

Kalimat Logika Proposisional, Aturan Sintaktik, dan Interpretasi

MSIM4103 – Logika Informatika

Prodi Sistem Informasi

Jurusan Teknik FST

Materi Inisiasi 1

- Bahasa Logika Proposisional (Proposisi dan Kalimat)
- Aturan Sintaktis (Aturan dan Kalimat Bagian)
- Notasi (Jenis Notasi dan Konversi Notasi)
- Interpretasi

Pendahuluan

Kalimat

Kalimat Deklaratif

- Fakta
- Dapat ditentukan nilai kebenaran (benar/salah)

Kalimat Non-Deklaratif

- Bukan Fakta
- Tidak dapat ditentukan nilai kebenaran (benar/salah)

1. Bahasa Logika Proposisional

- Proposisi
- Penghubung Proposisi

Kalimat Logika Proposional dan Proposisi

- Kalimat logika proposisional dibangun oleh proposisi-proposisi dan penghubung proposisional.
- Notasi kalimat:
 - menggunakan huruf brush script $\mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}$
 - menggunakan huruf brush script berindeks numerik $\mathcal{E}_1, \mathcal{F}_1, \mathcal{G}_1, \mathcal{H}_1$
- Proposisi adalah kalimat deklaratif yang memiliki nilai kebenaran true/ false. Nilai kebenaran proposisi hanya satu, tidak keduanya.

Contoh Proposisi dan Bukan Proposisi

Merkurius adalah planet terdekat dari Matahari.

- Fakta
- Nilai kebenaran: benar

Proposisi

Apakah Merkurius adalah planet terindah di tata surya?

- Pertanyaan
- Nilai kebenaran belum diketahui

Merkurius adalah planet terindah di tata surya.

- Opini
- Bukan fakta objektif

**Bukan
Proposisi**

Contoh Proposisi dan Bukan Proposisi

$$1+3=2$$

- Fakta
- Nilai kebenaran: diketahui, yaitu salah



Proposisi

$$2x+1=3$$

- Fakta
- Nilai kebenaran belum dapat ditentukan karena nilai x belum diketahui.



Bukan Proposisi

Simbol-Simbol Proposisi

Simbol Kebenaran

Menuliskan nilai kebenaran proposisi

- True
- False

Simbol Proposisional

Menuliskan proposisi tanpa penulisan secara utuh.

- Menggunakan huruf kapital

P, Q, R, S

- Menggunakan huruf kapital dengan indeks numerik

$P_1, Q_1, R_1, S_1,$

P_2, Q_2, R_2, S_2

Penghubung Proposisional

- Menyatukan simbol-simbol proposisi
- Penghubung:
not, and, or, if-then, if-then-else,
if-and-only-if

Contoh

- **not** P
- P **or** not Q
- P **and** *true*

2. Aturan Sintaktik

- Aturan Sintaktik
- Kalimat Bagian

Aturan Sintaktik

I. Aturan Proposisi

Setiap proposisi merupakan kalimat.

II. Aturan Negasi

Apabila \mathcal{P} kalimat, maka negasinya (not \mathcal{P}) merupakan kalimat.

III. Aturan Konjungsi

Apabila \mathcal{P} dan \mathcal{Q} kalimat, maka konjungsinya \mathcal{P} **and** \mathcal{Q} merupakan kalimat.

IV. Aturan Disjungsi

Apabila \mathcal{P} dan \mathcal{Q} kalimat, maka disjungsinya \mathcal{P} **or** \mathcal{Q} adalah kalimat.

Aturan Sintaktik

V. Aturan Implikasi

Apabila \mathcal{P} dan \mathcal{Q} kalimat, maka implikasinya (**if \mathcal{P} then \mathcal{Q}**) adalah kalimat.

\mathcal{P} disebut *antecedent* dari **if \mathcal{P} then \mathcal{Q}**

\mathcal{Q} disebut *consequent* dari **if \mathcal{P} then \mathcal{Q}**

Kalimat **if \mathcal{Q} then \mathcal{P}** disebut *converse* dari kalimat **if \mathcal{P} then \mathcal{Q}** .

VI. Aturan Ekuivalensi

Apabila \mathcal{P} dan \mathcal{Q} kalimat, maka ekuivalensinya (**\mathcal{P} if and only if \mathcal{Q}**) adalah kalimat.

