר הפרסומות המשודרות בטלוויזיה בין 20:00-21:00 מתפלג פואסונית עם תוחלת של 3 פרסומות.

6 נק') א. בערב מסוים שודרה לפחות פרסומת אחת בין 20:00-21:00. מה ההסתברות שבשעה זו

שודרו לכל היותר 3 פרסומות?

6 נק') ב. בערב מסוים שודרה לפחות פרסומת אחת בין 20:00-21:00. מה ההסתברות שבין 20:00-

20:30 באותו היום שודרו בדיוק 3 פרסומות?

6 נק') ג. בערב מסוים שודרו בדיוק 5 פרסומות בין 20:00-21:00. מהן התוחלת והשונות של מספר

הפרסומות ששודרו באותו היום בין 20:00:20:15?

7 נק') ד. נסמן ב- X את מספר הפרסומות המשודרות בין 20:00-21:00 ביום מסוים וב- Y מספר

הפרסומות המשודרות בין 20:00-20:30 באותו היום. חשבו את: $Cov(2X, 4 - Y)$.

מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 7-8

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 6

מועד אחרון להגשה: 04.06.2023

סמסטר: 2023 ב

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (20 נקודות)

התפלגות המשקל (בגרמים) של תפוח ירוק היא נורמלית עם תוחלת 100 וסטיית-תקן 10.

התפלגות המשקל (בגרמים) של תפוח אדום היא נורמלית עם תוחלת 150 וסטיית-תקן 20.

יעל הולכת לירקן כדי לקנות 10 תפוחים – 5 תפוחים ירוקים ו-5 תפוחים אדומים. היא בוחרת באקראי את כל התפוחים: תחילה את התפוחים הירוקים ואחר-כך את האדומים, ושמה את כולם בשקית אחת. (תפוחים מצבעים שונים מסודרים בערמות שונות.)

נניח שאין תלות בין משקלי תפוחים שונים וכי משקל השקית הריקה זניח, ונסמן ב- X את המשקל הכולל (בק"ג) של השקית המלאה.

7 נק' א. חשבו את $P\{X < 1.3\}$.

7 נק' ב. מהי הפונקציה יוצרת המומנטים של X ?

6 נק' ג. קילוגרם אחד של תפוחים (מכל זן) עולה 6 ש"ח.

מהי הפונקציה יוצרת המומנטים של מחיר השקית המלאה?

שאלה 2 (20 נקודות)

נתונה קופסה ובה 10 כדורים ממוספרים מ-1 עד 10.

מוציאים באקראי כדור אחד מהקופסה. יהי X את המספר הרשום על הכדור שהוצא.

לאחר מכן, כל אחד מ- X אנשים מטיל מטבע תקין עד שהוא מקבל H בפעם הראשונה.

אין תלות בין ההטלות של אנשים שונים.

נסמן ב- Y את סך כל ההטלות שנעשות בניסוי המתואר לעיל.

10 נק' א. מהי התוחלת של Y ?

10 נק' א. מהי השונות של Y ?

שאלה 3 (20 נקודות)

בזה אחר זה הופכים את הקלפים בחפיסה רגילה של 52 קלפים טרופים, המונחים כשפניהם כלפי מטה.
הערה: בחפיסת קלפים רגילה יש קלפים מ-4 צורות – לב, תלתן, עלה ויהלום. מכל צורה יש 13 קלפים שונים – אס, 2, 3, ..., 10, נסיך, מלכה ומלך.
(8 נק') א. חשבו את התוחלת של מספר הקלפים שיש להפוך עד שמתגלים כל קלפי המלכים והמלכות (בסה"כ 8 קלפים).
(12 נק') ב. חשבו את השונות של מספר הקלפים שיש להפוך עד שמתגלים כל קלפי המלכים והמלכות (בסה"כ 8 קלפים).

