



SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE MORELIA  
*"José María Morelos y Pavón"*



# Instituto Tecnológico de Morelia

DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
CONTROL I

REPORTE DE PRÁCTICA 1

## Análisis de sistemas de primer orden

### INTEGRANTES:

Luis David Herrera Chávez 14121093

Ivan Marín Paredes 14121097

### Semestre:

Agosto-diciembre 2017

### Profesor:

M.C Gerardo Marx Chávez Campos

26 de octubre de 2017

# INTRODUCCIÓN

En la primera sesión de laboratorio se hizo el análisis de un sistema de primer orden, el cual es un sistema de llenado de agua de un tanque. Lo primero que se hace es obtener la función de transferencia de dicho sistema con ayuda de su analogía eléctrica. Posteriormente se crea una función en scilab que calcula la función en el dominio del tiempo siempre y cuando sea ingresada una función de la forma  $\frac{1}{s} \frac{bs+c}{ds+a}$  la cual posteriormente se compara con la función que tiene scilab por defecto analizando tres casos los cuales son: cuando la entrada es igual a la salida, cuando la salida es mayor que la entrada y cuando la entrada es mayor que la salida.

# METODOLOGÍA

En esta práctica se pretende analizar el sistema de llenado de agua de la siguiente figura:

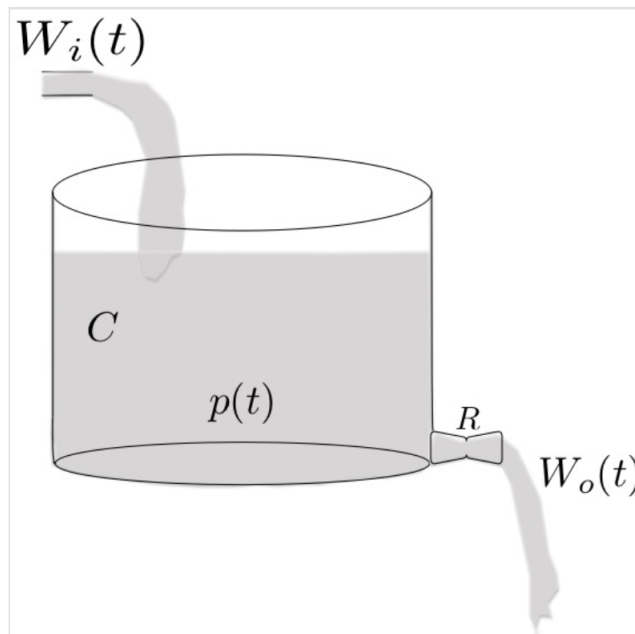


Figura 1: Sistema de llenado de agua

Lo que se tiene que hacer para este sistema es encontrar la función de transferencia, así que primero planteamos las ecuaciones iniciando con el balanceo donde se dice que la energía que entra mas la energía generada es igual a la energía de salida mas la energía acumulada, obteniendo así:

$$\sum E_{in} + \sum E_{gen} = \sum E_{out} + \sum E_{acum}$$

Como en este caso no hay energía generada, la ecuación queda de la siguiente forma:

$$\sum E_{in} = \sum E_{out} + \sum E_{acum}$$

Si se relaciona esta ecuación con el sistema que se tiene en la figura 1, se sabe que

$$W_{out} = \frac{rgh(t)}{R}$$

donde  $r$  es el área de la llave o por donde sale el agua  
 $R$  es la resistencia al flujo del agua  
 $h$  la altura del nivel del agua

La energía acumulada en este caso es la capacidad de almacenamiento del tanque (volumen) por el cambio de la altura del nivel del agua:

$$E_{gen} = C \frac{dh(t)}{dt}$$

Ya que se conoce todo lo anterior, se puede obtener la ecuación diferencial del sistema. Quedando de la siguiente forma:

$$W_{in}(t) = \frac{rgh(t)}{R} + C \frac{dh(t)}{dt}$$

Si se hace analogía con un circuito eléctrico donde la energía acumulada se relaciona con un capacitor, la altura es el flujo de corriente y el término  $\frac{rg}{R}$  sería, en este caso la resistencia eléctrica ( $R_e$ ). Para poder obtener la función de transferencia de este sistema se aplica la transformada de Laplace a la ecuación anterior, obteniendo así:

$$W_{in}(s) = \frac{h(s)}{R_e} + C_e S h(s)$$

Para obtener la función de transferencia únicamente queda despejar la ecuación:

$$W_{in}(s) = h(s) \left( \frac{1}{R_e} + C_e S \right)$$

$$W_{in}(s) = h(s) \frac{1 + R_e C_e S}{R_e}$$

La función de transferencia está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{h(s)}{W_{in}(s)} = \frac{R_e}{1 + R_e C_e S}$$