Kalimat \mathcal{P} disebut sisi-kiri (*left-hand-side*)) dari **\mathcal{P} if and only if \mathcal{Q}** .

Kalimat \mathcal{Q} disebut sisi-kanan (*right-hand side*) dari **\mathcal{P} if and only if \mathcal{Q}** .

Aturan Sintaktik

VII. Aturan Kondisional

Apabila \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} kalimat, maka kondisionalnya (**if \mathcal{F} then \mathcal{G} else \mathcal{H}**) adalah kalimat.

\mathcal{F} disebut klausa if dari **if \mathcal{F} then \mathcal{G} else \mathcal{H}**

\mathcal{G} disebut klausa then dari **if \mathcal{F} then \mathcal{G} else \mathcal{H}**

\mathcal{H} disebut klausa else dari **if \mathcal{F} then \mathcal{G} else \mathcal{H}**

Pemeriksaan Kalimat Logika Proposisional

Langkah:

1. Perhatikan simbol-simbol yang ada dalam ekspresi.
Periksa apakah merupakan simbol kebenaran atau simbol proposisi.
Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik I.
2. Perhatikan penghubung proposisional yang ada dalam ekspresi.
Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik II-VII.

Contoh 2.1

Apakah ekspresi \mathcal{E} : **not** P adalah kalimat logika proposisional?
(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya.)

Jawaban Contoh 2.1

Untuk ekspresi \mathcal{E} : **not** P

1. Perhatikan simbol-simbol yang ada dalam ekspresi.

Simbol yang ada dalam ekspresi adalah P . P merupakan simbol proposisional.
Berdasarkan aturan sintaktik I, P merupakan kalimat.

2. Perhatikan penghubung proposisional yang ada dalam kalimat.

Penghubung yang ada dalam kalimat adalah **not**.

Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik II-VII.

Karena P merupakan kalimat, berdasarkan aturan sintaktik II, **not** P merupakan kalimat.

Jadi, ekspresi \mathcal{E} : **not** P merupakan kalimat.

Contoh 2.2

Apakah ekspresi \neg : **if P then $(Q$ or not $P)$** adalah kalimat logika proposisional?

(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya.)

Jawaban Contoh 2.2

1. Perhatikan simbol yang ada dalam kalimat.
Dalam kalimat \mathcal{P} , simbol yang ada: P , Q .
 P dan Q merupakan simbol proposisi. Menurut aturan sintaktik I, P dan Q adalah kalimat.
2. Perhatikan penghubung proposisional yang ada dalam kalimat.
Dalam kalimat \mathcal{P} , penghubung yang ada: if-then, not dan or.
 - Menurut aturan negasi, karena P : kalimat, maka not P : kalimat.
 - Menurut aturan disjungsi, karena Q dan not P kalimat, maka Q or not P : kalimat.
 - Menurut aturan implikasi, karena P dan (Q or not P) kalimat, maka if P then (Q or not P) juga kalimat.

Jadi, ekspresi \mathcal{P} adalah kalimat logika proposisional.

Kalimat Bagian

Kalimat-kalimat yang membangun kalimat logika proposisional dari bagian terkecilnya (simbol dalam logika proposisional) hingga kalimat logika proposisionalnya secara lengkap

Penentuan Kalimat Bagian

Langkah:

1. Perhatikan simbol logika proposisional.
Periksa apakah merupakan simbol kebenaran atau simbol proposisi.
Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik I.
2. Perhatikan penghubung proposisional.
Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik II-VII.
3. Buat daftar semua kalimat yang terbentuk berdasarkan langkah 1 dan 2.

Contoh 2.3

Tentukan kalimat bagian dari \mathcal{E} : **not** P !

(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya)

Jawaban Contoh 2.3

1. Perhatikan simbol-simbol yang ada dalam kalimat.
Simbol yang ada dalam kalimat adalah P . P merupakan simbol proposisional.
Berdasarkan aturan sintaktik I, P merupakan kalimat.
2. Perhatikan penghubung proposisional yang ada dalam kalimat.
Penghubung yang ada dalam kalimat adalah **not**.

Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik II-VII.
Karena P merupakan kalimat, berdasarkan aturan sintaktik II, **not** P merupakan kalimat.

3. Buat semua daftar kalimat dari langkah 1 dan 2.
Kalimat yang ada berdasarkan langkah 1 dan 2 adalah P dan **not** P .
Jadi, kalimat bagian dari \mathcal{E} adalah $\{P, \text{not } P\}$.