שאלה 4 (10 נקודות)

בכל ערב ערך צופה בטלוויזיה בהסתברות של 0.7 ובאופן בלתי תלוי בימים אחרים. מצאו חסם מלרע להסתברות שמתוך 50 ערבים מקריים ערך יצפה בין 27 ל-43 פעמים (כולל)? היעזרו באי שוויון מתאים.

שאלה 5 (15 נקודות)

מידי ערב בין 00:24-00:23 משודרת בטלוויזיה תכנית לילית מסוימת. מספר הפרסומות המשודרות בתוכנית מתפלג אחיד בין 1 ל-6. הניחו אי תלות בין מספר הפרסומות בתכנית בערבים שונים.
ערב אחד יוסי מחליט לאתגר את עצמו ספורטיבית. הוא מטיל מטבע כמספר הפרסומות שישודרו ומחליט שמשך הזמן בדקות שילך על ההליכון יהיה פי 4 ממספר העצים שיקבל. מהן התוחלת והשונות של משך הזמן בדקות שילך יוסי על ההליכון באותו הערב?

שאלה 6 (15 נקודות)

יהיו X_1, X_2, \dots, X_{200} משתנים מקריים בלתי-תלויים, שלכל אחד מהם הפונקציה יוצרת המומנטים:

$$M_X(t) = \left(\frac{e^t}{5 - 4e^t} \right)^2, \quad \text{עבור } t < \ln 1.25,$$
$$P \left\{ 1.910 \leq \sum_{i=1}^{200} X_i < 2.050 \right\}$$

מצאו קירוב ל-

מטלת מנחה (ממ"ן) 15

הקורס: 20425 – הסתברות ומבוא לסטטיסטיקה למדעי המחשב

חומר הלימוד למטלה: פרק 9

משקל המטלה: 5 נקודות

מספר השאלות: 3

מועד אחרון להגשה: 16.06.2023

סמסטר: 2023 ב

שימו לב: קיימות שתי חלופות להגשת מטלות –

- שליחת מטלות באמצעות הדואר או הגשה ישירה למנחה במפגשי ההנחיה
 - שליחת מטלות באמצעות מערכת המטלות המקוונת באתר הבית של הקורס
- הסבר מפורט ב"נוהל הגשת מטלות מנחה"

שאלה 1 (35 נקודות)

נתון ש- $X_i \sim \text{Bin}(n, i \cdot p)$ כאשר $i = 1, 2, \dots, m$. כמו כן נתון ש- X_1, X_2, \dots, X_m בלתי תלויים זה בזה.

- 10 נק' א. מצאו אומד חסר הטיה ל- p המתבסס על X_1, X_2, \dots, X_m .
- 10 נק' ב. מהי תוחלת ריבוע הטעות של האומד שמצאתם בסעיף הקודם? יש להציג ביטוי ללא טורים ולפשטו ככל שניתן.
- 7 נק' ג. מצאו אומד חסר הטיה ל- $1 - p$ המתבסס על X_1, X_2, \dots, X_m .
- 8 נק' ד. מהי תוחלת ריבוע הטעות של האומד שמצאתם בסעיף הקודם? יש להציג ביטוי ללא טורים ולפשטו ככל שניתן.

שאלה 2 (30 נקודות)

יהי X משתנה מקרי המתפלג בינומית שלילית עם פרמטר r ידוע ופרמטר p לא ידוע. כדי לאמוד את

הפרמטר p מבצעים מדגם מקרי בגודל n מהתפלגות זו.

- 15 נק' א. מצאו אומד נראות מקסימלית ל- p .
- 15 נק' ב. אם $r = 3$ ו- $n = 10$
1. מצאו אומד נראות מקסימלית ל- $P\{X = 8\}$.
2. מצאו אומד נראות מקסימלית ל- $E[X]$.

