

Pembuktian Validitas dengan Pohon Semantik dan Proof by Falsification

MSIM 4103 – Logika Informatika
Program Studi Sistem Informasi
Jurusan Teknik, FST

Materi Inisiasi 4

1. Pembuktian Validitas Kalimat dengan Pohon Semantik
 - Skema Kalimat Valid
 - Contoh Kalimat Valid
2. Pembuktian Validitas dengan Proof by Falsification

Review Materi Pekan 3

Sifat Valid

- Jika suatu kalimat bernilai true pada semua interpretasi yang mungkin untuk kalimat tersebut

Kondisi Pohon Semantik

- Semua node leaf bernilai true

1. Pembuktian Validitas dengan Pohon Semantik

- Skema Kalimat Valid
- Contoh Kalimat Valid
- Pembuktian Validitas

Skema Kalimat Valid

- Skema kalimat valid adalah cara menyederhanakan penulisan proposisi dengan menuliskannya dalam bentuk simbol kalimat brush script seperti $\mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \dots$ dibandingkan dalam bentuk simbol proposional P, Q, R, S, \dots .
- Contoh:
Untuk menuliskan bentuk $(P \text{ and } Q) \text{ or } (\text{not } (P \text{ and } Q))$, kalimat tersebut dapat langsung dituliskan dalam bentuk $\mathcal{E} \text{ or } (\text{not } \mathcal{E})$ saja. Simbol kalimat \mathcal{E} juga bisa diganti dengan kalimat lainnya. Sifat kalimat $\mathcal{E} \text{ or } (\text{not } \mathcal{E})$ adalah valid.

Skema Kalimat Valid

- Kalimat Valid Dasar
 - \mathcal{E} if and only if \mathcal{E}
 - \mathcal{E} or (not \mathcal{E})
 - if \mathcal{E} then \mathcal{E}
 - if (\mathcal{E} and \mathcal{F}) then \mathcal{E}
 - if \mathcal{E} then (\mathcal{E} or \mathcal{F})
 - \mathcal{E} and (\mathcal{E} or \mathcal{F}) if and only if \mathcal{E}
 - \mathcal{E} or (\mathcal{E} and \mathcal{F}) if and only if \mathcal{E}
 - (if \mathcal{E} then \mathcal{F} else \mathcal{G}) if and only if \mathcal{F}

Contoh Kalimat Valid

- Untuk membuat contoh kalimat valid dari skema kalimat valid, cukup ganti simbol kalimat brush script \mathcal{E} , \mathcal{F} , \mathcal{G} , \mathcal{H} , ... dengan kalimat dalam bentuk simbol proposisional P, Q, R, S, ...
- Misalnya untuk membuat contoh dari skema kalimat valid dasar \mathcal{E} or (\mathcal{E} and \mathcal{F}) if and only if \mathcal{E} , cukup ganti simbol kalimat \mathcal{E} dan \mathcal{F} dengan kalimat yang diinginkan.

Misalkan \mathcal{E} : P and Q dan \mathcal{F} : Q, maka contoh kalimat validnya adalah (P and Q) or ((P and Q) and Q) if and only if (P and Q)

Pembuktian Validitas

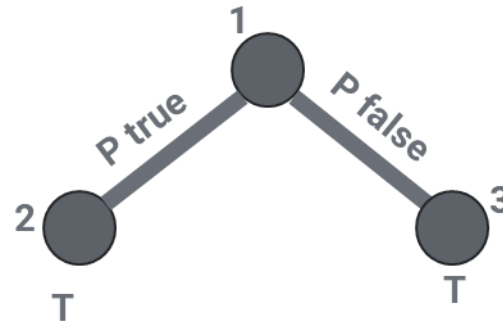
1. Buat pohon semantik dari kalimat
2. Perhatikan semua node leaf.
 - Bila bernilai true semuanya, maka kalimat bersifat valid.
 - Bila ada yang bernilai false, maka kalimat tidak bersifat valid.

Contoh 4.1

Buktikan bahwa kalimat $P \vee \neg P$ adalah kalimat yang valid dengan menggunakan pohon semantik!

