

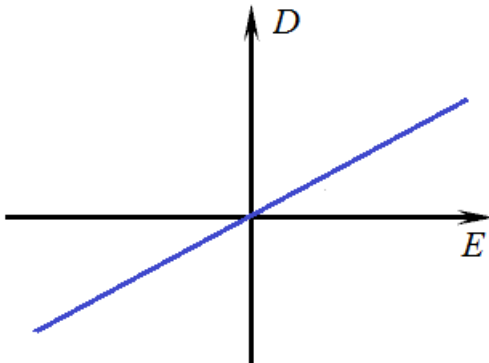
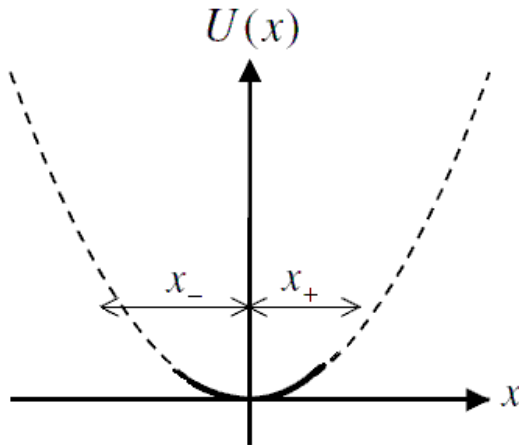
Нелинейные свойства сред

О, сколько нам открытий чудных,
Готовит просвещенья дух

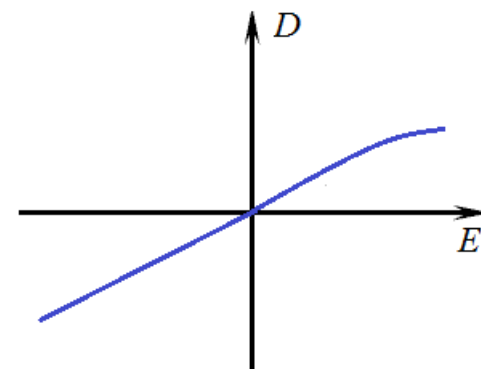
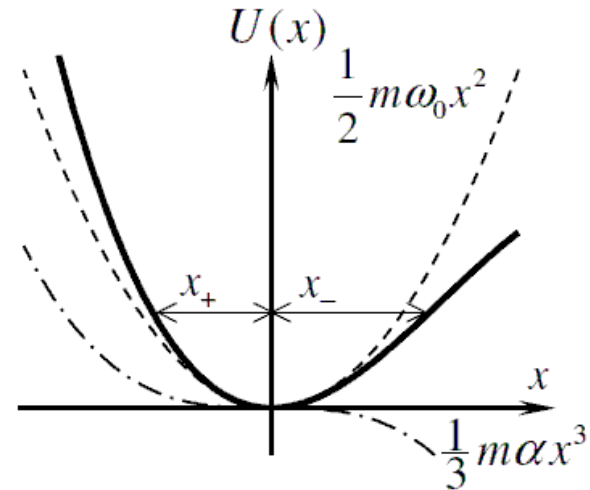
А.С. Пушкин

Линейная и нелинейная поляризуемость среды

$$\bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E} = \varepsilon_0 \bar{E} + \varepsilon_0 \chi \bar{E} = \varepsilon_0 \bar{E} + \varepsilon_0 \bar{P}$$



Центросимметричные среды



Нецентросимметричные среды

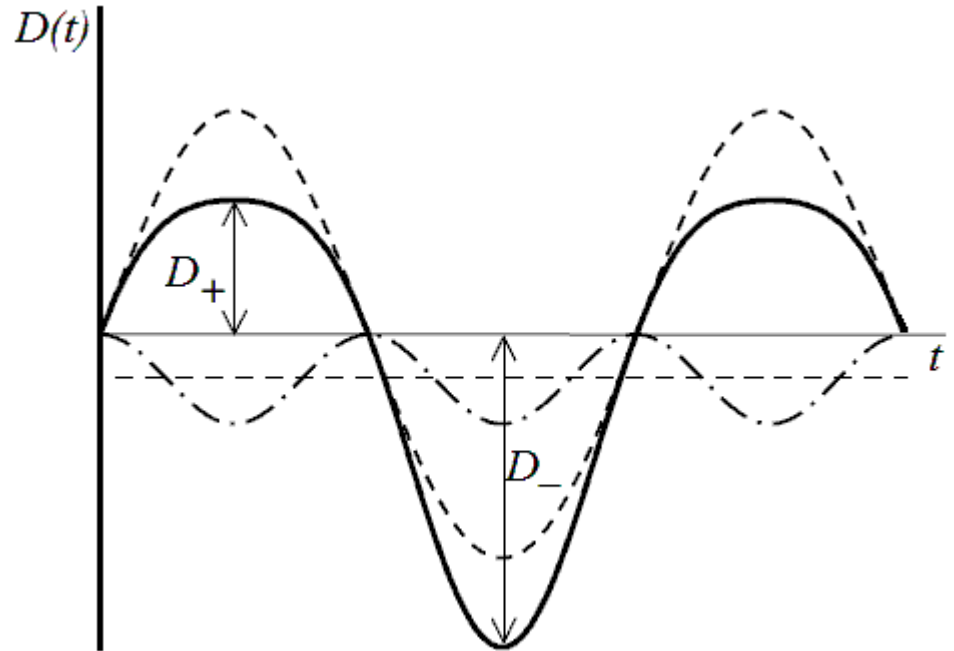
Линейная и нелинейная поляризуемость среды

