

Substitusi Kalimat

MSIM 4103 – Logika Informatika

Program Studi Sistem Informasi

Jurusan Teknik FST

Materi Inisiasi 5

1. Substitusi Tunggal
 - Substitusi Total
 - Substitusi Parsial
2. Substitusi Multi
 - Substitusi Multi Total
 - Substitusi Multi Parsial



UNIVERSITAS TERBUKA

1. Substitusi Tunggal

- Substitusi Total
- Substitusi Parsial

Substitusi Tunggal

- Proses penggantian satu kalimat bagian yang muncul dalam suatu kalimat dengan kalimat lain.
- Hasil substitusi:
kalimat baru yang bentuk maupun nilainya bisa berbeda dari kalimat awal.

Substitusi Total

- Substitusi total: mengganti semua permunculan kalimat bagian dengan kalimat lain secara bersamaan.
- Operator substitusi total: \blacktriangleleft (black left pointing triangle).
- Notasi substitusi total:

$$\mathcal{F} \blacktriangleleft \{ \mathcal{G} \leftarrow \mathcal{H} \}$$

\mathcal{F} : kalimat yang dikenai substitusi, \mathcal{G} : kalimat yang diganti, \mathcal{H} : kalimat pengganti

- Notasi ringkas:
Kalimat \mathcal{F} yang memuat \mathcal{G} : $\mathcal{F}[\mathcal{G}]$
Kalimat \mathcal{F} yang semua permunculan kalimat \mathcal{G} -nya diganti oleh kalimat \mathcal{H} : $\mathcal{F}[\mathcal{H}]$
- Hasil penggantian/ substitusi: kalimat tunggal yang nilai kebenarannya bisa berbeda/ sama dengan kalimat semula.

Langkah Substitusi Total

1. Identifikasi kalimat.
Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (7), kalimat yang diganti (9) dan kalimat pengganti (7).
2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (9). Sebutkan ada berapa permunculan kalimat yang diganti.
3. Substitusi semua kalimat yang diganti (9) dengan kalimat pengganti (7) secara bersamaan. Tuliskan hasil substitusinya.

Catatan: Perhatikan tanda kurung saat melakukan identifikasi kalimat.

Contoh 5.1

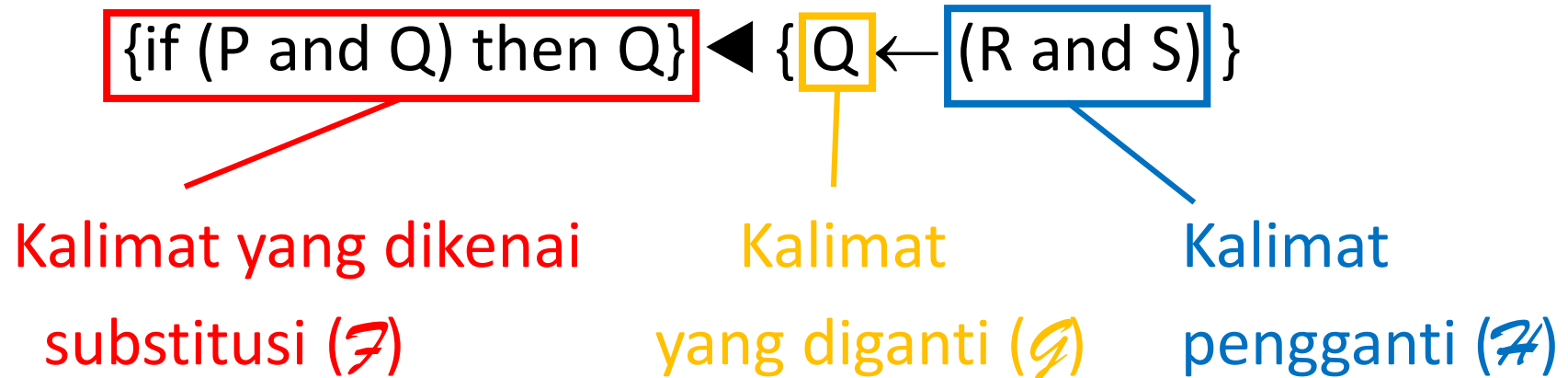
Tentukan hasil substitusi dari kalimat berikut ini!

