

INFORMATIQUE, COMPOSITION N° 1*Lundi 16 janvier 2014*

- ▷ Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
- ▷ Si le candidat découvre en cours d'épreuve ce qu'il croit être une erreur d'énoncé, il le précisera dans sa copie.
- ▷ Le sujet comporte trois exercices d'algorithmique.

1. DEUX ALGORITHMES D'EXPONENTIATION

On expose dans cet exercice deux algorithmes classiques de calcul de a^n où a et n sont deux entiers naturels non nuls.

a) **Algorithme naïf.**

- i) Écrire un algorithme itératif renvoyant a^n . Prouver la terminaison puis la correction de cet algorithme.
- ii) Quelle est la complexité de cet algorithme ?
- iii) Écrire une fonction $e(a, n)$ renvoyant a^n par cet algorithme.

b) **Algorithme d'exponentiation rapide.**

On considère l'algorithme suivant :

Algorithme 1 : Exponentiation rapide

Données : Deux entiers a et n de \mathbb{N}^* ;

Résultat : a^n ;

Initialisation : $R \leftarrow 1, A \leftarrow a, N \leftarrow n$;

tant que $N > 0$ **faire**

si N est impair **alors**

$R \leftarrow R \times A$;

$A \leftarrow A \times A$;

$N \leftarrow$ quotient dans la division euclidienne de N par 2;

Renvoyer R

- i) Montrer la terminaison de l'algorithme.
- ii) Montrer que $a^n = RA^N$ est un invariant de boucle.
- iii) En déduire la correction de cet algorithme.
- iv) Calculer la complexité de cet algorithme.
- v) Écrire une fonction $er(a, n)$ renvoyant a^n par cet algorithme.

2. APPARTENANCE À UNE LISTE

Écrire une fonction `appartient(t, a)` renvoyant :

- -1 si `a` n'appartient pas à la liste `t`;
- le plus petit indice `i` tel que `a=t[i]` si `a` appartient à `t`.

3. CODAGE ET DÉCODAGE EN BASE 2

On rappelle que 13 s'écrit 1101 en base 2 car

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$$

- a) *Décodage : de la base 2 à la base 10.* Écrire une fonction `decodage(L)` qui renvoie l'expression sous forme décimale de l'entier naturel dont les chiffres en base 2 sont contenus dans la liste `L`.
- b) *Codage : de la base 10 à la base 2.* Écrire une fonction `codage(n)` qui renvoie la liste des chiffres en base 2 de l'entier naturel `n` entré sous forme décimale.