Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.13 Electrónica III

Trabajo práctico N°1

Grupo 3

Mechoulam, Alan	58438
Lambertucci, Guido Enrique	58009
Martorel, Ariel	Legajo
Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	58150

Profesor

Dewald, Kevin

Presentado: /19

Introducción

Desarrollo de la experiencia

Ejercicio 1

Se realizo un programa que calcula el rango y resolucion de la a entrada

Ejercicio 2

Dadas las siguientes expresiones:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\sum m\left(0,2,4,7,8,10,12,16,18,20,23,24,25,26,27,28\right) \tag{1}$$

$$f\left(d,c,b,a\right)=\prod\left(M_0,M_2,M_4,M_7,M_8,M_{10},M_{12}\right) \tag{2}$$

se procede a hallar la mínima expresión posible para ambas usando álgebra booleana y mapas de Karnaugh. Escribiendo la expresión (1) en forma de minterminos se obtiene:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\ \bar e\bar d\bar cb\bar a\ +\ \bar e\bar dc\bar b\bar a\ +\ \bar e\bar dcba\ +\ \bar ed\bar c\bar b\bar a\ +\ \bar ed\bar cb\bar a\ +\ \bar edc\bar b\bar a\ +$$

$$e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\ e\bar d\bar cb\bar a\ +\ e\bar dc\bar b\bar a\ +\ e\bar dcba\ +\ ed\bar c\bar b\bar a\ +\ ed\bar c\bar ba\ +\ ed\bar cb\bar a\ +\ ed\bar cba\ +\ edc\bar b\bar a$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\ \bar e\bar d\bar cb\bar a}_{\bar e\bar d\bar c\bar a}+\underbrace{\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\bar e\bar dc\bar b\bar a}_{\bar e\bar d\bar b\bar a}+\underbrace{\bar e\bar dc\bar b\bar a\ +e\bar dc\bar b\bar a}_{\bar dc\bar b\bar a}+\underbrace{\bar e\bar dcba\ +e\bar dcba}_{\bar dcba}+$$

$$\underbrace{\bar ed\bar c\bar b\bar a\ +\bar ed\bar cb\bar a}_{\bar ed\bar c\bar a}+\underbrace{\bar edc\bar b\bar a\ +\bar ed\bar c\bar b\bar a}_{\bar ed\bar b\bar a}+\underbrace{\bar edc\bar b\bar a\ +edc\bar b\bar a}_{dc\bar b\bar a}+\underbrace{e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +e\bar d\bar cb\bar a}_{e\bar d\bar c\bar a}+$$

$$\underbrace{ed\bar c\bar b\bar a\ +ed\bar c\bar ba}_{ed\bar c\bar b}+\underbrace{ed\bar c\bar ba\ +ed\bar cba}_{ed\bar ca}+\underbrace{\underbrace{ed\bar c\bar b\bar a\ +ed\bar cb\bar a}_{ed\bar c\bar a}+\underbrace{ed\bar c\bar ba\ +ed\bar cba}_{ed\bar c\bar a}}_{ed\bar c\bar a}=$$

De la anterior expresión, reordenando se consigue:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +e\bar d\bar c\bar a}_{\bar d\bar c\bar a}+\underbrace{\bar e\overline{db}\bar a\ +\bar e\overline{db}\bar a}_{\bar dcba}+\bar dcba+ed\bar c\bar b+\underbrace{\bar dc\bar b\bar a\ +dc\bar b\bar a}_{c\bar b\bar a}+$$

$$\underbrace{ed\bar c\bar a\ +ed\bar ca}_{ed\bar c}+\underbrace{\bar ed\bar c\bar a\ +ed\bar c\bar a}_{d\bar c\bar a}$$

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar d\bar c\bar a\ +d\bar c\bar a}_{\bar c\bar a}+\underbrace{ed\bar c\ +ed\bar c\bar b}_{ed\bar c}+\bar dcba+\bar e\bar b\bar a+c\bar b\bar a$$

teniendo en cuenta que

$$c\bar b\bar a=ec\bar b\bar a+\bar ec\bar b\bar a+\bar c\bar e\bar b\bar a$$

$$\bar{e}\bar{b}\bar{a} = c\bar{e}\bar{b}\bar{a} + \bar{c}\bar{e}\bar{b}\bar{a} + ce\bar{b}\bar{a}$$

$$\underbrace{\underbrace{\bar{e}\bar{b}\bar{a} \; + ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}} \; \underbrace{c\bar{b}\bar{a} \; + ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}}}_{\bar{b}\bar{a}}$$

se llega a la expresión

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = bac\bar{d} + ed\bar{c} + \bar{c}\bar{a} + \bar{b}\bar{a} \tag{3}$$

Por otro lado, utilizando mapas de Karnaugh se consigue el siguiente gráfico:

dc \ ba	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	1

e = 0

dc \ ba	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	1	1	1

e = 1

Tabla 1: Mapa de Karnaugh de la expresión (1).

