# Instituto Tecnológico de Buenos Aires

# 22.13 Electrónica III

# Trabajo práctico $N^{\circ}1$

# Grupo 3

Mechoulam, Alan	58438
Lambertucci, Guido Enrique	58009
Martorel, Ariel	Legajo
LONDERO BONAPARTE, Tomás Guillermo	58150

Profesor

DEWALD, Kevin

Presentado: /19

#### Introducción

## Desarrollo de la experiencia

#### Ejercicio 1

Se realizo un programa que calcula el rango y resolucion de la a entrada

#### Ejercicio 2

Dadas las siguientes expresiones:

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \sum m\left(0,2,4,7,8,10,12,16,18,20,23,24,25,26,27,28\right) \tag{1}$$

$$f(d, c, b, a) = \prod (M_0, M_2, M_4, M_7, M_8, M_{10}, M_{12})$$
 (2)

se procede a hallar la mínima expresión posible para ambas usando álgebra booleana y mapas de Karnaugh. Escribiendo la expresión (1) en forma de minterminos se obtiene:

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \bar{e}\bar{d}\bar{c}\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}\bar{c}b\bar{a} + \bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + \bar{e}\bar{d}\bar{c}b\bar{a} + \bar{e}$$

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \underbrace{\bar{e}d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{c}a} + \underbrace{\bar{e}d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{b}a} + \underbrace{\bar{e}d\bar{c}b\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{c}a} + \underbrace{\bar{e}d\bar{c}b\bar{$$

De la anterior expresión, reordenando se consigue:

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \underbrace{\bar{e}d\bar{c}b\bar{a} + e\bar{d}\bar{c}a}_{\bar{d}\bar{c}\bar{a}} + \underbrace{\bar{e}d\bar{b}\bar{a} + \bar{e}d\bar{b}a}_{\bar{d}cba} + \bar{d}cba + ed\bar{c}\bar{b} + \underbrace{\bar{d}c\bar{b}\bar{a} + dc\bar{b}\bar{a}}_{c\bar{b}\bar{a}} + \underbrace{ed\bar{c}a}_{\bar{c}\bar{b}\bar{a}} + \underbrace{ed\bar{c}a}_{\bar{e}d\bar{c}} + \underbrace{ed\bar{c}a}_{\bar{e}d\bar{c}} + ed\bar{c}\bar{a}}_{\bar{e}d\bar{c}} + \underbrace{ed\bar{c}a}_{\bar{e}d\bar{c}} + \underbrace{ed\bar{c}}_{\bar{e}d\bar{c}} + ed\bar{c}\bar{b}}_{\bar{e}d\bar{c}} + \bar{e}\bar{b}\bar{a} + c\bar{b}\bar{a}$$

teniendo en cuenta que

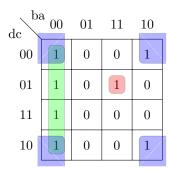
$$c\bar{b}\bar{a} = ec\bar{b}\bar{a} + \bar{e}c\bar{b}\bar{a} + \bar{c}\bar{e}\bar{b}\bar{a}$$

$$\begin{array}{c} \bar{e}\bar{b}\bar{a}=c\bar{e}\bar{b}\bar{a}+\bar{c}\bar{e}\bar{b}\bar{a}+ce\bar{b}\bar{a}\\ \underline{\bar{e}}\bar{b}\bar{a}+ce\bar{b}\bar{a}\\ \underline{\bar{b}}\bar{a}&\underbrace{c\bar{b}\bar{a}+ce\bar{b}\bar{a}}_{\bar{b}\bar{a}} \\ \underline{\bar{b}}\bar{a}&\underbrace{\bar{b}}_{\bar{b}\bar{a}} \end{array}$$

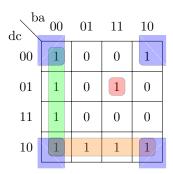
se llega a la expresión

$$f(e,d,c,b,a) = bac\bar{d} + ed\bar{c} + \bar{c}\bar{a} + \bar{b}\bar{a}$$
(3)

Por otro lado, utilizando mapas de Karnaugh se consigue el siguiente gráfico:



$$e = 0$$



e = 1

Tabla 1: Mapa de Karnaugh de la expresión (1).

En este se pueden observar 4 grupos distintos:

- 1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24 y 28, obteniéndose la expresión  $ba\bar{d}c;$
- 2. Compuesto por los casilleros 7 y 23, obteniéndose la expresión  $ed\bar{c}$ ;

- 3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8, 10, 16, 18, 24 y 26, obteniéndose la expresión  $\bar{c}\bar{a}$ ;
- 4. Compuesto por los casilleros 24, 25, 26 y 27, obteniéndose la expresión  $\bar{b}\bar{a}$  de esta forma se llega a la expresión:

$$f(e,d,c,b,a) = ba\bar{d}c + ed\bar{c} + \bar{c}\bar{a} + \bar{b}\bar{a}$$

la cual coincide con la ecuación (3). De esta forma se representa, mediante un circuito de compuertas lógicas, la formula hallada.

