Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.13 Electrónica III

Trabajo práctico N°1

Grupo 3

Mechoulam, Alan	58438
Lambertucci, Guido Enrique	58009
Martorel, Ariel	Legajo
Londero Bonaparte, Tomás Guillermo	58150

Profesor

Dewald, Kevin

Presentado: /19

Introducción

Desarrollo de la experiencia

Ejercicio 2

Dadas las siguientes expresiones:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\sum m\left(0,2,4,7,8,10,12,16,18,20,23,24,25,26,27,28\right) \tag{1}$$

$$f\left(d,c,b,a\right)=\prod\left(M_0,M_2,M_4,M_7,M_8,M_{10},M_{12}\right) \tag{2}$$

se procede a hallar la mínima expresión posible para ambas usando álgebra booleana y mapas de Karnaugh. Escribiendo la expresión (1) en forma de minterminos se obtiene:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\;\bar{e}\bar{d}\bar{c}b\bar{a}\;+\;\bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a}\;+\;\bar{e}\bar{d}cba\;+\;\bar{e}d\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\;\bar{e}d\bar{c}b\bar{a}\;+\;\bar{e}dc\bar{b}\bar{a}\;+$$

$$e\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\;e\bar{d}\bar{c}b\bar{a}\;+\;e\bar{d}c\bar{b}\bar{a}\;+\;e\bar{d}cba\;+\;ed\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\;ed\bar{c}\bar{b}a\;+\;ed\bar{c}b\bar{a}\;+\;ed\bar{c}ba\;+\;edc\bar{b}\bar{a}$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\;\bar{e}\bar{d}\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{a}}+\underbrace{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a}}_{\bar{e}\bar{d}\bar{b}\bar{a}}+\underbrace{\bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a}\;+e\bar{d}c\bar{b}\bar{a}}_{\bar{d}c\bar{b}\bar{a}}+\underbrace{\bar{e}\bar{d}cba\;+e\bar{d}cba}_{\bar{d}cba}+$$

$$\underbrace{\bar{e}d\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+\bar{e}d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{c}\bar{a}}+\underbrace{\bar{e}dc\bar{b}\bar{a}\;+\bar{e}d\bar{c}\bar{b}\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{b}\bar{a}}+\underbrace{\bar{e}dc\bar{b}\bar{a}\;+edc\bar{b}\bar{a}}_{dc\bar{b}\bar{a}}+\underbrace{e\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+e\bar{d}\bar{c}b\bar{a}}_{e\bar{d}\bar{c}\bar{a}}+$$

$$\underbrace{ed\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+ed\bar{c}\bar{b}a}_{ed\bar{c}\bar{b}}+\underbrace{ed\bar{c}\bar{b}a\;+ed\bar{c}ba}_{ed\bar{c}a}+\underbrace{\underbrace{ed\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+ed\bar{c}b\bar{a}}_{ed\bar{c}\bar{a}}+\underbrace{ed\bar{c}\bar{b}a\;+ed\bar{c}ba}_{ed\bar{c}\bar{a}}}_{ed\bar{c}\bar{a}}=$$

De la anterior expresión, reordenando se consigue:

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a}\;+e\bar{d}\bar{c}\bar{a}}_{\bar{d}\bar{c}\bar{a}}+\underbrace{\bar{e}\bar{d}\bar{b}\bar{a}\;+\bar{e}d\bar{b}\bar{a}}_{\bar{d}cba}+\bar{d}cba+ed\bar{c}\bar{b}+\underbrace{\bar{d}c\bar{b}\bar{a}\;+dc\bar{b}\bar{a}}_{c\bar{b}\bar{a}}+$$

$$\underbrace{ed\bar{c}\bar{a}\;+ed\bar{c}a}_{ed\bar{c}}+\underbrace{\bar{e}d\bar{c}\bar{a}\;+ed\bar{c}\bar{a}}_{d\bar{c}\bar{a}}$$