En este se pueden observar 4 grupos distintos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 y 28, obteniéndose la expresión $ba\bar{d}c$;
2. Compuesto por los casilleros 7 y 23, obteniéndose la expresión $ed\bar{c}$;

3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8, 10, 16, 18, 24 y 26, obteniéndose la expresión $\bar{c}\bar{a}$;
4. Compuesto por los casilleros 24, 25, 26 y 27, obteniéndose la expresión $\bar{b}\bar{a}$

de esta forma se llega a la expresión:

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = ba\bar{d}c \ + \ ed\bar{c} \ + \ \bar{c}\bar{a} \ + \ \bar{b}\bar{a}$$

la cual coincide con la ecuación (3). De esta forma se representa, mediante un circuito de compuertas lógicas, la formula hallada.

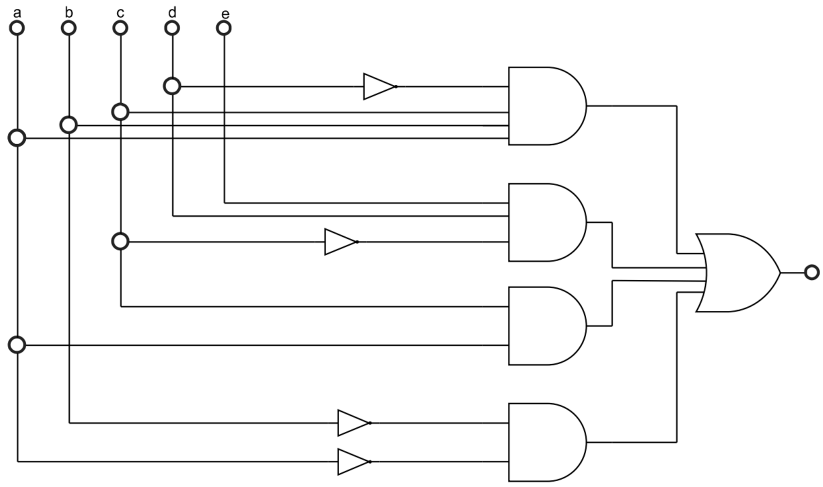


Figura 1: Circuito resultante de simplificar la expresión (1).

Luego se dedujo una expresion para escribirlo con compuertas **NOR**

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \overline{\overline{ba\bar{d}c}} \ + \ \overline{\overline{ed\bar{c}}} \ + \ \overline{\overline{\bar{c}\bar{a}}} \ + \ \overline{\overline{\bar{b}\bar{a}}}$$

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \overline{\overline{\overline{\bar{b}+\bar{a}+d+\bar{c}}+\overline{\bar{e}+\bar{d}+c}+\overline{c+a}+\overline{b+a}}}$$

A la cual le corresponde el siguiente circuito:

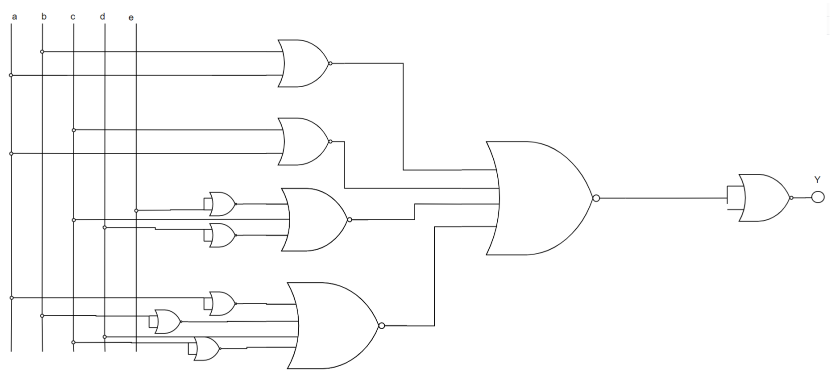


Figura 2: Circuito unicamente con NOR.