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \varepsilon_0 \chi \bar{E} = \varepsilon_0 \bar{E} + \varepsilon_0 \bar{P}$$

$$\chi = \chi_1 + \tilde{\chi}_2 \frac{E}{E_{at}} + \tilde{\chi}_3 \left(\frac{E}{E_{at}} \right)^2 + \dots$$

$$E_{at} \approx \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{e}{r^2}$$

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 E + \chi_3 E^2 + \dots$$



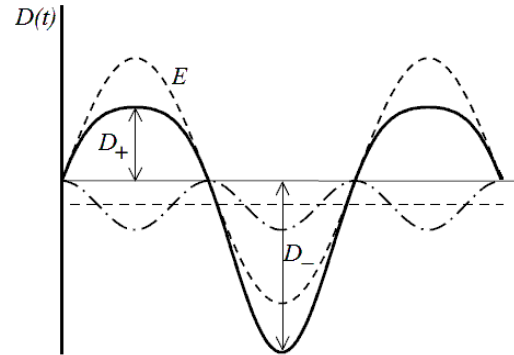
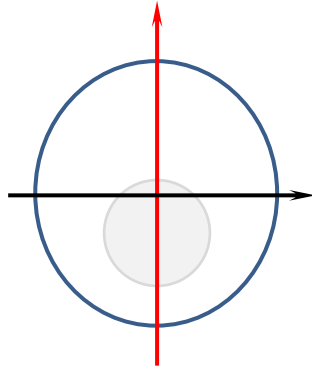
При $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл и $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м - $E_{at} = 7,2 \cdot 10^{12}$ В/м.

При $I = 1$ ГВт/см² - $E = 8,7 \cdot 10^7$ В/м, что много меньше E_{at} .

$$\begin{aligned} D &= \varepsilon \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi_1 E + \varepsilon_0 \chi_2 E^2 + \varepsilon_0 \chi_3 E^3 + \dots = \\ &= \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 P_{\text{лин}} + \varepsilon_0 P_{\text{нел}} = D_{\text{лин}} + \varepsilon_0 P_{\text{нел}} \end{aligned}$$

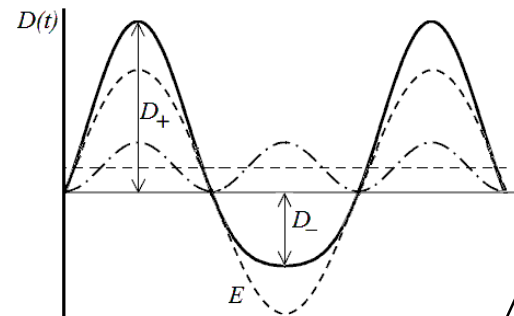
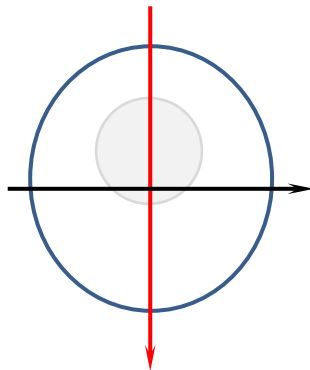
Знак нелинейной поляризуемости

Отрицательный



$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$$

Положительный

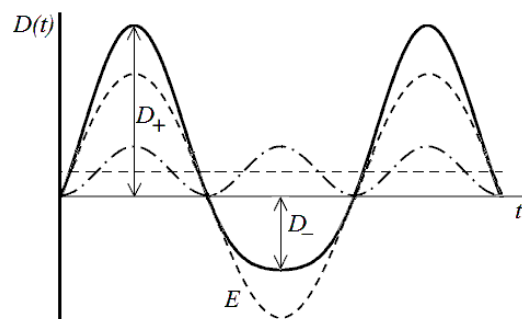
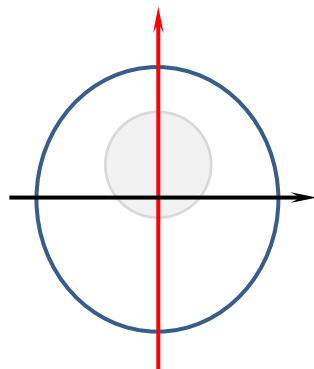
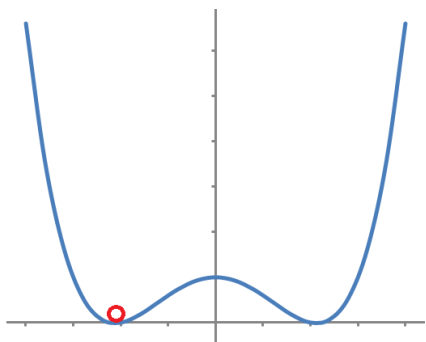


