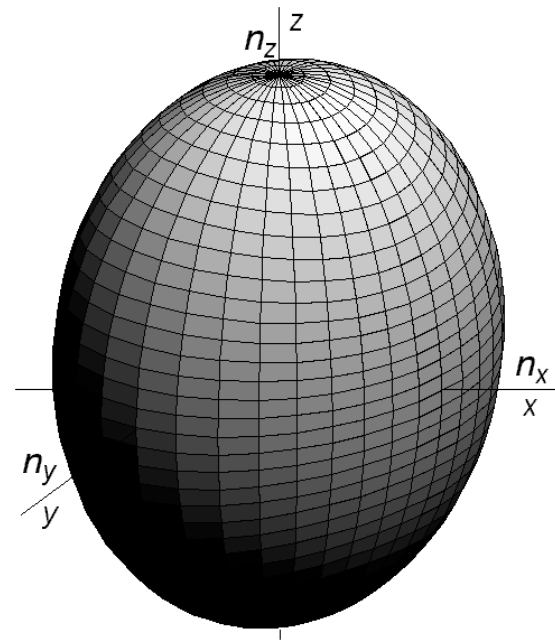


Линейные анизотропные среды. Кристаллооптика

Образование — это то, что остается,
когда мы уже забыли все, чему нас учили.

Джордж Галифакс (XVIII в.)

Показатели преломления кристаллов



Индикатриса показателей преломления

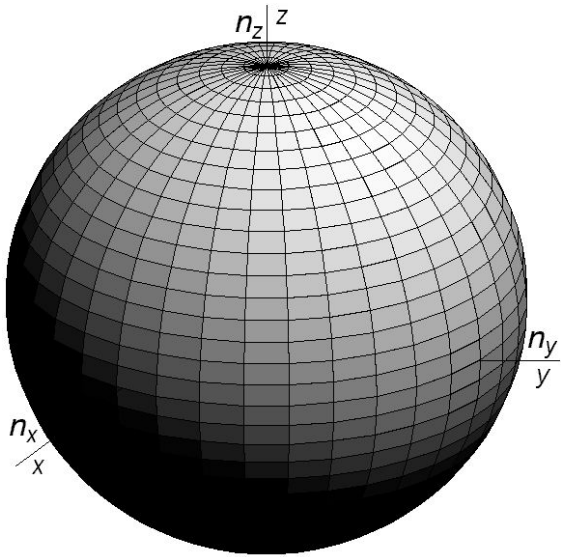
$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$

Уравнения Френеля

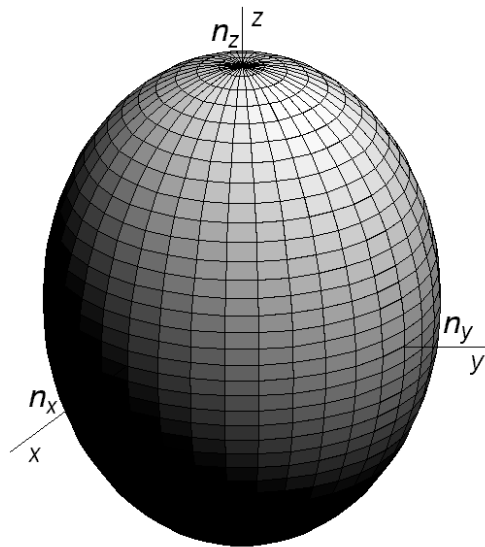
Уравнения Максвелла

Характеристическая (нормальная) поверхность

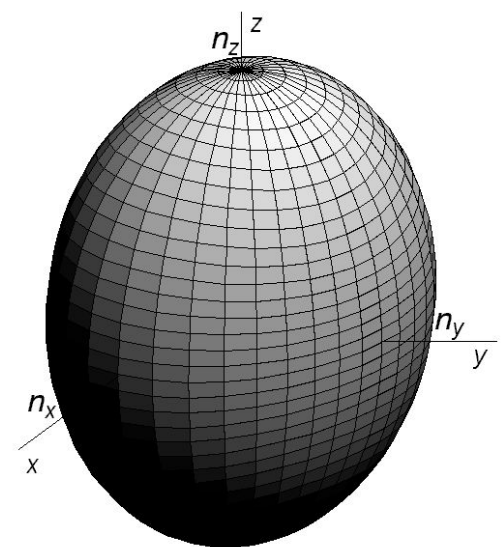
Индикатрисы кристаллов



Кубические
 $n_x = n_y = n_z$



Одноосные
 $n_x = n_y \neq n_z$

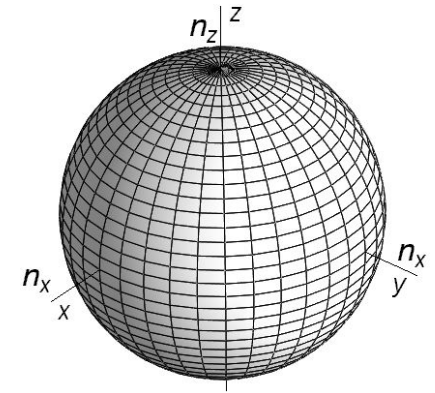


Двухосные
 $n_x \neq n_y \neq n_z$

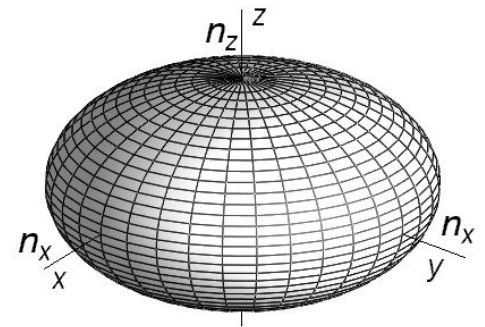
1. Кубические - кристаллы с наивысшей симметрией.
2. Одноосные - кристаллы со средним свойством симметрии.
3. Двухосные - кристаллы с низшим свойством симметрии.

Одноосные и двухосные кристаллы

Положительные кристаллы: $n_x = n_y < n_z$

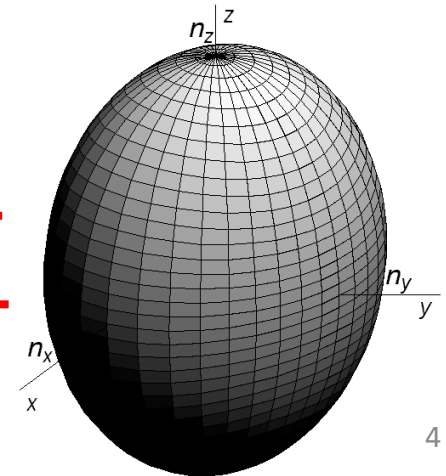


Отрицательные кристаллы: $n_x = n_y > n_z$



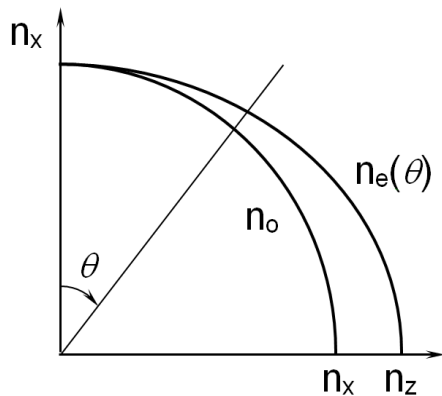
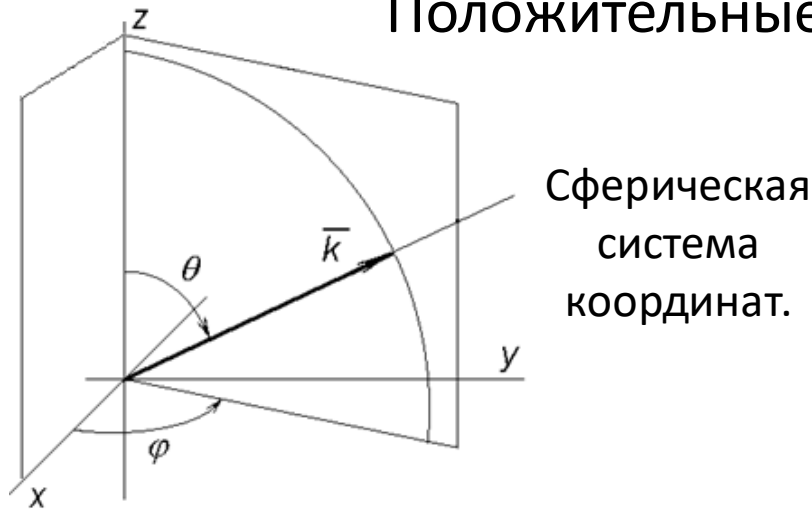
Двухосные кристаллы: $n_x < n_y < n_z$ - ~~положительные~~

~~$n_x > n_y > n_z$ - отрицательные~~



Собственные поляризации (одноосные кристаллы)

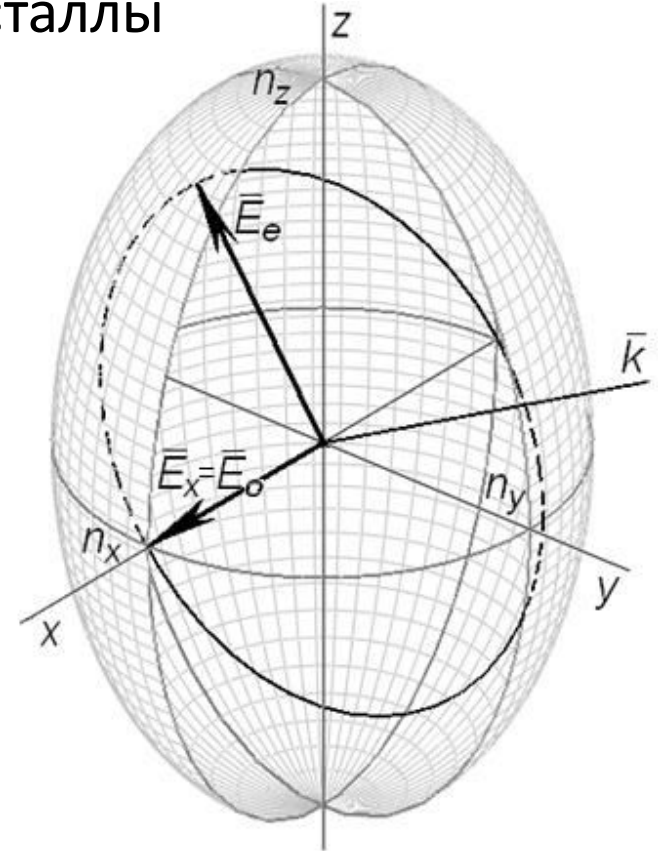
Положительные кристаллы



Сечение нормальной (характеристической) поверхности (не зависит от угла φ).

Главные значения показателей преломления собственных волн – длины полуосей эллипса.

При $\theta=0^\circ$ $n_e=n_x=n_y$. При $\theta=90^\circ$ $n_e=n_z$



Индикатриса показателей преломления. В сечении (перпендикулярном вектору \bar{k}) всегда эллипс.