Por otro lado, la expresión (2) se escribe en forma de maxterminos:

$$f\left(d,c,b,a\right)=\left(a+b+c+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(d,c,b,a\right)=\underbrace{\left(a+b+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)}_{a+b}\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)$$

$$f\left(d,c,b,a\right)=\left(a+b\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\underbrace{\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+b+c+d\right)}_{a+c}$$

$$f\left(d,c,b,a\right)=\left(a+b\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+c\right)\cdot$$

$$\underbrace{\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)}_{\alpha}\cdot\underbrace{\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)}_{\beta}$$

Cálculo auxiliar

$$\alpha=\left[\left(a+c+d\right)+\bar{b}\right]\cdot\left[\left(a+c+\bar{d}\right)+b\right]$$

$$\alpha=\underbrace{\left(a+c+d\right)\cdot\left(a+c+\bar{d}\right)}_{a+c}+\left(a+c+d\right)\cdot b+\left(a+c+\bar{d}\right)\cdot\bar{b}+\underbrace{d\bar{d}}_{0}$$

$$\alpha=a+c+\underbrace{\left(a+c\right)\cdot b+\left(a+c\right)\cdot\bar{b}}_{a+c}+\underbrace{db+\bar{d}\bar{b}}_{1}=a+c+1$$

De forma análoga se puede llegar a que

$$\beta=a+b+1$$

Por lo tanto,

$$\alpha\cdot\beta=\left(a+c+1\right)\cdot\left(a+b+1\right)$$

$$\alpha\cdot\beta=a+b+c+ab+ac+cb+1=1$$

Luego,

$$f\left(d,c,b,a\right)=\left(a+b\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+c\right)\qquad(4)$$

A su vez, usando mapas de Karnaugh, se obtiene lo siguiente:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Tabla 2: Mapa de Karnaugh de la expresión (2).

En esta se pueden observar 3 grupos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8 y 12, obteniéndose la expresión $b + a$;
2. Compuesto por el casillero 7, obteniéndose la expresión $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d$;
3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8 y 10, obteniéndose la expresión $c + a$

obteniendo finalmente la expresión:

$$f\,(d, c, b, a) = (b \ + \ a) \cdot (c \ + \ a) \cdot \left(\bar{a} \ + \ \bar{b} \ + \ \bar{c} \ + \ d\right) \tag{5}$$

coincidente con la ecuación (4). Por último, se utiliza dicha formula dicha para elaborar un circuito de compuertas lógicas que la represente.

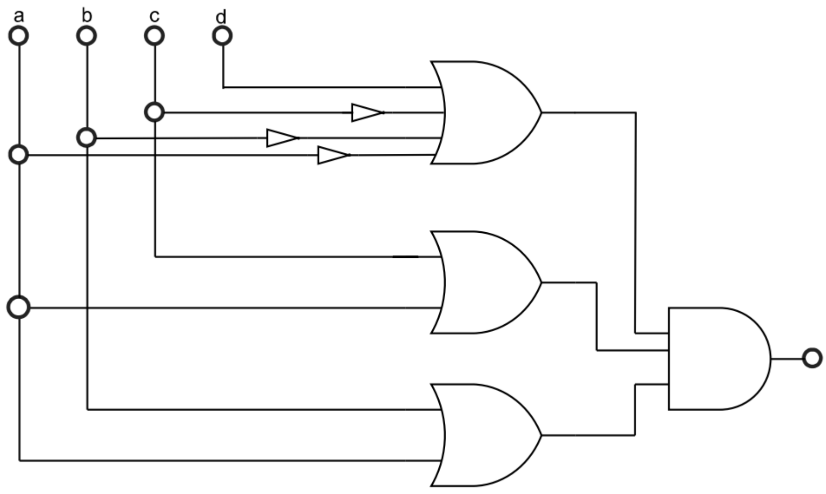


Figura 3: Circuito resultante de simplificar la expresión (2).

Luego se dedujo una expresion para escribirlo con compuertas **NOR**

$$f\,(d, c, b, a) = \overline{\overline{(b \ + \ a) \cdot (c \ + \ a) \cdot \left(\bar{a} \ + \ \bar{b} \ + \ \bar{c} \ + \ d\right)}}$$

$$f\,(d,c,b,a) = \overline{\overline{(b\ +\ a)} + \overline{(c\ +\ a)} + \overline{\left(\bar{a}\ +\ \bar{b}\ +\ \bar{c}\ +\ d\right)}}$$

a la cual le corresponde el siguiente circuito.

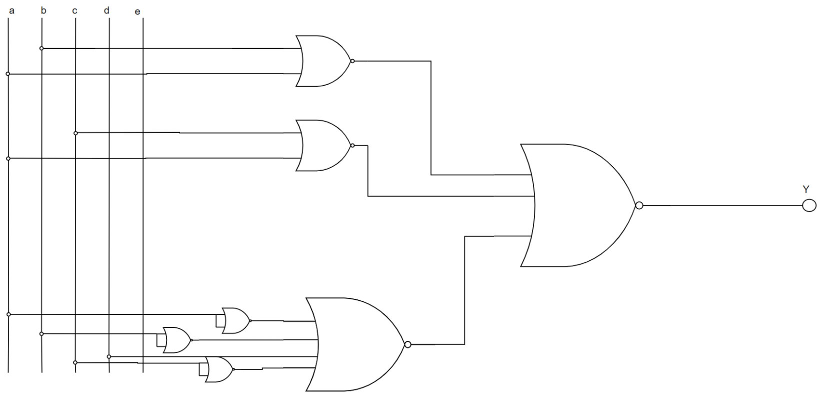


Figura 4: Circuito únicamente con compuertas NOR.

