מטלת מנחה 11

## שאלה 1

יהיו הקבוצות ,

### סעיף א

טענה: קיימת התאמה חד-חד-ערכית בין ו.

הוכחה: יהי .

כלל ההתאמה הוא: לכל נתאים את .

לאיבר מותאם , לאיבר מותאם וכן הלאה.

### סעיף ב

טענה: כל התאמה בין A ל-B היא חד-חד-ערכית.

הפרכה: כדי להפריך טענה זו מספיק למצוא התאמה בין הקבוצות שאינה חד-חד-ערכית.

לדוגמה: לכל מותאם . התאמה זו אינה חח"ע.

### סעיף ג

טענה: קיימת התאמה חח"ע בין A ל-B המתאימה את ל.

הוכחה: יהי .

כלל ההתאמה: לכל נתאים את .

לאיבר מותאם .

### סעיף ד

טענה: הקבוצה B אינסופית.

הוכחה: תהי הקבוצה כך ש-.

: לפי ההנחה .

קיים .

: קיימת התאמה חח"ע בין S ו-B:

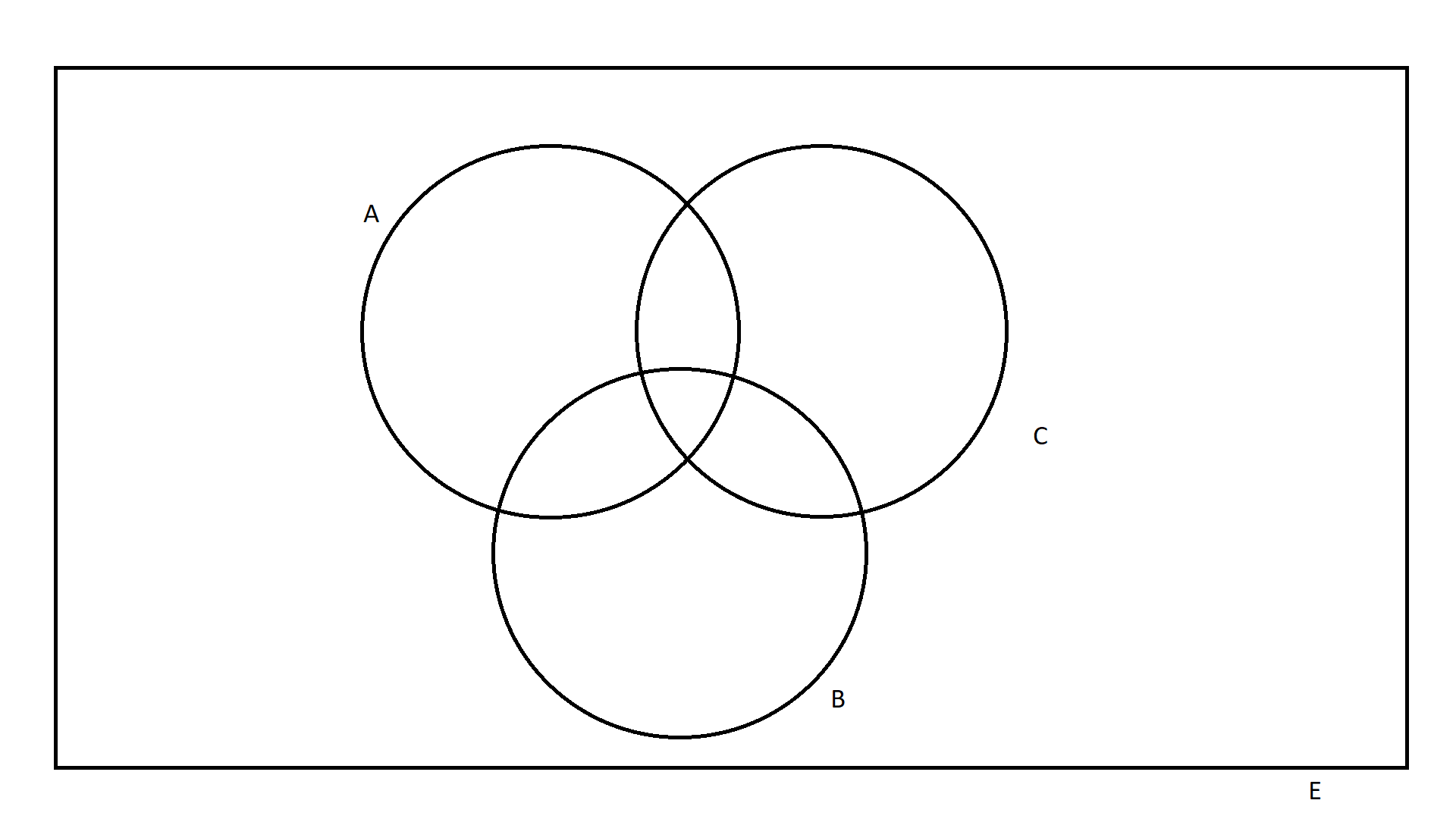
כלל ההתאמה הוא: לכל מותאם .