Jawaban Contoh 4.1

1. Buat Pohon Semantik (Langkah dapat dilihat materi sesi 3)



2. Periksa semua node leaf. Karena node leaf semua bernilai true, maka kalimat bersifat valid.

2. Pembuktian Validitas dengan Proof by Falsification

Proof by Falsification (PbF)

- Metode proof by falsification adalah metode pengujian yang mengasumsikan bahwa kalimat yang akan dibuktikan bernilai salah.
- Inti dari Proof by Falsification adalah melakukan penentuan nilai simbol proposisional yang bergerak dari luar ke dalam dengan memisalkan bahwa kalimat awalnya bernilai false.
 - Apabila diperoleh hasil yang kontradiksi (berbeda) dengan pengandaian, maka terbukti kalimat valid.
 - Apabila diperoleh hasil yang sama dengan pengandaian, maka kalimat bukanlah kalimat yang valid.

Langkah Pembuktian dengan Proof by Falsification

1. Pernyataan diandaikan salah
2. Masing-masing simbol pernyataan diselidiki nilai kebenarannya hingga diusahakan menemukan suatu kontradiksi.
3. Bila menemukan kontradiksi, dapat disimpulkan pernyataan valid. Bila tidak terjadi kontradiksi, dapat disimpulkan bahwa pernyataan tidak valid.

Contoh 4.2

Lakukan pengujian validitas untuk kalimat di bawah ini:

“Saya pergi ke kantor atau tidak apa-apa bila kedua hal ini terjadi: saya pergi ke kantor dan saya pergi ke rumah sakit”

Jawaban Contoh 4.2

Tuliskan kalimat “Saya pergi ke kantor atau tidak apa-apa bila kedua hal ini terjadi: saya pergi ke kantor dan saya pergi ke rumah sakit” dalam notasi pseudocode atau notasi matematika.

Misalkan P: Saya pergi ke kantor dan Q: Saya pergi ke rumah sakit maka kalimat di atas dapat dinotasikan dengan

P or not (P and Q) atau $P \vee \neg(P \wedge Q)$

Jawaban Contoh 4.2

Lakukan langkah pembuktian dengan PbF

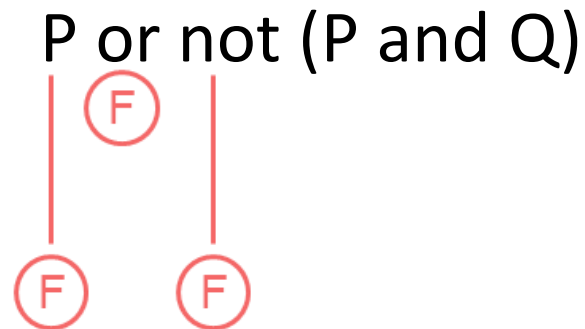
1. Asumsikan kalimat $P \text{ or not } (P \text{ and } Q)$ tidak valid artinya terdapat interpretasi yang menyebabkannya bernilai **false**. Kemudian tuliskan simbol F pada penghubung “or” (karena penghubung or merupakan penghubung terluar dari kalimat)

$P \text{ or not } (P \text{ and } Q)$

(F)

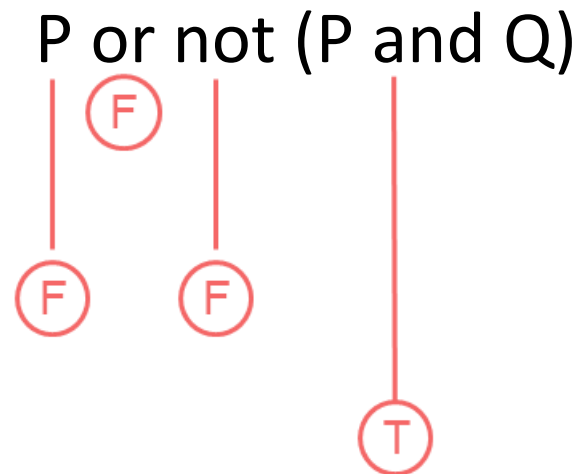
Jawaban Contoh 4.2

2. Selidiki nilai kebenarannya. Karena kalimat bernilai **false** maka P bernilai **false** dan not (P and Q) bernilai **false**.
Berikan label F di bawah notasi P dan negasi “not”.