Ejercicio 3

Ejercicio 4

En este punto se pidio armar un circuito que dados 4 bits de entrada en binario lo transforme a codigo de Gray se armo la tabla de verdad

d	c	b	a	m_{ij}	y_4	y_3	y_2	y_1
0	0	0	0	m_{i0}	0	0	0	0
0	0	0	1	m_{i1}	0	0	0	1
0	0	1	0	m_{i2}	0	0	1	1
0	0	1	1	m_{i3}	0	0	1	0
0	1	0	0	m_{i4}	0	1	1	0
0	1	0	1	m_{i5}	0	1	1	1
0	1	1	0	m_{i6}	0	1	0	1
0	1	1	1	m_{i7}	0	1	0	0
1	0	0	0	m_{i8}	1	1	0	0
1	0	0	1	m_{i9}	1	1	0	1
1	0	1	0	m_{iA}	1	1	1	1
1	0	1	1	m_{iB}	1	1	1	0
1	1	0	0	m_{iC}	1	0	1	0
1	1	0	1	m_{iD}	1	0	1	1
1	1	1	0	m_{iE}	1	0	0	1
1	1	1	1	m_{iF}	1	0	0	0

Se procede a escribir cada bit de salida en funcion de los minterminos:

$$y_4 = \sum_{j=8}^{F} m_{4j}\ ;\ y_3 = \sum_{j=4}^{B} m_{3j}\ ;\ y_2 = \sum_{j=2}^{5} m_{2j} + \sum_{j=A}^{D} m_{2j}\ ;\ y_1 = m_{11}+m_{12}+m_{15}+m_{16}+m_{19}+m_{1A}+m_{1D}+m_{1E}$$

luego para llegar a la forma simplificada se hizo el mapa de Karnaugh de cada salida:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Tabla 3: Mapa de Karnaugh del bit y4 de salida.

Se puede ver que

$$y_4 = d$$

del segundo bit:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

Tabla 4: Mapa de Karnaugh del bit y3 de salida.

De aqui

$$y_3 = \bar{d}c + d\bar{c}$$

continuando para la siguiente salida:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

Tabla 5: Mapa de Karnaugh del bit y2 de salida.

De aqui

$$y_2 = \bar{c}b + c\bar{b}$$

continuando para la ultima salida:

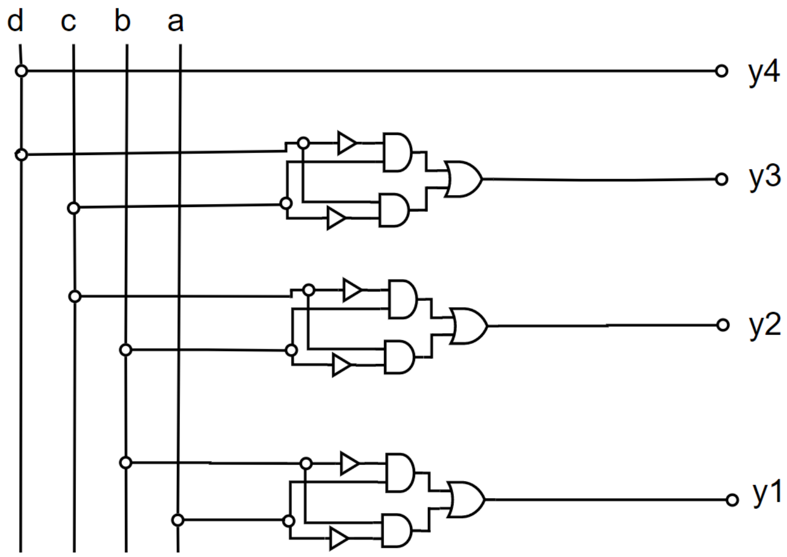
dc \ ba	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

Tabla 6: Mapa de Karnaugh del bit y1 de salida.

Finalmente se obtiene:

$$y_1 = \bar{b}a + \bar{a}b$$

Luego se armo el circuito únicamente utilizando compuertas **OR AND** y **NOT**



Conclusión

Hablar algo del codigo de verilog

Ejercicio 5