$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\pi/2$$

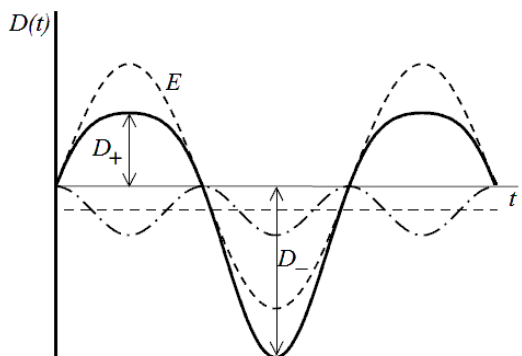
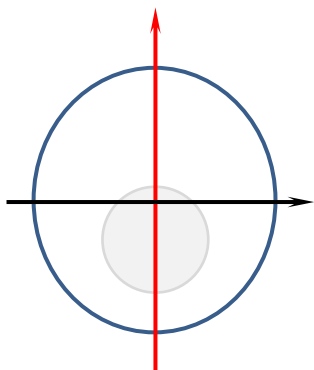
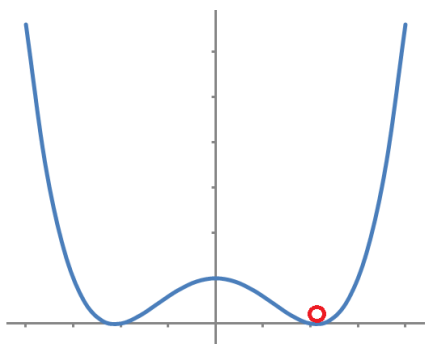
Линейная: $P_1(\omega)$

Нелинейная: $P_0(\omega = 0)$ $P_2(2\omega)$

Знак нелинейной поляризуемости (с переполаризацией)

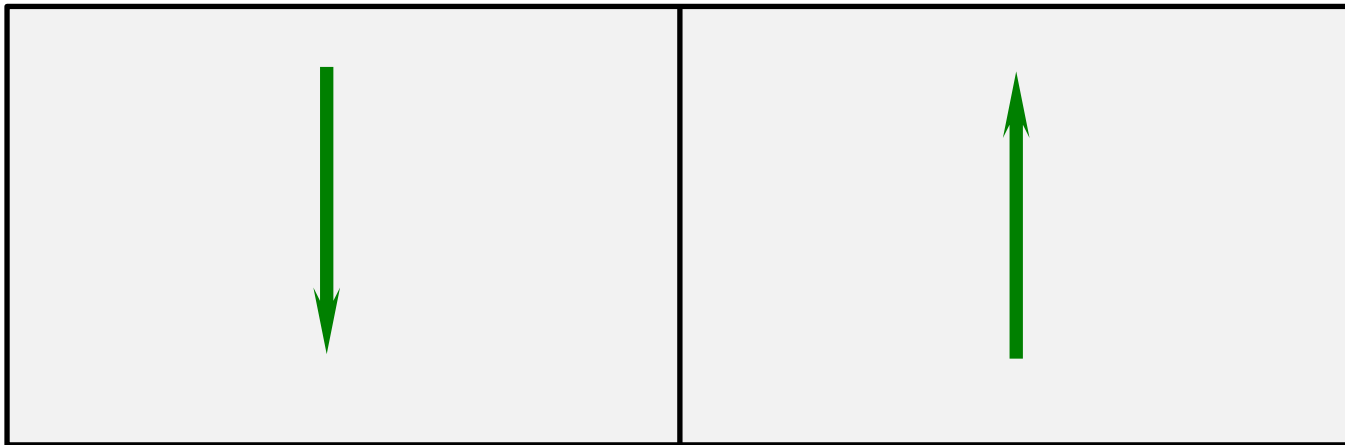
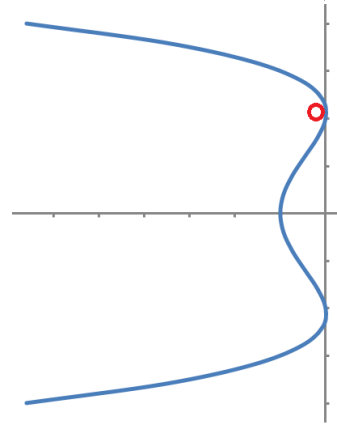
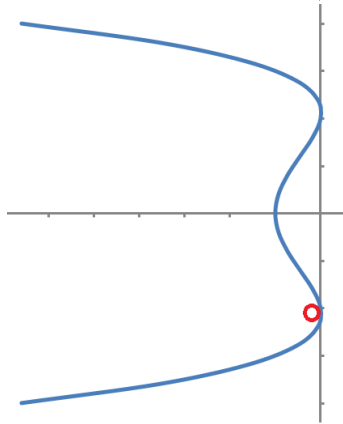