שאלה 2 (35 נקודות)

יינות נארזים בחבילות של שני בקבוקים. ביקב "הילולה", 70% מהחבילות מכילות שני בקבוקי יין לבן, 20% מכילות בקבוק אחד לבן ובקבוק אחד אדום ו- 10% מכילות שני בקבוקי יין אדום. ביקב "השומרים", 30% מהחבילות מכילות שני בקבוקי יין לבן, 30% מכילות בקבוק אחד לבן ובקבוק אחד אדום ו- 40% מכילות שני בקבוקי יין אדום. מיכאל קנה שתי חבילות כאלה, שעליהן תווית של יקב "הילולה". הוא חושד שמא החליף הסוחר את התוויות, ולמעשה היין הוא מתוצרת יקב "השומרים". כדי לבדוק זאת, ספר את מספר בקבוקי היין הלבן בשתי החבילות יחד. הניחו שאין תלות בין מספר בקבוקי היין הלבן בחבילות השונות שנדגמו.

(20 נק') א. נסחו את הבעיה כבעיה של בדיקת השערות. מצאו מבחן בעל עוצמה מקסימלית לבדיקת ההשערות, וברמת מובהקות שלא תעלה על 5%. המבחן צריך להתבסס על המספר הכולל של בקבוקי יין לבן בשתי החבילות יחד.

(8 נק') ב. מהי ההסתברות לטעות מסוג I ולטעות מסוג II של המבחן שבניתם בסעיף הקודם?

(7 נק') ג. כיצד ישתנה המבחן שבניתם, אם נגדיל את רמת המובהקות כך שלא תעלה על- 10%?

נספחים

נספח א: דף נוסחאות לבחינה

דף הנוסחאות יצורף לכל בחינה.

נספח ב: ערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית

נספח א: דף נוסחאות לבחינה

ההתפלגות	פונקציית ההסתברות / פונקציית הצפיפות	התוחלת	השונות	הפונקציה היוצרת המומנטים
בינומית	$\binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}, \quad i=0,1,\dots,n$	np	$np(1-p)$	$(pe^t + 1 - p)^n$
גיאומטרית	$(1-p)^{i-1} \cdot p, \quad i=1,2,\dots$	$1/p$	$(1-p)/p^2$	$pe^t / (1 - (1-p)e^t), \quad t < -\ln(1-p)$
פואסונית	$e^{-\lambda} \cdot \lambda^i / i!, \quad i=0,1,\dots$	λ	λ	$\exp\{\lambda(e^t - 1)\}$
בינומית שלילית	$\binom{i-1}{r-1} (1-p)^{i-r} \cdot p^r, \quad i=r, r+1, \dots$	r/p	$(1-p)r/p^2$	$(pe^t / (1 - (1-p)e^t))^r, \quad t < -\ln(1-p)$
היפרגיאומטרית	$\binom{m}{i} \binom{N-m}{n-i} / \binom{N}{n}, \quad i=0,1,\dots,m$	nm/N	$\frac{N-n}{N-1} n \frac{m}{N} (1 - \frac{m}{N})$	
אחידה בדידה	$\frac{1}{n}, \quad i=m+1, m+2, \dots, m+n$	$m + (1+n)/2$	$(n^2 - 1)/12$	
אחידה	$1/(b-a), \quad a \leq x \leq b$	$(a+b)/2$	$(b-a)^2/12$	$(e^{bt} - e^{at})/(tb - ta), \quad t \neq 0$
נורמלית	$(1/\sqrt{2\pi}\sigma) \cdot e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}, \quad -\infty < x < \infty$	μ	σ^2	$\exp\{\mu t + \sigma^2 t^2/2\}$
מעריכית	$\lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	$\lambda/(\lambda - t), \quad t < \lambda$
מולטינומית	$\binom{n}{n_1, \dots, n_r} \cdot p_1^{n_1} \cdot \dots \cdot p_r^{n_r}, \quad \sum n_i = n, \sum p_i = 1$			

