

Nama	Indrawan Lisanto
NIM	053724113
Prodi	Sistem Informasi
UPBJJ	Jakarta
Mata Kuliah	Logika Informatika
Sesi	7 Tugas 3

---

### Soal 1: Membuat Interpretasi

---

a. Membuat sebuah interpretasi I untuk kalimat E.

Untuk soal pertama, kita diminta membuat sebuah interpretasi 'I'. Ini berarti kita perlu menentukan "aturan main" untuk semua simbol bebas dalam kalimatnya (yaitu a, b, z, y, f, g, p, q), dengan menggunakan bilangan bulat sebagai dasarnya.

Berikut adalah salah satu contoh interpretasi I yang bisa dibuat:

Interpretasi I:

- \* Domain (D): Bilangan Bulat
- \* Penetapan nilai untuk konstanta dan variabel bebas:
  - \*  $a = 5$
  - \*  $b = 10$
  - \*  $z = 2$
  - \*  $y = 4$
- \* Definisi untuk fungsi:
  - \*  $f(d1)$  hasilnya adalah  $d1 * 2$
  - \*  $g(d1, d2)$  hasilnya adalah  $d1 - d2$
- \* Definisi untuk predikat (menghasilkan benar/salah):
  - \*  $p(d1, d2, d3)$  bernilai benar jika  $d1 + d2 > d3$
  - \*  $q(d1, d2)$  bernilai benar jika  $d1$  sama dengan  $d2$

b. Membuat interpretasi J sebagai perluasan dari I.

Selanjutnya untuk bagian b, kita membuat interpretasi baru yang diperluas, sebut saja 'J'. Interpretasi J ini didasarkan pada I sebelumnya, tapi nilai untuk 'a' dan 'y' kita ubah. Sisanya kita biarkan sama.

Interpretasi J (Perluasan dari I):

- \* Domain (D): Bilangan Bulat
- \* Penetapan nilai untuk konstanta dan variabel bebas:
  - \*  $a = 0$  (Nilai diubah)
  - \*  $b = 10$
  - \*  $z = 2$
  - \*  $y = -1$  (Nilai diubah)
- \* Definisi untuk fungsi dan predikat (tetap sama seperti di I):
  - \*  $f(d1)$  hasilnya adalah  $d1 * 2$

- \*  $g(d_1, d_2)$  hasilnya adalah  $d_1 - d_2$
- \*  $p(d_1, d_2, d_3)$  bernilai benar jika  $d_1 + d_2 > d_3$
- \*  $q(d_1, d_2)$  bernilai benar jika  $d_1$  sama dengan  $d_2$

## Soal 2: Menentukan Nilai Kalimat

Di soal kedua, kita harus mencari nilai kebenaran dari kalimat F menggunakan interpretasi yang sudah ditentukan. Kalimat F menggunakan penghubung "jika dan hanya jika", jadi nilainya akan benar kalau kedua sisinya punya nilai kebenaran yang sama (sama-sama benar atau sama-sama salah).