$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$$



$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\pi/2$$

Кристаллы с доменной структурой



Формализм комплексного представления параметров

$$\begin{aligned}\bar{E}(z, t) &= \bar{E}_m \cdot \frac{(Exp(i(\omega_0 t - kz + \varphi)) + Exp(-i(\omega_0 t - kz + \varphi)))}{2} = \\ &\bar{E}_m \cdot \frac{(Exp(i(\omega_0 t - kz + \varphi)) + k.c.)}{2}.\end{aligned}$$

Введем комплексную амплитуду:

$$\dot{\bar{E}}_m = \bar{E}_m \cdot e^{i\varphi}$$

В общем случае: $\dot{\bar{E}}_m(t) = \bar{E}_m(t) \cdot e^{i\varphi(t)}$

$$\bar{E}(z, t) = \frac{(\dot{\bar{E}}_m \cdot Exp(i(\omega_0 t - kz)) + k.c.)}{2}.$$

Для линейных сред допустимо: $\bar{E}(z, t) = \dot{\bar{E}}_m \cdot Exp(i(\omega_0 t - kz))$

Линейная и нелинейная поляризуемость среды

$$P_{\text{лин}} = \chi_1 E$$

$$P_{\text{нелин}} = \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots$$

$$E(z, t) = \frac{(\dot{E}_m \cdot \text{Exp}(i\omega_1 t) + k.c.)}{2}.$$

$$P_{\text{лин}}(\omega_1) = \chi_1 \frac{1}{2} (\dot{E}_m \cdot \text{Exp}(i\omega_1 t) + k.c.) \quad \omega$$

$$P_{\text{нел}} = \frac{\chi_2}{4} (\dot{E}_m \cdot \text{Exp}(i\omega_1 t) + k.c.)^2 = \frac{\chi_2}{4} (\dot{E}_m^2 \cdot \text{Exp}(i2\omega_1 t) + \dot{E}_m^{*2} \cdot \text{Exp}(-i2\omega_1 t) + 2|\dot{E}_m|^2)$$

$$P_{\text{нел}}(\omega_2 = 2\omega_1) = \frac{\chi_2}{4} (\dot{E}_m^2 \cdot \text{Exp}(i2\omega_1 t) + \dot{E}_m^{*2} \cdot \text{Exp}(-i2\omega_1 t)) \quad 2\omega$$

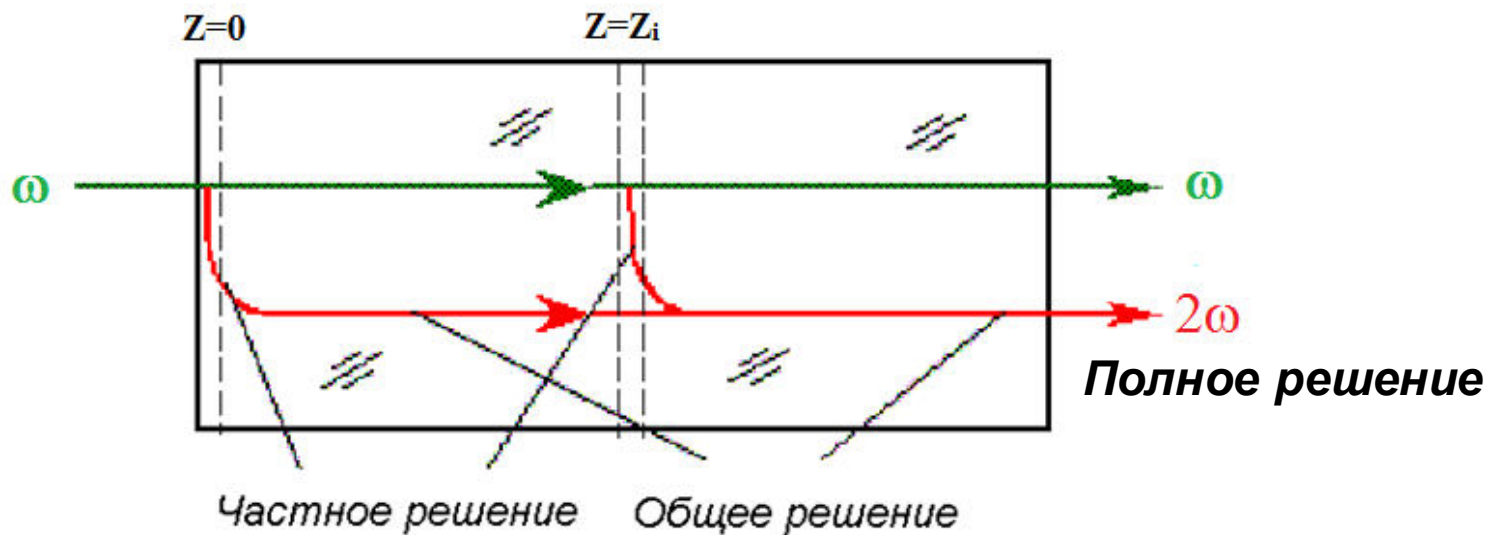
$$P_{\text{нел}}(\omega = 0) = \frac{\chi_2}{2} |\dot{E}_m|^2 \quad \text{квази-статическая}$$

