

水ロケットの性能計算書

2014. 2.5

必要加圧と到達高度と飛行距離の概算に利用できます

表1 加圧と到達高度・到達距離の関係

加圧	kPa	203	304	405	507	608	708
噴出速度	U1 (m/s)	14.2	20	24.5	28.3	31.6	34.6
推力 N	F (N)	6	12	18	24	30	36
推力重量比	F/W	2.2	4.3	6.6	9.8	10.9	13.1
鉛直到達高度	Y(m)	10.3	20.4	30.6	40.9	50.9	61.1
飛行時間	t (sec)	2.9	4.1	5	5.8	6.4	7.1
45°到達高度	Y (m)	5.1	10.2	15.3	20.4	25.3	30.5
到達距離	X(m)	20.6	40.1	61.3	81.7	101.9	122.2
飛行時間	t (s)	2.1	2.9	3.5	4.1	4.6	5

自重 65g
 離陸重量 280g
 ゼロ燃料 80g
 搭載燃料 200g (ペイロード)
 平均重量 100g
 ノズル径 6φ

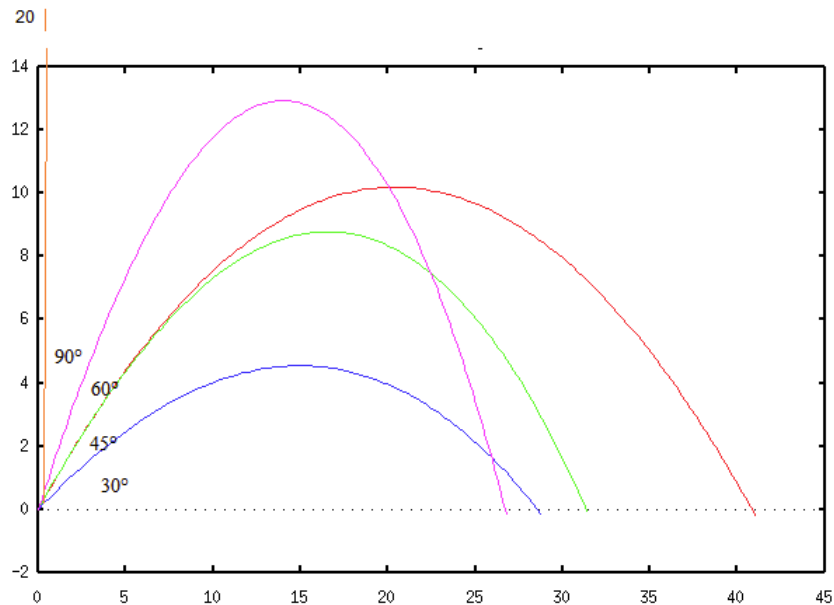


図 1 水ロケット軌跡のシミュレーション

水ロケットの推力と飛行性能

1 使用する記号

g : 重力加速度 9.807 m/s^2

t : 時間 sec

ρ : 水の密度 1000 kg/m^3

W_0 : 自重、燃料(水)なしの重量 kg

W : 離陸重量 kg

W_m : 平均重量 kg

c : 燃料(水)の容量 kg

r : ノズル半径 m

S : ノズル面積 m^2

P : 加圧 kPa

F : 推力 $\text{N (kg m/s}^2)$

N_s : 総推力 (Kg m/s)

F/W : 推力重力比 (無次元数)

Q_n : 運動量

U_1 : ボトル内流速 0 m/s

U_2 : ノズル流速 m/s

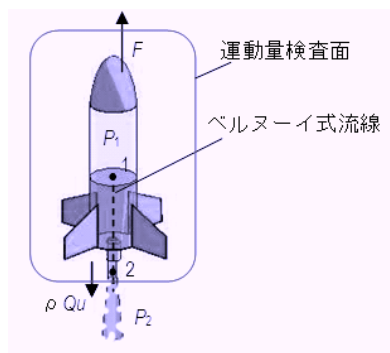
$V_{0x,y}$: 離陸速度 m/s

V_y : 鉛直慣性速度 m/s

Y_{0y} : 燃焼距離 m

Y : 鉛直距離 m

X : 水平距離 m



水ロケットの基本関係式

$$F = \rho Q_1 U_1 - \rho Q_2 U_2 = -\rho S_1 U_1 - \rho S_2 U_2$$
$$P_1/\rho = P_2/\rho + 1/2 U_2^2$$