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=\underbrace{\bar{d}\bar{c}\bar{a}\;+d\bar{c}\bar{a}}_{\bar{c}\bar{a}}+\underbrace{ed\bar{c}\;+ed\bar{c}\bar{b}}_{ed\bar{c}}+\bar{d}cba+\bar{e}\bar{b}\bar{a}+c\bar{b}\bar{a}$$

teniendo en cuenta que

$$c\bar{b}\bar{a}=ec\bar{b}\bar{a}+\bar{e}c\bar{b}\bar{a}+\bar{c}\bar{e}\bar{b}\bar{a}$$

$$\bar{e}\bar{b}\bar{a}=c\bar{e}\bar{b}\bar{a}+\bar{c}\bar{e}\bar{b}\bar{a}+ce\bar{b}\bar{a}$$

$$\underbrace{\underbrace{\bar{e}\bar{b}\bar{a}\ +ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}}\ \underbrace{c\bar{b}\bar{a}\ +ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}}}_{\bar{b}\bar{a}}$$

se llega a la expresión

$$f\left(e,d,c,b,a\right)=bac\bar{d}+ed\bar{c}+\bar{c}\bar{a}+\bar{b}\bar{a} \tag{3}$$

Por otro lado, utilizando mapas de Karnaugh se consigue el siguiente gráfico:

dc \ ba	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	0	0	1

e = 0

dc \ ba	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	1	0
11	1	0	0	0
10	1	1	1	1

e = 1

Tabla 1: Mapa de Karnaugh de la expresión (1).

En este se pueden observar 4 grupos distintos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 y 28, obteniéndose la expresión $ba\bar{d}c$;
2. Compuesto por los casilleros 7 y 23, obteniéndose la expresión $ed\bar{c}$;
3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8, 10, 16, 18, 24 y 26, obteniéndose la expresión $\bar{c}\bar{a}$;

4. Compuesto por los casilleros 24, 25, 26 y 27, obteniéndose la expresión $\bar{b}\bar{a}$

de esta forma se llega a la expresión:

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = ba\bar{d}c \ + \ ed\bar{c} \ + \ \bar{c}\bar{a} \ + \ \bar{b}\bar{a}$$

la cual coincide con la ecuación (3). De esta forma se representa, mediante un circuito de compuertas lógicas, la formula hallada.

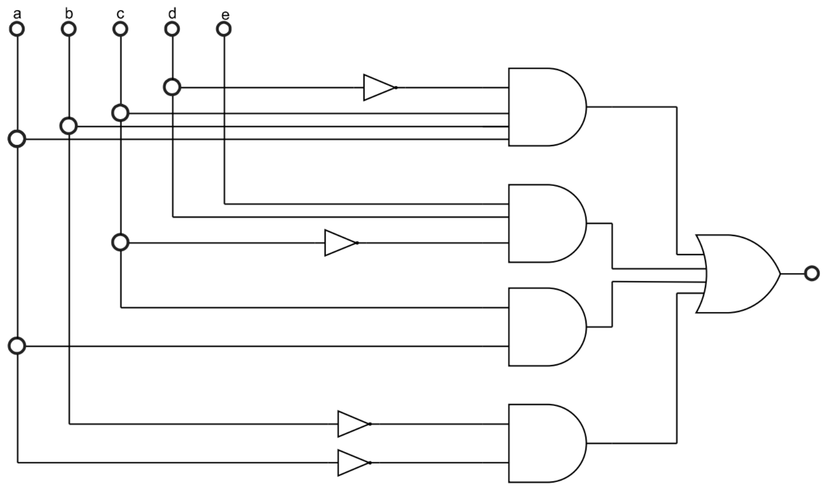

Figura 1: Circuito resultante de simplificar la expresión (1).