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^C)$$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \quad \text{כלל ההכלה וההפרדה}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית}$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 \cap A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{n-1}) \quad \text{נוסחת הכפל}$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i) \quad , \quad \{B_i\} \text{ זרים ואיחודם הוא } S \quad \text{נוסחת ההסתברות השלמה}$$

$$P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)} \quad , \quad \{B_i\} \text{ זרים ואיחודם הוא } S \quad \text{נוסחת בייס}$$

$$E[X] = \sum_x x p_X(x) = \int x f(x) dx \quad \text{תוחלת}$$

$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x) = \int g(x) f(x) dx \quad \text{תוחלת של פונקציה של מ"מ}$$

$$\text{Var}(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - (E[X])^2 \quad \text{שונות}$$

$$E[aX + b] = aE[X] + b \quad \text{תוחלת ושונות של פונקציה לינארית}$$

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$$

$$P\{X > s + t | X > t\} = P\{X > s\} \quad , \quad s, t \geq 0 \quad \text{תכונת חוסר-הזכרון}$$

$$E[X | Y = y] = \sum_x x p_{X|Y}(x | y) = \int x f_{X|Y}(x | y) dx$$

תוחלת מותנית

$$\text{Var}(X | Y = y) = E[X^2 | Y = y] - (E[X | Y = y])^2$$

שונות מותנית

$$E[X] = E[E[X | Y]] = \sum_y E[X | Y = y] p_Y(y)$$

נוסחת התוחלת המותנית

$$E[X \cdot g(Y)] = E[g(Y) E[X | Y]]$$

$$\text{Var}(X) = E[\text{Var}(X | Y)] + \text{Var}(E[X | Y])$$

נוסחת השונות המותנית

$$E\left[\sum_{i=1}^n X_i\right] = \sum_{i=1}^n E[X_i]$$

תוחלת של סכום משתנים מקריים

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])] = E[XY] - E[X]E[Y]$$

שונות משותפת

$$\text{Cov}\left(\sum_{i=1}^n X_i, \sum_{j=1}^m Y_j\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \text{Cov}(X_i, Y_j)$$

$$\text{Var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) + 2 \sum_{i < j} \text{Cov}(X_i, X_j)$$

שונות של סכום משתנים מקריים

$$\rho(X, Y) = \text{Cov}(X, Y) / \sqrt{\text{Var}(X) \text{Var}(Y)}$$

מקדם המתאם הלינארי

$$M_X(t) = E[e^{tX}] \quad ; \quad M_{aX+b}(t) = e^{bt} M_X(at)$$

פונקציה יוצרת מומנטים

$$M_{X_1+\dots+X_n}(t) = M_{X_1}(t) \cdot \dots \cdot M_{X_n}(t) \quad : \text{כאשר } X_i \text{ מ"מ ב"ת מתקיים}$$

$$E\left[\sum_{i=1}^N X_i\right] = E[N] E[X_1]$$

תוחלת, שונות ופונקציה יוצרת מומנטים של סכום מקרי

$$\text{Var}\left(\sum_{i=1}^N X_i\right) = E[N] \text{Var}(X_1) + (E[X_1])^2 \text{Var}(N)$$

(כאשר X_i מ"מ ב"ת ש"ה)

$$M_{X_1+\dots+X_N}(t) = E\left[\left(M_{X_1}(t)\right)^N\right]$$

$$P\{X \geq a\} \leq E[X]/a \quad , \quad a > 0 \quad , \quad X \text{ מ"מ אי-שלילי}$$

אי-שוויון מרקוב

$$P\{|X - \mu| \geq a\} \leq \sigma^2 / a^2 \quad , \quad a > 0 \quad , \quad \mu, \sigma^2 < \infty$$

אי-שוויון צ'בישב

$$P\left\{\left(\sum_{i=1}^n X_i - n\mu\right) / \sqrt{n\sigma^2} \leq a\right\} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \Phi(a) \quad , \quad \mu, \sigma^2 < \infty \quad , \quad X_i \text{ מ"מ ב"ת וש"ה}$$

