

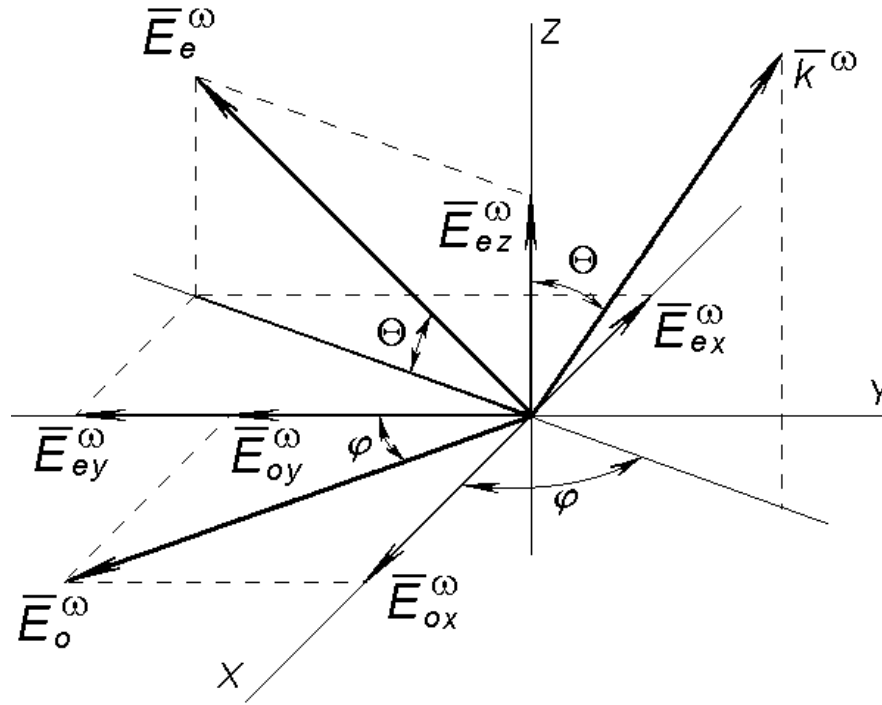
# Коэффициенты эффективной нелинейности

Уразумей, чтобы уверовать,  
и уверуй, чтобы уразуметь.  
Аврелий Августин

# Одноосные кристаллы

# Нелинейная поляризуемость среды

Тип взаимодействия ооо



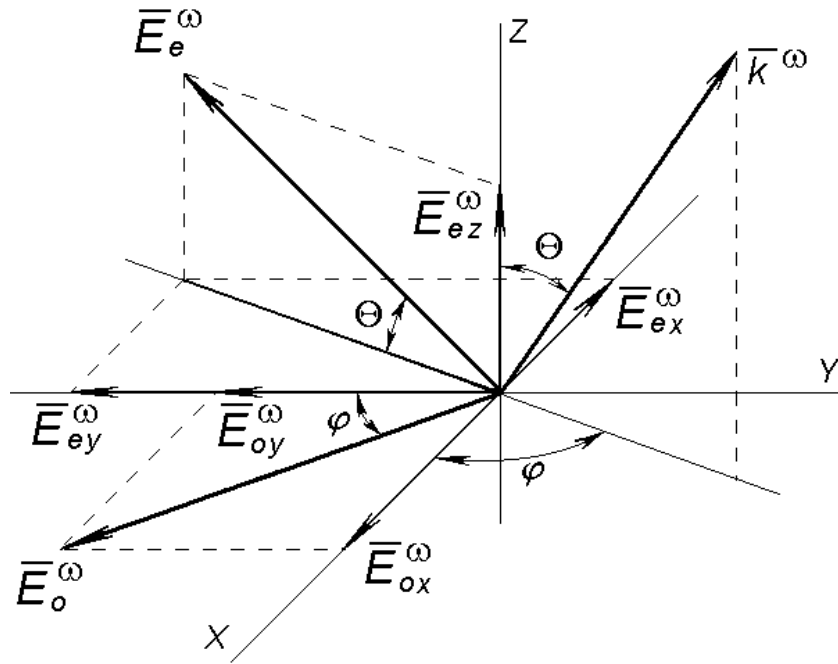
$$P_{nl,i} = \sum_j \sum_k d_{ijk} E_j E_k$$

$$P_{nl,i} = d_{ijk} E_j E_k$$

$$P_{nl,i}(\omega_3) = d_{ijk}(\omega_3, \omega_2, \omega_1) E_j(\omega_2) E_k(\omega_1)$$