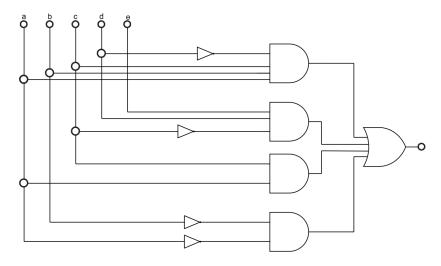


Figura 1: Circuito resultante de simplificar la expresión (1).

Luego se dedujo una expresion para escribirlo con compuertas NOR

$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \overline{\overline{badc}} \ + \ \overline{\overline{edc}} \ + \ \overline{\overline{\overline{ca}}} \ + \ \overline{\overline{\overline{ba}}}$$
 
$$f\left(e,d,c,b,a\right) = \overline{\overline{\overline{b}} + \overline{a} + d + \overline{c} + \overline{\overline{e}} + \overline{d} + c} + \overline{c + a} + \overline{b + a}$$
 A la cual le corresponde el siguiente circuito:

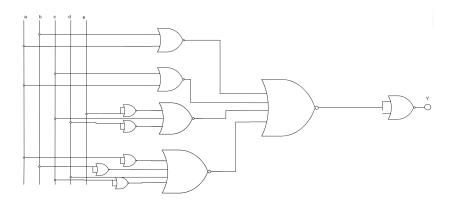


Figura 2: Circuito unicamente con NOR.

Por otro lado, la expresión (2) se escribe en forma de maxterminos:

$$f(d,c,b,a) = (a+b+c+d) \cdot \left(a+\bar{b}+c+d\right) \cdot \left(a+b+\bar{c}+d\right) \cdot \left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right) \cdot \left(a+b+c+\bar{d}\right) \cdot \left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right) \cdot \left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)$$

Su desarrollo utilizando álgebra booleana es el siguiente:

$$f\left(d,c,b,a\right) = \underbrace{\left(a+b+c+d\right)\cdot\left(a+b+\bar{c}+\bar{d}\right)}_{a+b}\cdot\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot$$

$$(a+b+\bar{c}+d)\cdot \left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot \left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot \left(a+\bar{b}+c+\bar{d}\right)$$

$$f\left(d,c,b,a\right) = (a+b)\cdot \left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}+d\right)\cdot \left(a+\bar{b}+c+d\right)\cdot \left(a+b+\bar{c}+d\right)\cdot \left(a+b+c+\bar{d}\right)\cdot \left(a+b+\bar{d}\right)\cdot \left(a+b+\bar{d}\right)\cdot \left(a+\bar{d}\right)\cdot \left($$

$$f(d,c,b,a) = (a+b) \cdot \left(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d\right) \cdot (a+c) \cdot \underbrace{\left(a + \bar{b} + c + d\right) \cdot \left(a + b + c + \bar{d}\right)}_{\alpha} \cdot \underbrace{\left(a + b + \bar{c} + d\right) \cdot \left(a + b + c + \bar{d}\right)}_{\beta}$$

CÁLCULO AUXILIAR

$$\alpha = \left[ (a+c+d) + \overline{b} \right] \cdot \left[ (a+c+\overline{d}) + b \right]$$

$$\alpha = \underbrace{(a+c+d) \cdot (a+c+\overline{d})}_{a+c} + (a+c+d) \cdot b + (a+c+\overline{d}) \cdot \overline{b} + \underbrace{d\overline{d}}_{0}$$

$$\alpha = a+c+\underbrace{(a+c) \cdot b + (a+c) \cdot \overline{b}}_{a+c} + \underbrace{db+d\overline{b}}_{1} = a+c+1$$

De forma análoga se puede llegar a que

$$\beta = a + b + 1$$

Por lo tanto,

$$\alpha \cdot \beta = (a+c+1) \cdot (a+b+1)$$

$$\alpha \cdot \beta = a+b+c+ab+ac+cb+1 = 1$$

Luego,

$$f(d,c,b,a) = (a+b) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d) \cdot (a+c) \tag{4}$$

A su vez, usando mapas de Karnaugh, se obtiene lo siguiente:

dc	a 00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	1	1	0

Tabla 2: Mapa de Karnaugh de la expresión (2).

En esta se pueden observar 3 grupos:

- 1. Compuesto por los casilleros 0, 4, 8 y 12, obteniéndose la expresión b + a;
- 2. Compuesto por el casillero 7, obteniéndose la expresión  $\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d$ ;
- 3. Compuesto por los casilleros 0, 2, 8 y 10, obteniéndose la expresión c+a obteniendo finalmente la expresión:

$$f(d, c, b, a) = (b + a) \cdot (c + a) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d)$$
 (5)

coincidente con la ecuación (4). Por último, se utiliza dicha formula dicha para elaborar un circuito de compuertas lógicas que la represente.

