次数圏付き代数理論

眞田 嵩大 *

前田洋太 24 歳記念研究集会@京都大学，2021 年 3 月

1　アブストラクト

代数理論はモノイドや群，環などの代数的構造を統一的に扱う圏論的枠組みである．代数理論はモナドとの対応を持つ．具体的には，集合 X から代数理論の演算により自由生成された項の集合 $\mathrm{Term}(X)$ を等式 E で割る操作 $\mathrm{Term}(X)/E$ がモナドの台関手となる．

環に詳細な情報を付加したものとして，次数付き環がある．これを代数理論に拡張することで，次数付き代数理論と次数付きモナドが得られる．次数付きモナドはモノイダル圏 $\mathcal{M}$ の対象で次数付けられた自己関手の族 $\{T_m\}_{m\in\mathcal{M}}$ であって適当な公理を満たすものとなる．また，もう 1 つのモナドの拡張としてパラメータ付きモナドが知られている．パラメータ付きモナドは次数圏 $\mathcal{S}$ の対象の組で次数付けられた自己関手の族 $\{T(A,B,-)\}_{A,B\in\mathcal{S}}$ であって適当な公理を満たすものとなる．

これら 2 つのモナドの変種を統一するために次数圏付きモナドが導入されたが，その代数理論についての考察はなされていなかった．本講演では講演者が修士論文で定義した次数圏付き代数理論を紹介する．次数圏付き代数理論では演算の履歴が射の情報として保存される．また次数圏付き代数理論をプログラミング言語に応用することでエフェクトシステムを構築できる．このエフェクトシステムを使う例として通信の安全性を静的に保証できることを見る．さらに次数圏付き代数理論の自由代数からの普遍性による射を考察することで，次数圏付きエフェクトのハンドラも構成できる．

2　講演者は前田洋太の友人です

* 京都大学 数理解析研究所 tsanada@kurims.kyoto-u.ac.jp