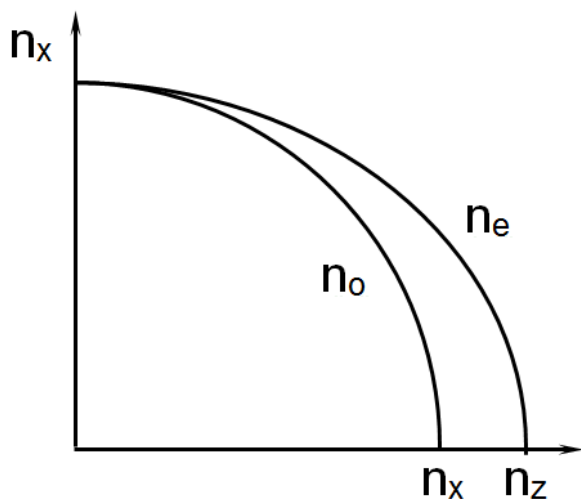
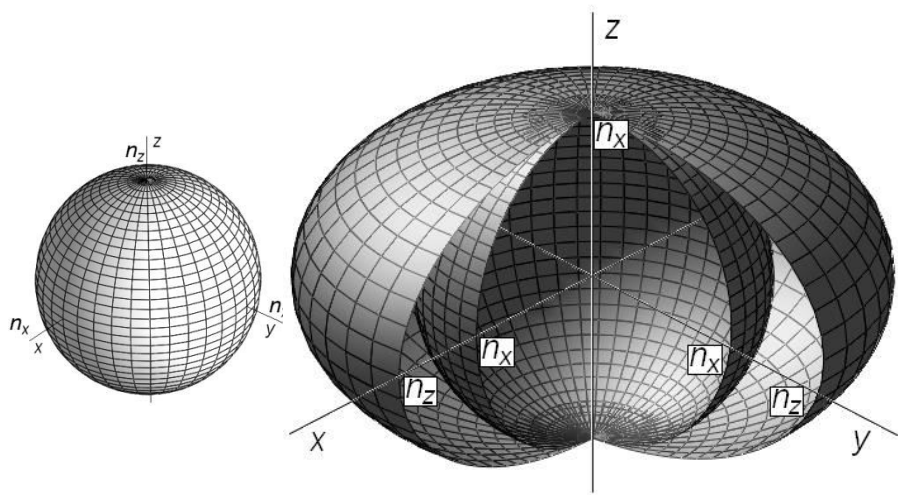
E_i - собственные волны (собственные поляризации).

Ориентация – полуоси эллипса сечения.

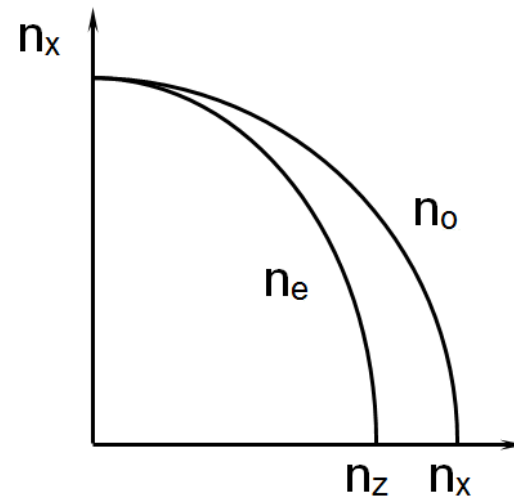
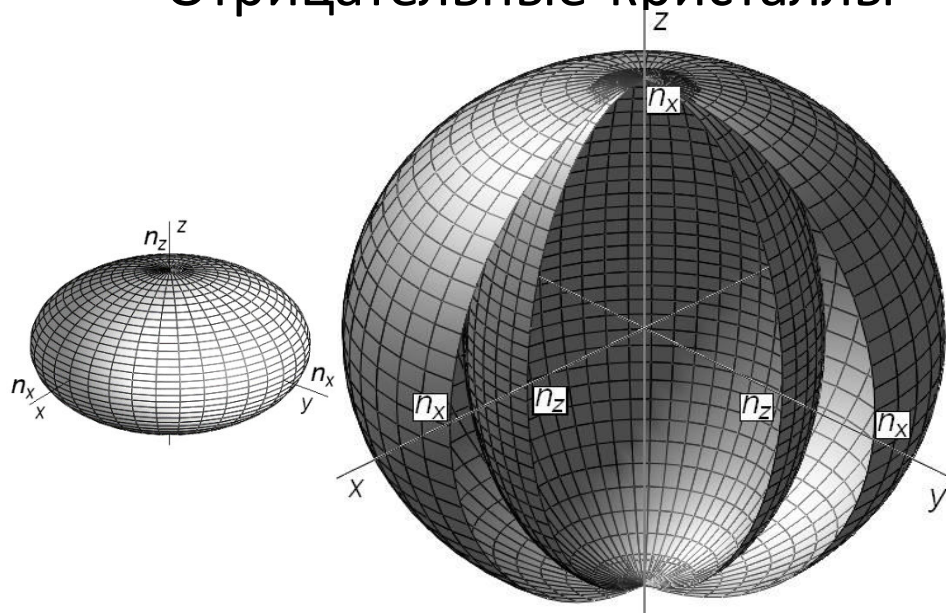
Характеристические поверхности – одноосные кристаллы

Поверхности волновых нормалей

Положительные кристаллы



Отрицательные кристаллы



Обыкновенная и необыкновенная волны

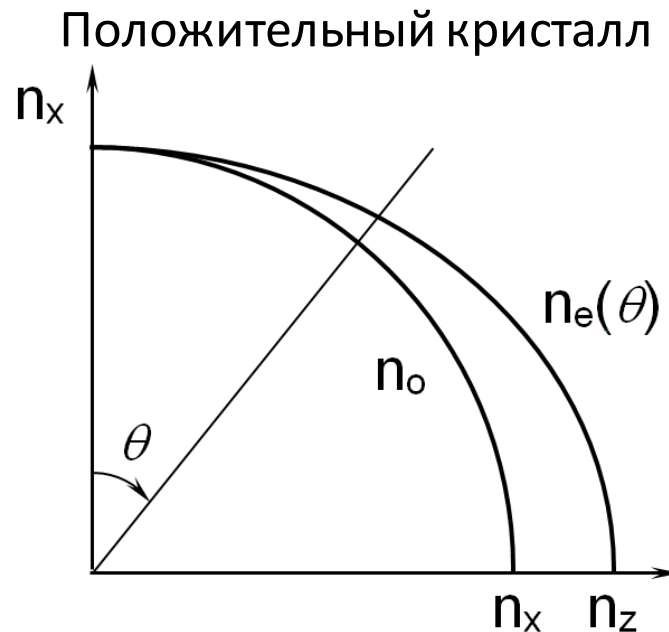
$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_x^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$

$$n_o = n_x = n_y$$

$$n_e(\theta) = \frac{n_z n_x}{\sqrt{n_x^2 + (n_z^2 - n_x^2) \cos^2 \theta}}$$

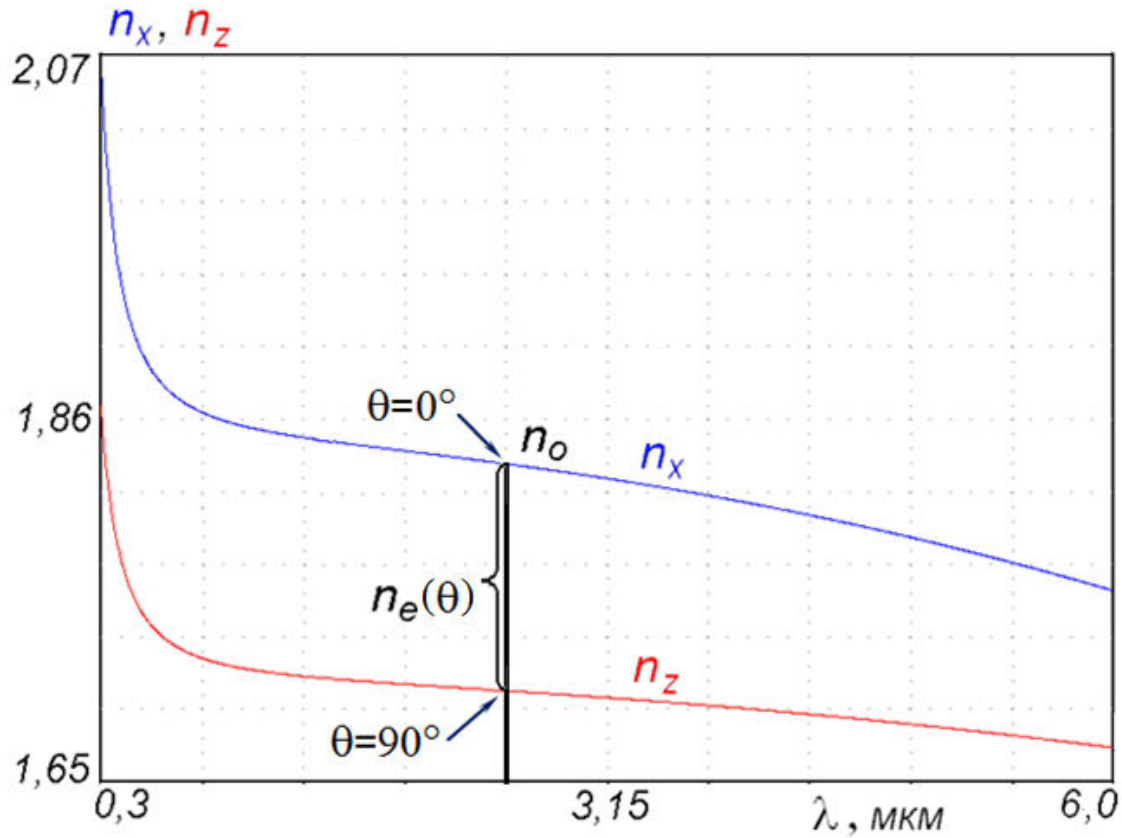
n_o – обыкновенная волна ($n_o \neq f(\theta)$).

n_e – необыкновенная волна ($n_e = n_e(\theta)$).



Обыкновенная и необыкновенная волны

Йодат лития (LiIO_3)

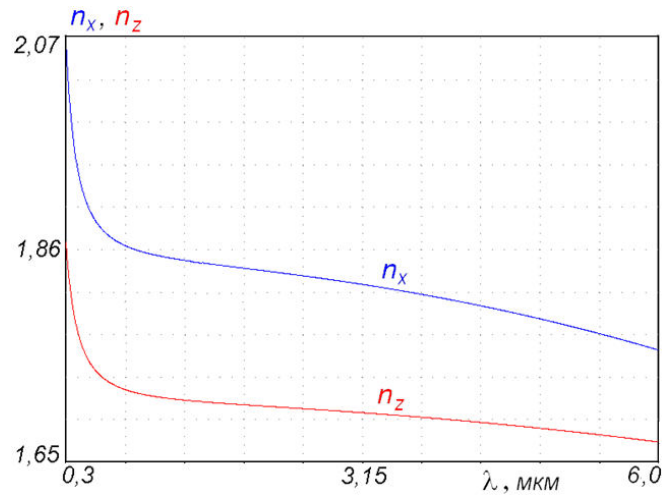


$$n_o = n_x = n_y$$

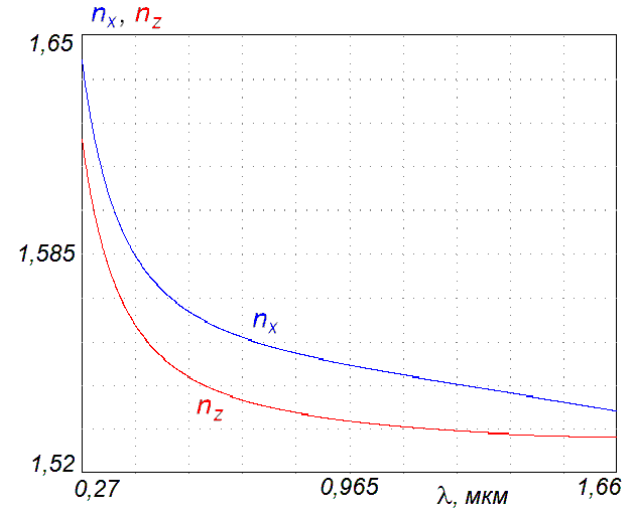
Положительные кристаллы $n_z \geq n_e(\theta) \geq n_x$ $n_e(0^\circ) = n_x$ $n_e(90^\circ) = n_z$

Отрицательные кристаллы $n_z \leq n_e(\theta) \leq n_x$ $n_e(0^\circ) = n_z$ $n_e(90^\circ) = n_x$

