

Ahlfors-Beurling v.s. Douady-Earle extension

松田 凌

京都大学大学院理学研究科 修士一回生 *

“前田洋太 24 歳誕生日記念講演” @ 京都大学, 2021 年 3 月

1 アブストラクト

双曲型 Riemann 面の Teichmüller 空間を定義するとき, Teichmüller 同値なる同値関係を用いる. これは, R_j を Riemann 面とし, $f_j : R \rightarrow R_j$ を擬等角写像としたとき ($j = 0, 1$), ある等角写像 $c : R_1 \rightarrow R_2$ が存在し, $f_2 \circ f_1^{-1}$ とホモトピックであるとき, 組 (R_1, f_1) と (R_2, f_2) は Teichmüller 同値であるという. 古典的な結果として, 上半平面上の自己擬等角写像は, その境界へと同相に拡張される. (そのような写像は擬対称写像と言われる.)

組 (R_1, f_1) と (R_2, f_2) は Teichmüller 同値であるとき, $\tilde{f}_1 = \tilde{f}_2$ on $\hat{\mathbb{R}}$ が成立する. ここに, 各 \tilde{f}_j は, 普遍被覆空間 \mathbb{H} への持ち上げとする, この関係を, circle equivalent という. 逆に, circle equivalent は Teichmüller 同値を誘導することが知られている. そのことを証明する際に, 擬対称写像を擬等角に拡張することが重要になる.

本講演では, 二つの擬対称写像の擬等角拡張: Ahlfors-Bearling 拡張と Douady-Earle 拡張を [1], [2], [3] に沿って紹介する. また一見?無関係に見える二つの拡張の関係性について,, 正規化と正規族を介して繋がられないか最近考えていることを話す.

2 前田先輩との関係性

おそらくこの回に参加されるような方々は前田先輩と仲が良い, もしくは尊敬している方々が多く, ハッピーなエピソードが多いように思われるので, 逆張りしてみたいと思う.

私が残念ながら, この悪魔のような 魅力的な先輩と知り合ったのは, 院生控室の室長が前田先輩と仲が良く, 同室の同期も前田先輩と仲が良かったからである. 最初の印象としては, とても早口で自己紹介するいかにも数学科の学生だなあという感じだった. まさか数学がかなりできて, あんなにも (いい意味で) 人間的に欠落しているとは, 当時は思ってもいなかった. 学外からの進学ということで右も左もわからない私を, 前も後ろもわからなくして下さった先輩には感謝が尽きない.

ここ最近引越しや, 前田先輩の奨学金の書類作成に関して, 絡むことが多かったが,

$$\text{前田洋太} \setminus \{\text{math}\} = \emptyset$$

であることがよくわかった. まず壊滅的に片付けができない. 一般的な片付けができないを遥かに超えている. ここで私が体験した先輩の伝説級の逸話を一つ紹介しておく: 下宿先に 30 分滞在すると目と喉が痛くなる. (シン・新型コロナと呼んでいる)

冗談はさておき, いつも後輩として 可愛がっていただき, 数学の話聞かせていただいたり, 相談を聞いてもらったりと, お世話になっている. 流石に書きすぎたかな?とは思っているが, これすらも許して下さい

*matsuda.ryou.82c@st-kyoto.uac.jp

ることが、前田先輩の懐の深さを表現できるのではないかと考えている。横浜に行っても大学院の後輩として仲良くしてもらえることを切に願いつつ、24歳の誕生日に祝福の意を表明したい。

参考文献

- [1] Lars V. Ahlfors, C.J.Earle, I.Kra, M. Shishikura, J.H. Hubbard “Lectures on Quasiconformal Mappings” Second Edition (American Mathematical Society, 2006)
- [2] Frederick.P.Gardiner and Nilola Lakic “Quasiconformal Teichmüller Theory” (American Mathematical Society, 2000)
- [3] Jun Hu and Oleg Muzician “Cross-ratio distortion and Douady-Earle extension: I. A new upper bound on quasiconformality” London Math. Soc(2) 86 (2012) 387-406