1. Melihat sisi kiri:  $p(g(b,z), a, f(x))$ 
  - \* Kita hitung dulu nilai dari fungsi-fungsinya:
    - \*  $g(b,z)$  yaitu  $g(1.5, 2.5)$  hasilnya adalah  $1.5 + 2.5 - 0.5 = 3.5$
    - \*  $f(x)$  yaitu  $f(0.75)$  hasilnya adalah  $0.75 + 0.25 = 1.0$
  - \* Kemudian kita masukkan ke predikat  $p$ , menjadi  $p(3.5, 0.5, 1.0)$ .
  - \* Aturan  $p$  adalah  $d_1 + d_2 < d_3 - 0.5$ . Jika kita masukkan angkanya,  $3.5 + 0.5 < 1.0 - 0.5$ , atau  $4.0 < 0.5$ . Pernyataan ini jelas salah.
  - \* Jadi, sisi kiri bernilai SALAH.
2. Melihat sisi kanan:  $(\text{for some } x) q(a, f(y))$ 
  - \* Kita hitung dulu argumen di dalam  $q$ :
    - \*  $a$  adalah  $0.5$ .
    - \*  $f(y)$  yaitu  $f(0.25)$  hasilnya adalah  $0.25 + 0.25 = 0.5$ .
  - \* Predikatnya menjadi  $q(0.5, 0.5)$ .
  - \* Aturan  $q$  adalah  $d_1 < d_2$ . Jika kita masukkan angkanya,  $0.5 < 0.5$ . Pernyataan ini juga salah.
  - \* Karena  $q(a, f(y))$  sendiri sudah salah, tidak ada nilai " $x$ " yang bisa mengubahnya jadi benar.
  - \* Jadi, sisi kanan bernilai SALAH.
3. Kesimpulan Akhir:
  - \* Kalimat F menjadi: (SALAH) jika dan hanya jika (SALAH).
  - \* Karena kedua sisinya memiliki nilai kebenaran yang sama, maka keseluruhan kalimat bernilai BENAR.

Jawaban: Nilai kalimat F adalah BENAR.

## Soal 3: Membuktikan Validitas

Untuk membuktikan validitas kalimat F:  $(\text{for all } x) p(x) \text{ if and only if } (\text{for all } y) p(y)$ , cara yang paling efektif adalah dengan pembuktian terbalik atau kontradiksi.

Langkah Pembuktian:

1. Kita mulai dengan mengandaikan kebalikannya: anggap saja kalimat F ini TIDAK valid. Ini berarti, pasti ada sebuah interpretasi yang bisa membuatnya bernilai SALAH.

2. Kalau sebuah kalimat "jika dan hanya jika" bernilai SALAH, berarti kedua sisinya harus punya nilai kebenaran yang berlawanan. Ada dua kemungkinan:

- a) Sisi kiri BENAR dan sisi kanan SALAH.
- b) Sisi kiri SALAH dan sisi kanan BENAR.

3. Sekarang kita analisis kedua kemungkinan itu:

\* Kemungkinan (a):  $\forall x p(x)$  adalah BENAR, tapi  $\exists y p(y)$  adalah SALAH. Ini tidak mungkin terjadi. Kalau  $p(x)$  benar untuk "semua  $x$ ", artinya properti  $p$  berlaku untuk setiap elemen di domain. Maka tidak mungkin ada satu " $y$ " pun yang bisa membuat  $p(y)$  jadi salah, karena baik  $x$  maupun  $y$  sama-sama merujuk ke semua anggota domain. Di sini kita menemukan kontradiksi.

\* Kemungkinan (b):  $\forall x p(x)$  adalah SALAH, tapi  $\exists y p(y)$  adalah BENAR. Ini juga mustahil karena alasan yang sama, hanya dibalik. Tetap saja menghasilkan kontradiksi.

4. Kesimpulan Akhir:

- \* Karena semua skenario yang bisa membuat kalimat  $F$  menjadi salah ternyata tidak mungkin (menghasilkan kontradiksi), maka pengandaian awal kita pasti salah.
- \* Jadi, kalimat  $F$  haruslah selalu benar, atau dengan kata lain, VALID.

Penjelasan Singkat:

Intinya, kalimat ini valid karena nama variabel yang diikat oleh kuantifier universal (misalnya  $x$  atau  $y$ ) tidak mengubah arti dari pernyataan tersebut. Kedua sisi kalimat,  $\forall x p(x)$  dan  $\exists y p(y)$ , memiliki makna yang sama persis: "properti  $p$  berlaku untuk semua elemen dalam domain". Karena maknanya identik, nilai kebenarannya pun akan selalu sama dalam interpretasi apa pun. Sebuah kalimat yang membandingkan dua hal yang selalu sama menggunakan "jika dan hanya jika" sudah pasti selalu benar (valid).