# Источник излучения в среде

## Одноосный кристалл. Точечная группа – 42m



$$\chi_{ij}: \chi_{36} \neq 0$$

$$36=312: z \leftarrow x, y$$

Тип синхронизма:  $oo \rightarrow e$

$$E_x = E_{1,o} \cdot \sin \varphi, \quad E_y = -E_{1,o} \cdot \cos \varphi$$

$$P_{2\text{нл}, e} = P_{2,z} \cdot \sin \theta$$

$$P_{2\text{нл}, z} = \chi_{36} \sin \theta E_x E_y = -\frac{1}{2} \chi_{36} \sin 2\varphi \sin \theta (E_{1,o})^2$$

$$E_x E_y = E_y E_x$$

$$d_{\text{эфф}} = -d_{36} \sin 2\varphi \cdot \sin \theta$$

# Коэффициенты эффективной нелинейности

$$P_{nl}^m = \sum_i \sum_j \sum_k |\bar{e}_i^m| \cdot d_{ijk} \cdot |\bar{e}_j^n| \cdot |\bar{e}_k^p| \cdot |\bar{E}^n| \cdot |\bar{E}^p|$$

$$\bar{E}_i = \bar{e}_i \cdot |\bar{E}|$$

$$d_{eff}^m = \sum_i \sum_j \sum_k e_i^m \cdot d_{ijk} \cdot e_j^n \cdot e_k^p$$

$$d_{eff}^m = e_i^m \cdot d_{ijk} \cdot e_j^n \cdot e_k^p$$

Направляющие косинусы:

- для обыкновенной волны

$$|\bar{e}_x^o| = \sin \varphi$$

$$|\bar{e}_y^o| = -\cos \varphi$$

$$|\bar{e}_z^o| = 0$$

- для необыкновенной волны

$$|\bar{e}_x^e| = -\cos \theta \cdot \cos \varphi$$

$$|\bar{e}_y^e| = -\cos \theta \cdot \sin \varphi$$

$$|\bar{e}_z^e| = \sin \theta$$

# Коэффициенты эффективной нелинейности

Пример - кристалл точечной группы  $\bar{4}2m$

$$d_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{36} \end{vmatrix}$$

В общем случае

$$d_{14} = d_{25}$$

С условием симметрии Клейнмана

$$d_{14} = d_{25} = d_{36}$$

Для оое-типа взаимодействия

$$\begin{aligned} d_{eff}^{ooo} &= e_1^e \cdot d_{14} \cdot s_4^{oo} + e_2^e \cdot d_{14} \cdot s_5^{oo} + e_3^e \cdot d_{36} \cdot s_6^{oo} = \\ &= e_1^e \cdot d_{14} \cdot 0 + e_2^e \cdot d_{14} \cdot 0 + (\sin \theta) \cdot (d_{36} \cdot (-\sin 2\varphi)), \end{aligned}$$

$$d_{eff}^{ooo} = -d_{36} \sin 2\varphi \cdot \sin \theta$$

Для оее-типа взаимодействия

$$\begin{aligned} d_{eff}^{oeo} &= e_1^e \cdot d_{14} \cdot s_4^{oe} + e_2^e \cdot d_{14} \cdot s_5^{oe} + e_3^e \cdot d_{36} \cdot s_6^{oe} = \\ &= (-\cos \theta \cdot \cos \varphi) \cdot (d_{14} \cdot (-\sin \theta \cdot \cos \varphi)) + \\ &+ (-\cos \theta \cdot \sin \varphi) \cdot (d_{14} \cdot (\sin \theta \cdot \sin \varphi)) + \\ &+ (\sin \theta) \cdot (d_{36} \cdot (\cos \theta \cdot \cos 2\varphi)). \end{aligned}$$

