TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE MORELIA

# INSTITUTO TECNOLOGICO DE MORELIA

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRONICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES

**MATERIA**

CONTROL 1

**REPORTE DE LABORATORIO**

PRACTICA DE LABORATORIO No.1:
ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE PRIMER ORDEN

**PROFESOR**

PROF.GERARDO MARX CHAVEZ CAMPOS

**ALUMNOS**

RAUL PEÑA MARTINEZ 14121104

MIGUEL TADEO ZEPEDA ZAMORA 14121109

Fecha de entrega: 26/10/17
MORELIA, MICHOACÁN

# Índice

# 1. INTRODUCCION:

El objetivo principal de esta practica es poder demostrar el comportamiento de un sistema hidráulico el cual, involucra una entrada de agua, una salida la cual varia con relación a una llave y con esto observar el comportamiento de la altura del tanque de agua, de esta manera poder obtener una ecuación de primer orden y por medio de scilab poder resolver el sistema obtenido de primer orden , observando de esta forma el comportamiento del tanque con relación a nuestras variables observando el cambio en la altura del agua dentro del tanque, para esto, lo primero es entender la relación que guarda un sistema hidráulico con respecto a un sistema eléctrico, y al encontrar esta analogía podremos entender su comportamiento y realizar el modelado del sistema por medio de una ecuación la cual representara su comportamiento:

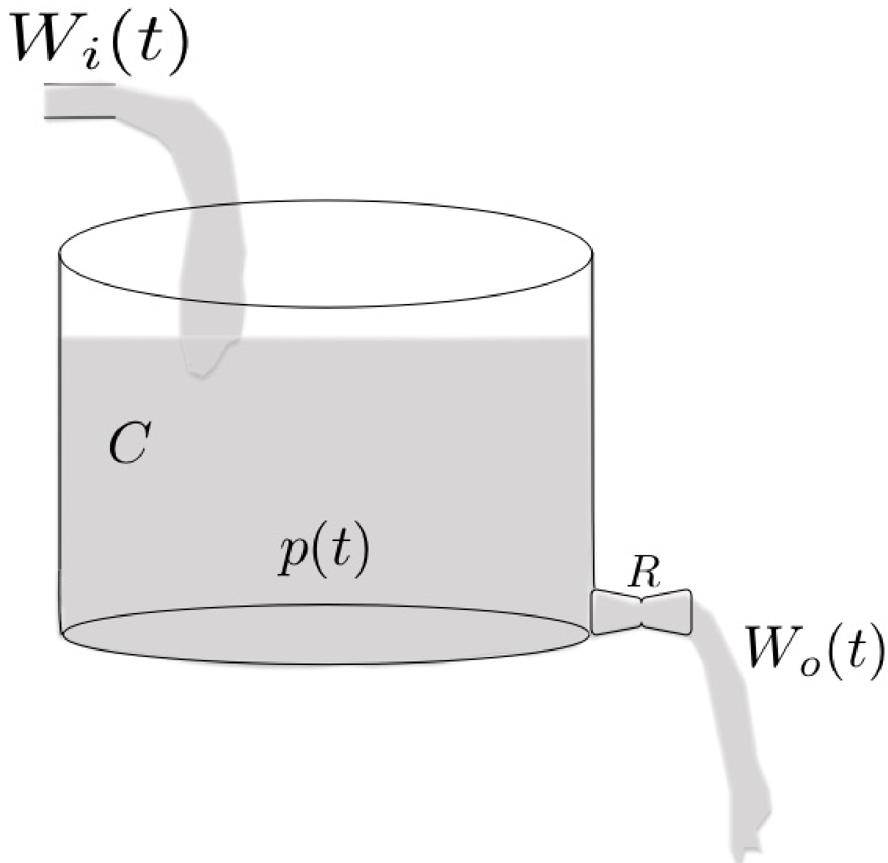


Figura 1: Representacion grafica del sistema hidraulico a tratar

Después de haber entendido su comportamiento, podremos obtener un modelo eléctrico el cual os ayudara a obtener la ecuación que representa su modelado el cual se aprecia en la Figura 2 .