לכן .

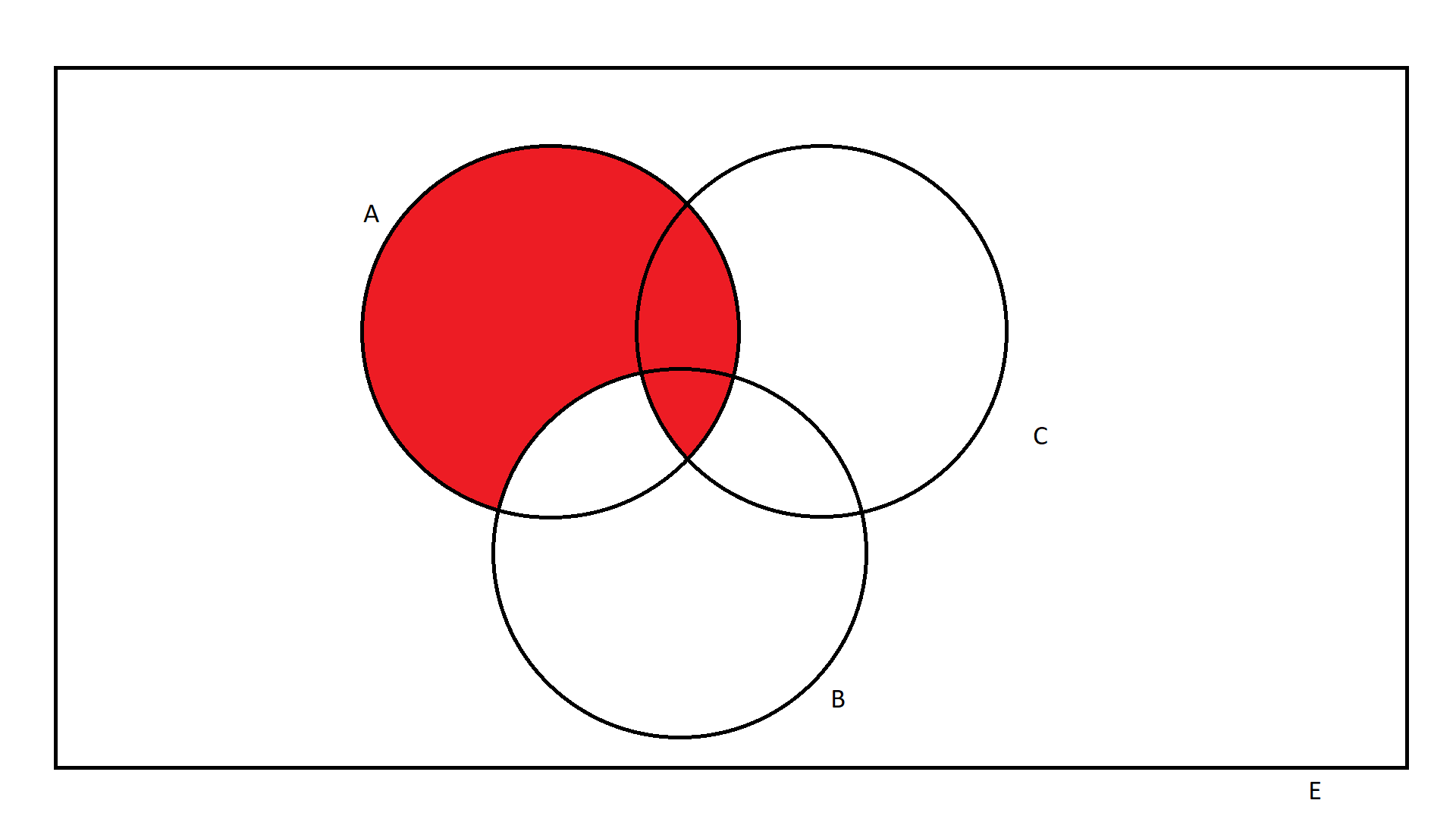
הקבוצה B אינסופית.