$$d_{eff}^{oeo} = 0,5(d_{14} + d_{36}) \cos 2\varphi \cdot \sin 2\theta$$

**Выражения для вычислений  $d_{\text{eff}}$   
одноосных кристаллов различных  
точечных групп симметрии**

# Коэффициенты эффективной нелинейности

Точечная группа	Тип взаимодействия	Условия симметрии Клейнмана не выполняются	Условия симметрии Клейнмана выполняются
4	OOE	$d_{31} \sin \theta$	$d_{31} \sin \theta$
	OEE	0	0
	EEO	0	0
	EOO	$d_{15} \sin \theta$	$d_{15} \sin \theta$
$\bar{4}$	OOE	$-\sin \theta (d_{31} \cos 2\varphi + d_{36} \sin 2\varphi)$	$-\sin \theta (d_{31} \cos 2\varphi + d_{36} \sin 2\varphi)$
	OEE	$0.5 \cdot \sin 2\theta ((d_{14} + d_{36}) \cos 2\varphi - (d_{15} + d_{31}) \sin 2\varphi)$	$\sin 2\theta (d_{36} \cos 2\varphi - d_{31} \sin 2\varphi)$
	EEO	$\sin 2\theta (d_{14} \cos 2\varphi - d_{15} \sin 2\varphi)$	$\sin 2\theta (d_{14} \cos 2\varphi - d_{15} \sin 2\varphi)$
	EOO	$-\sin \theta (d_{14} \sin 2\varphi + d_{15} \cos 2\varphi)$	$-\sin \theta (d_{14} \sin 2\varphi + d_{15} \cos 2\varphi)$
422	OOE	0	0
	OEE	0	0
	EEO	0	0
	EOO	0	0
4mm	OOE	$d_{31} \sin \theta$	$d_{31} \sin \theta$
	OEE	0	0
	EEO	0	0
	EOO	$d_{15} \sin \theta$	$d_{15} \sin \theta$
$\bar{4}2m$	OOE	$-d_{36} \sin \theta \cdot \sin 2\varphi$	$-d_{36} \sin \theta \cdot \sin 2\varphi$
	OEE	$0.5 \cdot (d_{14} + d_{36}) \sin 2\theta \cdot \cos 2\varphi$	$d_{36} \sin 2\theta \cdot \cos 2\varphi$
	EEO	$d_{14} \sin 2\theta \cdot \cos 2\varphi$	$d_{14} \sin 2\theta \cdot \cos 2\varphi$
	EOO	$-d_{14} \sin \theta \cdot \sin 2\varphi$	$-d_{14} \sin \theta \cdot \sin 2\varphi$



# Коэффициенты эффективной нелинейности

6	OOE	$d_{31} \sin \theta$	$d_{31} \sin \theta$
	OEE	0	0
	EEO	0	0
	EOO	$d_{15} \sin \theta$	$d_{15} \sin \theta$
$\bar{6}$	OOE	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$
	OEE	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$
	EEO	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$
	EOO	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi)$
622	OOE	0	0
	OEE	0	0
	EEO	0	0
	EOO	0	0
6mm	OOE	$d_{31} \sin \theta$	$d_{31} \sin \theta$
	OEE	0	0
	EEO	0	0
	EOO	$d_{15} \sin \theta$	$d_{15} \sin \theta$

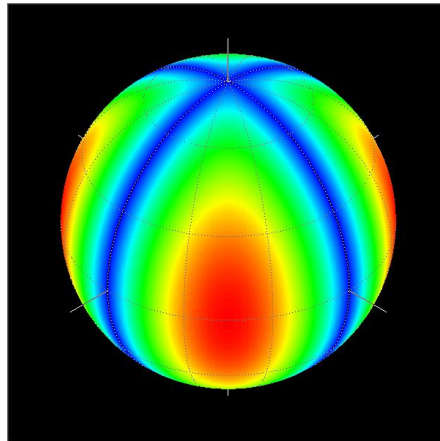
# Коэффициенты эффективной нелинейности

$\bar{6}m2$	OOE	$-d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$	$-d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$
	OEE	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$
	EEO	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$
	EOO	$-d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$	$-d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$
$3$	OOE	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi) + d_{31} \sin \theta$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi) + d_{31} \sin \theta$
	OEE	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$
	EEO	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$	$\cos^2 \theta (d_{11} \sin 3\varphi + d_{22} \cos 3\varphi)$
	EOO	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi) + d_{15} \sin \theta$	$\cos \theta (d_{11} \cos 3\varphi - d_{22} \sin 3\varphi) + d_{15} \sin \theta$
$32$	OOE	$d_{11} \cos \theta \cdot \cos 3\varphi$	$d_{11} \cos \theta \cdot \cos 3\varphi$
	OEE	$d_{11} \cos^2 \theta \cdot \sin 3\varphi + 0.5 \cdot d_{14} \sin 2\theta$	$d_{11} \cos^2 \theta \cdot \sin 3\varphi$
	EEO	$d_{11} \cos^2 \theta \cdot \sin 3\varphi - d_{14} \sin 2\theta$	$d_{11} \cos^2 \theta \cdot \sin 3\varphi$
	EOO	$d_{11} \cos \theta \cdot \cos 3\varphi$	$d_{11} \cos \theta \cdot \cos 3\varphi$
$3m$	OOE	$d_{31} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$	$d_{31} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$
	OEE	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$
	EEO	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$	$d_{22} \cos^2 \theta \cdot \cos 3\varphi$
	EOO	$d_{15} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$	$d_{15} \sin \theta - d_{22} \cos \theta \cdot \sin 3\varphi$