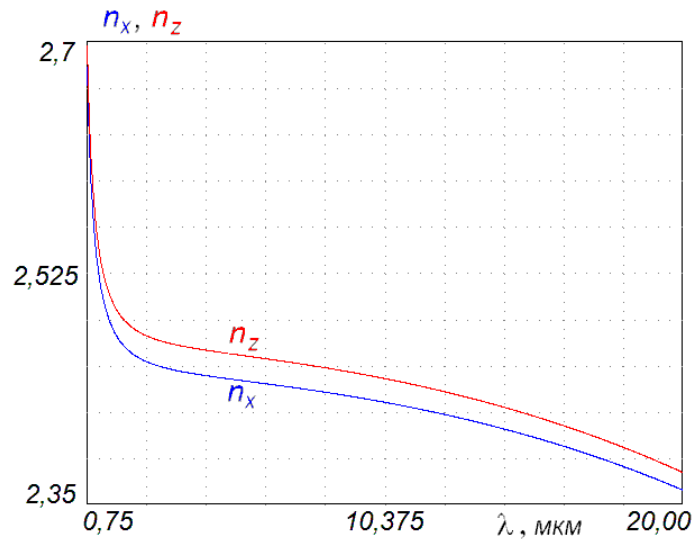
Дисперсия показателей преломления



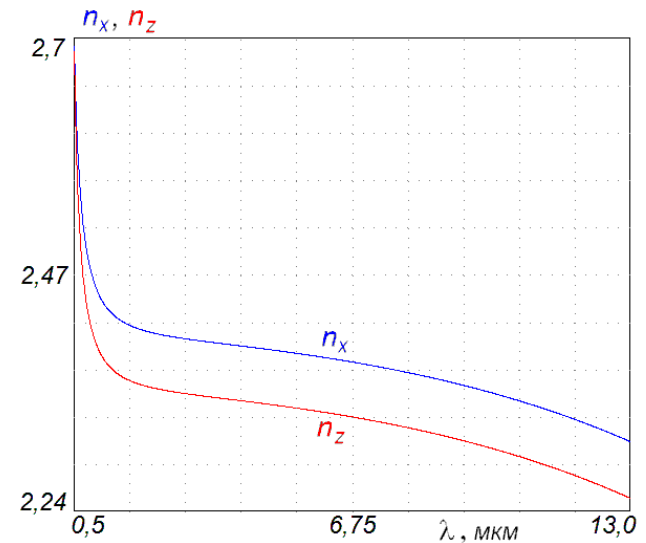
Йодат лития ($LiIO_3$)



Дигидрофосфат цезия ($DCDA$)



Селенид кадмия ($CdSe$)



Тиогаллат серебра (AGS)

Показатели преломления

Видимый и ИК

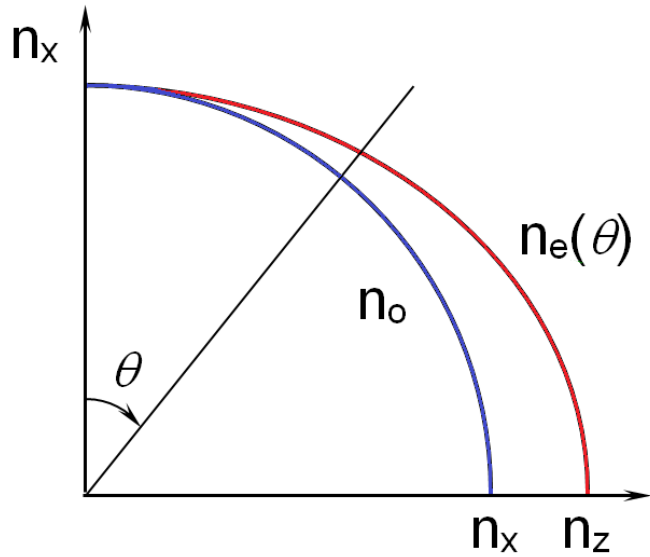
λ , мкм	$n_x=n_y$	n_z	Δn
BBO			
0,5	1,678	1,558	0,1203
1,0	1,656	1,543	0,1132
2,0	1,638	1,536	0,1022
CLBO			
0,5	1,500	1,447	0,0531
1,0	1,486	1,436	0,0502
2,0	1,472	1,427	0,0447
KDP (KH_2PO_4)			
0,5	1,514	1,472	0,0422
1,0	1,496	1,461	0,0351
1,5	1,481	1,458	0,0230
LiIO₃			
0,5	1,906	1,754	0,1520
1,0	1,859	1,718	0,1410
1,5	1,849	1,711	0,1379
4,0	1,810	1,692	0,1185
6,0	1,761	1,670	0,0908

Средний ИК

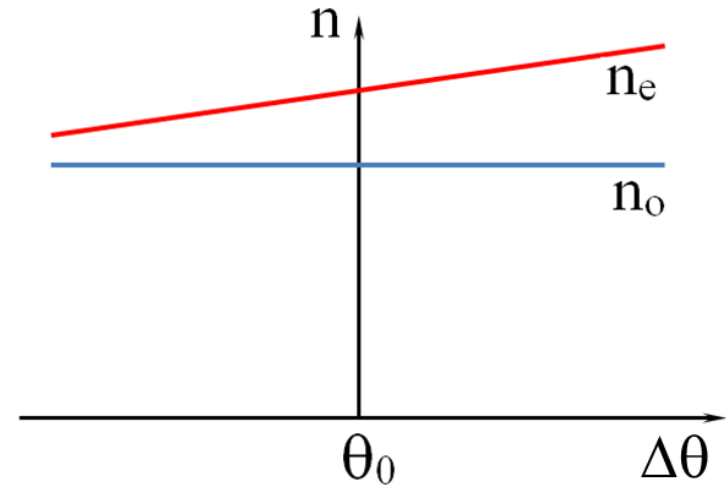
λ , мкм	$n_x=n_y$	n_z	Δn
AGSe (AgGaSe_2)			
1,0	2,713	2,691	0,0218
1,5	2,655	2,624	0,0306
4,0	2,619	2,587	0,0316
6,0	2,612	2,580	0,0318
10,0	2,595	2,562	0,0328
15,0	2,560	2,525	0,0349
ZGP (ZnGeP_2)			
0,75	3,374	3,433	0,0596
1,0	3,248	3,296	0,0475
1,5	3,173	3,214	0,0415
4,0	3,122	3,160	0,0383
6,0	3,110	3,148	0,0383
10,0	3,079	3,118	0,0392

Δn - двулучепреломление

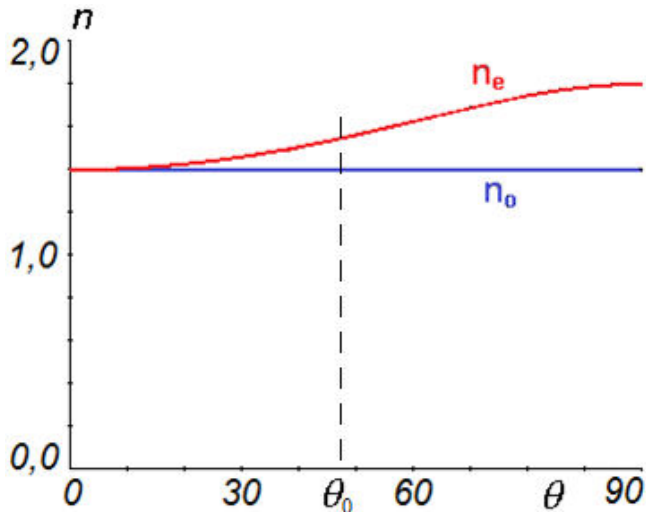
Снос необыкновенной волны



$$n_e(\theta) = n_e(\theta_1) + \frac{dn_e}{d\theta} \Delta\theta + \frac{1}{2} \frac{d^2 n_e}{d\theta^2} \Delta\theta^2 + \dots$$



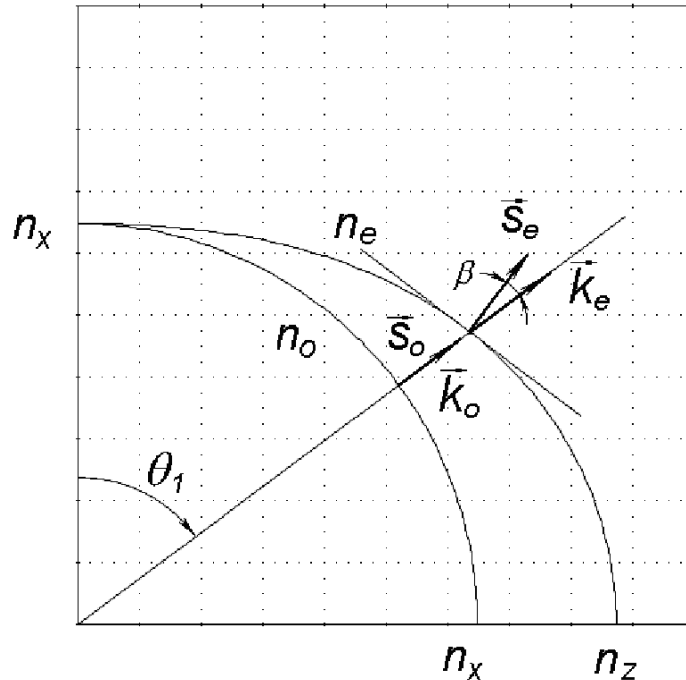
$$n_e(\theta) = n_e(\theta_0) + \frac{dn}{d\theta} \cdot \Delta\theta$$



Снос необыкновенной волны

Поверхности волновых нормалей

$$\theta = 45^\circ$$



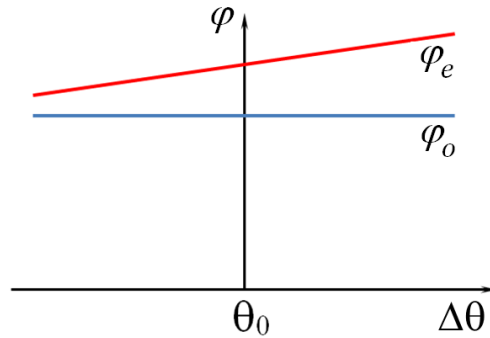
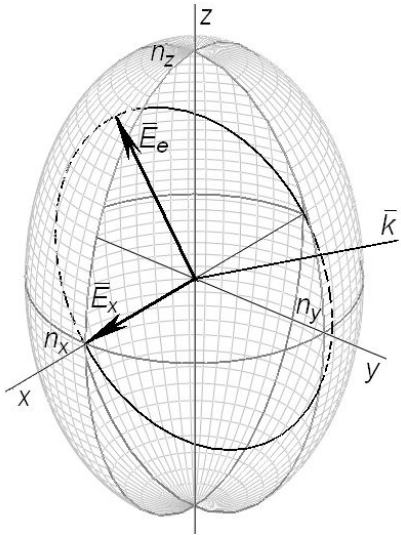
\bar{S}_e - вектор Умова-Пойнтинга

$$\beta = \frac{1}{n_e(\theta_1)} \frac{dn_e(\theta_1)}{d\theta} \quad \beta = \frac{1}{2} n_e^2(\theta_1) \frac{n_z^2 - n_x^2}{n_z^2 n_x^2} \sin 2\theta_1$$

$$\beta \approx \frac{n_z - n_x}{n_x} \sin 2\theta_1 = \frac{\Delta n}{n_x} \sin 2\theta_1$$

λ , мкм	β , °	Δn
BBO		
0,5	-4,255	0,1203
1,0	-4,048	0,1132
2,0	-3,687	0,1022
KDP		
0,25	-1,744	0,0512
0,5	-1,621	0,0422
1,0	-1,360	0,0351
LiIO ₃		
0,5	-4,751	0,1520
2,0	-4,356	0,1311
6,0	-3,032	0,0908
ZnGeP ₂		
1,0	0,832	0,0475
3,0	0,703	0,0391
6,0	0,702	0,0383

Снос необыкновенной волны



$$\varphi_o = 2\pi n_o L / \lambda \quad \varphi_e = 2\pi n_e L / \lambda$$

Перекрытие пучков:

$$\lambda = 1 \text{ мкм},$$

$$d = 1 \text{ мм},$$

$$\theta = 1 \text{ мрад.}$$

$$\beta = 1^\circ = 17 \text{ мрад.}$$

L=10 см.

