Масленников Андрей

ЗАДАЧА 6

к семинару 10.10.16

1. Сложение колебаний

Для сложения гармонических колебаний применяется метод векторных диаграмм, где вектор представляется в виде вектора, длинна которого равна амплитуде, а угол отклонения от оси X равен фазе. В итоге его проекция на ось X дает искомые колебания.

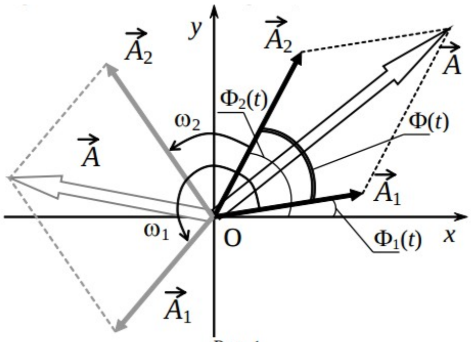

Рис. 1

Складывая два колебания как два вектора и применяя тригонометрические соотношения получаем формулы для суммы колебаний:

$$x = A(t)\cos(\overline{\omega}t + \varphi(t)),\ A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\Delta\omega t),$$

$$\operatorname{tg}\varphi(t) = \frac{A_2 - A_1}{A_1 + A_2}\operatorname{tg}\left(\tfrac{1}{2}\Delta\omega t\right).$$

Иначе, можно рассматривать колебание как комплексную функцию от времени, где аналогично модуль равен амплитуде, а аргумент фазе. Такое представление получило название комплексной амплитуды.

$$A_1e^{i\omega_1 t} + A_2e^{i\omega_2 t} = e^{\frac{i}{2}(\omega_1+\omega_2)t}\left[A_1e^{\frac{i}{2}(\omega_1-\omega_2)t} + A_2e^{-\frac{i}{2}(\omega_1-\omega_2)t}\right],$$

Такой метод представления позволяет свести операции дифференцирования и интегрирования к простому умножению.

2. Волны.

Волну можно представить как распространяющееся в пространстве (в среде) колебание некоторой физической величины. Таким образом функция описывающая её должна зависеть от координат и времени, при этом нужно, чтобы она удовлетворяла волновому уравнению:

$$\Delta A(\vec{r},t) = \frac{1}{v^2}\,\frac{\partial^2 A(\vec{r},t)}{\partial t^2}$$

Для плоской волны:

$$A(\vec{r},t) = A_o\cos\Big((\vec{k},\vec{r}\,) - \omega t + \varphi_0\Big)$$

Величина стоящая под знаком синуса/косинуса — фаза. Производная фазы по координате — волновое число, по времени — частота. Частота, разделенная на волновое число — фазовая скорость. Производная частоты по волновому числу — групповая скорость (характеризует распространение группы волн).