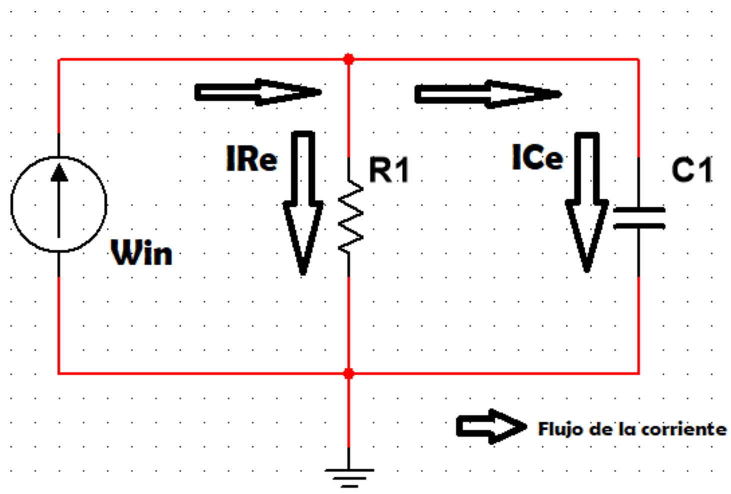


Figura 2: Analogía circuito eléctrico semejante a el sistema hidráulico

Una vez obtenida su ecuación el siguiente paso sera resolver la ecuación obtenida para en base a esta y por medio de métodos matemáticos como son la resolución de fracciones parciales y transformada inversa de Laplace obtendremos su comportamiento en el dominio del tiempo, por medio de lo cual tendremos la capacidad de obtener una gráfica en la cual se apreciara el comportamiento de la altura del agua en el tanque. Así mismo sera vital poder comparar tres estados diferentes, los cuales serán cuando la entrada de agua es igual a la salida ($W_i = W_O$), cuando ($W_i > W_O$), y cuando ($W_i < W_O$).
Posteriormente y para finalizar, compararemos los resultados obtenidos en base a las variables mencionadas previamente del código proporcionado por scilab contra la función desarrollada por nosotros, de esta forma observaremos si nuestra función esta modelando correctamente el sistema.

# 2. Metodología

## 2.1. Análisis teórico y matemático (Parte 1)

Analizando el flujo y conservación de energía:

$\sum E_{in} + \sum E_{Gen} = \sum E_{out} + \sum E_{Acu}$

Sabemos que la $E_{Gen}$ es nula ya que no existe generación de energía, por lo tanto:

$\sum E_{in} = \sum E_{out} + \sum E_{Acu}$

Haciendo la analogía con las variables del tanque de agua, se tiene que:

$W_{in} = W_o + A\frac{dh(t)}{dt}$

$W_{in} = rg\frac{h(t)}{R} + C\frac{dh(t)}{dt}$

Basándonos al diagrama, tenemos que:

$IR_e = \frac{h(t)}{R_e}$ , Donde: $R_e = \frac{R}{rg}$

$IC_e = A\frac{dh(t)}{dt}$

Sustituyendo en la función de la analogía y aplicando transformada de Laplace:

$\mathcal{L}\ \{W_{in}(t) = \frac{h(t)}{R_e} + C\frac{dh(t)}{dt}\}$

Se obtiene:

$W_{in}(s) = \frac{h(s)}{R_e} + C_e Sh(s)$

Factorizando h(s) y despejando:

$\frac{W_{in}(s)}{h(s)} = \frac{1}{R_e} + C_e\mathrm{S} = \frac{1+R_eC_eS}{R_e}$

Aplicando inverso para expresar en forma de funcion de transferencia ($\frac{Out}{In}$):

$\frac{h(s)}{W_{in}(s)} = \frac{R_e}{1+R_eC_eS}$

Si k = $R_e$ y $\tau = R_eC_e$:

$H(s) = \frac{k}{1+\tau S}$

Finalmente aplicando la función escalón, se obtiene:

$h(s) = \frac{1}{s}[\ \frac{k}{1+\tau S}]$

Esto nos indica la forma de una función de transferencia genérica de primer orden, aplicándole la función escalón unitario. Como se muestra a continuación:

$h(s) = \frac{1}{s}(\frac{bs+c}{s+a})$

Efectuando el método de fracciones parciales, se obtiene:

$\frac{bs+c}{s(s+a)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+a}$

$bs + c = A(s + a) + B(s)$

$bs + c = As + Aa + Bs$

$bs + c = s(A + B) + Aa$

Igualando se obtienen las siguientes ecuaciones:

1.- $A + B = b$

2.- $Aa = c$

Despejando A se obtiene su valor:

$A = \frac{c}{a}$

Sustituyendo en la primera ecuación y despejando se obtiene:

$B = b - \frac{c}{a}$

Reescribiendo las fracciones parciales, se tiene que:

$\frac{c}{a}(\frac{1}{s}) + \frac{b-\frac{c}{a}}{s+a}$

Aplicando la transformada inversa de Laplace:

$\mathcal{L}^{-1}\ \{\frac{c}{a}(\frac{1}{s}) + b - \frac{c}{a}(\frac{1}{s+a})\}$

Finalmente obtenemos la función que se implementara en esta practica:

$\frac{c}{a} + (b - \frac{c}{a})exp^{-at}$

**Esta función nos permitirá observar la respuesta en el tiempo del sistema.**

## 2.2. Análisis teórico y matemático (Parte 2)

En esta segunda parte se definió una nueva variable para considerar un factor de $\tau$.

$h(s) = \frac{1}{s}(\frac{bs+c}{sd+a})$

Efectuando el método de fracciones parciales, se obtiene:

$\frac{bs+c}{s(sd+a)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{sd+a}$

$bs + c = A(sd + a) + B(s)$

$bs + c = Asd + Aa + Bs$

$bs + c = s(Ad + B) + Aa$

Igualando se obtienen las siguientes ecuaciones:

1.- $Ad + B = b$

2.- $Aa = c$

Despejando A se obtiene su valor:

$A = \frac{c}{a}$

Sustituyendo en la primera ecuación y despejando se obtiene:

$B = b - \frac{cd}{a}$

Reescribiendo las fracciones parciales, se tiene que:

$\frac{c}{a}(\frac{1}{s}) + \frac{b-\frac{cd}{a}}{sd+a}$

Dividiendo todo entre d para dejar la ”s”sola:

$\frac{c}{a}(\frac{1}{s}) + \frac{\frac{b}{d}-\frac{c}{a}}{s+\frac{a}{d}}$

Aplicando la transformada inversa de Laplace:

$\mathcal{L}^{-1}\ \{\frac{c}{a}(\frac{1}{s}) + (\frac{b}{d} - \frac{c}{a})(\frac{1}{\frac{a}{d}+s})\}$

Finalmente obtenemos la función que se implementara en esta practica:

$\frac{c}{a} + (\frac{b}{d} - \frac{c}{a})exp^{-\frac{a}{d}t}$

**Esta función nos permitirá observar la respuesta en el tiempo del sistema de una forma mas completa y correcta.**

**A continuación se muestra el código utilizado por el profesor y sus respuestas.**

Listing 1: Código implementado en Scilab por el profesor

```
// Copyright (C) 2017 - Instituto Tecnologico de Morelia
// by Gerardo Marx Chavez-Campos
// This code has been developed for educational propouses
// the institution and author do not guarantee  the proper
// functionality of the code.
//
// Date of creation: Oct 2, 2017
s = %s // The quicker alternative to using s =
poly (0 , 's' )
// Gain and time constant
K = 1;
Tau = 0;
simpleSys=syslin('c', K/(1+Tau*s))
t=0:0.01:15;
y=csim('step', t, simpleSys)
plot(t,y)
```

Para la siguiente grafica se aprecia el comportamiento cuando la entrada es menor que la salida. ($W_{in} < W_o$), para esto se hizo el cambio en el valor de $Tau = 0$ y mantenemos el valor de $k$ como 1, para lo cual obtenemos la siguiente figura:

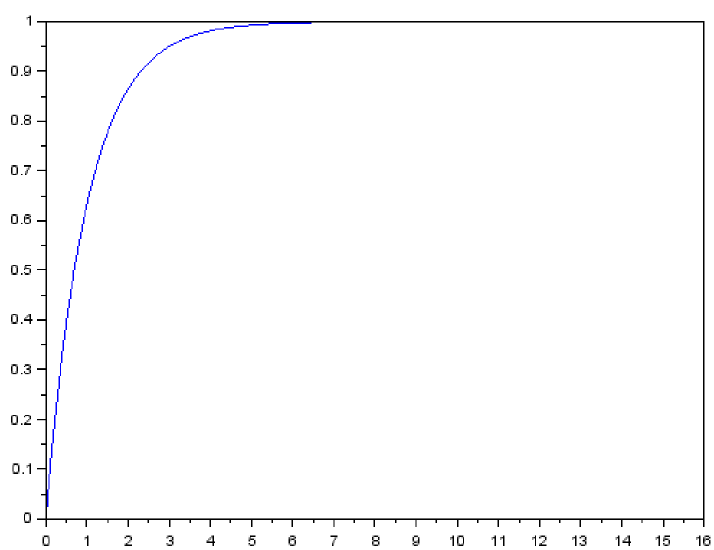


Figura 3: Gráfica generada cuando la entrada es mayor que la salida. ($W_{in} > W_o$)

Para la siguiente grafica se aprecia el comportamiento cuando la entrada es menor que la salida. ($W_{in} < W_o$), para esto se hizo el cambio en el valor de $Tau = 1$ y mantenemos el valor de $k$ como 1, para lo cual obtenemos la siguiente figura:

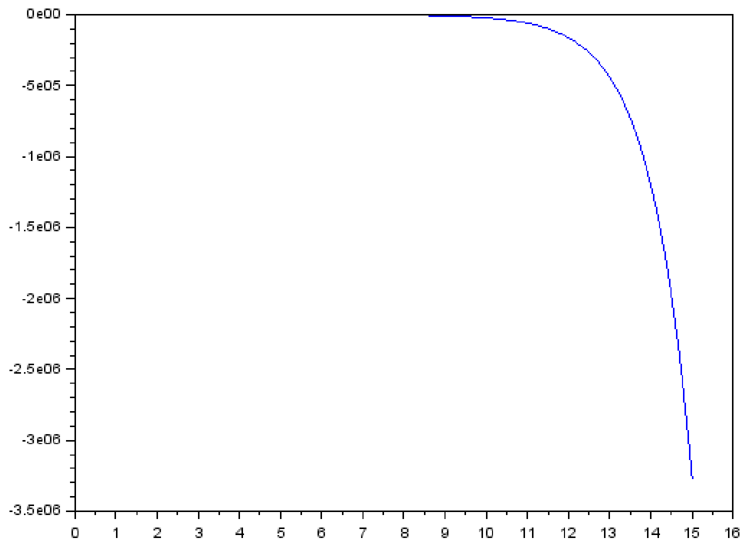


Figura 4: Gráfica generada cuando la entrada es menor que la salida. ($W_{in} < W_o$)

**Nota:** Cuando la entrada es igual aa la salida ($W_{in} = W_o$), la función no gráfica nada.
Esto se debe a que la función no permite graficar ya que $\tau$ (Tao) es cero y por lo tanto la única respuesta es la función 'Impulso de Dirac', la cual no es graficable en esta función, esto se da ya que como se menciono previamente al hacer el valor de $C = 0$ y al tener $Re = 1$ el valor que obtendríamos seria $Tau = 0$ lo que significa que lo que obtendriamos al resolver la transformada inversa de laplace seria solo la función impulso de dirac ya que al sacar la transformada inversa de laplace de una constante solo se obtiene la función impulso de Dirac, y de esta forma su grafica es un impulso que en teoría tiende al infinito en un intervalo de tiempo igual a cero, es por eso que no es graficable, a continuación se mostrara la comparación con la función desarrollada en la cual implementamos una solución gráfica a la comparativa en la cual la entrada de agua es igual a la salida del agua. .