משפט הגבול המרכזי

טורים שימושיים

$$\sum_{i=0}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad ; \quad \sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad ; \quad \sum_{i=0}^n i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!} = e^x \quad ; \quad \sum_{i=0}^n x^i = \frac{1-x^{n+1}}{1-x} \quad ; \quad \sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x} \quad , \quad -1 < x < 1 \quad ; \quad \sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i} = -\ln(1-x) \quad , \quad 0 < x < 1$$

$$(x+y)^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^i y^{n-i}$$

אינטגרלים שימושיים

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} \quad , \quad n \neq -1 \quad ; \quad \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln(ax+b)$$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} \quad ; \quad \int b^{ax} dx = \frac{1}{a \ln b} b^{ax} \quad \int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

חוקי לוגים

$$\log_n a = \log_m a / \log_m n \quad ; \quad \log_n(a^b) = b \cdot \log_n a \quad ; \quad \log_n(ab) = \log_n a + \log_n b$$

רשימת טענות:

- אם A ו- B מאורעות זרים של ניסוי מקרי, אז ההסתברות שבחזרות ב"ת על הניסוי המאורע A יתרחש לפני המאורע B היא $P(A)/[P(A)+P(B)]$.
- אם מופעים של מאורע נתון מתרחשים בהתאם לשלוש ההנחות של תהליך פואסון עם קצב λ ליחידת זמן אחת, אז מספר המופעים שמתרחשים ביחידת זמן אחת הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר λ .
- אם X_i הוא משתנה מקרי בינומי עם הפרמטרים (n_i, p) לכל $i = 1, 2, \dots, n$, ואם X_1, X_2, \dots, X_n בלתי-תלויים זה בזה, אז $\sum_{i=1}^n X_i$ הוא משתנה מקרי בינומי עם הפרמטרים $(\sum_{i=1}^n n_i, p)$.
- אם X_i הוא משתנה מקרי גיאומטרי עם הפרמטר p לכל $i = 1, 2, \dots, n$, ואם X_1, X_2, \dots, X_n בלתי-תלויים זה בזה, אז $\sum_{i=1}^n X_i$ הוא משתנה מקרי בינומי שלילי עם הפרמטרים (n, p) .
- אם X_i הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר λ_i לכל $i = 1, 2, \dots, n$, ואם X_1, X_2, \dots, X_n בלתי-תלויים זה בזה, אז $\sum_{i=1}^n X_i$ הוא משתנה מקרי פואסוני עם הפרמטר $\sum_{i=1}^n \lambda_i$.
- סכום של n משתנים מקריים נורמליים בלתי-תלויים עם הפרמטרים μ_i ו- σ_i^2 , הוא משתנה מקרי נורמלי עם הפרמטרים $\sum \mu_i$ ו- $\sum \sigma_i^2$.
- אם X ו- Y הם משתנים מקריים בינומיים בלתי-תלויים עם הפרמטרים (n_X, p) ו- (n_Y, p) , בהתאמה, אז ההתפלגות של המשתנה המקרי המותנה X בהינתן $X+Y=n$ היא היפרגיאומטרית עם הפרמטרים $m = n_X$, $N = n_X + n_Y$ ו- $n = n$.
- אם X ו- Y הם משתנים מקריים פואסוניים בלתי-תלויים עם הפרמטרים λ_1 ו- λ_2 , בהתאמה, אז ההתפלגות של המשתנה המקרי המותנה X בהינתן $X+Y=n$ היא בינומית עם הפרמטרים n ו- $\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2}$.

נספח ב: ערכים של פונקציית ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית, $\Phi(z)$

$$\Phi(z) = P\{Z \leq z\} = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \quad ; \quad \Phi(-z) = 1 - \Phi(z) \quad ; \quad Z \sim N(0,1)$$

נוסחת האינטרפולציה:

$$\Phi(z) \approx \Phi(z_1) + \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} [\Phi(z_2) - \Phi(z_1)]$$

z	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

$\Phi(z)$	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90
z	0.0	0.126	0.253	0.385	0.524	0.674	0.842	1.036	1.282
$\Phi(z)$	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
z	1.341	1.405	1.476	1.555	1.645	1.751	1.881	2.054	2.326

