

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.13 ELECTRÓNICA III

Trabajo práctico N°1

Grupo 3

MECHOULAM, Alan	58438
LAMBERTUCCI, Guido Enrique	58009
MARTORELL, Ariel	56209
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150

Profesor

DEWALD, Kevin

Presentado: /19

Introducción

Desarrollo de la experiencia

Ejercicio 1

Se realizó un programa que calcula el rango y resolución de la a entrada.

Ejercicio 2

Dadas las siguientes expresiones:

$$f(e, d, c, b, a) = \sum m(0, 2, 4, 7, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 23, 24, 25, 26, 27, 28) \quad (1)$$

$$f(d, c, b, a) = \prod (M_0, M_2, M_4, M_7, M_8, M_{10}, M_{12}) \quad (2)$$

se procede a hallar la mínima expresión posible para ambas, usando tanto álgebra booleana, como mapas de Karnaugh. Escribiendo la expresión (1) en forma de minterminos se obtiene:

$$f(e, d, c, b, a) = \bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}\bar{c}b\bar{a} + \bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}c b a + \bar{e}d\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}d\bar{c}b\bar{a} + \bar{e}d c \bar{b} \bar{a} + \bar{e}d c b \bar{a} + \bar{e}d c b a + \bar{e}d\bar{c}\bar{b}a + \bar{e}d\bar{c}ba + \bar{e}d c \bar{b} a + \bar{e}d c b a + e\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a} + e\bar{d}\bar{c}b\bar{a} + e\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + e\bar{d}c b a + e d \bar{c} \bar{b} \bar{a} + e d \bar{c} b \bar{a} + e d c \bar{b} \bar{a} + e d c b \bar{a} + e d c b a$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$\begin{aligned} f(e, d, c, b, a) &= \underbrace{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{\bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}c b a}_{\bar{e}\bar{d}b\bar{a}} + \underbrace{\bar{e}d\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{\bar{e}d c \bar{b} \bar{a} + \bar{e}d c b \bar{a}}_{\bar{e}d c \bar{a}} + \\ &\quad \underbrace{\bar{e}d\bar{c}\bar{b}a + \bar{e}d\bar{c}ba}_{\bar{e}d\bar{c}a} + \underbrace{\bar{e}d c \bar{b} a + \bar{e}d c b a}_{\bar{e}d c a} + \underbrace{\bar{e}d\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{\bar{e}d c \bar{b} \bar{a} + \bar{e}d c b \bar{a}}_{\bar{e}d c \bar{a}} + \\ &\quad \underbrace{e\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a} + e\bar{d}\bar{c}b\bar{a}}_{e\bar{d}\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{e\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + e\bar{d}c b \bar{a}}_{e\bar{d}c \bar{a}} + \underbrace{e d \bar{c} \bar{b} \bar{a} + e d c \bar{b} \bar{a}}_{e d \bar{c} \bar{a}} + \underbrace{e d c \bar{b} \bar{a} + e d c b \bar{a}}_{e d c \bar{a}} = \end{aligned}$$

De la anterior expresión, reordenando se consigue:

$$\begin{aligned} f(e, d, c, b, a) &= \underbrace{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}\bar{c}a}_{\bar{d}\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{\bar{e}\bar{d}b\bar{a} + \bar{e}\bar{d}ba}_{\bar{d}c b a} + \underbrace{\bar{d}c b a + e d \bar{c} b}_{\bar{d}c b a} + \underbrace{\bar{d}\bar{c}b\bar{a} + d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{c}b\bar{a}} + \\ &\quad \underbrace{e d \bar{c} \bar{a} + e d c \bar{a}}_{e d \bar{c}} + \underbrace{\bar{e} d \bar{c} \bar{a} + e d c \bar{a}}_{d \bar{c} \bar{a}} \\ f(e, d, c, b, a) &= \underbrace{\bar{d}\bar{c}\bar{a} + d\bar{c}\bar{a}}_{\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{e d \bar{c} + e d c \bar{b}}_{e d \bar{c}} + \bar{d}c b a + \bar{e}b\bar{a} + \bar{c}b\bar{a} \end{aligned}$$

