UNIVERSITAS TERBUKA

Tutorial 7

Ajabar Linear Elementer I
MATA4112

UNIVERSITAS TERBUKA

PANJANG VEKTOR DAN JARAK DUA VEKTOR

Di R^2 jika $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ panjang *a* adalah $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

Di R^3 jika $a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ panjang *a adalah* $|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Contoh :

Jika $a = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ maka panjang *a* adalah $|a| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

Jika $a = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ maka panjang *a* adalah $|a| = \sqrt{2^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{38}$

UNIVERSITAS TERBUKA

PANJANG VEKTOR DAN JARAK DUA VEKTOR

Jarak antara ujung vektor **a** dengan ujung vektor **b** adalah panjang vektor selisih **a** – **b**, yaitu

di R^2 : |**a** – **b**| $= \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2}$

di R^3 : |**a** – **b**| $= \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2}$

Vektor yang panjangnya satu satuan panjang disebut **vektor satuan**.

Contoh :

Hitung jarak titik A(4, 5, 1) dengan titik B(3, 3, -1).

Jarak itu ialah |**a** - **b**| $= \sqrt{(4-3)^2 + (5-3)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$

UNIVERSITAS TERBUKA

LUAS JAJARAN GENJANG YANG DIBENTUK OLEH DUA VEKTOR

Definisi:
Luas Jajaran Genjang dengan titik – titik sudut titik pangkal koordinat dan ujung-ujung vector a, b, dan a + b adalah $|axb| = |a||b|sin\theta$

Contoh :
Tentukan luas jajaran genjang yang dibentuk oleh vector u = (1,0,2) dan v = (2,1,1)

Jawab:
Luas jajaran genjang yang dibentuk oleh vector **u** dan **v** adalah

$$|u\ x\ v| = \left\|\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}\right\| = \left|\boldsymbol{i}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - \boldsymbol{j}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \boldsymbol{k}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}\right|$$

$$= |(0-2)i - (1-4)j + (1-0)k|$$

$$= |(-2)i + 3j + k|$$

$$= \sqrt{-2^2 + 3^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{14}$$

PERSAMAAN KOORDINAT ATAU PERSAMAAN SIMETRI GARIS MELALUI DUA TITIK DI R^3

Persamaan koordinat (simetri) garis itu (bila $u_1 \neq 0, u_2 \neq 0, u_3 \neq 0$), ialah

$$\frac{x-a_1}{u_1} = \frac{y-a_2}{u_2} = \frac{z-a_3}{u_3}$$

Untuk mendapatkan persamaan bidang di R^3, diperlakukan
(i). Satu titik di bidang itu dengan
(ii). Dua vector arah bidang itu, atau informasi lain yang ekivalen

Contoh :
Diketahui dua buah titik P(0,1,2) dan Q(2,0,1). Tentukan persamaan parameter koordinat garis:

$$a = \overrightarrow{OP} = (0,1,2), \qquad u = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = (2,-1,-1)$$

$$\frac{x-a_1}{u_1} = \frac{y-a_2}{u_2} = \frac{z-a_3}{u_3}$$

Persamaan koordinat garis adalah:

$$\frac{x-0}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$$

PERSAMAAN NORMAL BIDANG

Persamaan normal bidang memuat ujung vector **a**, dengan normal **n** adalah

n.(r - a) = 0

Contoh :

Diketahui P(0,1,-1) dan garis g : 2 (x - 1) = y = -2(z + 1)
Tentukan persamaan normal bidang, masing – masing memuat titik P dan garis g tersebut

Jawab: ubah g menjadi

$$g: \frac{(x - 1)}{1} = \frac{y}{2} = \frac{(z + 1)}{-1}$$

Maka a = (1,0,-1) dan u = (1,2,-1)

v = a-$\overrightarrow{OP}$ = (1,0,-1) - (0,1,-1) = (1,-1,0)

n = ku x v

$$=k\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = k\left| \boldsymbol{i}\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} - \boldsymbol{j}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \boldsymbol{k}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \right| = k\{-1, -1, -3\}$$

Pilih k = -1 maka n = (1,1,3)

$$n.(r - a) = 0$$
$$(1,1,3).(x - a_1, y - a_2, z - a_3)$$
$$(1,1,3).(x - 1, y, z + 1) = 0$$
$$(x - 1) + y + 3z + 3 = 0$$