Contoh 2.4

Tentukan kalimat bagian dari \mathcal{F} : **if** P *then* (P or **not** P)!

(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya)

Jawaban Contoh 2.4

1. Perhatikan simbol-simbol yang ada dalam kalimat.

Simbol yang ada dalam kalimat adalah P . P merupakan simbol proposisional. Berdasarkan aturan sintaktik I, P merupakan kalimat.

2. Perhatikan penghubung proposisional yang ada dalam kalimat.

Penghubung yang ada dalam kalimat adalah **not, or, if-then**.

Periksa apakah memenuhi aturan sintaktik II-VII.

- Karena P : kalimat, **not** P merupakan kalimat. (Aturan Negasi)
- Karena P dan **not** P : kalimat, maka P **or** **not** P : kalimat. (Aturan Disjungsi)
- Karena P dan (P **or** **not** P): kalimat, maka **if** P **then** (P **or** **not** P): kalimat. (Aturan Implikasi)

Jawaban Contoh 2.4

3. Buat semua daftar kalimat dari langkah 1 dan 2.

Kalimat yang ada berdasarkan langkah 1 dan 2 adalah P , **not P** , P **or not P** , **if P then (P or not P)**.

Jadi, kalimat bagian dari \mathcal{E} adalah $\{P, \text{not } P, P \text{ or not } P, \text{if } P \text{ then } (P \text{ or not } P)\}$.

3. Notasi

- Jenis Notasi
- Konversi Notasi

Jenis Notasi

- Notasi Matematika
- Notasi Pseudocode
- Notasi Function

Notasi Matematika	Notasi Pseudocode	Notasi Function
\neg	not	not(...)
\wedge	and	and(..., ...)
\vee	or	or(...,)
\rightarrow	if-then	Ifthen(..., ...)
\leftrightarrow	If-and-	Ifandonlyif(..., ...)
Tidak ada	If-then-else	Ifthenelse(..., ..., ...)

Konversi Notasi

Notasi Matematika	Notasi Pseudocode	Notasi Function
Tidak ada	<i>true, false</i>	<i>true, false</i>
P, Q, R, S	P, Q, R, S	P, Q, R, S
$\neg P$	not P	not(P)
$P \wedge Q$	P and Q	and(P, Q)
$P \vee Q$	P or Q	or(P, Q)
$P \rightarrow Q$	If P then Q	Ifthen(P, Q)
$P \leftrightarrow Q$	P If and only if Q	Ifandonlyif(P, Q)
Tidak ada	If P then Q else R	Ifthenelse(P, Q, R)

Konversi Notasi

Langkah:

1. Perhatikan penghubung dalam kalimat
2. Lakukan konversi sesuai tabel konversi

Contoh 3.1

Ubahlah notasi kalimat \mathcal{E} : not (P or Q) ke dalam bentuk notasi matematika dan notasi *function*!

(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya.)

Jawaban Contoh 3.1

1. Perhatikan penghubung dalam kalimat \mathcal{E} : not (P or Q), yaitu not dan or.
2. Lakukan konversi berdasarkan tabel.
 - Notasi matematika dari not adalah \neg dan or adalah \vee . Jadi, notasi matematika kalimat \mathcal{E} adalah $\mathcal{E}: \neg(P \vee Q)$.
 - Notasi *function* dari not adalah not(...) dan or adalah or(..., ...). Jadi, notasi function kalimat \mathcal{E} adalah $\mathcal{E}: \text{not}(\text{or}(P, Q))$.

4. Interpretasi

Interpretasi

- Interpretasi merupakan pemberian nilai kebenaran **true** atau **false** ke masing-masing simbol proposisional.
- Interpretasi I untuk suatu kalimat \mathcal{F} akan memberikan nilai kebenaran **true** atau **false** pada masing-masing simbol proposisional yang ada dalam kalimat \mathcal{F} .
- Interpretasi dapat dilakukan terhadap beberapa kalimat sekaligus.

Penulisan Interpretasi

Interpretasi I untuk suatu kalimat \mathcal{F} yang dituliskan sebagai berikut

$I: \{ \underline{P} \leftarrow \text{true}, \underline{Q} \leftarrow \text{false} \}$

merupakan interpretasi yang memberikan

- nilai kebenaran false ke simbol proposisional Q .
- nilai kebenaran true ke simbol proposisional P .