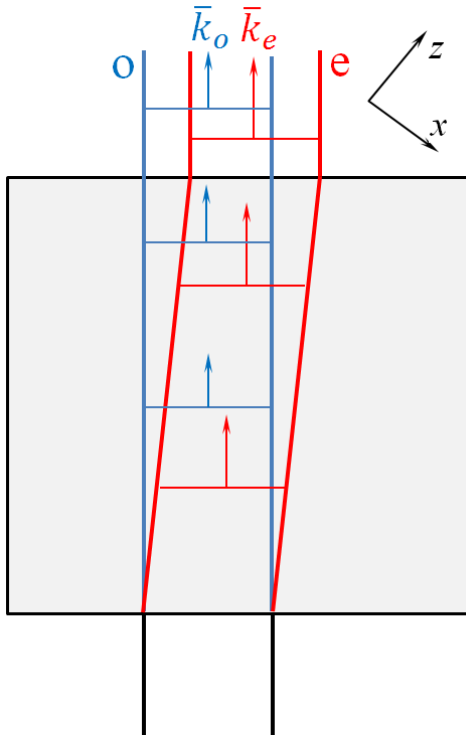
$$\Delta d = 1,7 \text{ мм}$$

$$d_{x'} = 2 \text{ мм}$$

- снос,

- размер по x' .

(дифракция + снос)



L=1 мм,

$$\Delta d = 17 \text{ мкм}$$

$$d_{x'} = 1 \text{ мм}$$

- снос,

- размер по x' .

(дифракция + снос)

Пространственно-временная аналогия: анизотропные среды

Импульс

Пучок

x Групповая задержка

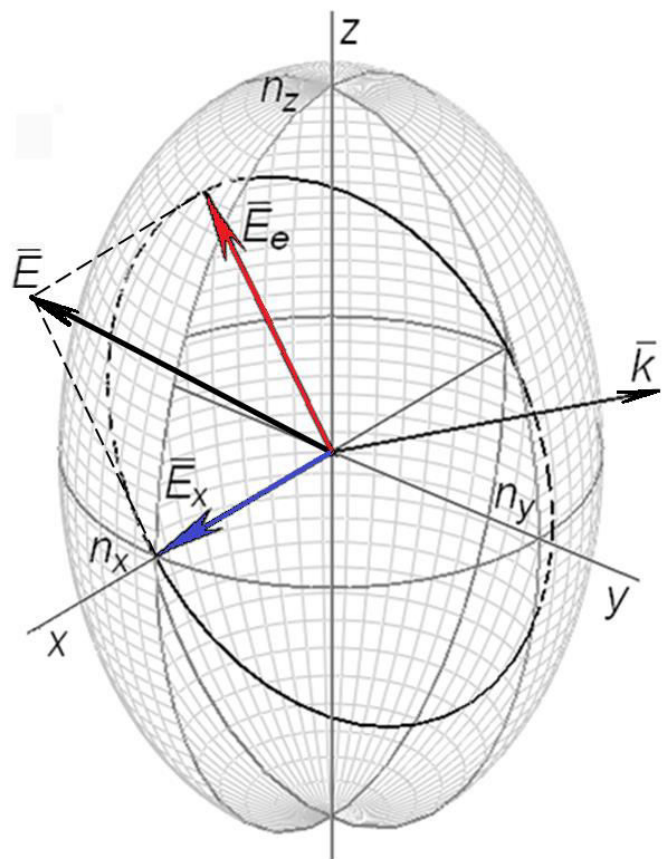
Снос

x^2 Дисперсионное расплывание

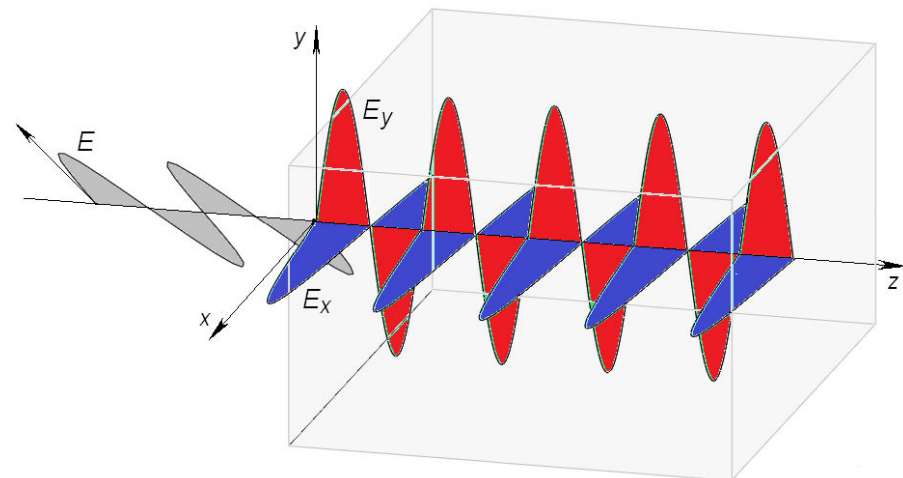
Дифракция

Поляризационные параметры излучения

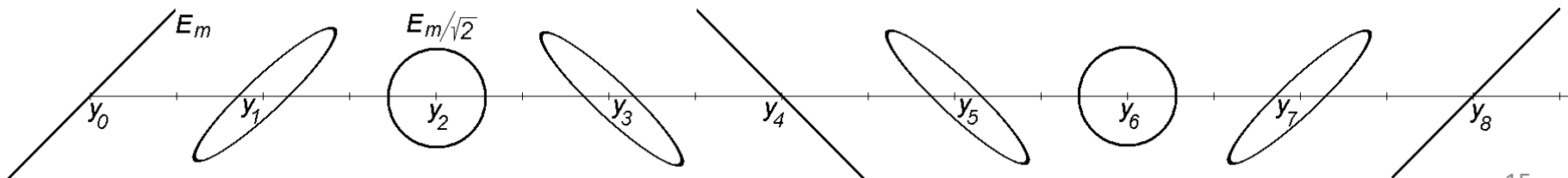
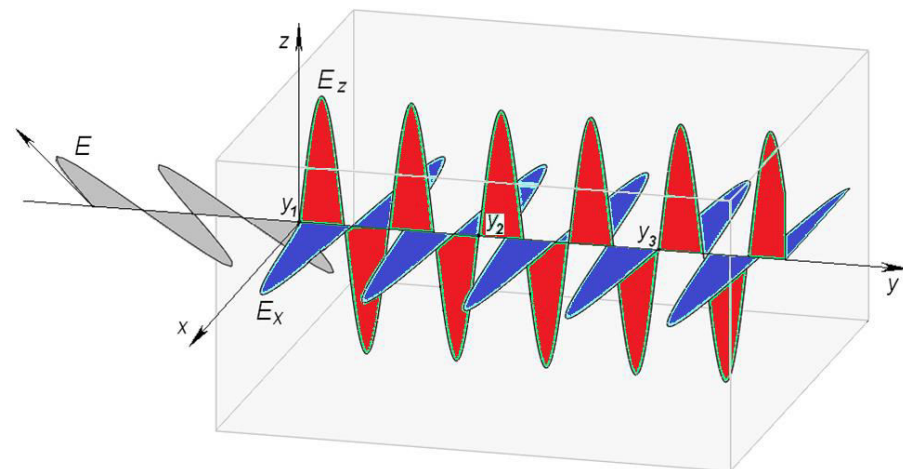
Без сноса



$\theta = 0^\circ$



$\theta = 90^\circ$



Изменение поляризации

$$\theta = 90^\circ$$

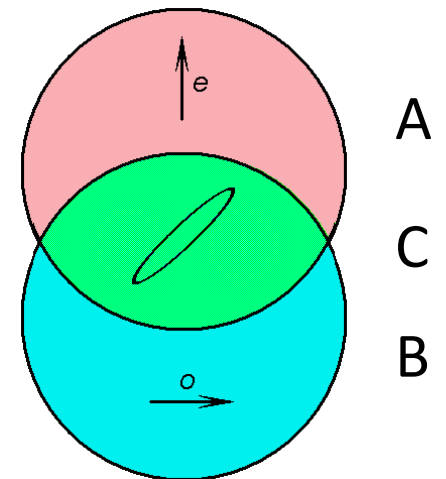
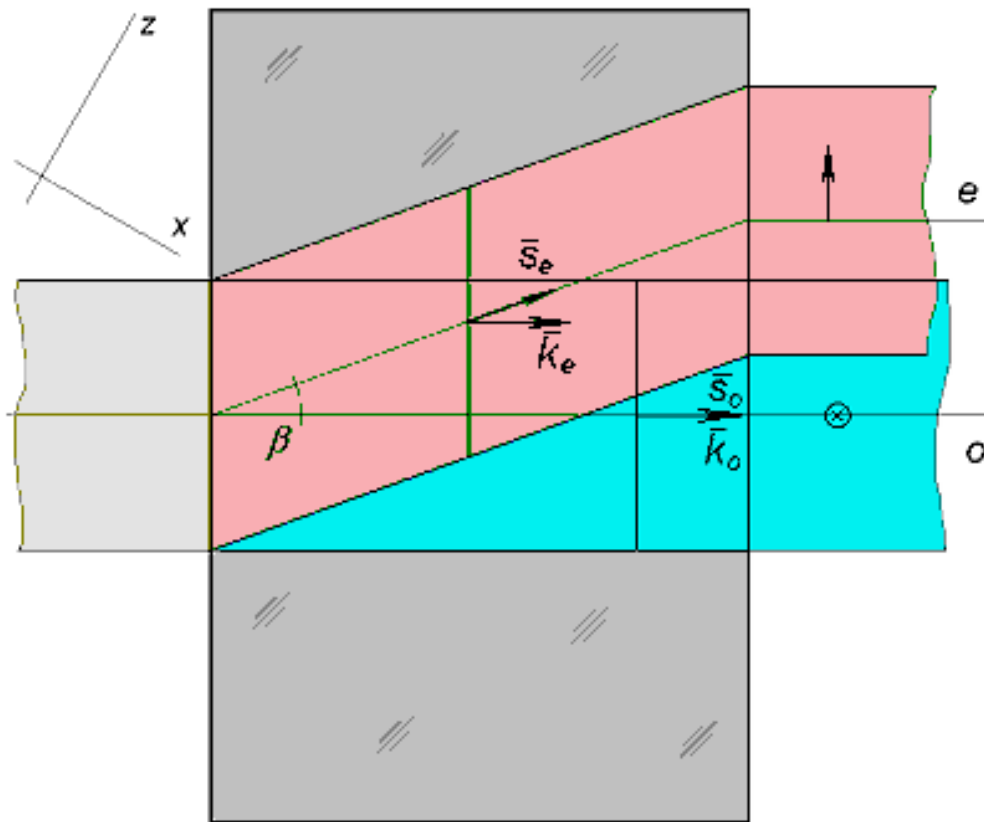
$$\Delta\psi_1 = k_0 \cdot L \cdot (n_e - n_o) = 2\pi \cdot p, \quad p - \text{целое}$$

Кристалл	λ , мкм	L_π , мкм
BBO	1,0	8,82
KDP	1,0	28,5
LiIO_3	1,0	7,1

L_π = период изменения состояния поляризации

$$\text{При } \theta = 0^\circ \quad (n_o = n_e = n_x = n_y) \quad L_\pi = \infty$$

