Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.13 Electrónica III

Trabajo práctico N°1

Grupo 3

Mechoulam, Alan	58438
Lambertucci, Guido Enrique	58009
Martorel, Ariel	Legajo
Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	58150

Profesor

Dewald, Kevin

Presentado: /19

Introducción

Desarrollo de la experiencia

Ejercicio 2

Dadas las siguientes expresiones:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\sum m\left(0,2,4,7,8,10,12,16,18,20,23,24,25,26,27,28\right) \tag{1}$$

$$f\left(d,c,b,a\right)=\prod\left(M_0,M_2,M_4,M_7,M_8,M_{10},M_{12}\right) \tag{2}$$

se procede a hallar la mínima expresión posible para ambas usando álgebra booleana y mapas de Karnaugh. Escribiendo la expresión (1) en forma de minterminos se obtiene:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\ \bar e\bar d\bar c b\bar a\ +\ \bar e\bar d c\bar b\bar a\ +\ \bar e\bar d cba\ +\ \bar e d\bar c\bar b\bar a\ +\ \bar e d\bar c b\bar a\ +\ \bar e dc\bar b\bar a\ +$$

$$e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\ e\bar d\bar c b\bar a\ +\ e\bar d c\bar b\bar a\ +\ e\bar d cba\ +\ ed\bar c\bar b\bar a\ +\ ed\bar c\bar b a\ +\ ed\bar c b\bar a\ +\ ed\bar c ba\ +\ edc\bar b\bar a$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\ \bar e\bar d\bar c b\bar a}_{\bar e\bar d\bar c\bar a}+\underbrace{\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +\bar e\bar d c\bar b\bar a}_{\bar e\bar d\bar b\bar a}+\underbrace{\bar e\bar d c\bar b\bar a\ +e\bar d c\bar b\bar a}_{\bar d c\bar b\bar a}+\underbrace{\bar e\bar d cba\ +e\bar d cba}_{\bar d cba}+$$

$$\underbrace{\bar e d\bar c b\bar a\ +\bar e d\bar c b\bar a}_{\bar e d\bar c\bar a}+\underbrace{\bar e dc\bar b\bar a\ +\bar e d\bar c\bar b\bar a}_{\bar e d\bar b\bar a}+\underbrace{\bar e dc\bar b\bar a\ +edc\bar b\bar a}_{dc\bar b\bar a}+\underbrace{e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +e\bar d\bar c b\bar a}_{e\bar d\bar c\bar a}+$$

$$\underbrace{ed\bar c\bar b\bar a\ +ed\bar c\bar b a}_{ed\bar c\bar b}+\underbrace{ed\bar c\bar b a\ +ed\bar c ba}_{ed\bar c a}+\underbrace{\underbrace{ed\bar c\bar b\bar a\ +ed\bar c b\bar a}_{ed\bar c\bar a}+\underbrace{ed\bar c\bar b a\ +ed\bar c ba}_{ed\bar c\bar a}}_{ed\bar c\bar a}=$$

De la anterior expresión, reordenando se consigue:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar e\bar d\bar c\bar b\bar a\ +e\bar d\bar c\bar a}_{\bar d\bar c\bar a}+\underbrace{\bar e\bar d\bar b\bar a\ +\bar e d\bar b\bar a}_{\bar d cba}+\bar d cba+ed\bar c\bar b+\underbrace{\bar d c\bar b\bar a\ +dc\bar b\bar a}_{c\bar b\bar a}+$$

$$\underbrace{ed\bar c\bar a\ +ed\bar c a}_{ed\bar c}+\underbrace{\bar e d\bar c\bar a\ +ed\bar c\bar a}_{d\bar c\bar a}$$

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar d\bar c\bar a\ +d\bar c\bar a}_{\bar c\bar a}+\underbrace{ed\bar c\ +ed\bar c\bar b}_{ed\bar c}+\bar d cba+\bar e\bar b\bar a+c\bar b\bar a$$

teniendo en cuenta que

$$c\bar b\bar a=ec\bar b\bar a+\bar e c\bar b\bar a+\bar c\bar e\bar b\bar a$$

$$\bar e\bar b\bar a=c\bar e\bar b\bar a+\bar c\bar e\bar b\bar a+ce\bar b\bar a$$

$$\underbrace{\underbrace{\bar{e}\bar{b}\bar{a} \ + ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}} \ \underbrace{c\bar{b}\bar{a} \ + ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}}}_{\bar{b}\bar{a}}$$

se llega a la expresión

$$f\left(e, d, c, b, a\right) = bac\bar{d} + ed\bar{c} + \bar{c}\bar{a} + \bar{b}\bar{a} \tag{3}$$

Por otro lado, utilizando mapas de Karnaugh se consigue el siguiente gráfico:

dc \ ba	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	1

e = 0

dc \ ba	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	1	1	1

e = 1

Tabla 1: Mapa de Karnaugh de la expresión (1).