Penentuan Interpretasi Kalimat

Langkah:

1. Tentukan simbol proposisional dalam kalimat.
2. Berikan nilai kebenaran pada simbol proposisional tersebut.
3. Tuliskan interpretasi

Penentuan Kemungkinan Interpretasi Kalimat

Banyaknya interpretasi yang mungkin untuk suatu kalimat dapat dihitung dengan:

$$2^n$$

dimana n merupakan banyak simbol proposisional yang ada dalam kalimat.

Apabila kita menemukan 3 simbol proposisional (misalkan P, Q, R) dalam suatu kalimat \mathcal{Q} , maka banyak interpretasi yang mungkin untuk kalimat \mathcal{Q} adalah $2^3=8$ buah.

Pemeriksaan Interpretasi Kalimat

Langkah:

1. Tentukan simbol proposisional dalam kalimat.
2. Periksa apakah dalam interpretasi, semua simbol proposisional sudah diberikan nilai kebenaran atau belum. Jika ya, interpretasi merupakan interpretasi kalimat yang bersesuaian. Jika tidak, interpretasi merupakan interpretasi kalimat yang bersesuaian.

Contoh 4.1

Tentukan suatu interpretasi untuk kalimat \mathcal{E} : not P !

(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya.)

Jawaban Contoh 4.1

1. Tentukan simbol proposisional dalam kalimat.
Simbol proposisional yang ada dalam kalimat \mathcal{E} adalah P .
2. Berikan nilai kebenaran pada simbol proposisional tersebut.
Misalkan P diberikan nilai kebenaran **true**.
3. Tuliskan interpretasi
Interpretasi ini dapat dituliskan sebagai $I:\{P \leftarrow \text{true}\}$.

Contoh 4.2

Tentukan semua interpretasi yang mungkin untuk kalimat \mathcal{E} : not P !

Jawaban Contoh 4.2

1. Tentukan simbol proposisional dalam kalimat.
Simbol proposisional yang ada dalam kalimat \mathcal{E} adalah P .
2. Berikan nilai kebenaran pada simbol proposisional tersebut.
Misalkan P diberikan nilai kebenaran **true** atau **false**.
3. Tuliskan interpretasi
 - Interpretasi 1: P diberikan nilai kebenaran true.
Interpretasi 1 ini dapat dituliskan sebagai $I_1: \{P \leftarrow \text{true}\}$.
 - Interpretasi 2: P diberikan nilai kebenaran false.
Interpretasi 2 ini dapat dituliskan sebagai $I_2: \{P \leftarrow \text{false}\}$.

Contoh 4.3

Apakah interpretasi $I: \{P \leftarrow \text{true}\}$ merupakan interpretasi untuk kalimat $\mathcal{E}: \text{if } Q \text{ then } \mathbf{not} P$?

(Silahkan dikerjakan sebelum melihat jawaban pada slide selanjutnya.)

Jawaban Contoh 4.3

1. Tentukan simbol proposisional dalam kalimat.

Simbol proposisional dalam kalimat adalah P dan Q .

2. Periksa apakah dalam interpretasi, semua simbol proposisional sudah diberikan nilai kebenaran atau belum.

Interpretasi yang diberikan adalah $I: \{P \leftarrow \text{true}\}$. Interpretasi I hanya memberikan nilai kebenaran untuk P saja, padahal terdapat simbol proposisional Q dalam kalimat.

Jadi, interpretasi I bukan merupakan interpretasi untuk kalimat \mathcal{E} .

Referensi

1. Suprpto. (2020). Logika Informatika (BMP). Tangerang Selatan: Universitas Terbuka.
2. Bergman, M, Moor, J, and Nelson, J. (2014). The Logic Book (6th Edition). New York: McGraw Hill.
3. Wooldridge, M. (2000). Lecture 07: Proportional Logic (1). Diunduh 22 Maret 2020 dari <https://www.cs.ox.ac.uk/people/michael.wooldridge/teaching/soft-eng/lect07.pdf>
4. Lee, C. (2004). Introduction to the Discrete Mathematics Course and to Propositional Logic. Diunduh tanggal 22 Maret 2020 dari <http://www.ms.uky.edu/~lee/amspu504/Lec01%20Propositional%20Logic.ppt>