$\{\text{if (P and Q) then Q}\} \triangleleft \{Q \leftarrow (R \text{ and } S)\}$

Jawaban Contoh 5.1

1. Identifikasi kalimat.

Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (↗), kalimat yang diganti (↘) dan kalimat pengganti (↖).



Jawaban Contoh 5.1

2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (\mathcal{Q}).
Kalimat yang akan diganti adalah \mathcal{Q} : Q. Tandai dengan diberikan kotak/highlight pada kalimat \mathcal{Q} .

if (P and \mathcal{Q}) then \mathcal{Q}

Terdapat dua buah permunculan kalimat yang akan diganti.

3. Substitusi semua kalimat yang diganti (\mathcal{Q} : Q) dengan kalimat pengganti (\mathcal{R} : (R and S)) secara bersamaan. Hasil substitusi kalimatnya adalah

if (P and (R and S)) then (R and S)

Substitusi Parsial

- Substitusi parsial: mengganti beberapa permunculan kalimat bagian dengan kalimat lain secara bertahap.
- Operator substitusi parsial: \triangleleft (white left pointing triangle).
- Notasi substitusi parsial:

$$\mathcal{F} \triangleleft \{ \mathcal{G} \leftarrow \mathcal{H} \}$$

\mathcal{F} : kalimat yang dikenai substitusi, \mathcal{G} : kalimat yang diganti, \mathcal{H} : kalimat pengganti

- Notasi ringkas:
Kalimat \mathcal{F} yang memuat/tidak memuat \mathcal{G} : $\mathcal{F} < \mathcal{G} >$
Kalimat \mathcal{F} yang nol, satu atau lebih permunculan kalimat \mathcal{G} -nya diganti oleh kalimat \mathcal{H} : $\mathcal{F} < \mathcal{H} >$

Substitusi Parsial

- Hasil substitusi parsial: tidak tunggal, ada beberapa hasil, yaitu:
 - Penggantian nol permunculan q : tidak ada permunculan q yang diganti.
 - Penggantian satu permunculan q : mengganti satu permunculan kalimat q dengan $\#$.
(bila ada beberapa permunculan q , maka akan ada penggantian satu permunculan pertama, penggantian satu permunculan kedua, dan seterusnya)
 - . . .
 - Penggantian semua permunculan q : mengganti semua permunculan kalimat q dengan $\#$.

Langkah Substitusi Parsial

1. Identifikasi kalimat.
Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (7), kalimat yang diganti (9) dan kalimat pengganti (7).
2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (9). Sebutkan ada berapa permunculan kalimat yang diganti.
3. Substitusi kalimat yang diganti (9) dengan kalimat pengganti (7) secara bertahap. Tuliskan hasil substitusi parsialnya.

Contoh 5.2

Tentukan hasil substitusi dari kalimat berikut ini!

$$\{\text{if (P and Q) then Q}\} \triangleleft \{Q \leftarrow (R \text{ and } S)\}$$

Jawaban Contoh 5.2

1. Identifikasi kalimat.

Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (↗), kalimat yang diganti (↘) dan kalimat pengganti (↖).

{if (P and Q) then Q} \triangleleft Q \leftarrow (R and S) }

Kalimat yang dikenai
substitusi (↗)

Kalimat
yang diganti (↘)

Kalimat
pengganti (↖)

Jawaban Contoh 5.2

2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (\mathcal{Q}).
Kalimat yang akan diganti adalah \mathcal{Q} : Q. Tandai dengan diberikan kotak/highlight pada kalimat \mathcal{Q} .

if (P and \mathcal{Q}) then \mathcal{Q}

Permunculan pertama Permunculan kedua

Terdapat dua buah permunculan kalimat yang akan diganti.

Jawaban Contoh 5.2

3. Substitusi kalimat yang diganti (\mathcal{Q}) dengan kalimat pengganti (\mathcal{R}) secara bertahap. Tuliskan hasil substitusi parsialnya.