Необходимое и достаточные условия

Генерация второй гармоники

$P_{\text{лин}}(\omega)$ - основное излучение

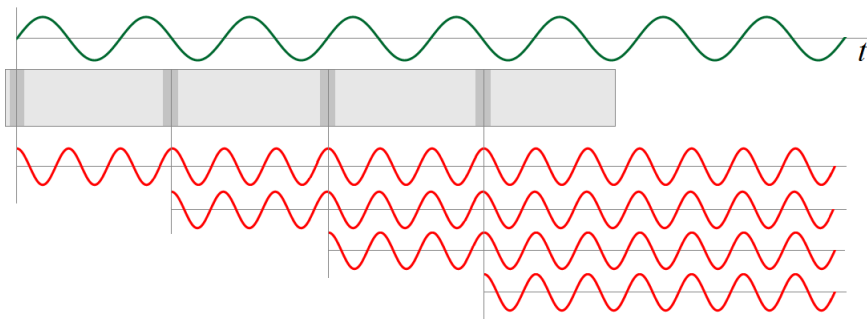
$P_{\text{нел}}(2\omega)$ - вторая гармоника



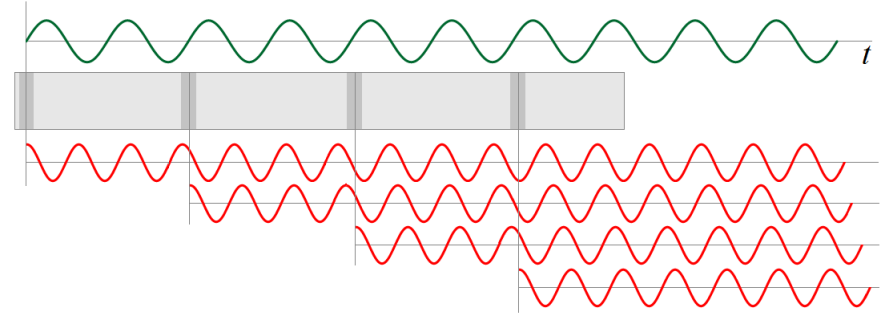
Полное решение = Частное решение + Общее решение

Необходимое и достаточное условия

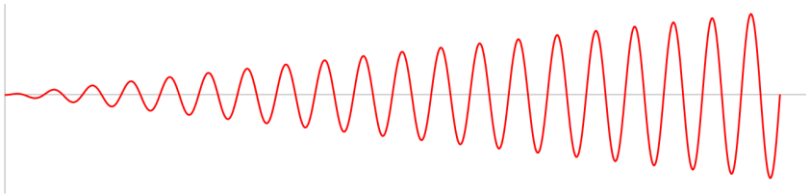
Генерация второй гармоники: $\omega_2 = 2\omega_1$



$$v_{\phi,1} = v_{\phi,2}$$



$$v_{\phi,1} \neq v_{\phi,2}$$



Достаточное условие: $\chi_2 \neq 0$

Необходимое условие: $v_{\phi,1} = v_{\phi,2} \rightarrow n_1 = n_2 \rightarrow \Delta k = 0$

Генерация суммарных и разностных частот

$$E(z, t) = \frac{1}{2} \left(\dot{E}_{m,1} \text{Exp}(i\omega_1 t) + \dot{E}_{m,2} \text{Exp}(i\omega_2 t) + k.c. \right)$$

$$\begin{aligned} P_{\text{нел},3}(\omega_3) &= \frac{\chi_2}{4} \left(\dot{E}_{m,1} \text{Exp}(i\omega_1 t) + \dot{E}_{m,2} \text{Exp}(i\omega_2 t) + k.c. \right)^2 = \\ &= \frac{\chi_2}{4} \left(P_{\text{нел},3}(2\omega_1) + P_{\text{нел},3}(2\omega_2) + 2P_{\text{нел},3}(\omega_1 + \omega_2) + 2P_{\text{нел},3}(\omega_2 - \omega_1) + 2P_{\text{нел},3}(0) \right) \end{aligned}$$