teniendo en cuenta que

$$\bar{c}b\bar{a} = e\bar{c}b\bar{a} + \bar{e}\bar{c}b\bar{a} + \bar{c}\bar{e}b\bar{a}$$

$$\begin{aligned} \bar{e}\bar{b}\bar{a} &= c\bar{e}\bar{b}\bar{a} + \bar{c}\bar{e}\bar{b}\bar{a} + c\bar{e}\bar{b}\bar{a} \\ &\underbrace{\bar{e}\bar{b}\bar{a} + c\bar{e}\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}} \underbrace{\bar{c}\bar{b}\bar{a} + c\bar{e}\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}} \\ &\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\bar{b}\bar{a}} \end{aligned}$$

se llega a la expresión

$$f(e, d, c, b, a) = bac\bar{d} + ed\bar{c} + \bar{c}\bar{a} + \bar{b}\bar{a} \quad (3)$$

Por otro lado, utilizando mapas de Karnaugh se consigue el siguiente gráfico:

		ba			
		00	01	11	10
dc	00	1	0	0	1
	01	1	0	1	0
	11	1	0	0	0
	10	1	0	0	1

$$e = 0$$

		ba			
		00	01	11	10
dc	00	1	0	0	1
	01	1	0	1	0
	11	1	0	0	0
	10	1	1	1	1

$$e = 1$$

Tabla 1: Mapa de Karnaugh de la expresión (1).

En este se pueden observar 4 grupos distintos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 y 28, obteniéndose la expresión $bac\bar{d}$;
2. Compuesto por los casilleros 7 y 23, obteniéndose la expresión $ed\bar{c}$;

3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8, 10, 16, 18, 24 y 26, obteniéndose la expresión $\bar{c}\bar{a}$;
4. Compuesto por los casilleros 24, 25, 26 y 27, obteniéndose la expresión $\bar{b}\bar{a}$ de esta forma se llega a la expresión:

$$f(e, d, c, b, a) = b\bar{a}\bar{d}c + ed\bar{c} + \bar{c}\bar{a} + \bar{b}\bar{a}$$

la cual coincide con la ecuación (3). De esta forma se representa, mediante un circuito de compuertas lógicas, la formula hallada.

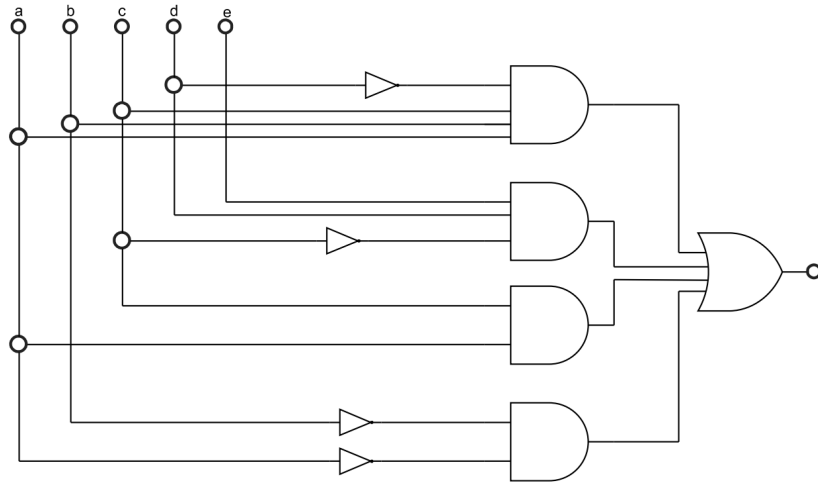


Figura 1: Circuito resultante de simplificar la expresión (1).

Luego se dedujo una expresión para escribirlo con compuertas **NOR**.

$$f(e, d, c, b, a) = \overline{\overline{b}\overline{a}\overline{d}c} + \overline{\overline{e}\overline{d}\overline{c}} + \overline{\overline{c}\overline{a}} + \overline{\overline{b}\overline{a}}$$

$$f(e, d, c, b, a) = \overline{\overline{\overline{b} + \overline{a} + d + \overline{c} + \overline{e} + \overline{d} + c + \overline{c} + \overline{a} + \overline{b} + a}}$$

Al desarrollo anterior le corresponde el siguiente circuito:

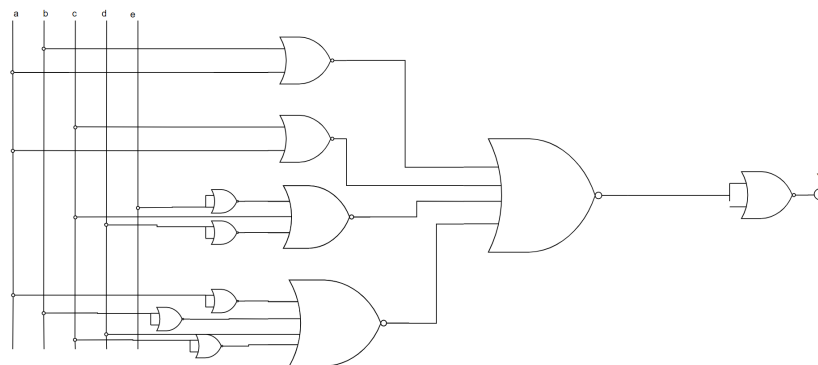


Figura 2: Circuito unicamente con NOR.

Por otro lado, la expresión (2) se escribe en forma de maxterminos:

$$f(d, c, b, a) = (a + b + c + d) \cdot (a + \bar{b} + c + d) \cdot (a + b + \bar{c} + d) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d) \cdot (a + b + c + \bar{d}) \cdot (a + \bar{b} + c + \bar{d}) \cdot (a + b + \bar{c} + \bar{d})$$

A su vez, esta puede ser expresada como

$$f(d, c, b, a) = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}b\bar{c}d$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f(d, c, b, a) = \underbrace{\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d}}_{a\bar{c}\bar{d}} + \underbrace{\bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}\bar{d}}_{a\bar{b}c} + \underbrace{\bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}b\bar{c}d}_{a\bar{c}d} + \underbrace{\bar{a}b\bar{c}\bar{d} + \bar{a}b\bar{c}d}_{a\bar{b}c} + \bar{a}b\bar{c}d$$

$$f(d, c, b, a) = \bar{a}bc + \underbrace{\bar{a}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}c\bar{d}}_{a\bar{c}} + \bar{a}\bar{b}c + \underbrace{\bar{a}bcd + \bar{a}b\bar{c}d}_{abd} + \underbrace{\bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}cd}_{a\bar{b}\bar{c}}$$

$$f(d, c, b, a) = a\bar{c} + \bar{a}bc + abd + \underbrace{\bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c}_{a\bar{b}}$$

$$f(d, c, b, a) = a\bar{c} + \bar{a}bc + abd + \bar{a}\bar{b} = a\bar{c} + \bar{a}bc + a(\bar{b} + bd) = a\bar{c} + \bar{a}bc + a(\bar{b} + d)$$

Luego,

$$f(d, c, b, a) = a\bar{c} + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b} + ad \quad (4)$$

Luego, usando mapas de Karnaugh, se obtiene lo siguiente:

		ba			
		00	01	11	10
dc	00	0	1	1	0
	01	0	1	0	1
	11	0	1	1	1
	10	0	1	1	0

Tabla 2: Mapa de Karnaugh de la expresión (2).

En esta se pueden observar 3 grupos:

1. Compuesto por los casilleros 6 y 14, obteniéndose la expresión $\bar{a}bc$;
2. Compuesto por los casilleros 9, 11, 13 y 15, obteniéndose la expresión ad ;

3. Compuesto por los casilleros 1, 3, 9 y 11, obteniéndose la expresión $a\bar{c}$;
 4. Compuesto por los casilleros 1, 5, 9 y 13, obteniéndose la expresión $a\bar{b}$
- obteniendo finalmente la expresión:

$$f(d, c, b, a) = \bar{a}bc + ad + a\bar{c} + a\bar{b} \quad (5)$$

coincidente con la ecuación (4). Por último, se utiliza dicha formula dicha para elaborar un circuito de compuertas lógicas que la represente.

