



IA353A - Neural Networks EC2

Rafael Claro Ito (R.A.: 118430)

- 7.1 Transferência negativa
- $7.2\quad {\bf Camadas\ compartilhadas}$
- 7.3 MALSAR

Considerando a camada q de uma rede neural, temos:

$$x^{[q]} = f(W^{[q]}x^{[q-1]} + b)$$

Onde:

- $x^{[q]}$ é saída da camada q após função de ativação;
- $W^{[q]}$ são os pesos dos neurônios da camada q;
- $x^{[q-1]}$ é a entrada camada q (saída da camada q-1);
- $f(\cdot)$ é a função de ativação da camada q;

Calculando a variância de ambos lados da equação anterior, temos:

$$x^{[q]} = f(W^{[q]}x^{[q-1]} + b)$$

$$Var(x^{[q]}) = Var(f(W^{[q]}x^{[q-1]} + b))$$

Devemos agora fazer algumas considerações:

- (i) função de ativação $f(\cdot)=tanh$, sendo que no início do treinamento trabalha-se com os pesos próximos à região linear (próximo de zero), evitando neurônios operando na região de saturação e favorecendo o aprendizado nas primeiras iterações. Desta forma, considerando a região linear, podemos aproximar a função tanh para uma função identidade;
- (ii) W e x são independentes entre si;
- (iii) W é uma variável aleatória i.i.d. (independente e identicamente distribuída). Isso geralmente é verdade para a inicialização.;
- (iv) x é uma variável aleatória i.i.d. (independente e identicamente distribuída). Embora nem sempre isso seja verdade, por exemplo, pixels de uma imagem geralmente apresentam alta correlação entre pixels ao redor, faremos essa consideração;

Continuando o desenvolvimento da equação anterior, temos:

$$Var(x^{[q]}) = Var(f(W^{[q]}x^{[q-1]} + b))$$

A partir de i), temos:

$$Var(x^{[q]}) = Var(W^{[q]}x^{[q-1]} + b)$$

Se duas variáveis são independentes entre si, temos a igualdade: https://en.wikipedia.org/wiki/Variance#Product_of_independent_variables:

$$Var(XY) = [\mathbb{E}(X)]^2 Var(Y) + [\mathbb{E}(Y)]^2 Var(X) + Var(X) Var(Y)$$

Vamos agora abrir o produto das matrizes W e x em uma soma dos produtos de seus termos w_i e x_i . Usando também a consideração dada por ii) e sabendo que b é uma constante (e portanto sua variância é zero), temos que:

$$\begin{split} Var(x^{[q]}) &= Var(W^{[q]}x^{[q-1]} + b) \\ Var(x^{[q]}) &= Var(\sum_{i=1}^{n^{[q-1]}} w_i^{[q]}x_i^{[q-1]}) \\ Var(x^{[q]}) &= \sum_{i=1}^{n^{[q-1]}} Var(w_i^{[q]}x_i^{[q-1]}) \\ Var(x^{[q]}) &= \sum_{i=1}^{n^{[q-1]}} [\mathbb{E}(w_i^{[q]})]^2 Var(x_i^{[q-1]}) + [\mathbb{E}(x_i^{[q-1]})]^2 Var(w_i^{[q]}) + Var(w_i^{[q]}) Var(x_i^{[q-1]}) \end{split}$$

A partir de iii) e iv), temos que $\mathbb{E}(w_i) = 0$ e $\mathbb{E}(x_i) = 0$. Sendo ambos W e x variáveis i.i.d. Assim:

$$Var(x^{[q]}) = \sum_{i=1}^{n^{[q-1]}} Var(w_i^{[q]}) Var(x_i^{[q-1]})$$

$$\boxed{Var(x^{[q]}) = n^{[q-1]} Var(w^{[q]}) Var(x^{[q-1]})}$$

Queremos provar que $b=\sqrt{\frac{3}{n^{[q-1]}}}$ para que a variância da entrada da camada q seja igual a variância da camada q-1.

Sabendo que a variância de uma variável aleatória que segue uma distribuição uniforme entre a e b, isto é, $X \sim \mathbb{U}[a,b]$, é dada por: $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$ (prova). Temos:

$$\begin{split} Var(x^{[q]}) &= n^{[q-1]} Var(w^{[q]}) Var(x^{[q-1]}) \\ Var(x^{[q]}) &= n^{[q-1]} \cdot \frac{(b-(-b))^2}{12} \cdot Var(x^{[q-1]}) \\ Var(x^{[q]}) &= n^{[q-1]} \cdot \frac{(2b)^2}{12} \cdot Var(x^{[q-1]}) \\ Var(x^{[q]}) &= n^{[q-1]} \cdot \frac{4b^2}{12} \cdot Var(x^{[q-1]}) \end{split}$$

Como queremos $Var(x^{[q]}) = Var(x^{[q-1]})$, temos:

$$n^{[q-1]} \cdot \frac{4b^2}{12} = 1$$

$$b^2 = \frac{12}{4 \cdot n^{[q-1]}}$$

$$b = \sqrt{\frac{3}{n^{[q-1]}}}$$

- 9.1 Principais seções do padrão de documentação
- 9.2 Artigos com propósitos similares

Artigo 1

Artigo 2

- 10.1 EfficientNet
- 10.2 FixEfficientNet