- $\omega_3 = 2\omega_1$ - Генерация второй гармоники ω_1
- $\omega_3 = 2\omega_2$ - Генерация второй гармоники ω_2
- $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ - Генерация суммарной частоты $\omega_1 + \omega_2$
- $\omega_3 = \omega_2 - \omega_1$ - Генерация разностной частоты $\omega_2 - \omega_1$
- $\omega_3 = 0$ - Статическая поляризуемость от ω_1 и ω_2

Одновременно все процессы - ?

?

Самофокусировка

$$D = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi_1 E + \varepsilon_0 \chi_3 E^3 \quad E(z, t) = \frac{1}{2} (\dot{E}_m \text{Exp}(i\omega t) + \text{c.c.})$$

$$E^3 = \frac{1}{8} [E^3 \text{Exp}(i3\omega t) + 3E^2 E^* \text{Exp}(i\omega t) + 3E E^{*2} \text{Exp}(-i\omega t) + E^{*3} \text{Exp}(-i3\omega t)]$$

$$P_{\text{нел},1} = \frac{\chi_3}{8} (\dot{E}_m^3 \text{Exp}(i3\omega t) + \text{c.c.})$$

$$P_{\text{нел},2} = \frac{3\chi_3}{8} (\dot{E}_m^3 \text{Exp}(i\omega t) + \text{c.c.})$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \varepsilon_{\text{нел}} = \varepsilon + \frac{3}{8} \chi_3 E_m^2 = \varepsilon + \frac{3}{8} \chi_3 Z_n I$$

$$n' \approx n + \frac{3}{16} \chi_3 Z_n I$$

$$Z_n = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon}}$$

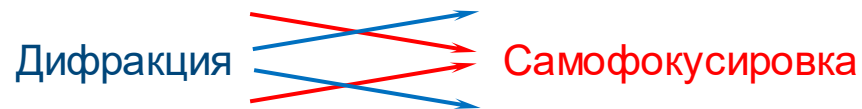
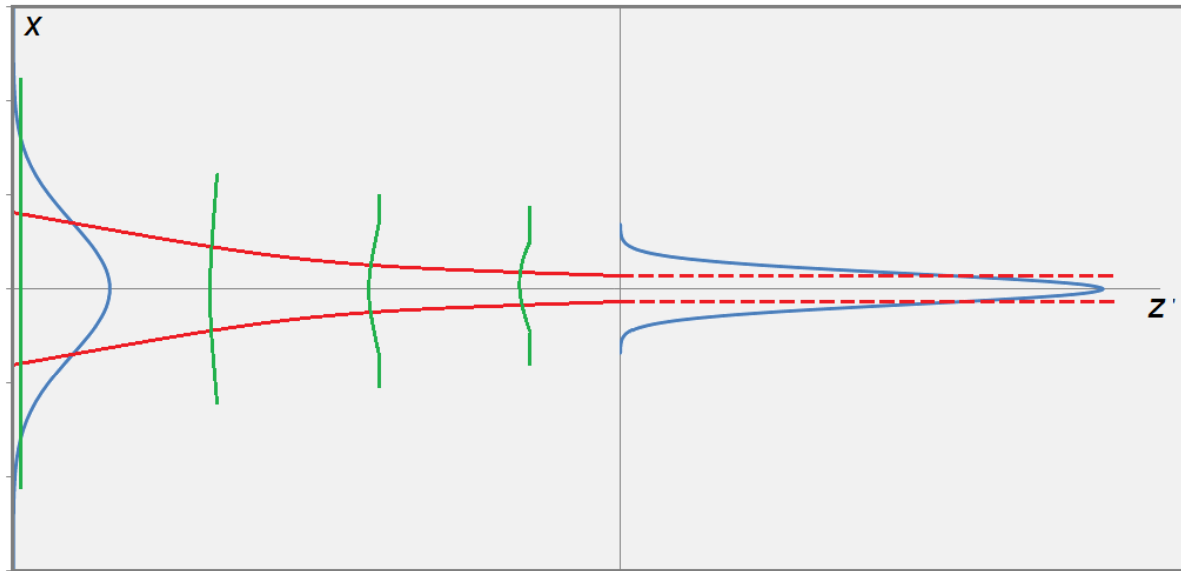
$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} n' L \approx \frac{\pi}{\lambda} \frac{3}{8} \chi_3 Z_n I(x, y) L$$