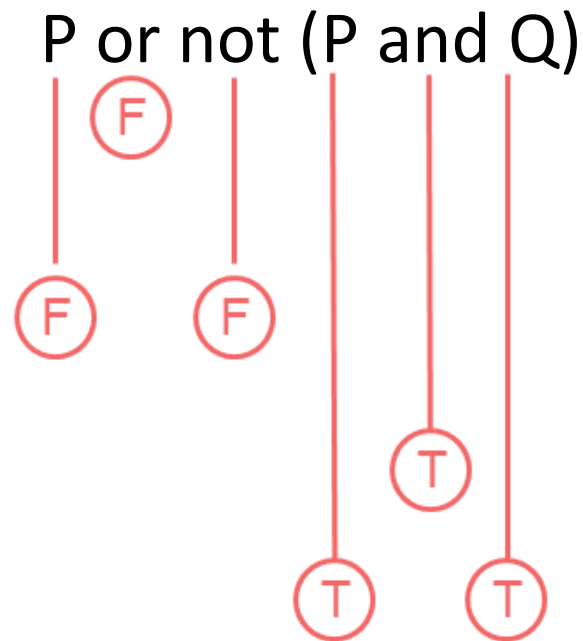
Jawaban Contoh 4.2

Karena not (P and Q) bernilai **false** maka (P and Q) bernilai **true**.
Kemudian berikan label T di bawah penghubung “and”.



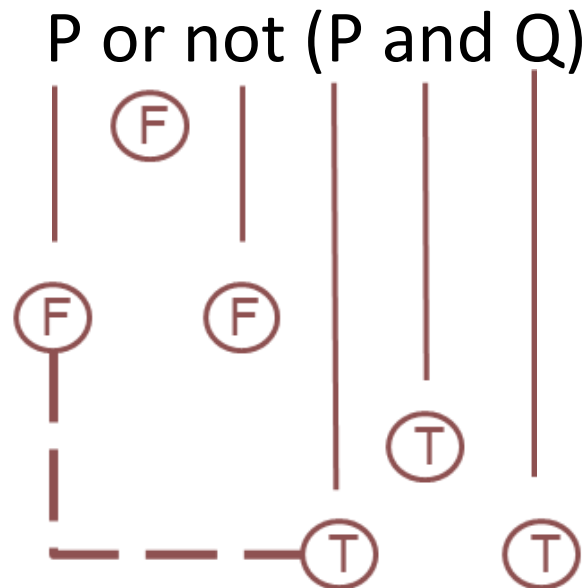
Jawaban Contoh 4.2

Karena $(P \text{ and } Q)$ bernilai **true** maka P bernilai **true** dan Q bernilai **true**.
Kemudian berikan label T di bawah simbol P dan Q .



Jawaban Contoh 4.2

3. Perhatikan terjadi kontradiksi/ tidak. Dari hasil evaluasi diperoleh bahwa terdapat kontradiksi nilai P. Berdasarkan asumsi awal P haruslah bernilai **false**, tetapi setelah dievaluasi lebih lanjut P bernilai **true**. (Perhatikan garis putus-putus)



Jawaban Contoh 4.2

Kesimpulan:

Karena terjadi kontradiksi maka asumsi bahwa kalimat P or not (P and Q) tidak valid adalah salah. Oleh karena itu, haruslah P or not (P and Q) bersifat valid.

Jadi, kalimat “Saya pergi ke kantor atau tidak apa-apa bila kedua hal ini terjadi: saya pergi ke kantor dan saya pergi ke rumah sakit” merupakan kalimat valid.

Contoh 4.3

Lakukan pengujian validitas untuk kalimat di bawah ini:

“Jika saya suka roti maka akan berlaku jika saya suka roti maka saya suka kue.”

Jawaban Contoh 4.3

Tuliskan kalimat “Jika saya suka roti maka akan berlaku jika saya suka roti maka saya suka kue” dalam notasi pseudocode atau notasi matematika.

Misalkan

P: Saya suka roti

Q: Saya suka kue

maka kalimat di atas dapat dinotasikan dengan

If P then (if P then Q) atau $P \rightarrow (P \rightarrow Q)$

Jawaban Contoh 4.3

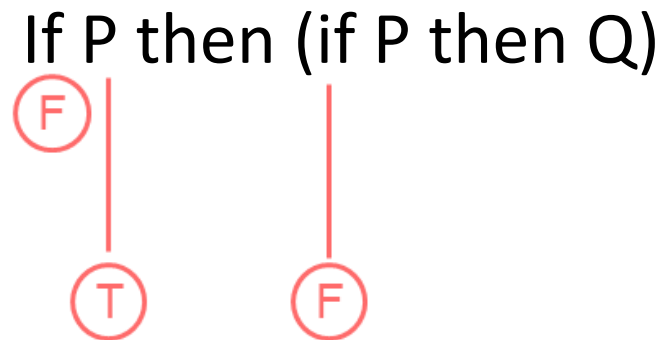
Lakukan langkah pembuktian dengan PbF

1. Asumsikan kalimat if P then (if P then Q) tidak valid artinya terdapat interpretasi yang menyebabkannya bernilai **false**. Kemudian tuliskan simbol F pada penghubung “if” (karena penghubung if merupakan penghubung terluar dari kalimat).