**Ahora se muestra el código implementado por nosotros y sus respectivas respuestas.**

Listing 2: Código implementado en Scilab por nosotros

```
function [A,B,t]=fracparr(a,b,c,r)
    h=1   //declaramos la altura, propuesta por nosotros de nuestro tanque inicialmente.
    x1=0    // variables usadas para graficar.
    x2=20   //variables usadas para graficar.
  t=c*r     // obtenemos el valor de Tao con respecto al calor de c y r.
    A=c/a    // obtenemos el numerador de la funcion escalon.
    B=b-((t*c)/a)  // obtenemos el numerador de la funcion a resolver.
    printf('Result is: \n (%.1f /s)+(%.1f/(%.1f s+%.1f))\n',A,B,t,a)
     printf('Inverse Laplace Transform: \n %.1f +%.1f /%.1f  e^(%.1f t)\n',A,B,t,a)
  n = 0:0.1:15   // utilizamos n para poder graficar.
  resultado = A + (B/t)*exp((-a/t)*n);
  if t==0 then
      plot([x1,x2],[h,h])
     else
      plot(n,resultado)
  end

endfunction
```

A continuación se muestra una explicación donde se muestra cada linea cual es su función, cabe resaltar que los comentarios en la propia función no se apreciaban en la edición de este documento, es por esto que se opto por mostrar a continuación con viñetas, la función de cada linea de código.

- a= la constante del denominador, r valor del equivalente al capacitor,b el coeficiente de s del numerador y c es el valor de Re o k.
- Declaramos la altura, propuesta por nosotros de nuestro tanque inicialmente.
- variables usadas para graficar.
- variables usadas para graficar.
- Obtenemos el valor de Tao con respecto al calor de c y r.
- Obtenemos el numerador de la funcion escalon.
- Obtenemos el numerador de la funcion a resolver.
- Imprimimos la solucion de las fracciones parciales.
- Imprimimos la transformada inversa de la funcion obtenida por las fracciones parciales utilizamos n para poder graficar.
- Guardamos en la variable resultado la función después de realizarse la transformada inversa de laplace.
- En caso de que nuestro Tao sea 0 significa que nuestra función al realizarse la transformada inversa de laplace obtendríamos solo la función impulso de dirac, la cual representa un impulso en un intervalo de tiempo muy pequeño, de esta forma, al no poder ser graficable ese impulso, forzamos una respuesta en el cual la altura se mantiene constante ya que la entrada es igual a la salida por lo tanto es como si no hubiera un contenedor y la altura se mantendría constante.
- En caso de que Tao sea diferente de cero obtendríamos una gráfica que representaría el comportamiento de la altura de nuestro tanque con respecto a nuestra entrada y salida.

Ya que se sabe como funciona la función paso a paso, se procedió a ejecutar la función, ingresando $fracparr(1,0,1,0)$ ya que consideramos que la altura del tanque es 1 con lo cual se obtienen la siguiente gráfica, resaltando que en este caso consideramos que el tanque se mantiene constante ya que la entrada de agua es igual a la salida por lo tanto no se ve ninguna afectación en la altura en el recipiente.
El valor analógico de el capacitor es obtenido mediante la siguiente relación, donde consideramos que la $W_{in}$ $= W_o = 1$

$W_{in} = W_o + C\frac{dh(t)}{dt}$

$W_{in}$ - $W_o = C\frac{dh(t)}{dt}$

$C\frac{dh(t)}{dt} = 0$

```
--> fracparr(1,0,1,0)
Result is:
(1.0 /s)+(0.0/(0.0 s+1.0))
Inverse Laplace Transform:
1.0 +0.0 /0.0  e^(1.0 t)
```