## Análisis en scilab

Si se observa la función de transferencia del sistema, se puede notar claramente que ésta tiene la forma de la función de transferencia de primer orden:

$$H(s) = \frac{\kappa}{1 + \tau S}$$

donde:  $\kappa = R_e$   
 $\tau = R_e C_e$

Scilab tiene una función predeterminada con la que grafica la función en el tiempo una vez que se le introduce  $\kappa$  y  $\tau$ .

```

1      //defining a first orden system
2      s=%s; //declara como simbolica s
3      poly(0,'s')
4      //gain and time constant
5      k=1; //Aquí se introduce el valor de k
6      Tau=9; //Aquí se introduce el valor de tau
7      simpleSys=syslin('c',k/(1+Tau*s))
8      t=0:0.01:15;
9      y=csim('step',t,simpleSys)
10     plot(t,y)
11

```

Listing 1: Función de transferencia en Scilab

El propósito de esta práctica es generar una función propia en scilab que muestre el comportamiento de una función de transferencia en el dominio del tiempo; la función de transferencia debe venir dada por:

$$h(s) = \frac{1}{s} \left( \frac{as + b}{cs + d} \right)$$

Para poder crear dicha función, se resolvió esta ecuación por fracciones parciales para calcular los coeficientes requeridos en función de  $a, b, c, d$ .

$$\frac{as + b}{s(cs + d)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{cs + d}$$

$$as + b = a(cs + d) + bs$$

Si  $s = 0$

$$B = \frac{b}{d}$$

Si  $s = \frac{-d}{c}$

$$A\left(\frac{-d}{c}\right) + B = a\left(\frac{-d}{c}\right)$$

$$A = \frac{ad - bc}{d}$$

una vez que se obtienen los coeficientes  $A$  y  $B$  la función es escrita de la siguiente forma:

$$h(s) = \frac{ad - bc}{d} * \frac{1}{cs + d} + \frac{b}{d} * \frac{1}{s}$$

Si se le aplica transformada inversa de Laplace se obtiene la función en el dominio del tiempo:

$$\mathcal{L}^{-1} h(s) = Y(t)$$

$$Y(t) = \frac{ad - bc}{cd} * e^{\frac{-dt}{c}} + \frac{b}{d}$$

Ya que se tiene la función general, ahora se pasa a generar la función en scilab la cual se muestra en el siguiente código:

```

1  function []=tfunction
   txt = [ 'A: ' ; 'B: ' ; 'C: ' ; 'D: ' ];
3  coef=x_mdialog( 'Sea H(s) = (As+B)/(Cs+D) , Ingrese: ',txt,[ '' ; '' ; '' ; '' ])
   A=evstr(coef(1));
5  B=evstr(coef(2));
   C=evstr(coef(3));
7  D=evstr(coef(4));
   t1=0:0.01:20;
9  y=B/D+((A*D-B*C)/C*D)*exp((-D/C)*t1);
   c1=A*D-B*C;
11  c2=C*D;
   ce= (-D)/C;
13  t= %t;
   printf("La función en el dominio del tiempo es: %d/ %d
        +( %d/ %d)*exp( %d*t) ",B,D,c1 ,c2 ,ce );
15  plot(t1 ,y)
17  endfunction
19

```

Listing 2: Función de transferencia creada

Como ya se tiene la función creada, lo que se hace es obtener tres respuestas diferentes las cuales son cuando la entrada es mayor que la salida, cuando la entrada es menor que la salida y cuando la entrada es igual a la salida, esto es:

$$W_{in} \gg W_{out}$$

$$W_{in} \ll W_{out}$$

$$W_{in} = W_{out}$$

$$W_{in} \gg W_{out}$$

El primer caso, cuando la entrada es mayor que la salida y se da un caso en que la entrada es 10 veces mayor a la salida; por lo tanto se tiene:

$$\frac{H(s)}{W_{in}} = \frac{1}{10}$$

Como se recuerda con la analogía eléctrica, la función del sistema es de la siguiente forma:

$$\frac{h(s)}{W_{in}} = \frac{R_e}{1 + R_e C_e S}$$

Para los tres casos se propone  $R_e = 1$  y lo que se busca es el valor de  $C_e$ :

$$\frac{1}{1 + C_e} = \frac{1}{10}$$

$$1 + C_e = 10$$

$$C_e = 9$$

Sustituyendo el valor de  $C_e$  se tiene la función de transferencia:

$$h(s) = \frac{1}{1 + 9s}$$

$$W_{in} \ll W_{out}$$

Cuando la entrada es menor que la salida se propone que la entrada es 10 veces menor que la salida, así se tiene que:

$$\begin{aligned}\frac{H(s)}{W_{in}} &= 10 \\ \frac{1}{1 + C_e} &= 10 \\ 10 + 10C_e &= 1 \\ C_e &= \frac{-9}{10}\end{aligned}$$

