INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

Trabajo Práctico Nº 1

Electrónica III - 2019

Grupo 1:

Farall, Facundo

Gaytan, Joaquín

Kammann, Lucas

Maselli, Carlos

August 19, 2019

1 Ejercicio 2

1.1 Expresión en mintérminos

La subsección presente tratará la siguiente expresión caracterizada como:

$$f(e,d,c,b,a) = \sum m(0,2,4,7,8,10,12,16,18,20,23,24,25,26,27,28)$$

1.1.1 Simplificación con Álgebra booleana

En el siguiente desarrollo primero se escribe de forma completa la suma de productos que se describe en la expresión consignada, donde cada producto se compone de la combinación de entradas en cada estado indicado, de forma tal que el resultado de tal producto sea un estado lógico activo, esto es, un '1' binario. Con el objetivo de proveer la mayor claridad posible en el desarrollo, se subindican los términos, en donde el subíndice describe la identificación de un término.

$$\begin{aligned} f(e,d,c,b,a) = {} & {}_{0}\,\overline{e}\cdot\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{1}\,\overline{e}\cdot\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{2}\,\overline{e}\cdot\overline{d}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{3}\,\overline{e}\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{4}\,\overline{e}\cdot\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a + {}_{5}\,\overline{e}\cdot d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} \\ & + {}_{6}\,\overline{e}\cdot d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{7}\,e\cdot\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{8}\,e\cdot\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{9}\,e\cdot\overline{d}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{10}\,e\cdot\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a + {}_{11}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \\ & + {}_{12}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot a + {}_{13}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{14}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot a + {}_{15}\,e\cdot d\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \end{aligned}$$

Luego se toman los términos de una manera adecuada de forma tal que se aplica sobre ellos la propiedad de abosrción y luego se reducen, obteniendo como resultado la siguiente expresión en la cual se subindican a izquierda y en rojo de dónde fueron simplificados aplicando la absorción.

$$\begin{aligned} f(e,d,c,b,a) = {} & {}_{13,14}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot b + {}_{13,5}\,d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{13,8}\,e\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{0,1}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot\overline{d}\cdot\overline{a} + {}_{0,2}\,\overline{e}\cdot\overline{d}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{0,3}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \\ & + {}_{3,6}\,\overline{e}\cdot d\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{0,7}\,\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{2,9}\,\overline{d}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{3,11}\,d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{11,12}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b} + {}_{11,15}\,e\cdot d\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \\ & + {}_{1,5}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{2,6}\,\overline{e}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{3,5}\,\overline{e}\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + {}_{7,8}\,e\cdot\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + {}_{7,9}\,e\cdot\overline{d}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{4,10}\,\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a \end{aligned}$$

Con el fin de no recargar la notación y mantener el método empleado para vincular aquellos términos que son simplificados, se copian nuevamente la expresión previa con una numeración nueva que en este caso los identifica para su posterior simplificación.

$$\begin{aligned} f(e,d,c,b,a) = {} & {}_{0}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot b + {}_{1}\,d\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{2}\,e\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{3}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot\overline{d}\cdot\overline{a} + {}_{4}\,\overline{e}\cdot\overline{d}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{5}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \\ & + {}_{6}\,\overline{e}\cdot d\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{7}\,\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{8}\,\overline{d}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{9}\,d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{10}\,e\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{b} + {}_{11}\,e\cdot d\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \\ & + {}_{12}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{13}\,\overline{e}\cdot c\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{14}\,\overline{e}\cdot d\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + {}_{15}\,e\cdot\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + {}_{16}\,e\cdot\overline{d}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{17}\,\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a \end{aligned}$$

Repitiendo la modalidad, se simplifican algunos de los términos aplicando la regla de la absorción, se indican en los términos resultantes aquellos que fueron juntados.

$$\begin{aligned} f(e,d,c,b,a) = {} & {}_{0,10}\,e\cdot d\cdot\overline{c} + {}_{1,9}\,d\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + {}_{8,9}\,\overline{d}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{4,6}\,\overline{e}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{2,12}\,\overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + {}_{3,14}\,\overline{e}\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + {}_{5,13}\,\overline{e}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} \\ & + {}_{11,16}\,e\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + {}_{17}\,\overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a + {}_{3,15}\,\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} \end{aligned}$$

En la última expresión hay dos pares de términos de colores azul y marrón, sobre los cuales puede aplicarse propiedad de la absorción nuevamente y se reescribe adecuadamente como sigue:

$$f(e,d,c,b,a) = e\cdot d\cdot\overline{c} + \overline{b}\cdot\overline{a} + \overline{c}\cdot\overline{a} + \overline{d}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + \overline{c}\cdot b\cdot\overline{a} + \overline{e}\cdot\overline{c}\cdot\overline{a} + \overline{e}\cdot\overline{b}\cdot\overline{a} + \overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a$$

Finalmente, se obtiene la expresión reducida:

$$f(e,d,c,b,a) = e\cdot d\cdot\overline{c} + \overline{b}\cdot\overline{a} + \overline{c}\cdot\overline{a} + \overline{d}\cdot c\cdot b\cdot a$$

1.1.2 Simplificación con mapas de Karnaugh

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	1

Figure 1.1: E = 0

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	1	1	1

Figure 1.2: E = 1

Finalmente el resultado de tales selecciones de grupos resulta en la suma de productos:

$$f(e,d,c,b,a) = e \cdot d \cdot \overline{c} + \overline{b} \cdot \overline{a} + \overline{c} \cdot \overline{a} + \overline{d} \cdot c \cdot b \cdot a$$