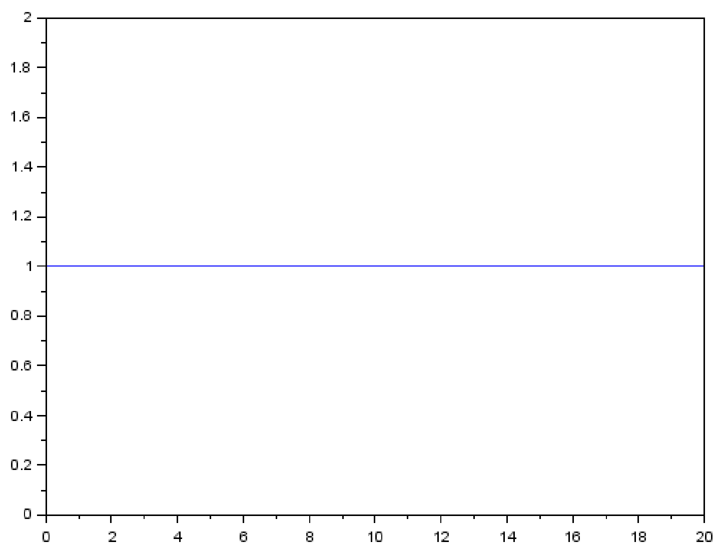


Figura 5: Grafica generada cuando la entrada es igual a la salida ($W_{in} = W_o$)

A continuación se procedió a ejecutar la función, ingresando $fracparr(1,0,1,1)$ ya que consideramos que la altura del tanque es 1 con lo cual se obtienen la siguiente gráfica, resaltando que en este caso consideramos que la entrada es mayor a la salida por lo tanto obtendríamos un incremento en la altura del liquido dentro del recipiente.
El valor analógico de el capacitor es obtenido mediante la siguiente relación, donde consideramos que la $W_{in} = 2$ y $W_o = 1$

$W_{in} = W_o + C\frac{dh(t)}{dt}$

$W_{in}$ - $W_o = C\frac{dh(t)}{dt}$
$C\frac{dh(t)}{dt} = 1$

```
--> fracparr(1,0,1,1)
Result is:
(1.0 /s)+(-1.0/(1.0 s+1.0))
Inverse Laplace Transform:
1.0 +-1.0 /1.0  e^(1.0 t)
```

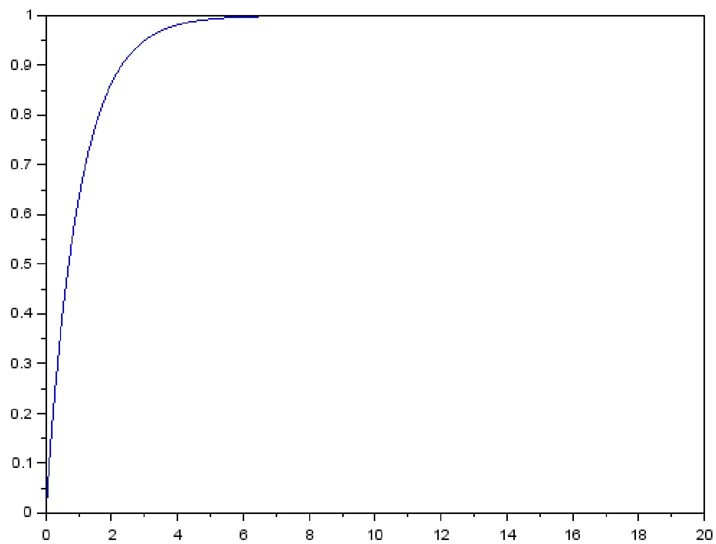


Figura 6: Gráfica generada cuando la entrada es menor que la salida. ($W_{in} < W_o$)

A continuación se procedió a ejecutar la función, ingresando $fracparr(1, 0, 1, -1)$ ya que consideramos que la altura del tanque es 1 con lo cual se obtienen la siguiente gráfica, resaltando que en este caso consideramos que la entrada es menor que la salida por lo tanto obtendríamos un decremento en la altura del liquido dentro del recipiente, resaltando que la descarga comienza a ser evidente después de un lapso de tiempo ya que por las consideraciones que tenemos la salida es mayor pero no tan diferente a la entrada es por esto que la altura no decae abruptamente desde el inicio.
El valor analógico de el capacitor es obtenido mediante la siguiente relación, donde consideramos que la $W_{in} = 1$ y $W_o = 2$