Распространение пучков излучения

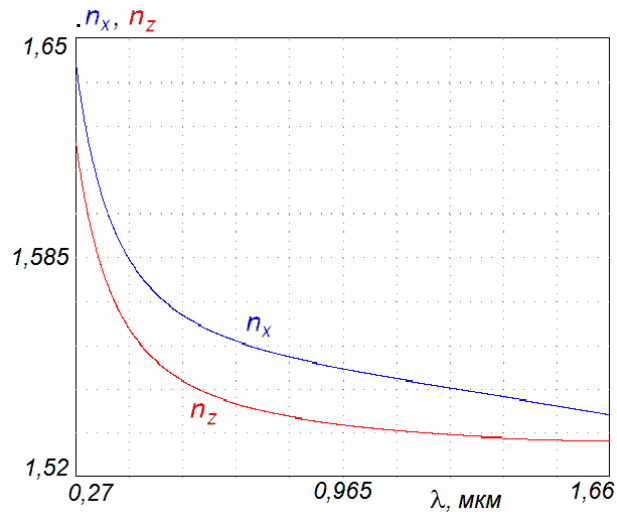


$\psi=45^\circ$ $E_e = E_o$

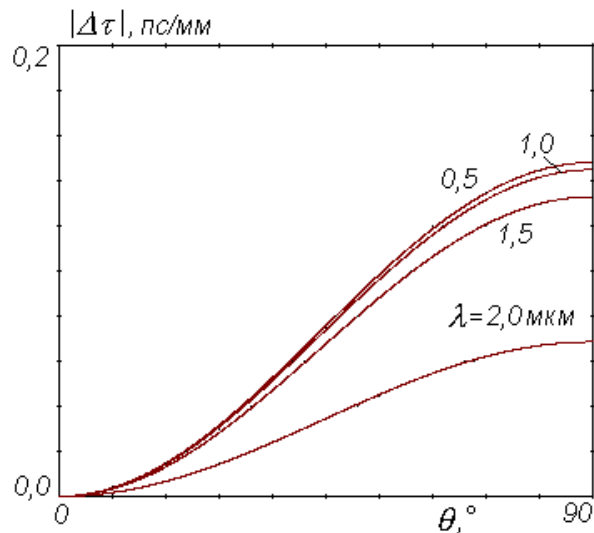
Поляризация:

- А) линейная – вертикальная
В) линейная – горизонтальная
С) линейная – эллиптическая – круговая - ...

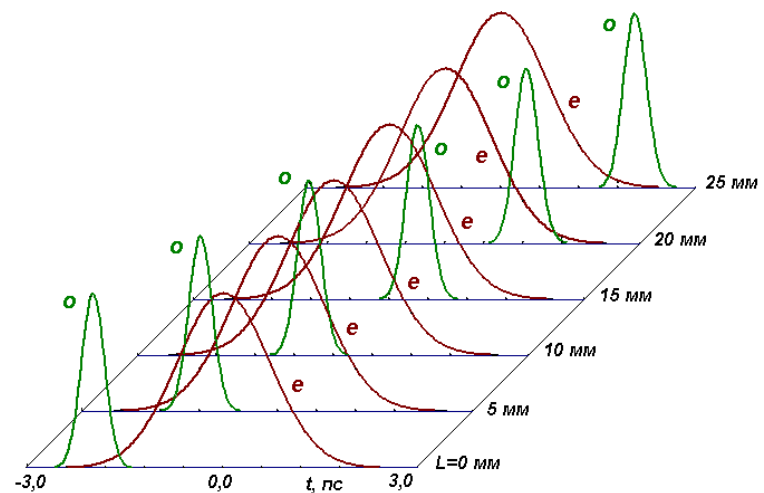
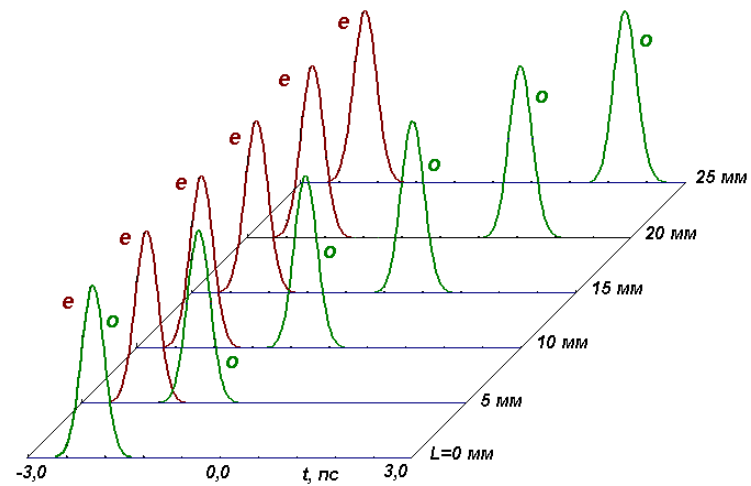
Распространение импульсов излучения



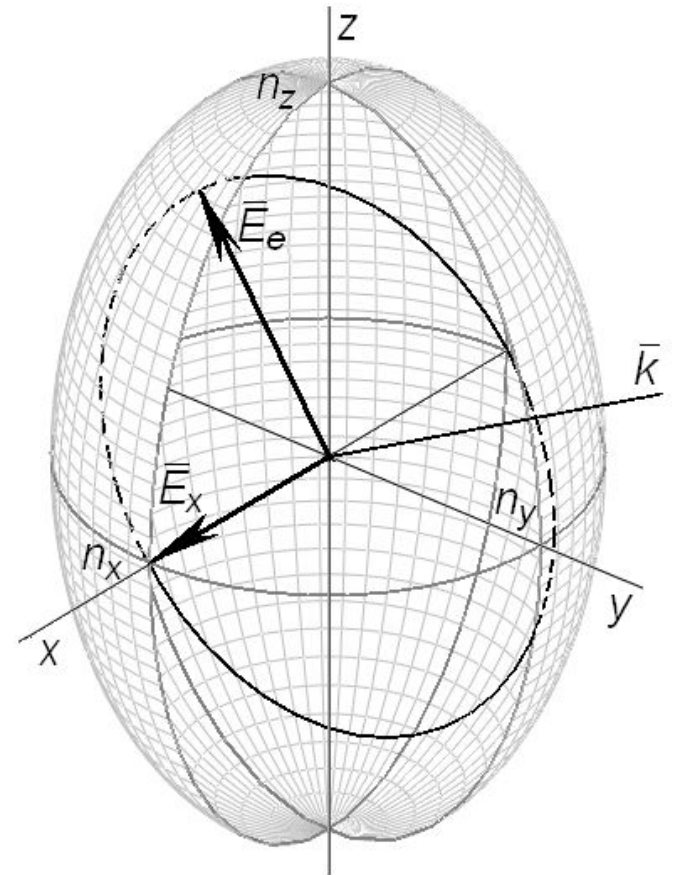
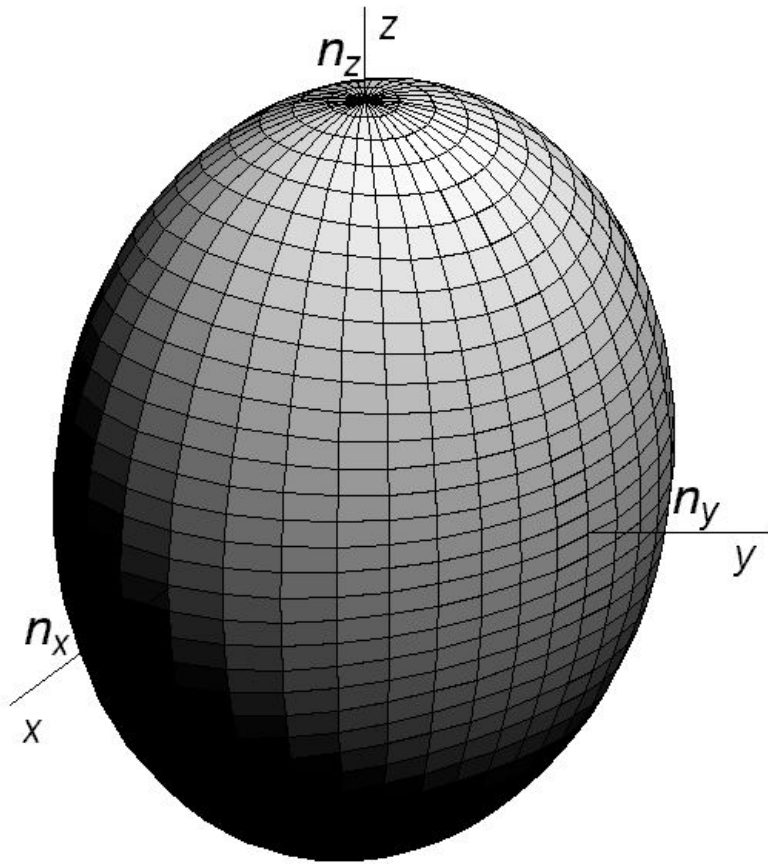
$\theta = 90^\circ$



$$|\Delta\tau| = L \left(\frac{1}{v_{\text{rp},i}} - \frac{1}{v_{\text{rp},j}} \right) = \frac{L}{c} \left((n_i - \lambda \frac{dn_i}{d\lambda}) - (n_j - \lambda \frac{dn_j}{d\lambda}) \right)$$

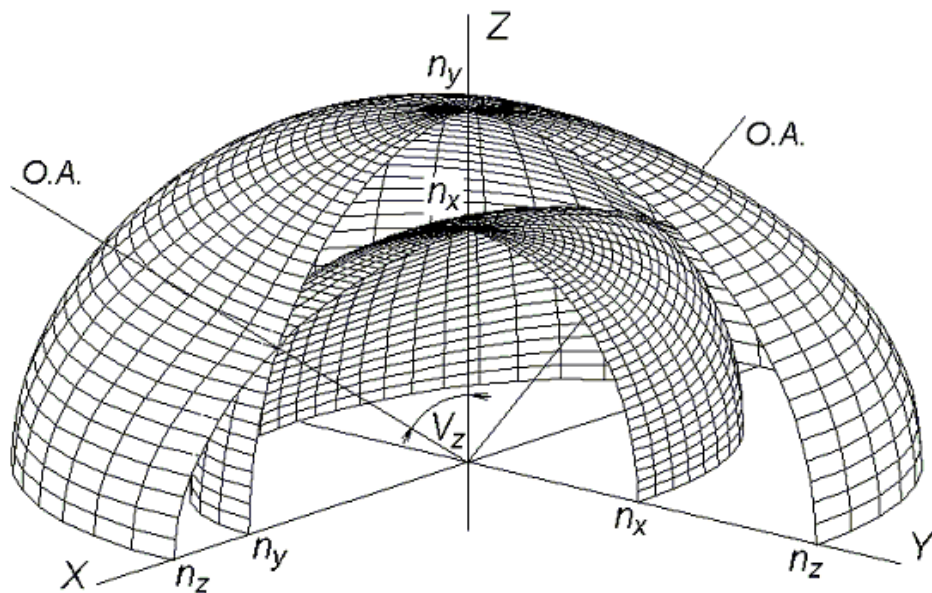


Двухосные кристаллы



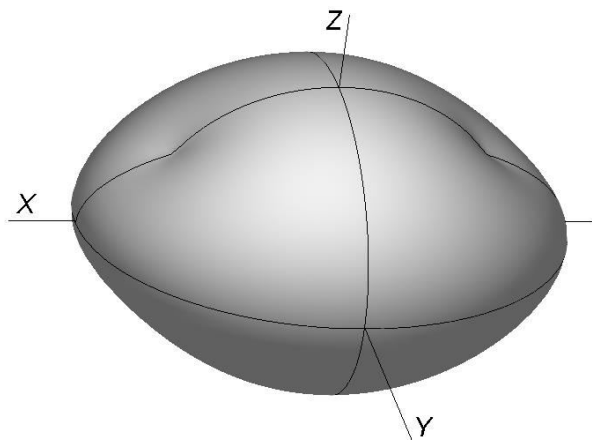
Индикатрисса показателей
преломления ($n_x < n_y < n_z$)