Por otro lado, la expresión (2) se escribe en forma de maxterminos:

$$f\left(d,c,b,a\right) = \left(a+b+c+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(d,c,b,a\right) = \underbrace{\left(a+b+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)}_{a+b}\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)$$

$$f\left(d,c,b,a\right) = \left(a+b\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$\left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot\underbrace{\left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)\cdot\left(a+b+c+d\right)}_{a+c}$$

$$f\left(d,c,b,a\right) = \left(a+b\right)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+c\right)\cdot$$

$$\underbrace{\left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)}_{\alpha}\cdot\underbrace{\left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot\left(a+b+c+\bar{d}\right)}_{\beta}$$

Cálculo auxiliar

$$\alpha = \left[\left(a+c+d\right)+\bar{b}\right]\cdot\left[\left(a+c+\bar{d}\right)+b\right]$$

$$\alpha = \underbrace{(a+c+d)\cdot\left(a+c+\bar{d}\right)}_{a+c} + (a+c+d)\cdot b + \left(a+c+\bar{d}\right)\cdot\bar{b} + \underbrace{d\bar{d}}_{0}$$

$$\alpha = a+c+\underbrace{(a+c)\cdot b + (a+c)\cdot\bar{b}}_{a+c} + \underbrace{db+d\bar{b}}_{1} = a+c+1$$

De forma análoga se puede llegar a que

$$\beta = a+b+1$$

Por lo tanto,

$$\alpha\cdot\beta = (a+c+1)\cdot(a+b+1)$$

$$\alpha\cdot\beta = a+b+c+ab+ac+cb+1 = 1$$

Luego,

$$f\,(d,c,b,a) = (a+b)\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot(a+c) \tag{4}$$

A su vez, usando mapas de Karnaugh, se obtiene lo siguiente:

dc \ ba	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Tabla 2: Mapa de Karnaugh de la expresión (2).

En esta se pueden observar 3 grupos:

1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8 y 12, obteniéndose la expresión $b+a$;
2. Compuesto por el casillero 7, obteniéndose la expresión $\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d$;
3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8 y 10, obteniéndose la expresión $c+a$

obteniendo finalmente la expresión:

$$f\,(d,c,b,a) = (b\ +\ a)\cdot(c\ +\ a)\cdot\left(\bar{a}\ +\ \bar{b}\ +\ \bar{c}\ +\ d\right) \tag{5}$$

coincidente con la ecuación (4). Por último, se utiliza dicha formula dicha para elaborar un circuito de compuertas lógicas que la represente.

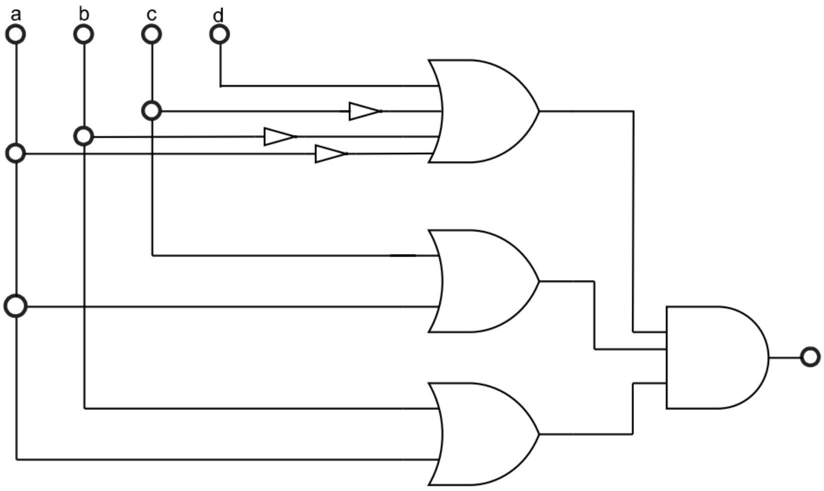

Figura 2: Circuito resultante de simplificar la expresión (2).

Conclusión