Sustituyendo dicho valor se obtiene la función de transferencia:

$$h(s) = \frac{1}{1 - \frac{9}{10}s}$$

$$W_{in} = W_{out}$$

Si la entrada es igual a la salida  $C_e = 0$ , obteniendo así la función siguiente:

$$H(s) = 1$$

## RESULTADOS

Las gráficas obtenidas con la función de Scilab y la función creada son las siguientes.  
Cuando la entrada es mayor que la salida:

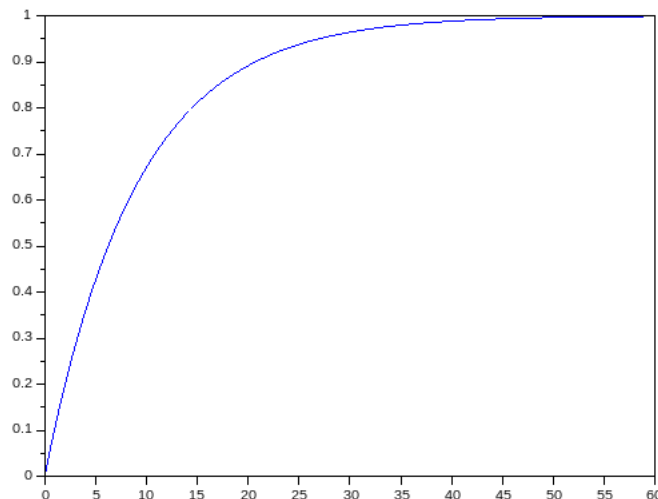


Figura 2: El tanque se llena. La función creada

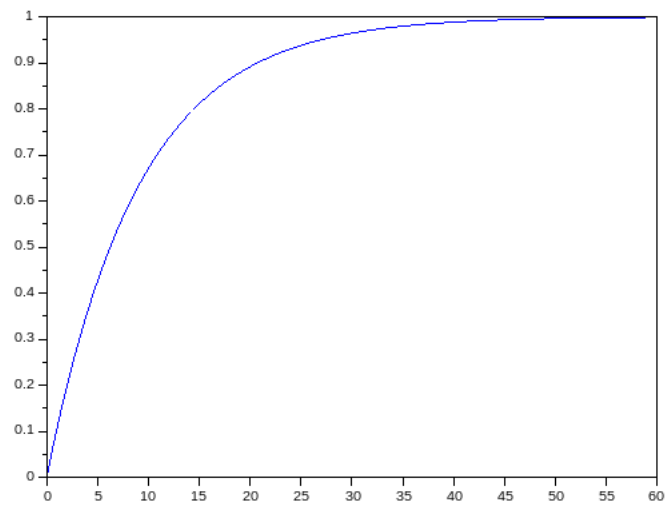


Figura 3: El tanque se llena. La función de Scilab

Cuando la entrada es menor que la salida:

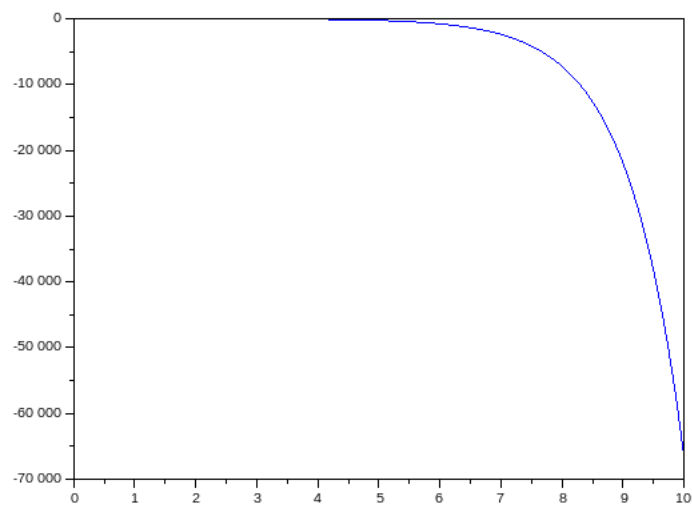


Figura 4: El tanque se vaciá. La función creada

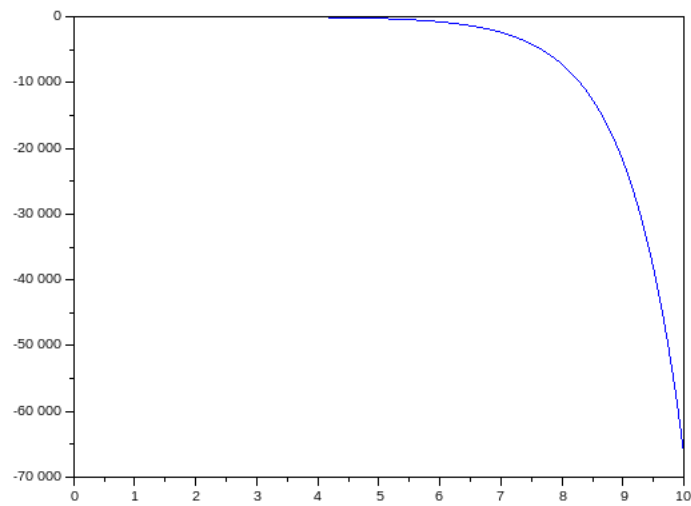


Figura 5: El tanque se vacía. La función de Scilab

Cuando la entrada es igual a la salida:

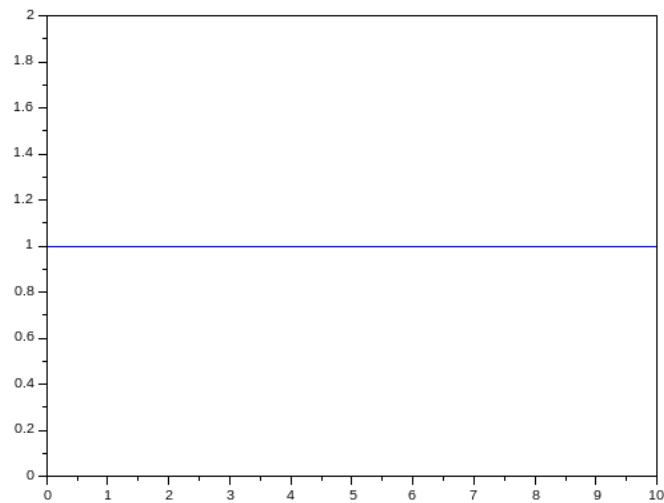


Figura 6: El tanque se llena. La función creada

Para esta condición la función de Scilab, arroja un error por una división entre cero.



## CONCLUSIONES

### Luis David Herrera Chávez

En esta práctica se utilizó Scilab por primera vez, lo cual aunque resultó un poco familiar debido a que ya se había utilizado Matlab, en éste se tiene que desarrollar un poco más de código ya que no se tienen las funciones que Matlab proporciona. En cuanto al problema a resolver, los resultados fueron muy satisfactorios ya que se logró que la función creada por nosotros obtuviera los mismos resultados que la que viene por defecto en scilab. Además de eso, nuestra función tenía un entorno más visual y amigable para el usuario que quiera conocer como se comporta alguna función de transferencia de primer orden. También nos dimos cuenta de cómo es de utilidad conocer los modelados eléctricos ya que haciendo analogías con otro tipo de sistemas es más fácil obtener su función de transferencia y ecuaciones correspondiente.

### Ivan Marín Paredes

En la práctica se creo una para analizar sistemas de primer orden cuando se les da un pulso escalón unitario, esto mismo ya lo realiza una función de Scilab, pero como no conocemos su funcionamiento creamos nuestra propia función, de esta manera estamos 100 % seguros de que es lo que esta haciendo nuestra función y evitar utilizar tipos de variables que no nos conviene como lo es la declaración de variables simbólicas.

Realizamos en análisis de un sistema hidráulico y obtuvimos su función de transferencia con la cual hicimos una analogía con un sistema eléctrico, posteriormente se hizo el analisis cuando la entrada era mayor que la salida, la entrada menos que la salida, la entrada y salida igual. posteriormente se utilizo esto para comprobar que nuestra función estaba bien realizada se compararon los resultados con la función de Scilab, observando como son las gráficas para los diferentes casos cuando el tanque se descarga, se llena o se mantiene.