$$\Delta n_{\text{керр}} = n_2 |E|^2$$

$$P_{\text{кр}} = \frac{1,86}{32\pi^2} \frac{\lambda^2 c}{n_2}$$

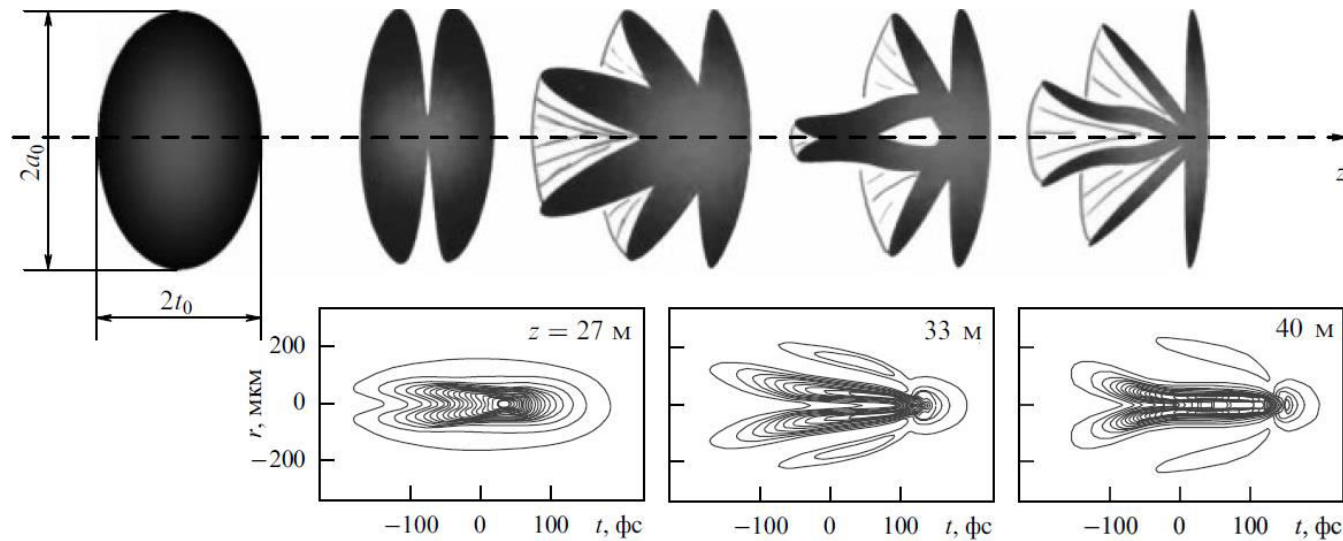
В общем случае $\Delta n_{\text{керр}}$ комплексное

Самофокусировка



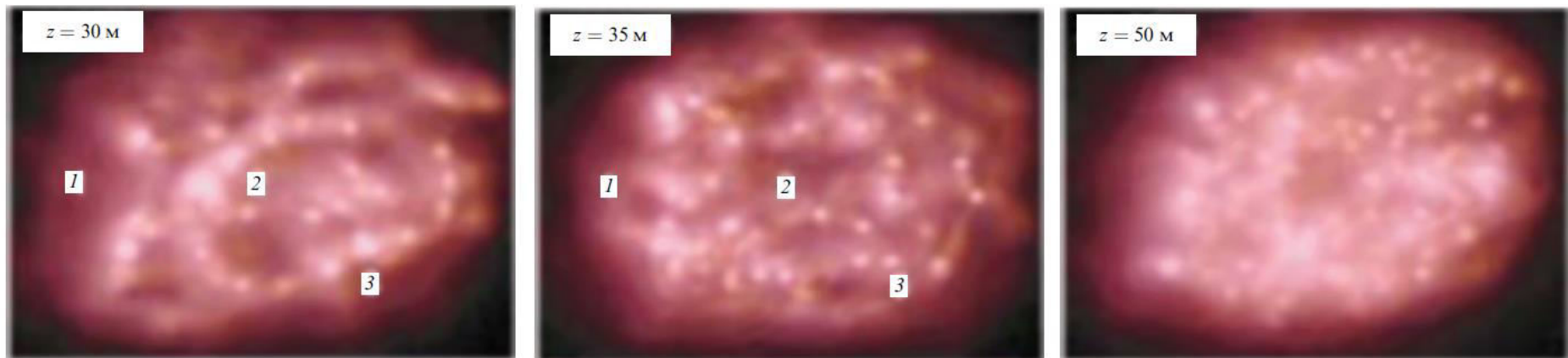
Волноводный режим распространения (самоканализация) –
филаментация излучения.

1. Крупномасштабная самофокусировка.
2. Мелкомасштабная самофокусировка - (распадная неустойчивость при крупномасштабной самофокусировке).