En este se pueden observar 4 grupos distintos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 y 28, obteniéndose la expresión $ba\bar{d}c$;
2. Compuesto por los casilleros 7 y 23, obteniéndose la expresión $ed\bar{c}$;
3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8, 10, 16, 18, 24 y 26, obteniéndose la expresión $\bar{c}\bar{a}$;

4. Compuesto por los casilleros 24, 25, 26 y 27, obteniéndose la expresión $\bar{b}\bar{a}$

de esta forma se llega a la expresión:

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = ba\bar{d}c \; + \; ed\bar{c} \; + \; \bar{c}\bar{a} \; + \; \bar{b}\bar{a}$$

la cual coincide con la ecuación (3). De esta forma se representa, mediante un circuito de compuertas lógicas, la formula hallada.

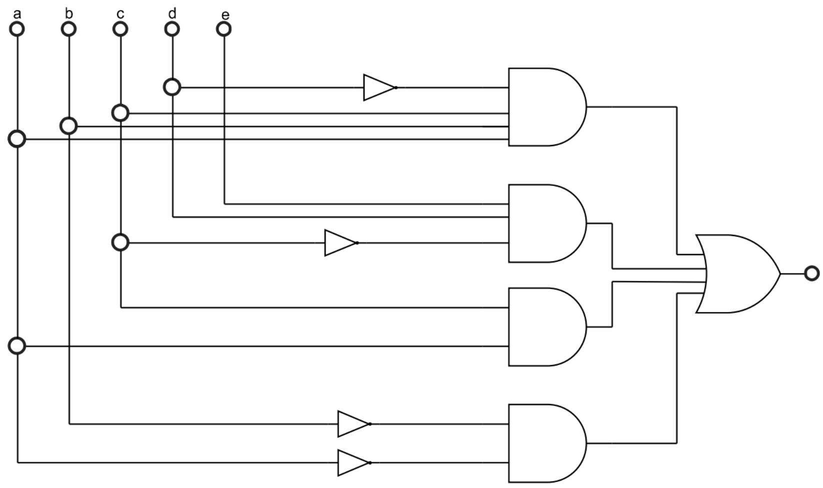


Figura 1: Circuito resultante de simplificar la expresión (1).

Por otro lado, la expresión (2) se escribe en forma de maxterminos:

$$f\left(d,c,b,a\right) = (a+b+c+d)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot(a+b+\bar{c}+d)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$
$$\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(d,c,b,a\right) = \underbrace{(a+b+c+d)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)}_{a+b}\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$(a+b+\bar{c}+d)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)$$
$$f\left(d,c,b,a\right) = (a+b)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot(a+b+\bar{c}+d)\cdot$$
$$\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\underbrace{\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\cdot(a+b+c+d)}_{a+c}$$

$$f\left(d,c,b,a\right) = (a+b)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot(a+c)\cdot$$

$$\underbrace{\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)}_{\alpha}\cdot\underbrace{(a+b+\bar{c}+d)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)}_{\beta}$$

Cálculo auxiliar

$$\alpha = \left[(a+c+d)+\bar{b}\right]\cdot\left[\left(a+c+\bar{d}\right)+b\right]$$

$$\alpha = \underbrace{(a+c+d)\cdot\left(a+c+\bar{d}\right)}_{a+c} + (a+c+d)\cdot b + \left(a+c+\bar{d}\right)\cdot\bar{b} + \underbrace{d\bar{d}}_{0}$$

$$\alpha = a+c+\underbrace{(a+c)\cdot b + (a+c)\cdot\bar{b}}_{a+c} + \underbrace{db+\overline{db}}_{1} = a+c+1$$

De forma análoga se puede llegar a que

$$\beta = a+b+1$$

Por lo tanto,

$$\alpha\cdot\beta = (a+c+1)\cdot(a+b+1)$$

$$\alpha\cdot\beta = a+b+c+ab+ac+cb+1 = 1$$

Luego,

$$f\,(d,c,b,a) = (a+b)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot(a+c) \tag{4}$$

A su vez, usando mapas de Karnaugh, se obtiene lo siguiente:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Tabla 2: Mapa de Karnaugh de la expresión (2).

En esta se pueden observar 3 grupos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8 y 12, obteniéndose la expresión $b+a$;
2. Compuesto por el casillero 7, obteniéndose la expresión $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d$;
3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8 y 10, obteniéndose la expresión $c+a$

obteniendo finalmente la expresión:

$$f\,(d,c,b,a) = (b\ +\ a)\cdot(c\ +\ a)\cdot\left(\bar{a}\ +\ \bar{b}\ +\ \bar{c}\ +\ d\right) \tag{5}$$

coincidente con la ecuación (4). Por último, se utiliza dicha formula dicha para elaborar un circuito de compuertas lógicas que la represente.