## שאלה 2

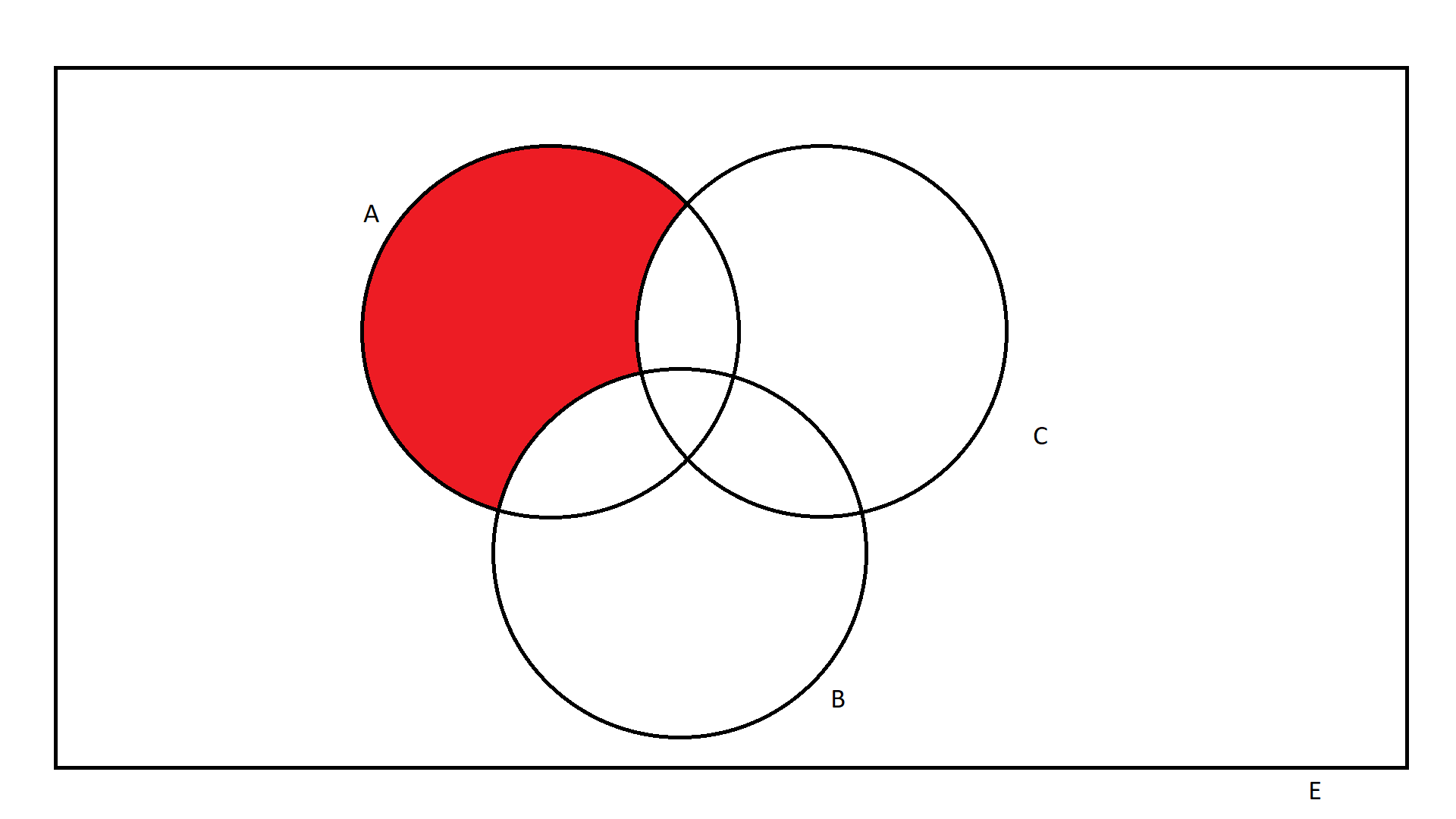
בשאלה זו נתבקשתי לסמן קבוצות מסוימות על דיאגרמה זו:



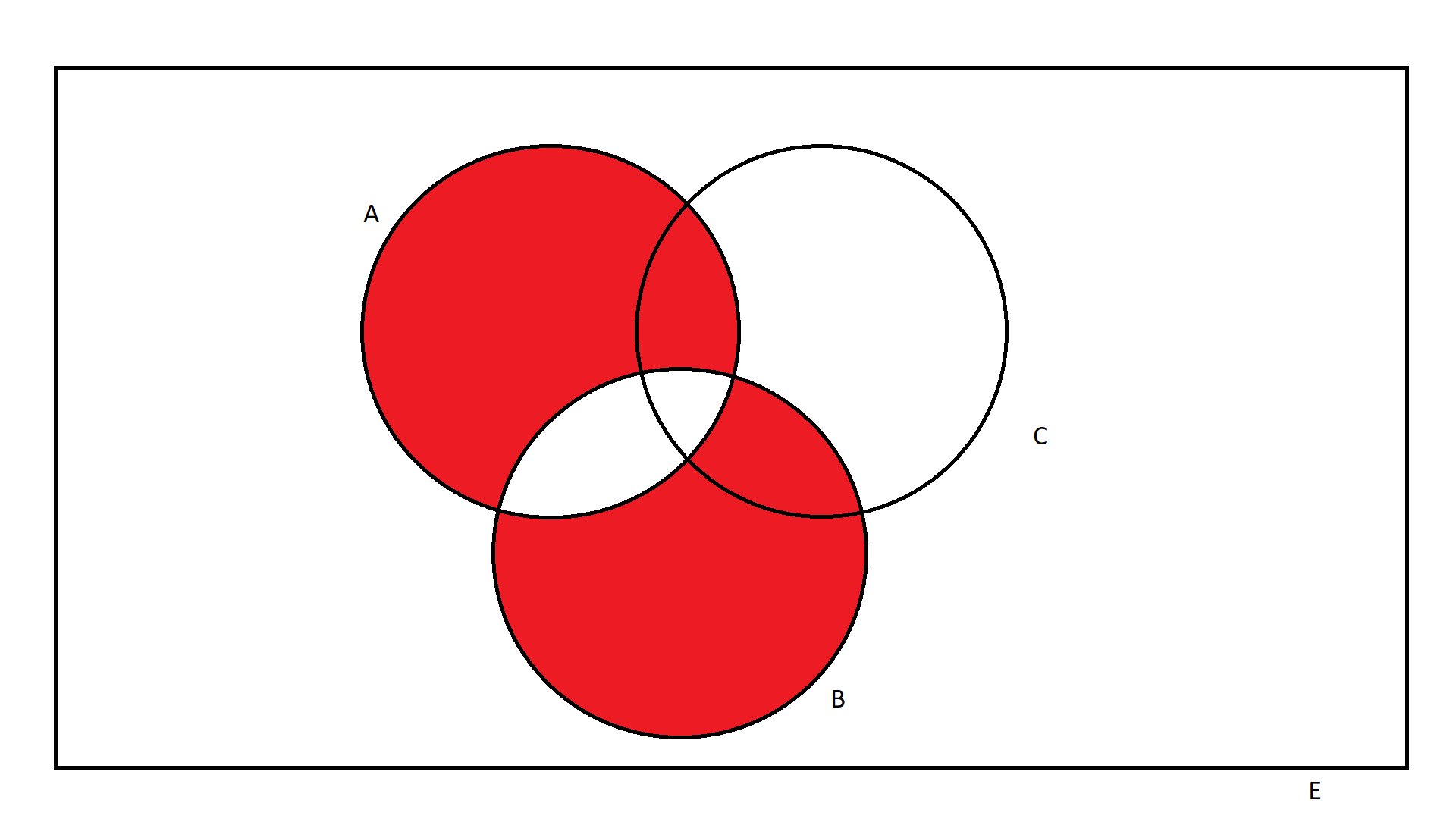
### א.