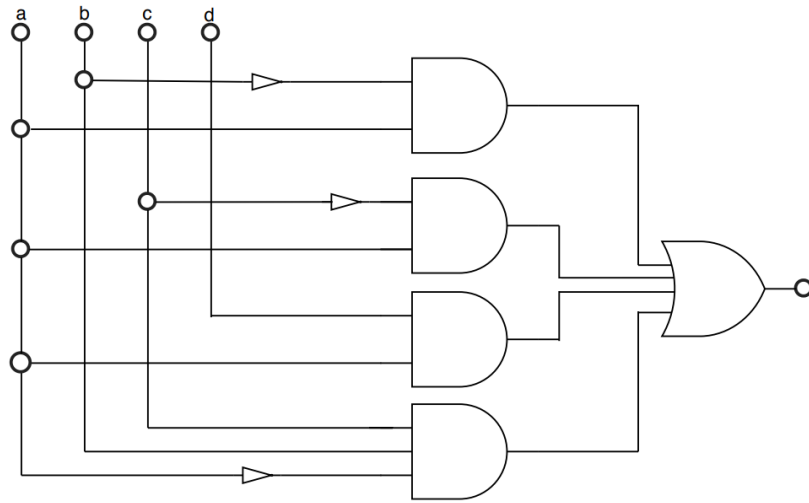


Figura 3: Circuito resultante de simplificar la expresión (2).

Luego se dedujo una expresión para escribirlo con compuertas **NOR**

$$f(d, c, b, a) = \overline{\overline{\bar{a}bc} + \overline{\bar{a}d} + \overline{\bar{a}\bar{c}} + \overline{\bar{a}\bar{b}}}$$

$$f(d, c, b, a) = \overline{(\bar{a} + c) + (a + \bar{b} + \bar{c}) + (\bar{a} + b) + (\bar{a} + d)}$$

a la cual le corresponde el siguiente circuito.

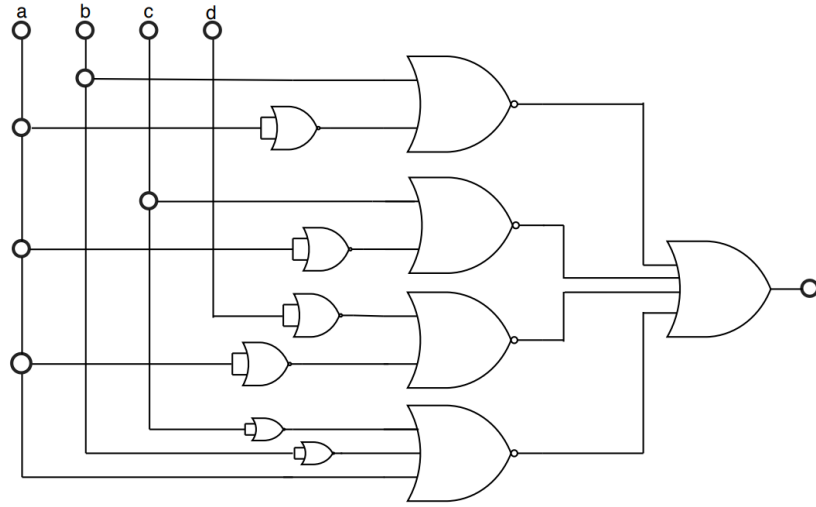


Figura 4: Circuito únicamente con compuertas NOR.

Ejercicio 3**Ejercicio 4**

En este punto se pidió armar un circuito que dados 4 bits de entrada en binario lo transforme a código de Gray se armó la tabla de verdad

d	c	b	a	m_{ij}	y_4	y_3	y_2	y_1
0	0	0	0	m_{i0}	0	0	0	0
0	0	0	1	m_{i1}	0	0	0	1
0	0	1	0	m_{i2}	0	0	1	1
0	0	1	1	m_{i3}	0	0	1	0
0	1	0	0	m_{i4}	0	1	1	0
0	1	0	1	m_{i5}	0	1	1	1
0	1	1	0	m_{i6}	0	1	0	1
0	1	1	1	m_{i7}	0	1	0	0
1	0	0	0	m_{i8}	1	1	0	0
1	0	0	1	m_{i9}	1	1	0	1
1	0	1	0	m_{iA}	1	1	1	1
1	0	1	1	m_{iB}	1	1	1	0
1	1	0	0	m_{iC}	1	0	1	0
1	1	0	1	m_{iD}	1	0	1	1
1	1	1	0	m_{iE}	1	0	0	1
1	1	1	1	m_{iF}	1	0	0	0