$W_{in} = W_o + C\frac{dh(t)}{dt}$

$W_{in}$ - $W_o = C\frac{dh(t)}{dt}$
$C\frac{dh(t)}{dt} = -1$

```
--> fracparr(1,0,1,-1)
Result is:
(1.0 /s)+(1.0/(-1.0 s+1.0))
Inverse Laplace Transform:
1.0 +1.0 /-1.0  e^(1.0 t)
```

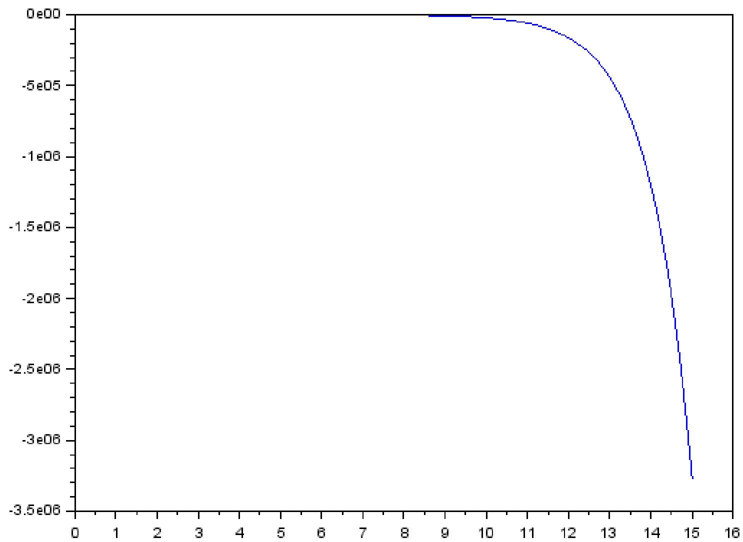


Figura 7: Gráfica generada cuando la entrada es menor que la salida. ($W_{in} < W_o$)

Y de esta forma se puede apreciar la comparación entre ambas funciones, las cuales en ambas al introducir los mismos datos muestran las mismas gráficas.

## 3. Conclusiones

**Raúl Peña Martínez. 14121104**
**CONCLUSIONES**
Para concluir podemos hacer varias observaciones, después de desarrollar e interpretar el comportamiento de un sistema hidráulico , lo primero que podemos concluir es lo eficiente que es poder tener la analogía de un sistema mecánico o hidráulico a un sistema eléctrico, lo cual facilita mucho su análisis al estar mas relacionados con este tipo de sistemas, así mismo es muy interesante observar la forma en que al plantear un problema por medio de una ecuación es mucho mas sencillo poder obtener el comportamiento de este sistema, lo cual nos simplifica mucho las cosas, prueba de esto es el desarrollo de este sistema, en el cual al obtener su ecuación de primer orden logramos resolverla satisfactoriamente e implementarla por medio de scilab, de esta forma al resolverla y aplicarle su transformada inversa de laplace logramos obtener su comportamiento en el dominio del tiempo, lo cual nos permitió modelar este comportamiento de forma gráfica, cabe resaltar que al inicio teníamos problemas ya que al obtener la transformada de laplace de una constante, caso dado por Tau igual a cero , la única respuesta era la función impulso de dirac lo cual no era graficable, de esta forma logramos modificar la gráfica para modelar el comportamiento físico de esa respuesta el cual representa que la altura se mantiene constante, de esta forma logramos obtener un modelado correcto de un sistema físico.

**Miguel Tadeo Zepeda Zamora. 14121109**
**CONCLUSIONES**
Con lo observado y llevado a cabo en la practica se concluye que los sistemas hidráulicos y mecánicos (entre otros) pueden ser modelados en un circuito eléctrico y modelar su comportamiento. De igual forma, aplicar la transformada de Laplace y los métodos conocidos de resolución de ecuaciones para llegar a la función de transferencia y, posteriormente a la función que describe el comportamiento o respuesta del sistema. Finalmente, utilizando Scilab es posible apreciar de una forma gráfica el comportamiento según condiciones dadas y así determinar los puntos donde el sistema se encuentra en transición o en estabilidad para determinaciones que se deban tomar con respecto una aplicación o el sistema en si.