- Penggantian nol permunculan \mathcal{Q} dengan \mathcal{R} , hasilnya:
if (P and Q) then Q
- Penggantian satu permunculan pertama \mathcal{Q} dengan \mathcal{R} , hasilnya:
if (P and (R and S)) then Q
- Penggantian satu permunculan kedua \mathcal{Q} dengan \mathcal{R} , hasilnya:
if (P and Q) then (R and S)
- Penggantian semua permunculan \mathcal{Q} dengan \mathcal{R} , hasilnya:
if (P and (R and S)) then (R and S)

2. Substitusi Multi

- Substitusi Multi Total
- Substitusi Multi Parsial

Substitusi Multi

- Penggantian/ substitusi untuk lebih dari satu kalimat bagian dengan kalimat lain.
- Hasil substitusi: kalimat baru yang nilai maupun bentuknya bisa sama/ berbeda dari kalimat semula.

Substitusi Multi Total

- Substitusi total: mengganti semua permunculan beberapa kalimat bagian dengan kalimat lain secara bersamaan.
- Operator substitusi multi total: \blacktriangleleft (black left pointing triangle).
- Notasi substitusi multi total:

$$\mathcal{F} \blacktriangleleft \{ \mathcal{G}_1 \leftarrow \mathcal{H}_1, \mathcal{G}_2 \leftarrow \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{G}_n \leftarrow \mathcal{H}_n \}$$

- Kalimat \mathcal{F} : kalimat yang dikenai substitusi
- Kalimat \mathcal{G}_1 : kalimat yang diganti oleh \mathcal{H}_1
- Kalimat \mathcal{G}_2 : kalimat yang diganti oleh \mathcal{H}_2
- Kalimat \mathcal{G}_n : kalimat yang diganti oleh \mathcal{H}_n
- Kalimat \mathcal{H}_1 : kalimat pengganti \mathcal{G}_1
- Kalimat \mathcal{H}_2 : kalimat pengganti \mathcal{G}_2
- Kalimat \mathcal{H}_n : kalimat pengganti \mathcal{G}_n

Substitusi Multi Total

- Notasi ringkas:
Kalimat \mathcal{F} yang memuat/ tidak memuat $q_1, q_2, \dots, q_n : \mathcal{F} [q_1, q_2, \dots, q_n]$
Kalimat \mathcal{F} yang kalimat q_i diganti oleh kalimat \mathcal{H}_i ($i=1, 2, \dots, n$): $\mathcal{F} [\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_n]$
- Hasil penggantian/ substitusi:
kalimat tunggal yang nilai kebenarannya bisa berbeda/ sama dengan kalimat semula.
- Bila terdapat dua kalimat yang diganti, q_i merupakan kalimat bagian dari q_j dengan $i \neq j$, maka kalimat yang prioritas harus diganti adalah q_j (kalimat yang bukan kalimat bagian).

Langkah Substitusi Multi Total

1. Identifikasi kalimat.
Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (\mathcal{F}), kalimat yang diganti (g_1, g_2, \dots, g_n) dan kalimat pengganti ($\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_n$).
2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (g_1, g_2, \dots, g_n).
Sebutkan ada berapa permunculan kalimat yang diganti.
3. Substitusi semua kalimat yang diganti (g_1, g_2, \dots, g_n) dengan kalimat pengganti ($\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_n$) secara bersamaan. Tuliskan hasil substitusinya.

Catatan: Perhatikan tanda kurung saat melakukan identifikasi kalimat.

Contoh 5.3

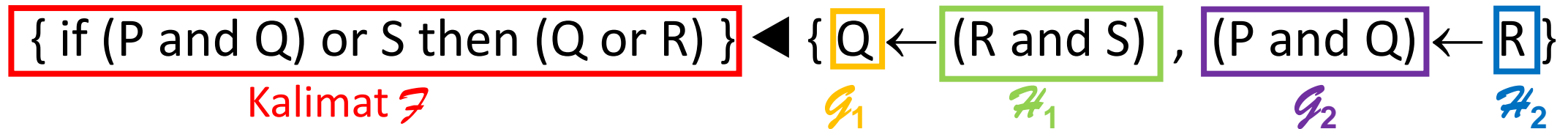
Tentukan hasil substitusi dari kalimat berikut ini!