if P then (if P then Q)
ⓕ

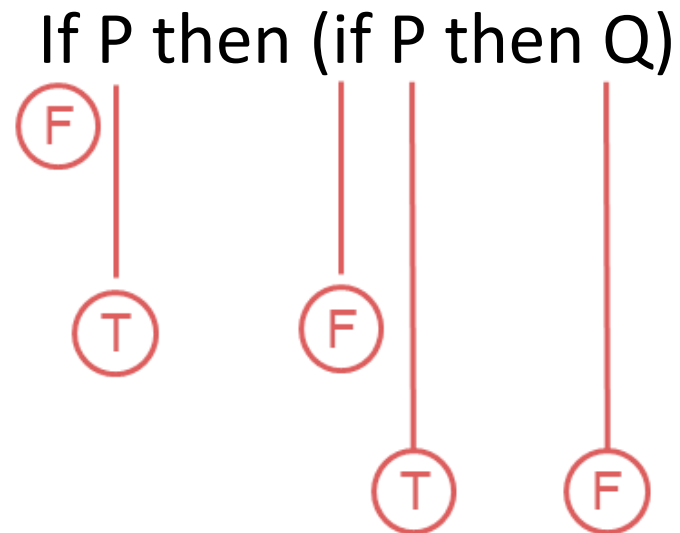
Jawaban Contoh 4.3

2. Selidiki nilai kebenarannya. Karena kalimat bernilai **false** maka P bernilai **true** dan (if P then Q) bernilai **false**. Berikan label T di bawah notasi P dan label F di bawah notasi “if” yang kedua.



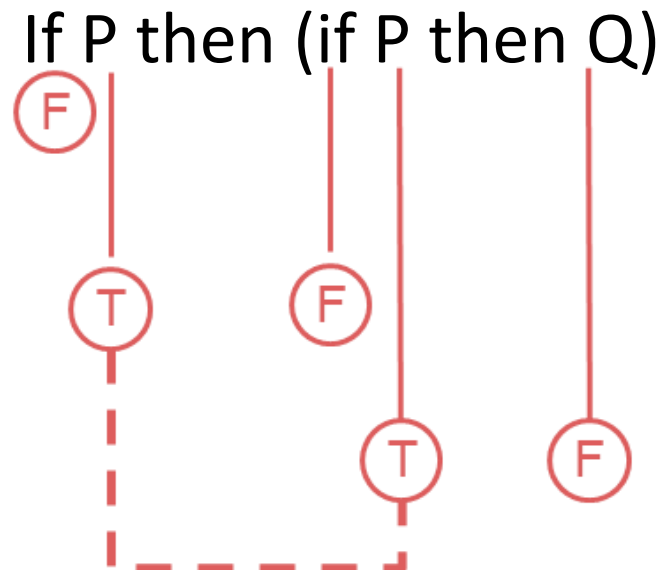
Jawaban Contoh 4.3

Karena if P then Q bernilai **false** maka P bernilai **true** dan Q bernilai **false**. Kemudian berikan label T di bawah notasi P dan F di bawah notasi Q.



Jawaban Contoh 4.3

3. Perhatikan terjadi kontradiksi/ tidak. Dari hasil evaluasi diperoleh bahwa tidak terdapat kontradiksi nilai P. Berdasarkan asumsi awal P haruslah bernilai **true**, dan setelah dievaluasi lebih lanjut P tetap bernilai **true**. (Perhatikan garis putus-putus!)



Jawaban Contoh 4.3

Kesimpulan:

Karena **tidak terjadi kontradiksi** maka asumsi bahwa kalimat if P then (if P then Q) tidak valid adalah benar. Jadi, kalimat “Jika saya suka roti maka akan berlaku jika saya suka roti maka saya suka kue.” bukan merupakan kalimat valid.

Referensi

1. Suprpto. (2020). Logika Informatika (BMP). Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
2. Bergman, M, Moor, J, and Nelson, J. (2014). The Logic Book (6th Edition). New York: McGraw Hill.