Se procede a escribir cada bit de salida en función de los minterminos:

$$y_4 = \sum_{j=8}^F m_{4j} ; y_3 = \sum_{j=4}^B m_{3j} ; y_2 = \sum_{j=2}^5 m_{2j} + \sum_{j=A}^D m_{2j} ;$$

$$y_1 = m_{11} + m_{12} + m_{15} + m_{16} + m_{19} + m_{1A} + m_{1D} + m_{1E}$$

luego para llegar a la forma simplificada se hizo el mapa de Karnaugh de cada salida:

		ba			
		00	01	11	10
dc	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

Tabla 3: Mapa de Karnaugh del bit y_4 de salida.

Se puede ver que $y_4 = d$ del segundo bit:

		ba			
		00	01	11	10
dc	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

Tabla 4: Mapa de Karnaugh del bit y_3 de salida.

De aquí

$$y_3 = \bar{d}c + d\bar{c}$$

continuando para la siguiente salida:

		ba			
		00	01	11	10
dc	00	0	0	1	1
	01	1	1	0	0
	11	1	1	0	0
	10	0	0	1	1

Tabla 5: Mapa de Karnaugh del bit y2 de salida.

De aqui

$$y_2 = \bar{c}b + c\bar{b}$$

continuando para la ultima salida:

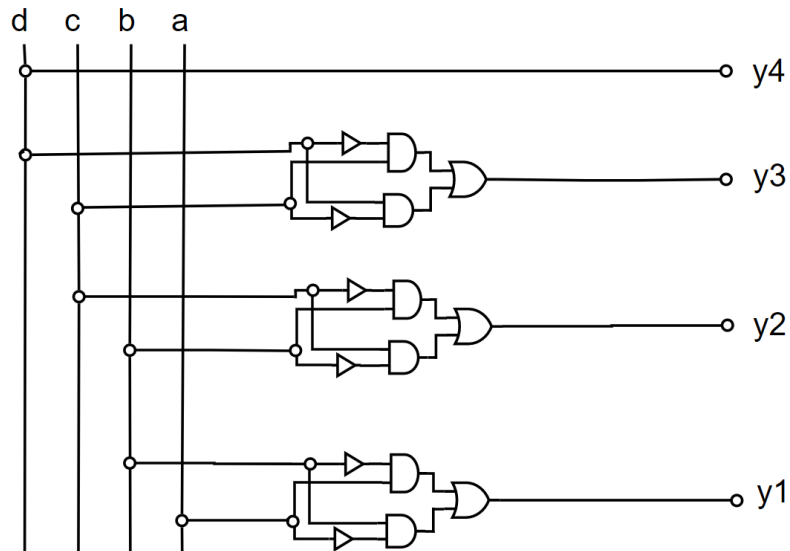
		ba			
		00	01	11	10
dc	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	0	1	0	1
	10	0	1	0	1

Tabla 6: Mapa de Karnaugh del bit y1 de salida.

Finalmente se obtiene:

$$y_1 = \bar{b}a + \bar{a}b$$

Luego se armo el circuito únicamente utilizando compuertas **OR**, **AND** y **NOT**



Finalmente se implemento en verilog un modulo que realiza la conversión de binario a código de gray utilizando la configuracion de compuertas de la y una test bench que prueba todos los casos posibles.

Ejercicio 5

En este punto se implementa un modulo en verilog, que reciba dos números en formato **BCD** y devuelva su producto como dos números en el mismo formato. Se implementó aprovechando el operador de modulo proporcionado por verilog. Si bien este fue la implementación final inicialmente se habia implementado con un algoritmo el cual consistia en shiftear el numero y en algunos casos sumarle a un nybble en particular 3. Este modelo fue descartado dado a que cuando fue implemetnado se utilizaron ciclos **for** lo cual en el lenguaje verilog es muy ineficiente. A lo largo del la implementación, se presentaron diversas complicaciones, como por ejemplo, determinar el scope que poseen las variables, que bloques dentro de un modulo pueden tomar un set de lineas de manera procedural y como relacionar un modulo con otro. Luego de haber implementado el código, se procedió a realizar un test-bench, el cual prueba todos los casos posibles que puedan ser recibidos como input por el modulo.