Характеристические поверхности двухосных кристаллов

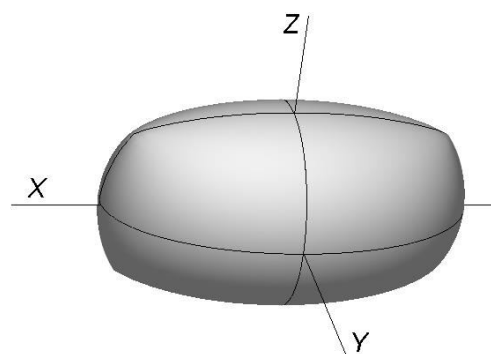


Характеристические (нормальные) поверхности двухосного кристалла:

s -волна



f -волна



Показатели преломления s- и f-волн

Из уравнения Френеля

$$\frac{s_x^2}{n^{-2}(s) - n_x^{-2}} + \frac{s_y^2}{n^{-2}(s) - n_y^{-2}} + \frac{s_z^2}{n^{-2}(s) - n_z^{-2}} = 0$$

где: $s_x = \sin \theta \cdot \cos \varphi$

$s_y = \sin \theta \cdot \sin \varphi$

$s_z = \cos \theta$ - направляющие косинусы волнового вектора \bar{k} ($\bar{s} = \bar{k} / |\bar{k}|$)

n_x, n_y, n_z - главные значения показателей преломления,

$n(s)$ - значения показателей преломления в направлении $\bar{k} \cdot (\bar{s})$

$$n_f = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{B + \sqrt{B^2 - 4C}}} \quad n_s = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{B - \sqrt{B^2 - 4C}}}$$

$$B = s_x^2(n_y^{-2} + n_z^{-2}) + s_y^2(n_x^{-2} + n_z^{-2}) + s_z^2(n_x^{-2} + n_y^{-2})$$

$$C = \frac{s_x^2}{n_y^2 n_z^2} + \frac{s_y^2}{n_x^2 n_z^2} + \frac{s_z^2}{n_x^2 n_y^2}$$

Характеристические поверхности двухосных кристаллов

xy

$$0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ, \quad \theta = 90^\circ$$

$$n_s = n_z$$

$$n_f(\varphi) = \frac{n_y n_x}{\sqrt{n_x^2 + (n_y^2 - n_x^2) \sin^2 \varphi}}$$

S-волна

f-волна

yz

$$\varphi = 90^\circ, \quad 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$$

$$n_s(\theta) = \frac{n_y n_z}{\sqrt{n_y^2 + (n_z^2 - n_y^2) \cos^2 \theta}}$$

$$n_f = n_x$$

S-волна

f-волна

xz

$$\varphi = 0^\circ, \quad V_z < \theta < 90^\circ$$

$$n_s(\theta) = \frac{n_z n_x}{\sqrt{n_x^2 + (n_z^2 - n_x^2) \cos^2 \theta}}$$

$$n_f = n_y$$

S-волна

f-волна

$$\varphi = 0^\circ, \quad V_z > \theta > 0^\circ$$

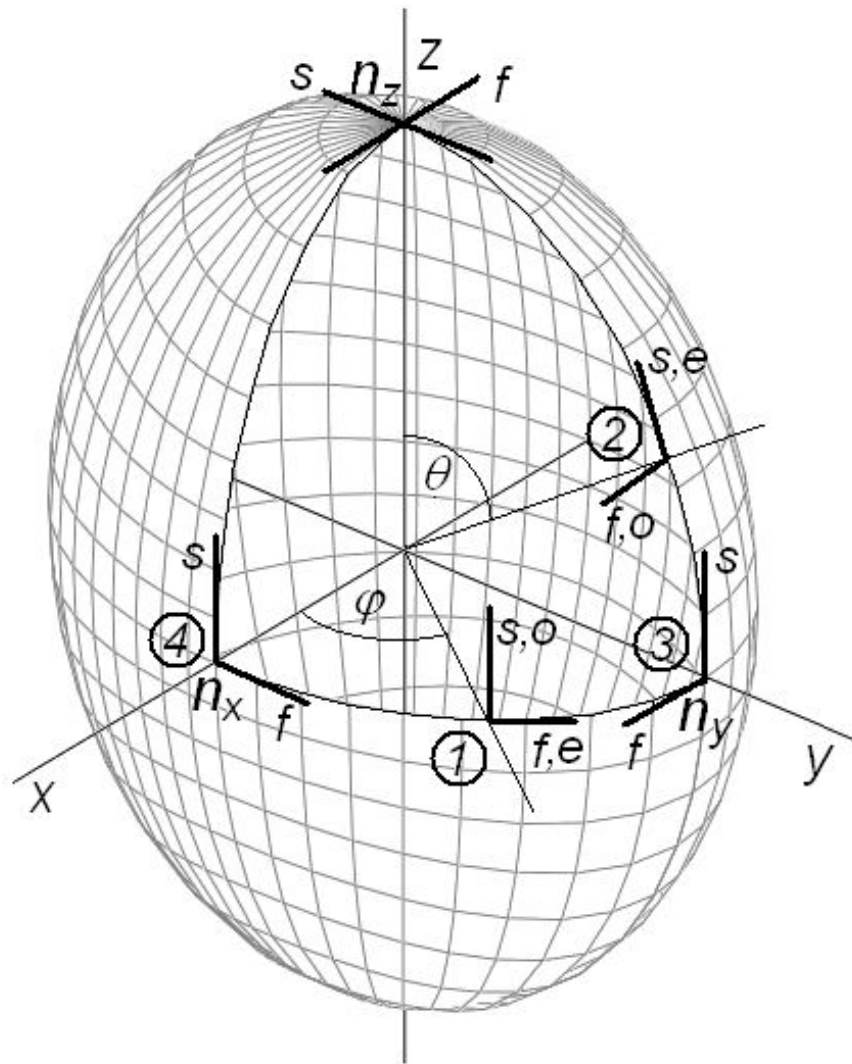
$$n_s = n_y$$

$$n_f(\theta) = \frac{n_z n_x}{\sqrt{n_x^2 + (n_z^2 - n_x^2) \cos^2 \theta}}$$

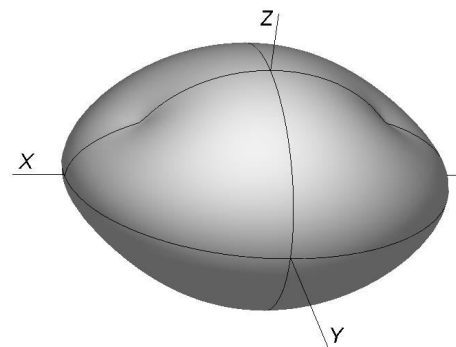
S-волна

f-волна

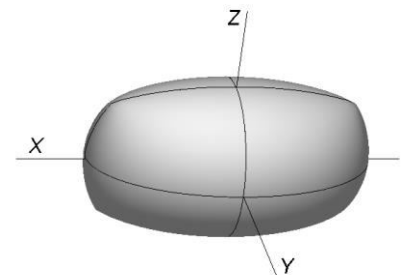
Типы волн



Плоскость	s-волна	f-волна
xy	$n_z (o)$	$n_y \dots n_x (e)$
yz	$n_z \dots n_y (e)$	$n_x (o)$
xz: $\theta < V_z$	$n_y (o)$	$n_x \dots n_y$
xz: $\theta > V_z$	$n_y \dots n_z (e)$	$n_y (o)$