2. 推力の計算

S ペットボトルの口の面積 0.00003 m^2 、

P_1 ペットボトル内の圧力 304kPa (3気圧) 44.088psi で計算する

ベルヌーイの関係式から $P_1/\rho = P_2/\rho + 1/2 U_2^2$

$$U_2 = \sqrt{(2 (P_1 - P_2) / \rho)} = \sqrt{(2 (303-101) \times 10^3 / 1000)} = 20 \text{ m/s} \quad \text{---- ①}$$

$F = \rho Q_1 U_1 - \rho Q_2 U_2 = -\rho S_1 U_1 - \rho S_2 U_2$ 、 $U_1 = 0$ だから第1項はゼロ

$$F = -\rho Q_2 U_2 = -1000 \times 0.00003 \times 20^2 = -12 \text{ N} \quad (\text{kg m / s}^2) \quad \text{----- ②}$$

燃焼(水噴出)時間(t)は、燃料(水)の容量 / (ノズル面積 x 噴出速度)

$$= c / (s \times U_2) = 0.0002 \text{ m}^3 / (0.00003 \text{ m}^2 \times 20 \text{ m/s}) = 0.33 \text{ sec} \quad \text{--- ③}$$

$$\text{総推力Nsは、} 12 \text{ N} \times 0.33 \text{ sec} = 3.96 \text{ kg m / s} \quad \text{----- ④}$$

少し小さなノズルを使用した場合

$r = 2.5\text{mm}$ のとき、 $S = 0.00002 \text{ m}^2$

$P_1 = 201 \text{ kPa}$ (2気圧) 29.154 psi

$$U_2 = \sqrt{(2 (201-101) \times 10^3 / 1000)} = 14.2 \text{ m/s} \quad \text{----- ①'}$$

$$F = -1000 \times 0.00002 \times 14.2^2 = 4 \text{ N} \quad \text{----- ②'}$$

$$W_m \text{ 平均重量} = W - W_0 = 280 - 80 / 2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \quad \text{----- ⑤}$$

到達距離 の概算式は、平均推力(kg m / s^2) x 燃焼時間 (s) / 平均重量 (kg)

$$= 12 \times 0.33 / 0.1 = 39.6 \text{ m} \quad \text{----- ⑥}$$

3. 推力重力比

$$F/W = \text{kN} / (\text{kg} \times 9.807 \text{ m/s}^2)$$

$$= 12 (\text{kg m / s}^2) / \{0.28(\text{kg}) \times 9.807 (\text{m/s}^2)\} = 4.3 \quad \text{----- ⑦}$$

推力重力比が > 1 なので、鉛直打ち上げが可能

4. 到達高度と到達距離

鉛直慣性速度 V_y は、 $V_y = V_{0y} - gt$

鉛直到達高度 Y は、燃焼高度 Y_{0y} + 慣性獲得高度

$$Y = V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \text{ ----- ⑧}$$

最高到達地点までの飛行時間は、

$$V_y = V_0 - gt = 0 \text{ と } V_0 = 20 \text{ m/s から、飛行時間は } t = 2.04 \text{ sec --- ⑨}$$

$$V^2 - V_0^2 = 2gY \text{ (} t \text{ を含まない式) より、到達高度は } Y = 20.48 \text{ m --- ⑩}$$

到達距離 の概算式⑥を再掲する

平均推力(kg m /s²) x 燃焼時間 (s) / 平均重量 (kg)

$$= 12 \times 0.33 / 0.1 = 39.6 \text{ m (誤差は1.1%程度)}$$

最長水平距離を得るには図1のように、発射角度45度で打ち出す。

到達点と到達距離を計算するまでもなく、表1と図1から外挿または内挿することで目安の高度・距離が得られる。

※ 注意 ペットボトル加圧限度は業界基準によると、1471kPa (15kg/cm²)