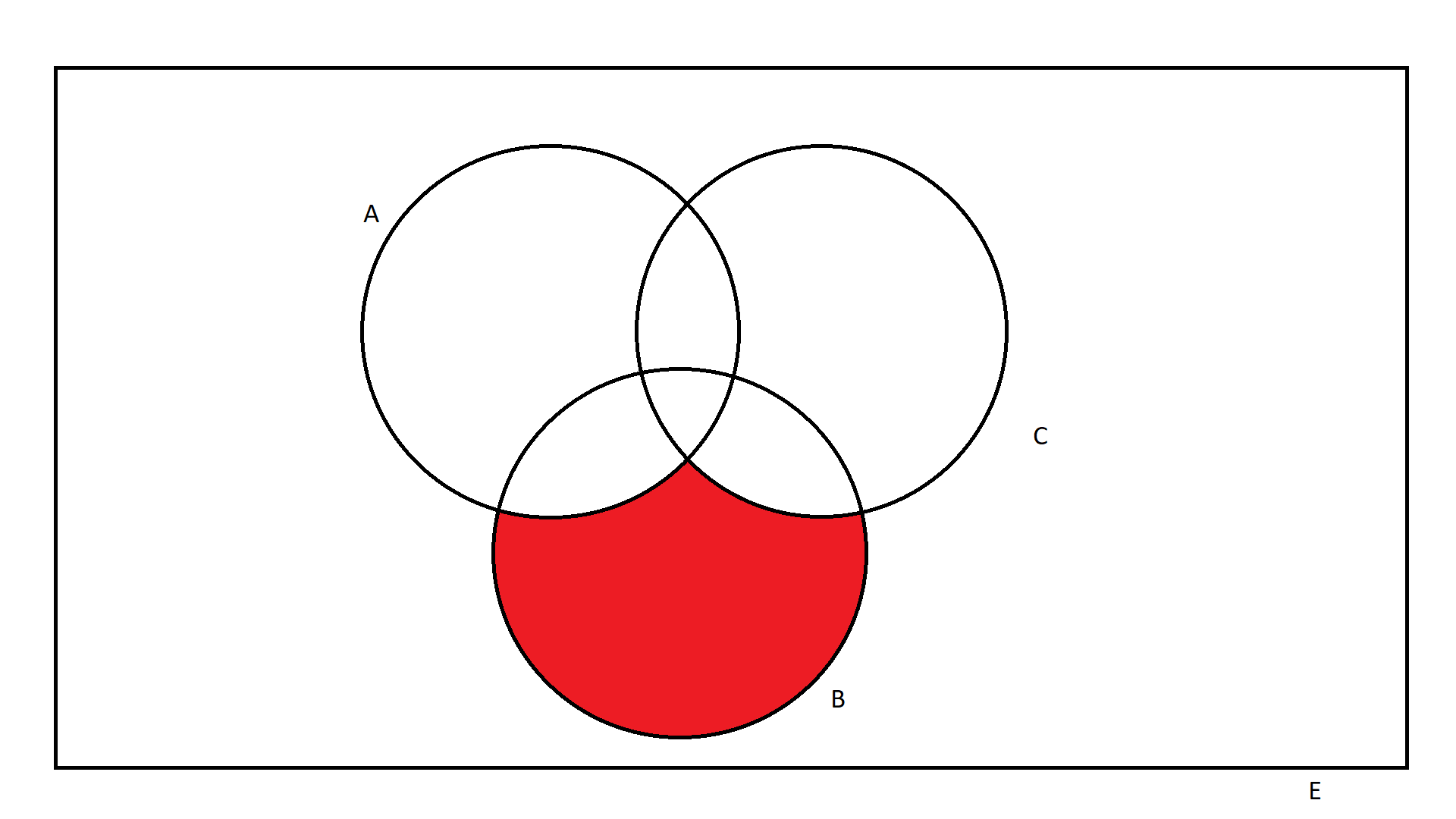
### ב.