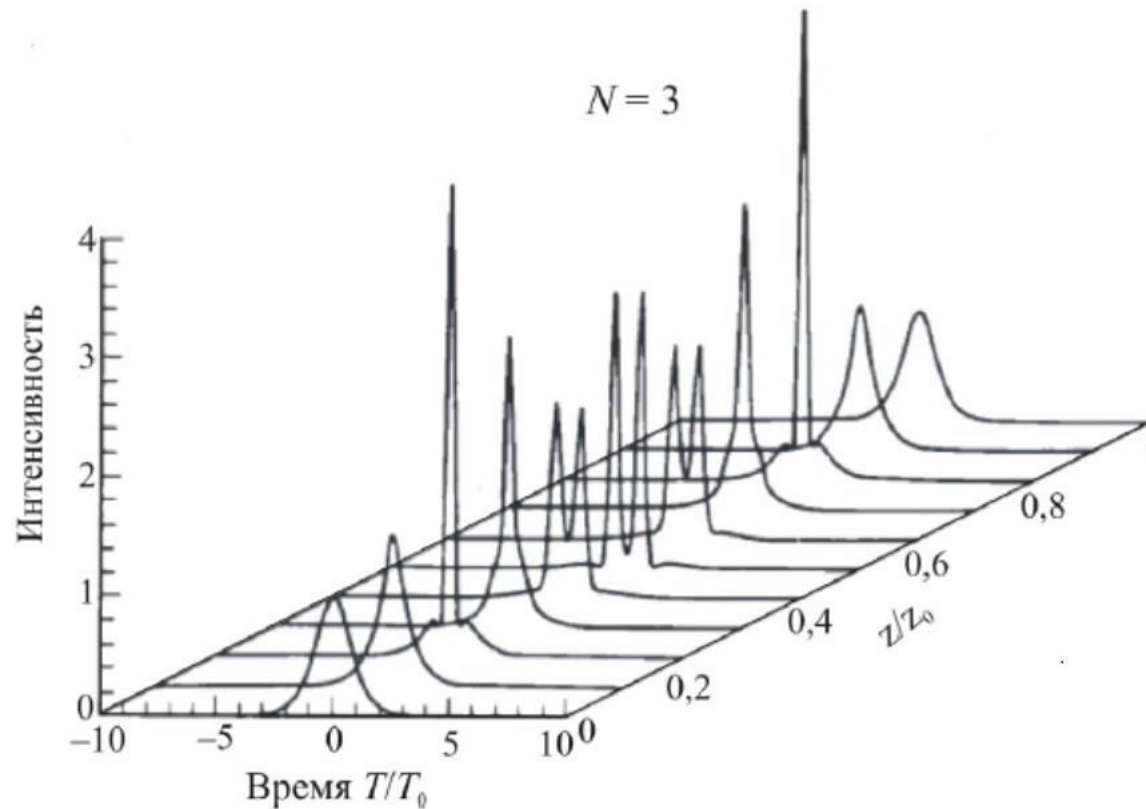
Изменение распределения интенсивности на различных расстояниях в воздухе.

Пиковая мощность $P_{\text{пик}} = 5P_{\text{кр}}$.



Распределение плотности энергии в сечении пучка импульсного излучения 800 нм с длительностью 85 фс и энергией 230 мДж (пиковая мощность 2,3 ТВт ($\approx 700 P_{\text{кр}}$)) при филаментации в воздухе.

Формирование солитонов



Динамика формы трехсолитонного импульса (расщепление и последующее восстановление повторяется на каждом периоде солитона)

Самофокусировка

Аскарьян Г.А. Предсказание о существовании волноводного режима при распространении электромагнитного луча. ЖЭТФ, 1962, т.42, №5, с.1567.

Таланов В.И. О самофокусировке волновых пучков в нелинейных средах.

Письма в ЖЭТФ, 1964, т.2, №5, с.218-222.

Ахманов С.А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде. УФН, 1967, т.93, №9, с.19-70.

Аскарьян Г.А. Эффект самофокусировки. УФН, 1973, т.111, №10, с.249-260.

Луговой В.Н., Прохоров А.М. Теория распространения мощного лазерного излучения в нелинейной среде. УФН, 1973, т.111, №10, с.203-247.

Власов С.Н., Таланов В.И. Самофокусировка волн. — Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. — 220 с.

Чекалин С.В., Кандидов В.П. От самофокусировки световых пучков — к филаментации лазерных импульсов. УФН, 2013, т.183, с.133—152.

«Интересно отметить, что ионизирующее, тепловое и разделяющее воздействие луча интенсивной радиации на среду может быть настолько сильным, что создастся перепад свойств среды в луче и вне луча, что вызовет волноводное распространение луча и устранил геометрическую и дифракционную расходимость — это интересное явление можно назвать самофокусировкой электромагнитного луча».

Декабрь 1961 г. Гурген Ашотович Аскарьян.