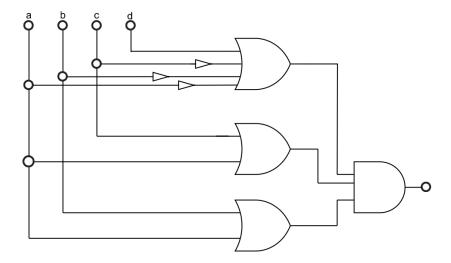


Figura 3: Circuito resultante de simplificar la expresión (2).

Luego se dedujo una expresion para escribirlo con compuertas NOR

$$f\left(d,c,b,a\right) = \overline{\left(\overline{b} + a\right) \cdot \left(\overline{c} + a\right) \cdot \left(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + d\right)}$$

$$f\left(d,c,b,a\right) = \overline{\left(\overline{b\ +\ a}\right) + \overline{\left(\overline{c\ +\ a}\right)} + \overline{\left(\overline{a\ +\ \overline{b}\ +\ \overline{c}\ +\ d}\right)}}$$

a la cual le corresponde el siguiente circuito.

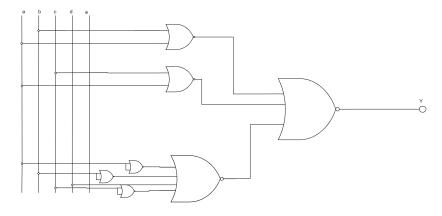


Figura 4: Circuito únicamente con compuertas NOR.

## Ejercicio 3

#### Ejercicio 4

En este punto se pidio armar un circuito que dados 4 bits de entrada en binario lo transforme a codigo de Gray se armo la tabla de verdad

d	c	b	a	$m_{ij}$	$y_4$	$y_3$	$y_2$	$y_1$
0	0	0	0	$m_i 0$	0	0	0	0
0	0	0	1	$m_i 1$	0	0	0	1
0	0	1	0	$m_i 2$	0	0	1	1
0	0	1	1	$m_i 3$	0	0	1	0
0	1	0	0	$m_i 4$	0	1	1	0
0	1	0	1	$m_i 5$	0	1	1	1
0	1	1	0	$m_i 6$	0	1	0	1
0	1	1	1	$m_i 7$	0	1	0	0
1	0	0	0	$m_i 8$	1	1	0	0
1	0	0	1	$m_i 9$	1	1	0	1
1	0	1	0	$m_iA$	1	1	1	1
1	0	1	1	$m_i B$	1	1	1	0
1	1	0	0	$m_iC$	1	0	1	0
1	1	0	1	$m_iD$	1	0	1	1
1	1	1	0	$m_i E$	1	0	0	1
1	1	1	1	$m_i F$	1	0	0	0

Se procede a escribir cada bit de salida en funcion de los minterminos:

$$y_4 = \sum_{j=8}^F m_{4j} \; ; \; y_3 = \sum_{j=4}^B m_{3j} \; ; \; y_2 = \sum_{j=2}^5 m_{2j} + \sum_{j=A}^D m_{2j} \; ; \; y_1 = m_{11} + m_{12} + m_{15} + m_{16} + m_{19} + m_{1A} + m_{1D} + m_{1E}$$

luego para llegar a la forma simplificada se hizo el mapa de Karnaugh de cada salida:

dc ba	a 00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Tabla 3: Mapa de Karnaugh del bit y4 de salida.

Se puede ver que

$$y_4 = d$$

del segundo bit:

dc ba	a 00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

Tabla 4: Mapa de Karnaugh del bit y3 de salida.

De aqui

$$y_3 = \bar{d}c + d\bar{c}$$

continuando para la siguiente salida:

dc ba	a 00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

Tabla 5: Mapa de Karnaugh del bit y2 de salida.

De aqui

$$y_2 = \bar{c}b + c\bar{b}$$

continuando para la ultima salida:

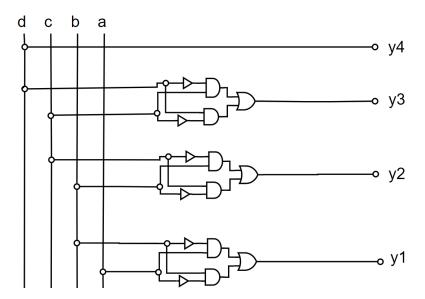
dc ba	a 00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	1	0	1
10	0	1	0	1

Tabla 6: Mapa de Karnaugh del bit y1 de salida.

Finalmente se obtiene:

$$y_1 = \bar{b}a + \bar{a}b$$

Luego se armo el circuito únicamente utilizando compuertas  $\mathbf{OR}$   $\mathbf{AND}$  y  $\mathbf{NOT}$ 



# Conclusión

Hablar algo del codigo de verilog

# Ejercicio 5