# **Распределение коэффициента эффективной нелинейности: одноосные кристаллы.**

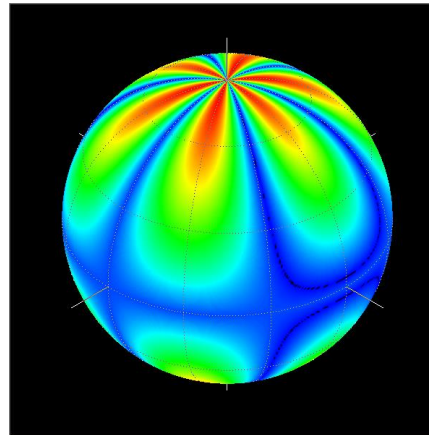
# Коэффициенты эффективной нелинейности

42m



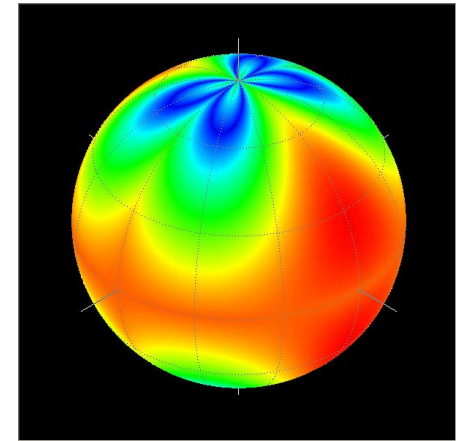
**DKDP, oo-e**

3m

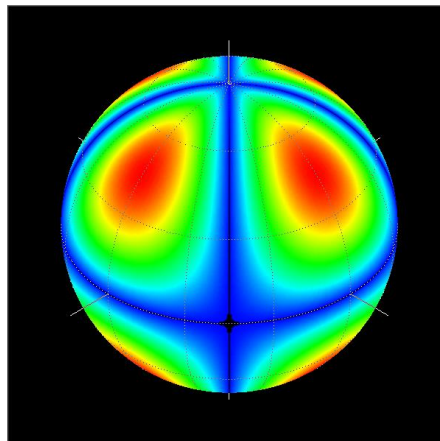


**BBO, oo-e**

3m

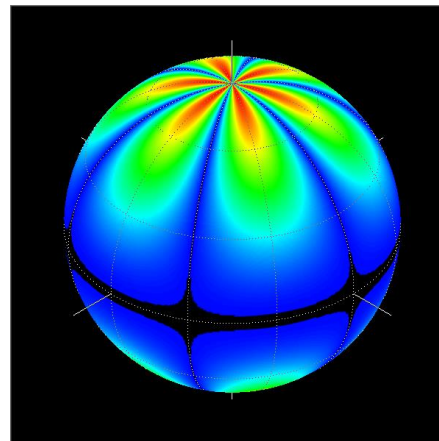


**LiNbO<sub>3</sub>, oo-e**



**DKDP, oe-e**

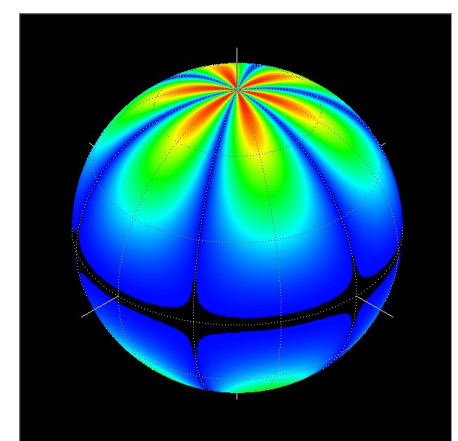
$$d_{36} = 0,4 \text{ пМ/В}$$



**BBO, oe-e**

$$d_{31} = 2,2 \text{ пМ/В}$$

$$d_{22} = d_{33} = \mathbf{0,03} \text{ пМ/В}$$



**LiNbO<sub>3</sub>, oe-e**

$$d_{31} = 4,6 \text{ пМ/В}$$

$$d_{22} = d_{33} = \mathbf{25,2} \text{ пМ/В}$$