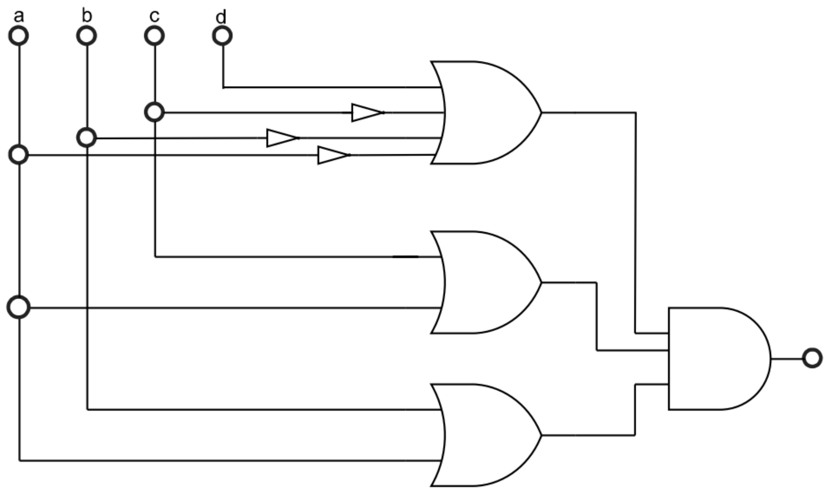


Figura 2: Circuito resultante de simplificar la expresión (2).

Ejercicio 4

En este punto se pidio armar un circuito que dados 4 bits de entrada en binario lo transforme a codigo de Gray se armo la tabla de verdad

d	c	b	a	m_{ij}	y_4	y_3	y_2	y_1
0	0	0	0	m_i0	0	0	0	0
0	0	0	1	m_i1	0	0	0	1
0	0	1	0	m_i2	0	0	1	1
0	0	1	1	m_i3	0	0	1	0
0	1	0	0	m_i4	0	1	1	0
0	1	0	1	m_i5	0	1	1	1
0	1	1	0	m_i6	0	1	0	1
0	1	1	1	m_i7	0	1	0	0
1	0	0	0	m_i8	1	1	0	0
1	0	0	1	m_i9	1	1	0	1
1	0	1	0	m_iA	1	1	1	1
1	0	1	1	m_iB	1	1	1	0
1	1	0	0	m_iC	1	0	1	0
1	1	0	1	m_iD	1	0	1	1
1	1	1	0	m_iE	1	0	0	1
1	1	1	1	m_iF	1	0	0	0

Se procede a escribir cada bit de salida en funcion de los minterminos:

$$y_4 = \sum_{j=8}^{F} m_{4j} \; ; \; y_3 = \sum_{j=4}^{B} m_{3j} \; ; \; y_2 = \sum_{j=2}^{5} m_{2j} + \sum_{j=A}^{D} m_{2j} \; ; \; y_1 = m_{11}+m_{12}+m_{15}+m_{16}+m_{19}+m_{1A}+m_{1D}+m_{1E}$$

luego para llegar a la forma simplificada se hizo el mapa de Karnaugh de cada salida:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Tabla 3: Mapa de Karnaugh del bit y4 de salida.

Se puede ver que

$$y_4 = d$$

del segundo bit:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

Tabla 4: Mapa de Karnaugh del bit y3 de salida.

De aqui

$$y_3 = \bar{d}c + d\bar{c}$$

continuando para la siguiente salida:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

Tabla 5: Mapa de Karnaugh del bit y2 de salida.

De aqui

$$y_2 = \bar{c}b + c\bar{b}$$

continuando para la ultima salida:

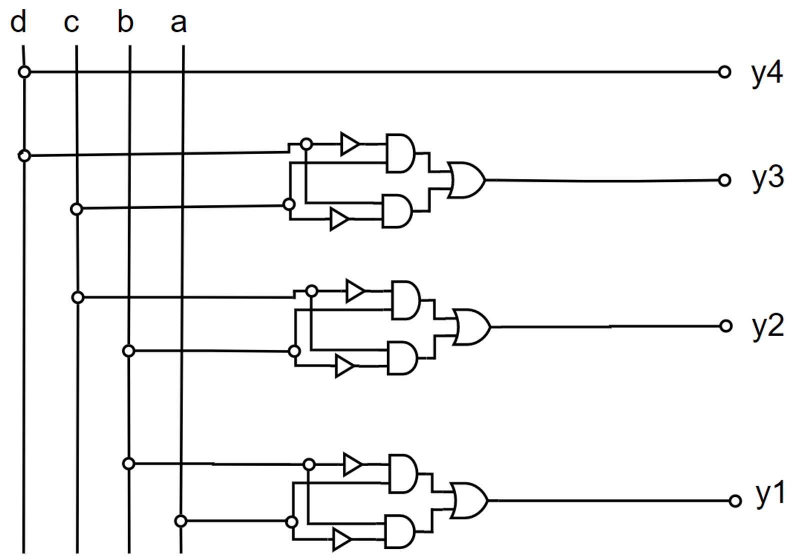
dc \ ba	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

Tabla 6: Mapa de Karnaugh del bit y1 de salida.

Finalmente se obtiene:

$$y_1 = \bar{b}a + \bar{a}b$$

Luego se armo el circuito únicamente utilizando compuertas **OR AND** y **NOT**



Conclusión