

Задача 6

Масленников Андрей

06.11.2016

Релятивистский случай. Как мы обнаружили ранее, в рассмотрении релятивистского случая, вероятность того, что частица под действием возмущения перейдет в промежуточное состояние, представимое пространственно-подобным интервалом не 0 - т.е. не 0 вероятность появления античастицы.

При описании возмущения, действующего на частицу в нерелятивистском случае нам было достаточно рассмотреть лишь одну частицу.

Но если переходить к случаю релятивистскому, то возникает необходимость учитывать существование античастиц. Таким образом возмущение может приводить к рождению нескольких пар частица-античастиц и число рассматриваемых частиц может быть очень велико.

Поэтому стоит ограничиться некоторым приближением и описать только те случаи, что дают наибольший вклад в вероятность.

Частицы со спином 1/2. Теперь мы хотим выяснить каким образом при интерференции ферми-частиц появляется знак минус.

Если состояние со спином $\frac{1}{2}$ повернуть вокруг оси на угол θ то фаза изменится на $e^{\frac{-i\theta}{2}}$. Множество формул для частиц с таким спином имеют похожий вид (появляется половинный угол). Это означает, что поворот на 360° дает домножение на -1!

Будем исследовать амплитуды в теории со спином $\frac{1}{2}$. Энергия и импульс связаны формулой ($c = 1$):

$$E^2 - p^2 = m^2 \quad (1)$$

Тогда можно представить:

$$E = \hbar\omega \quad (2)$$

$$p = \hbar k \quad (3)$$

Амплитуда перехода от состояния с одним четырехвектором $(m, 0, 0, 0)$ к другому $(E, p, 0, 0)$:

$$A_p \sim \hbar\left(\frac{\omega}{2}\right) \sim (E + m)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

В случае же появления античастицы это будет переход от $(m, 0, 0, 0)$ к $(-E, -p, 0, 0)$:

$$A_a \sim i(E - m)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Отсюда при расчете вероятностей для рождения пары возникнет знак минус, который и отличает частицы со спином $\frac{1}{2}$ от частиц со спином 0 (рис. 4 и 10 из статьи).

Пользуясь соотношениями на рис. 6 и 10 из статьи получаем, что вероятности при обмене должны гасить друг друга.

Амплитуды для диаграмм, отличающихся только перестановкой пары фермионов, должны вычитаться друг из друга!