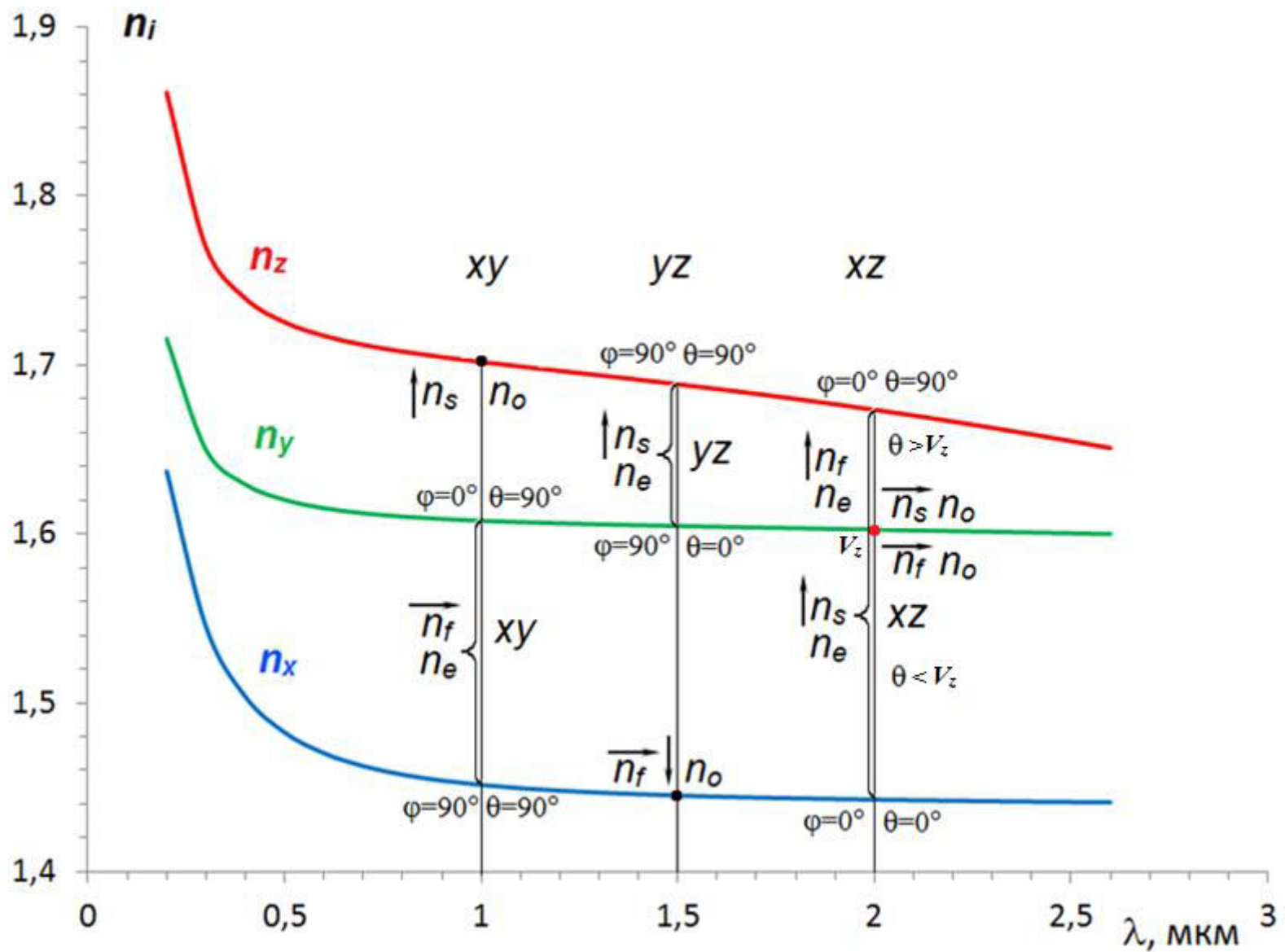


slow-волна

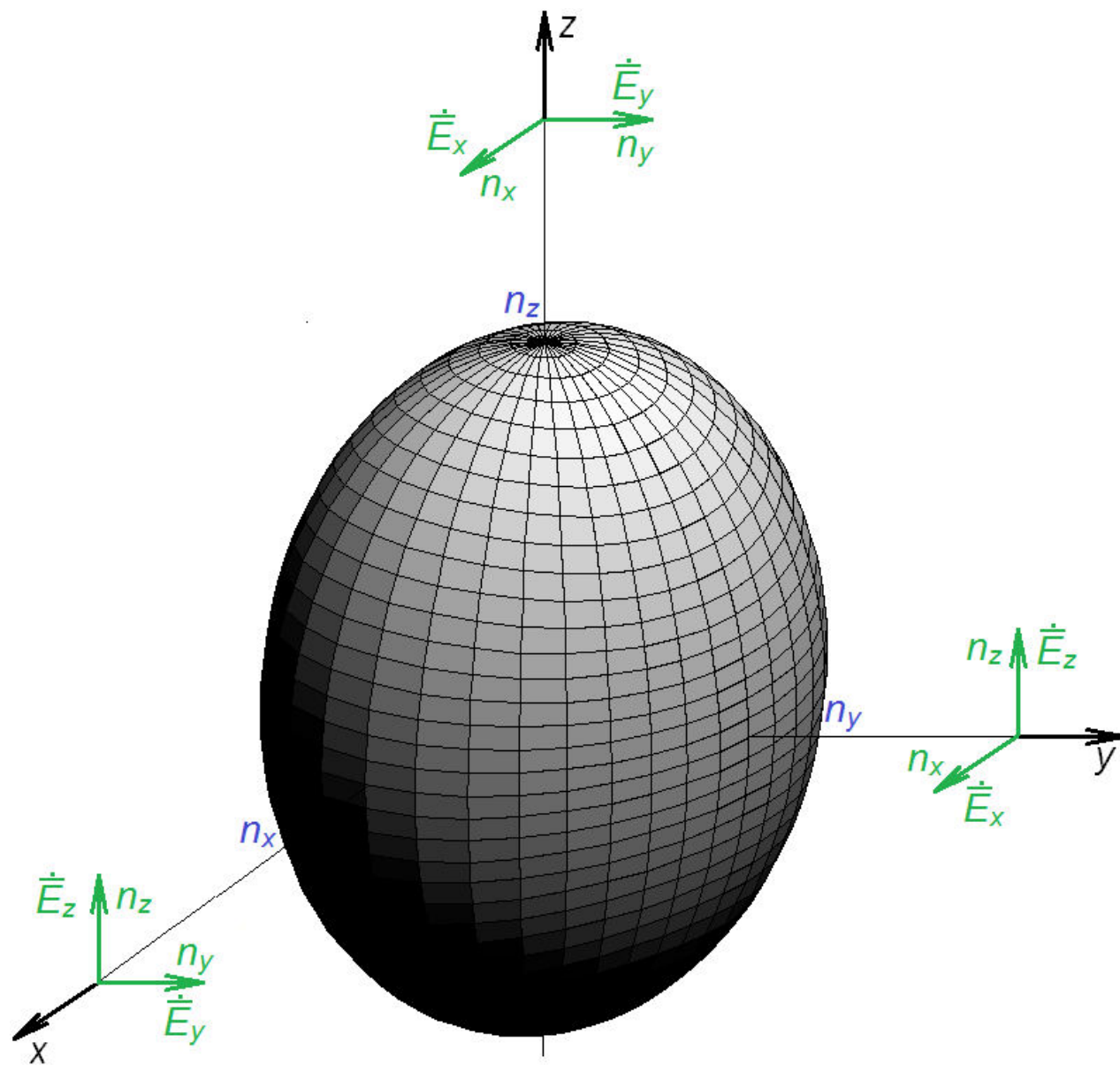


fast-волна

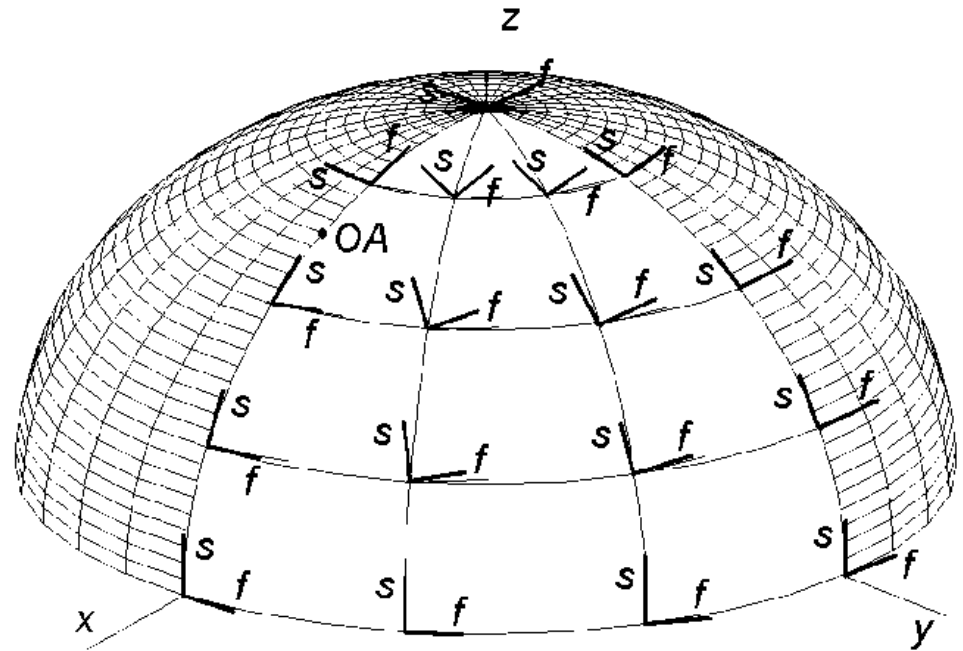
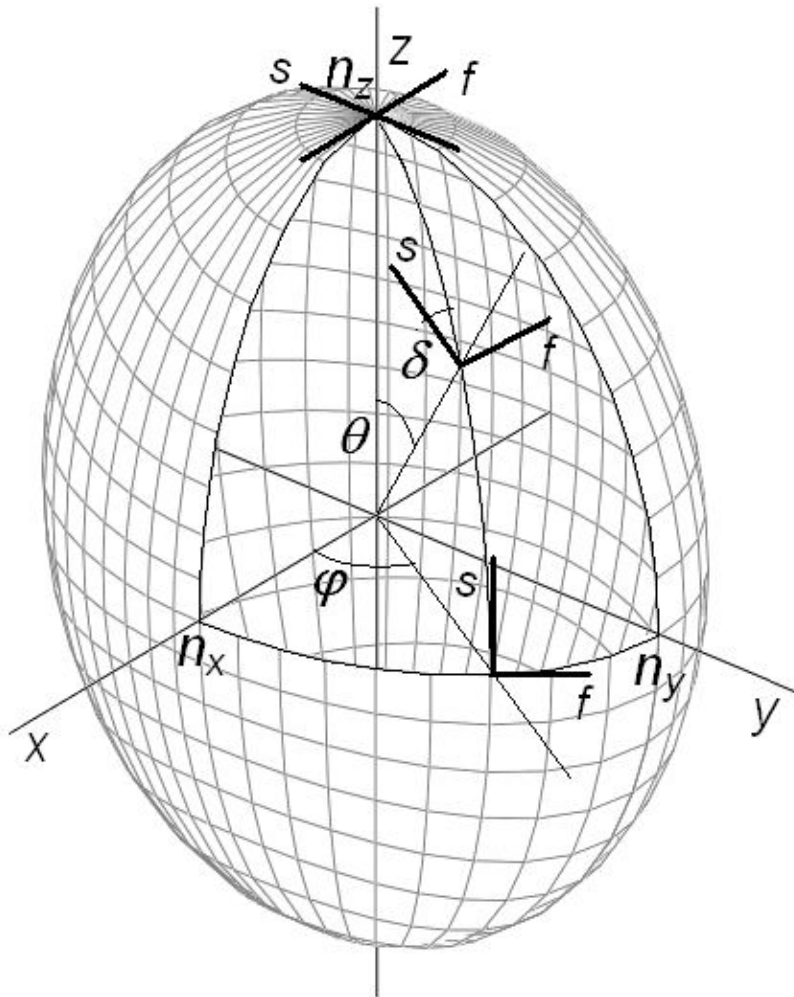
Типы волн



Типы волн



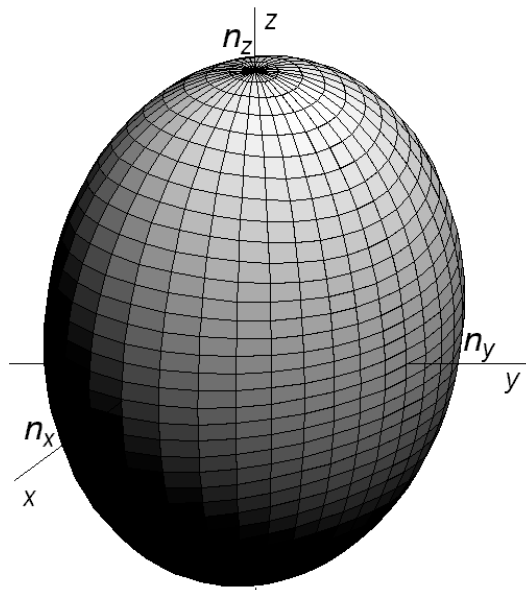
Ориентации собственных поляризаций



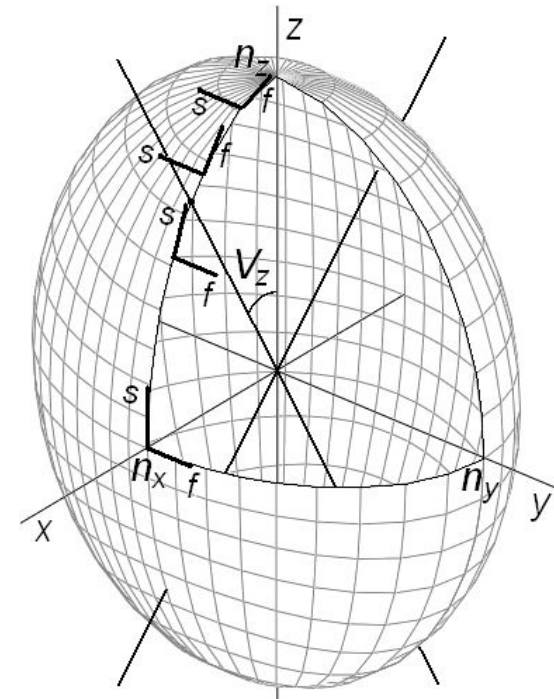
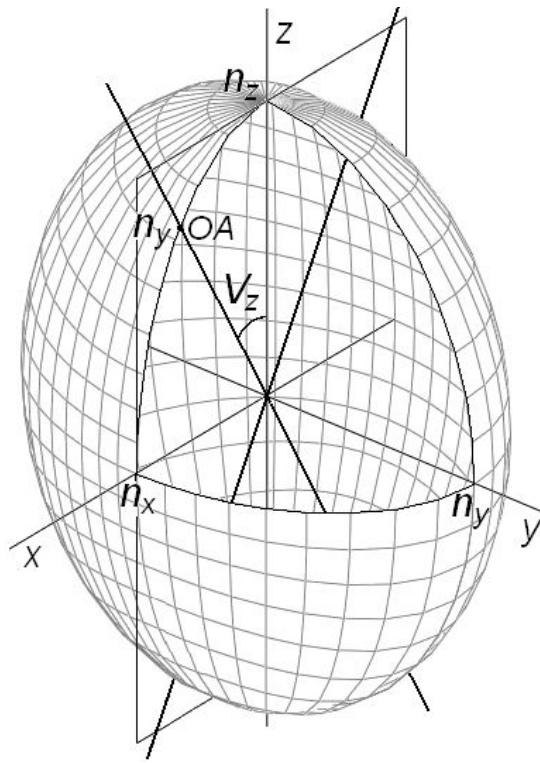
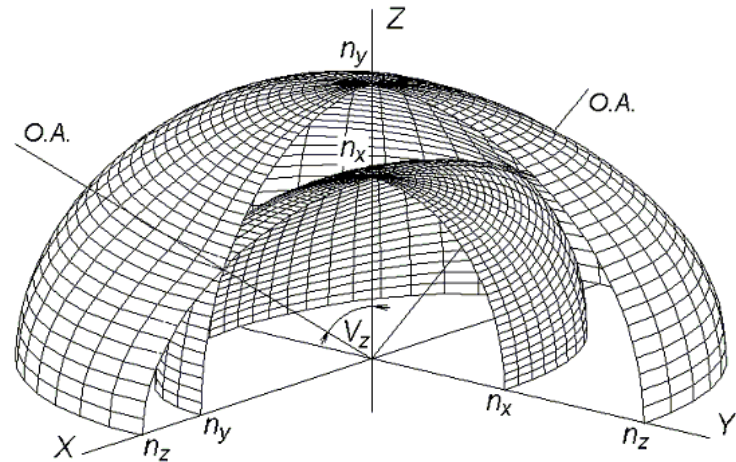
$$\operatorname{ctg} 2\delta = (\operatorname{ctg}^2 V_z \cdot \sin^2 \theta + \sin^2 \varphi - \cos^2 \theta \cdot \cos^2 \varphi) / \cos \theta \cdot \sin 2\varphi$$