$\{\text{if } (P \text{ and } Q) \text{ or } S \text{ then } (Q \text{ or } R)\} \triangleleft \{ Q \leftarrow (R \text{ and } S), (P \text{ and } Q) \leftarrow R \}$

Jawaban Contoh 5.3

1. Identifikasi kalimat

Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (\mathcal{F}), kalimat yang diganti ($\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$) dan kalimat pengganti ($\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$).



Jawaban Contoh 5.3

2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (g_1, g_2). Kalimat g_1 muncul satu kali sendiri dan muncul satu kali dalam g_2 . Kalimat g_2 muncul satu kali sendiri.

if (P and Q) or S then Q or R

Karena $g_1:Q$ dan $g_2: P \text{ and } Q$, maka kalimat g_1 merupakan kalimat bagian g_2 . Jadi, prioritaskan untuk memberikan tanda pada g_2 baru kemudian g_1 .

3. Substitusi semua kalimat yang diganti (g_i) dengan kalimat pengganti (\tilde{g}_i) untuk $i=1, 2$ secara bersamaan. Tuliskan hasil substitusinya.

if R or S then (R and S) or R

Substitusi Multi Parsial

- Substitusi multi parsial: mengganti semua permunculan beberapa kalimat bagian dengan kalimat lain secara bertahap.
- Operator substitusi multi parsial: \triangleleft (white left pointing triangle).

Substitusi Multi Parsial

- Notasi substitusi multi parsial:

$$\mathcal{F} \triangleleft \{ \mathcal{G}_1 \leftarrow \mathcal{H}_1, \mathcal{G}_2 \leftarrow \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{G}_n \leftarrow \mathcal{H}_n \}$$

- Kalimat \mathcal{F} : kalimat yang dikenai substitusi
- Kalimat \mathcal{G}_1 : kalimat yang diganti oleh \mathcal{H}_1
- Kalimat \mathcal{G}_2 : kalimat yang diganti oleh \mathcal{H}_2
- Kalimat \mathcal{G}_n : kalimat yang diganti oleh \mathcal{H}_n
- Kalimat \mathcal{H}_1 : kalimat pengganti \mathcal{G}_1
- Kalimat \mathcal{H}_2 : kalimat pengganti \mathcal{G}_2
- Kalimat \mathcal{H}_n : kalimat pengganti \mathcal{G}_n

- Notasi ringkas:

Kalimat \mathcal{F} yang memuat/ tidak memuat $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_n$: $\mathcal{F} \langle \mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_n \rangle$

Kalimat \mathcal{F} yang kalimat \mathcal{G}_i diganti oleh kalimat \mathcal{H}_i ($i=1,2, \dots,n$): $\mathcal{F} \langle \mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_n \rangle$

- Bila terdapat dua kalimat yang diganti, \mathcal{G}_i merupakan kalimat bagian dari \mathcal{G}_j dengan $i \neq j$, maka kalimat yang prioritas harus diganti adalah \mathcal{G}_i .

Substitusi Multi Parsial

- Hasil penggantian/ substitusi: tidak tunggal, ada beberapa hasil, yaitu:
 - Penggantian nol permunculan q_1, q_2, \dots, q_n : tidak ada kalimat q_i yang diganti.
 - Penggantian satu permunculan q_1 dengan $\#_1$, nol permunculan q_2, \dots, q_n
 - ...
 - Penggantian semua permunculan q_1, q_2, \dots, q_n dengan $\#_1, \#_2, \dots, \#_n$.