1.1.3 Expresión desarrollada usando NOR

Partiendo de la primera expresión obtenida, se puede aplicar la propiedad de De Morgan para modificar las operaciones AND en operaciones OR aplicando un adecuado uso del algebra booleana y obteniendo finalmente todo escrito en compuertas NOR, como se hace a continuación.

$$f(e,d,c,b,a) = \overline{\overline{\overline{\overline{e}+\overline{d}+c}+\overline{b+a}+\overline{c+a}+\overline{d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a}}}}$$

1.1.4 Circuitos lógicos

1.2 Expresión en maxtérminos

En forma análoga con la expresión de los mintérminos, se presenta la expresión de maxtérminos consignada para ser desarrollada y simplificada a través de diferentes métodos. Aquí también se emplea el uso de subíndices para describir e identificar los términos al momento de aplicar las propiedades.

$$f(d,c,b,a) = \prod M(0,2,4,7,8,10,12)$$

1.2.1 Simplificación con Álgebra booleana

$$f(d,c,b,a) = {}_{0}(d+c+b+a)\cdot {}_{1}(d+c+\overline{b}+a)\cdot {}_{2}(d+\overline{c}+b+a)\cdot {}_{3}(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})\cdot {}_{4}(\overline{d}+c+b+a)$$
$$\cdot\, {}_{5}(\overline{d}+c+\overline{b}+a)\cdot {}_{6}(\overline{d}+\overline{c}+b+a)$$

Se aplica la propiedad de absorción y, juntando los términos que son indicados en los subíndices de los resultantes, luego se llega a la siguiente expresión:

$$f(d,c,b,a) = {}_{0,1}(d+c+a)\cdot {}_{0,2}(d+b+a)\cdot {}_{0,4}(c+b+a)\cdot {}_{1,5}(c+\overline{b}+a)\cdot {}_{2,6}(\overline{c}+b+a)\cdot {}_{5}(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})$$
$$\cdot\, {}_{4,5}(\overline{d}+c+a)\cdot {}_{4,6}(\overline{d}+b+a)$$

Nuevamente aplicando absorción con los términos indicados en los colores azul y marrón, luego queda expresado de la siguiente forma para volver a aplicar la misma propiedad:

$$f(d,c,b,a) = (c+a)\cdot(b+a)\cdot(c+b+a)\cdot(c+\overline{b}+a)\cdot(\overline{c}+b+a)\cdot(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})$$

Finalmente absorbiendo estos miembros de las sumas:

$$f(d,c,b,a) = (c+a)\cdot(b+a)\cdot(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})$$

1.2.2 Simplificación con mapas de Karnaugh

DC \ BA	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

De la selección de los grupos del mapa de Karnaugh se obtiene la siguiente expresión conformada por un producto de sumas de los maxtérminos reducidos por este método.

$$f(d,c,b,a) = (c+a)\cdot(b+a)\cdot(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})$$

1.2.3 Expresión desarrollada usando NOR

En forma análoga a la otra parte del ejercicio la expresión obtenida anteriormente puede ser llevada a una forma donde se haga uso únicamente de operaciones NOR aplicando el teorema de De Morgan.

$$f(d,c,b,a) = \overline{\overline{(c+a)\cdot(b+a)\cdot(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})}}$$

$$f(d,c,b,a) = \overline{\overline{(c+a)}+\overline{(b+a)}+\overline{(d+\overline{c}+\overline{b}+\overline{a})}}$$

1.2.4 Circuitos lógicos

2 Ejercicio 3

De los dos módulos pedidos para implementar en Verilog se tomó la decisión, de forma completamente arbitraria, de realizar uno mediante las compuertas lógicas que lo componen, y otro a través de la descripción de su comportamiento (behavioural). La razón detrás de esta decisión fue pura y exclusivamente para hacer uso de las variantes provistas por Verilog, e interiorizarnos en su estilo de programación.

2.1 Decoder de 4 entradas

Recibe una entrada de 2 bits, que determinan cual de las cuatro salidas accionar. Su implementación se realizó a través de lógica de compuertas, donde únicamente la combinación correcta de los dos bits de entrada, ponen a la salida con ese número en 1 lógico. Las relaciones lógicas son relativamente sencillas y *straight-forward*, por lo cual no se considera necesario demostrarlas mediante una tabla de verdad o mapa de Karnaugh. A continuación se presenta el código:

```
module decoder4out(coded, y0, y1, y2, y3);
    input [1:0] coded;
    output y0, y1, y2, y3;

    assign y0 = ~coded[1] & ~coded[0];
    assign y1 = ~coded[1] & coded[0];
    assign y2 = coded[1] & ~coded[0];
    assign y3 = coded[1] & coded[0];

endmodule
```

2.2 MUX de 4 entradas

Recibe una entrada de 4 bits con las 4 "fuentes", otra entrada de 2 bits que hace las veces de selector, y cuenta con una salida de 1 bit. La salida copiará el valor de la entrada determinada por el selector. El módulo es logró mediante una descripción del comportamiento del mismo, en el cual se le especificó qué debía realizar ante cambios en alguna de sus entradas. A continuación se presenta el código:

```
module mux4in (x, sel, y);
    input [3:0] x;
    input [1:0] sel;                    // sel selects the exit (x[3], x[2], x[1], x[0]).
    output reg y;

    always @(sel or x) begin
        if (sel == 0)
            assign y = x[0];
        else if (sel == 1)
            assign y = x[1];
        else if (sel == 2)
            assign y = x[2];
        else if (sel == 3)
            assign y = x[3];

    end

endmodule
```

2.3 Test-bench

Se sometió a los dos módulos a un testeo de su respuesta a cada una de las posibles entradas, y los resultados fueron los esperados. Los mismos pueden ser replicados ejecutando los comandos:

```
user@computer: path/to/EJ_3/folder$ make
user@computer: path/to/EJ_3/folder$ ./run
```