Двухосные кристаллы

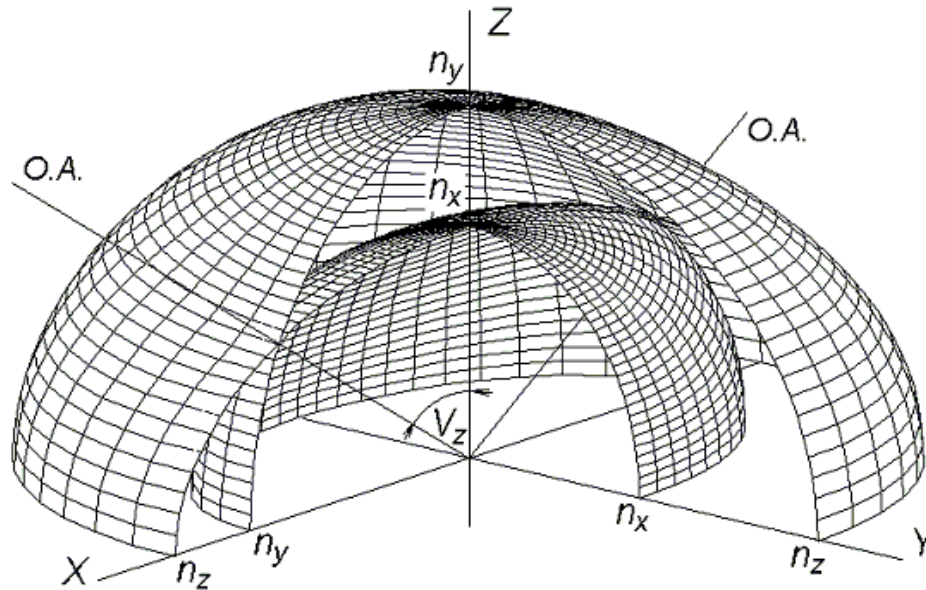
Оптические оси



$$n_x < n_y < n_z$$



Угол между оптическими осями

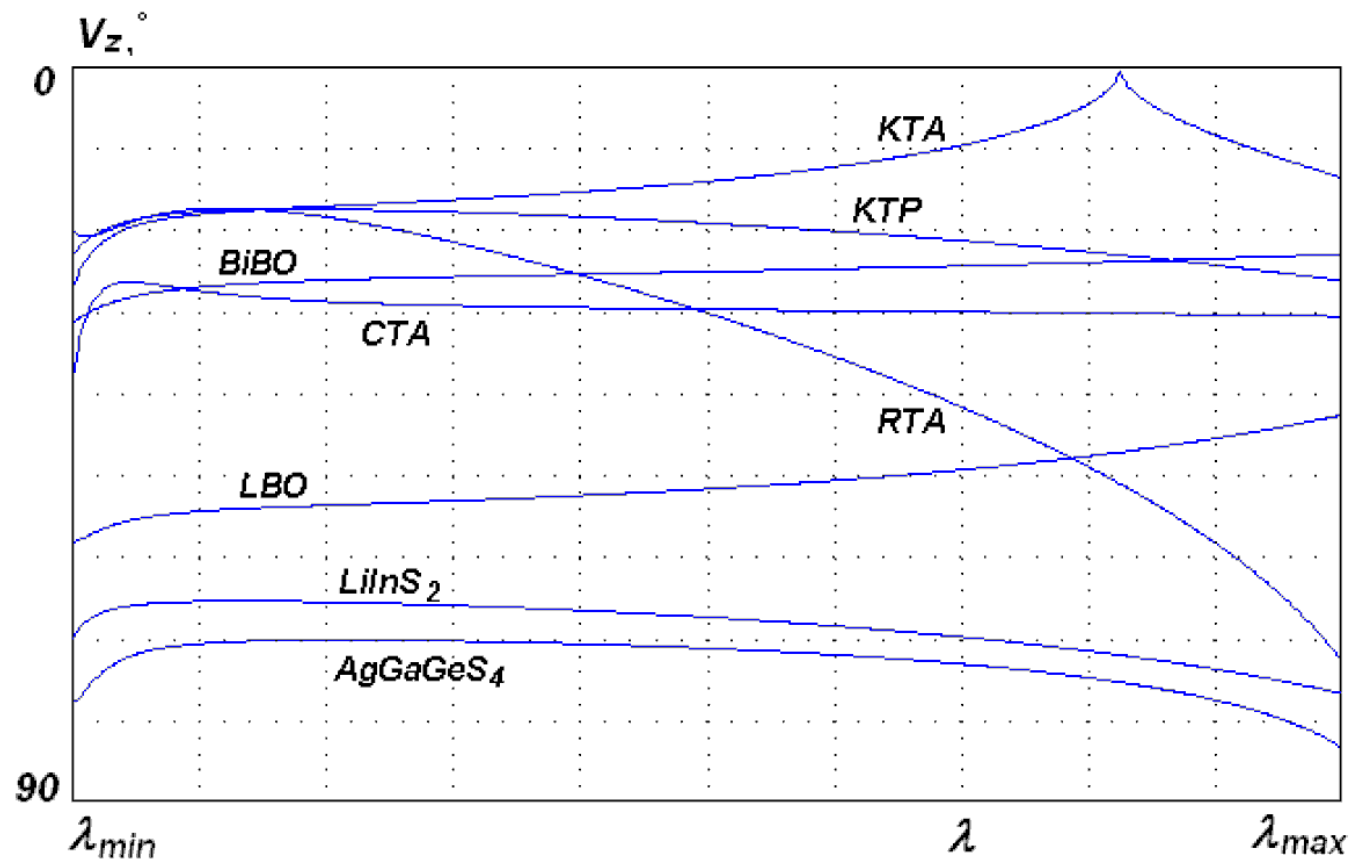


Оптическая ось - направление в главной плоскости, вдоль которого $n_s = n_f$

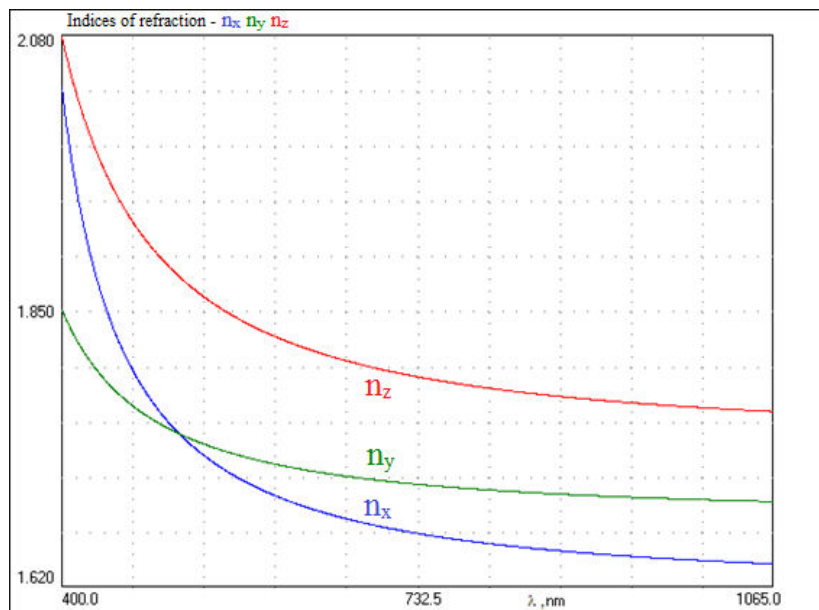
В главной плоскости xz.

$$\cos V_z = \frac{n_x}{n_y} \sqrt{\frac{n_y^2 - n_z^2}{n_x^2 - n_z^2}}$$

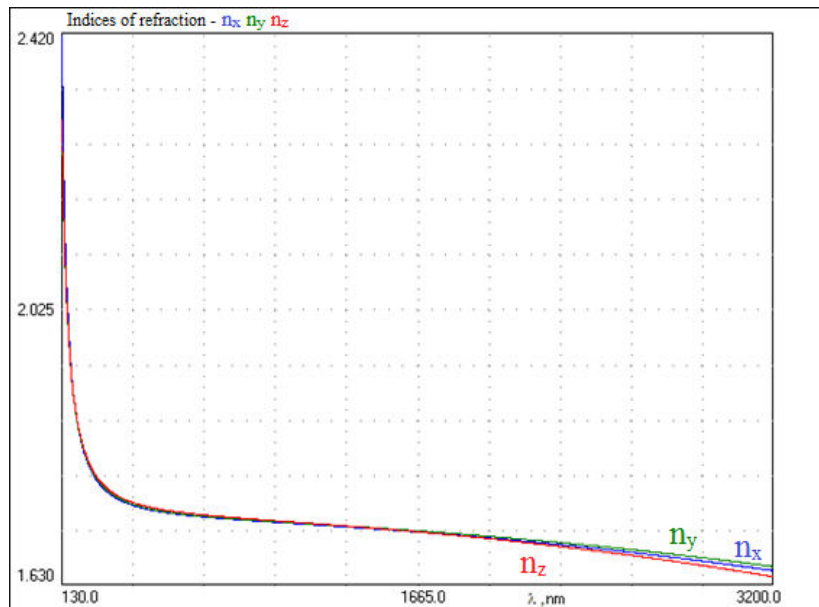
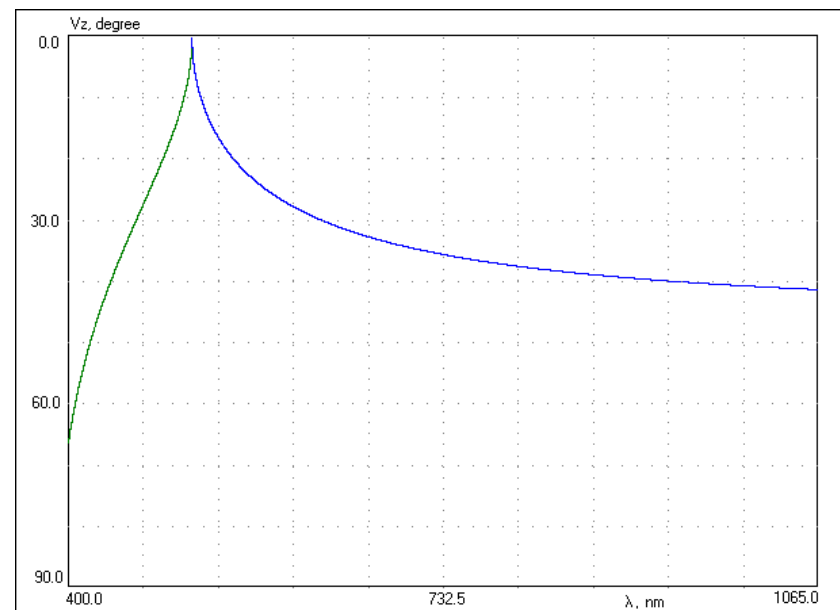
Дисперсия угла между оптическими осями



Дисперсия угла между оптическими осями



T17



SBO