Banyaknya penggantian maksimal:

$$\prod_{i=1}^m 2^{n_i} = 2^{n_1} \cdot 2^{n_2} \dots 2^{n_m}$$

dengan n_i : banyak permunculan kalimat q_i dalam \mathcal{T}
dan m : banyak kalimat yang diganti

Langkah Substitusi Multi Parsial

1. Identifikasi kalimat.
Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (\mathcal{F}), kalimat yang diganti (g_1, g_2, \dots, g_n) dan kalimat pengganti ($\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_n$).
2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (g_1, g_2, \dots, g_n).
Sebutkan ada berapa permunculan kalimat yang diganti.
3. Substitusi semua kalimat yang diganti (g_1, g_2, \dots, g_n) dengan kalimat pengganti ($\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_n$) secara bertahap. Tuliskan hasil substitusinya.

Catatan: Perhatikan tanda kurung saat melakukan identifikasi kalimat.

Contoh 5.4

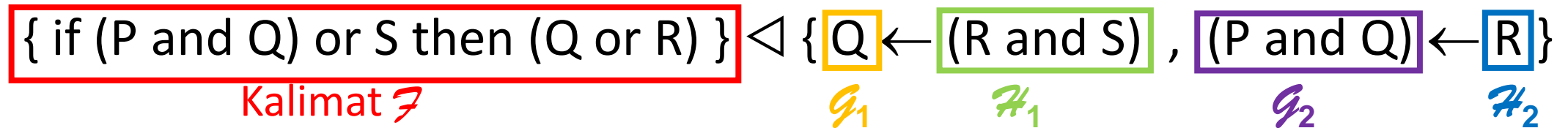
Tentukan hasil substitusi dari kalimat berikut ini!

$\{ \text{if } (P \text{ and } Q) \text{ or } S \text{ then } (Q \text{ or } R) \} \triangleleft \{ Q \leftarrow (R \text{ and } S), (P \text{ and } Q) \leftarrow R \}$

Jawaban Contoh 5.4

1. Identifikasi kalimat

Tentukan kalimat yang dikenai substitusi (\mathcal{F}), kalimat yang diganti ($\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2$) dan kalimat pengganti ($\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2$).



Jawaban Contoh 5.4

2. Tandai semua permunculan kalimat yang diganti (g_1, g_2). Kalimat g_1 muncul satu kali sendiri dan muncul satu kali dalam g_2 . Kalimat g_2 muncul satu kali sendiri.

if (P and Q) or S then (Q or R)

Karena $g_1:Q$ dan $g_2: P \text{ and } Q$, maka kalimat g_1 merupakan kalimat bagian g_2 . Jadi, prioritaskan untuk memberikan tanda pada g_2 baru kemudian g_1 .

Jawaban Contoh 5.4

3. Substitusi semua kalimat yang diganti (q_1, q_2) dengan kalimat pengganti (r_1, r_2) secara bertahap. Tuliskan hasil substitusinya.
Banyaknya penggantian maksimal adalah

$$\prod_{i=1}^m 2^{n_i} = 2^{n_1} \cdot 2^{n_2} \dots 2^{n_m}$$

dengan $m=2$ (karena terdapat dua kalimat yang diganti, yaitu q_1, q_2)

$n_1=1$ (karena permunculan q_1 dalam \mathcal{F} adalah 1 buah)

$n_2=1$ (karena permunculan q_2 dalam \mathcal{F} adalah 1 buah)

Jadi, akan terdapat $2^1 \times 2^1 = 2 \times 2 = 4$ penggantian yang perlu dilakukan.

Jawaban Contoh 5.4

- Penggantian nol permunculan q_1 dan nol permunculan q_2
if (P and Q) or S then (Q or R)
- Penggantian satu permunculan q_1 dan nol permunculan q_2
if (P and Q) or S then ((R and S) or R)
- Penggantian nol permunculan q_1 dan satu permunculan q_2
if (R) or S then (Q or R)
- Penggantian satu permunculan q_1 dan satu permunculan q_2
if (R) or S then ((R and S) or R)

Jadi, terbukti ada 4 kalimat hasil substitusi parsial yang mungkin.

Referensi

1. Suprpto. (2020). Logika Informatika (BMP). Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
2. Bergman, M, Moor, J, and Nelson, J. (2014). The Logic Book (6th Edition). New York: McGraw Hill.