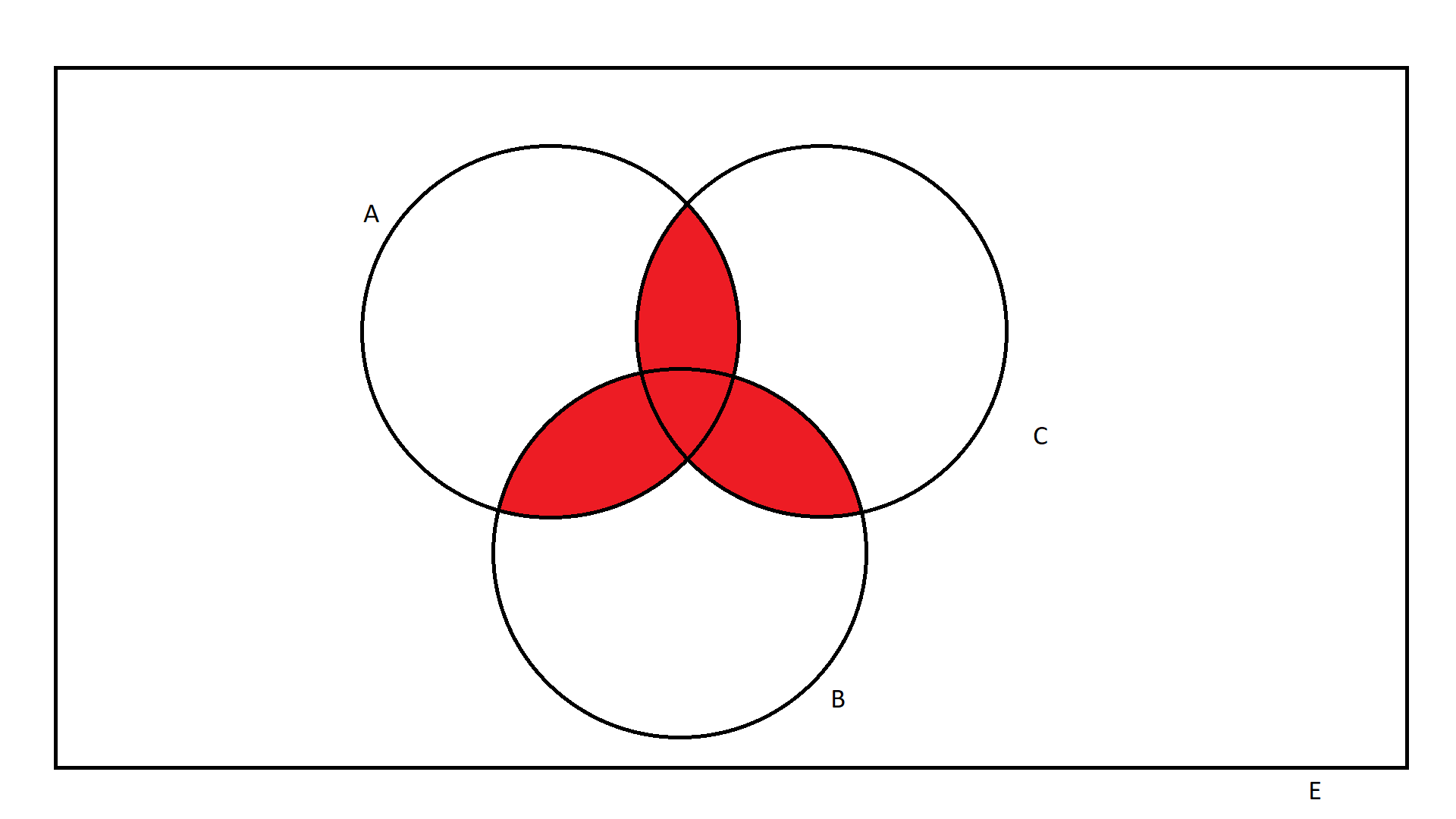
### ג.



### ד.



### ה.



## שאלה 3

### סעיף א

טענה: אם , אז

הוכחה: נניח בשלילה .

לכן איבר כלשהו בקבוצה.

.

( או )

לפי ההנחה וגם .

ובפרט אבל !

### סעיף ב

טענה: אם שקולה ל, אז

הפרכה: כאשר: , ,

: יהי

יהי או

יהי או .

(כלומר: קבוצת הטבעיים הזוגיים).

: בין הקבוצות ו- קיימת התאמה חח"ע וכלל ההתאמה הוא:

לכל מותאם .

לכן שקולה ל , והטענה שגויה.

### סעיף ג

הטענה: אם סופית וגם שקולה ל, אז .

הוכחה: נניח בשלילה . לכן עצם בקבוצה B.

לה"כ : יהי או

לה"כ : יהי וגם

: או

:

מטרנזיטיביות ההכלה: וגם

לה"כ .

לכן קיים .

ולכן .

לפי ההנחה אינסופית.

אבל לפי ההנחה סופית!

## שאלה 4

יהיה קבוצות A, .

### סעיף א

טענה: אם A שקולה לB, אז A אינסופית.

הפרכה: כאשר

לכן ,

: קיימת התאמה חח"ע בין A ל-B

כלל ההתאמה הוא: לאיבר נתאים את

לכן הקבוצות A וB שקולות זו לזו, והטענה שגויה.

### סעיף ב

טענה: אם ואם A שקולה לB, אז A אינסופית.

הוכחה:

: יהי וגם

: לפי ההנחה או

ובפרט כי .

ולכן .

לפי ההנחה, A אינסופית.

### סעיף ג

טענה: אם שקולה ל-B, אז A אינסופית.

הפרכה: כאשר .

לכן .

: קיימת התאמה חח"ע בין שתי הקבוצות.

כלל ההתאמה הוא: ל נתאים את .

ולכן B שקולה ל והטענה שגויה.