これほど加圧できる手動空気入れは身近にない。

また、水ロケットを楽しむには、200～300 kPaで十分である。

圧力計表示の換算表

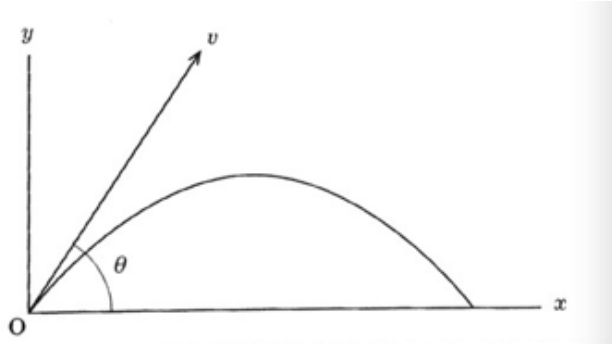
kPa	100	200	300	400	500	600	700	1471
psi	14.5	29.0	43.5	58.0	72.5	87	101.5	213.5
Kg/cm ²	1.02	2.0	3.1	4.1	5.1	6.1	7.1	15



草房、以上

補遺

最大飛行到達距離を、微分方程式を使わずに解く



t時間後のx,y 方向の変位は、

$$x = v t \cos \theta$$

$$y = v t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2$$

着地時、 $y = 0$ だから、

$$v t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 = t (v \sin \theta - \frac{1}{2} g t) = 0$$

よって、 $t = 2 v \sin \theta / g$

このときの飛行到達距離 d は、倍角定理より

$$d = v t \cos \theta = v \cos \theta (2 v \sin \theta / g) = (v^2 / g) \sin 2 \theta$$

この関数の最大値は、 $\theta = \pi / 4$ のとき $d = v^2 / g$

よって 45° で発射すると最大が得られる。

```
iPad 10:24 PM
Console
水ロケットの最大飛行到達距離を、微分方程式を使わず解く
初速 V0(m/s), 角度θ(度)で水ロケットを発射するものとする

初速度(m/s) = 20
発射角度 = 45
飛行時間 = 3
到達距離 = 36
```

```

/* 最大飛行到達距離を、微分方程式を使わず解く */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#define g 9.8 /* m/s^2 */
#define PI 3.141592653589793
int main(void)
{
    int V0;          /* V0 : 初速(m/s) */
    int a;           /* angle : 角度(θ) */
    double t;        /* 対空時間 */
    double D;        /* 飛行到達距離 */
    printf("水ロケットの最大飛行到達距離を、微分方程式を使わず解く ¥n");
    printf("初速 V0(m/s), 角度 θ (度)で水ロケットを発射するものとする
¥n");
    scanf("%d",&V0);
    printf("¥n初速度(m/s) = %d", V0);
    scanf("%d",&a);
    printf("¥n発射角度 = %d", a);
    /* 飛行時間 t = 2 V0 sin θ / g */
    t = 2*V0* sin(a)/g;
    printf("¥n飛行時間 = %.f",t);
    /* t時間後のx, y方向の変位は、x = Vt cos θ , y = Vt sin θ - 1/2 g t^2 */
    D = (V0*V0/g)*sin(2*a);
    printf("¥n到達距離 = %.f",D);
    return 0;
}

```

New Open Send Undo Redo Build Run

```
1  /* 最大飛行到達距離を、微分方程式を使わず解く */
2  #include <stdio.h>
3  #include <stdlib.h>
4  #include <math.h>
5  #define g 9.8 /* m/s^2 */
6  #define PI 3.141592653589793
7  int main(void)
8  {
9      int V0;      /* V0 : 初速(m/s) */
10     int a;        /* angle : 角度(度) */
11     double t;     /* 対空時間 */
12     double D;     /* 飛行到達距離 */
13
14     printf("水口ケットの最大飛行到達距離を、微分方程式を使わず解く \n");
15     printf("初速 V0(m/s), 角度θ(度)で水口ケットを発射するものとする\n");
16     scanf("%d",&V0);
17     printf("\n初速度(m/s) = %d", V0);
18     scanf("%d",&a);
19     printf("\n発射角度 = %d", a);
20
21     /* 飛行時間 t = 2 V0 sin θ / g */
22     t = 2*V0* sin(a)/g;
23
24     printf("\n飛行時間 = %.f",t);
25
26
27     /* t時間後のx, y方向の変位は x = Vt cos θ, y = Vt sin θ - 1/2 g t^2 */
28     D = (V0*V0/g)*sin(2*a);
29
30     printf("\n到達距離 = %.f",D);
31
32     return 0;
33 }
```