Nama : RINI ASTATI

Nim : 052734279

Soal Nomor 1

a. Distribusi yang Paling Sesuai dengan Ke-4 Studi Kasus

Berdasarkan analisis keempat studi kasus, masing-masing studi kasus melibatkan variabel acak diskrit yang berbeda, sehingga distribusi probabilitas yang paling sesuai untuk setiap studi kasus adalah sebagai berikut. Saya akan menjelaskan distribusi untuk masing-masing secara terpisah, karena karakteristiknya berbeda, meskipun semuanya berkaitan dengan kejadian diskrit (hasil yang dapat dihitung atau diukur dalam bilangan bulat). Alasannya didasarkan pada sifat-sifat kejadian dalam setiap kasus, seperti jumlah percobaan, independensi, dan rata-rata kejadian.

- **Studi Kasus 1**: Distribusi yang paling sesuai adalah **distribusi hipergeometrik (hypergeometric distribution)**.
  Alasan: Kasus ini melibatkan sampling tanpa pengembalian dari populasi terbatas (500 buku, di mana 40 rusak). Petugas memilih 50 buku acak, dan fokusnya adalah pada jumlah buku rusak yang terpilih. Distribusi hipergeometrik cocok karena probabilitas bergantung pada proporsi sukses (rusak) dalam populasi tanpa pengembalian, sehingga tidak ada penggantian dan ukuran populasi memengaruhi hasil. Jika populasi sangat besar, ini bisa mendekati binomial, tetapi di sini ukuran populasi (500) dan sampel (50) signifikan, sehingga hipergeometrik lebih akurat.
- **Studi Kasus 2**: Distribusi yang paling sesuai adalah **distribusi Bernoulli (Bernoulli distribution)**.
  Alasan: Kasus ini adalah satu kali percobaan (trial) dengan dua hasil: sukses (sensor berhasil membaca dan pintu terbuka) atau gagal (gagal dan harus coba lagi). Ini adalah distribusi untuk satu kejadian biner independen, di mana probabilitas sukses (p) dan gagal (1-p) tetap. Jika diulang beberapa kali, ini bisa menjadi dasar distribusi binomial, tetapi di sini hanya satu kejadian, sehingga Bernoulli tepat.
- **Studi Kasus 3**: Distribusi yang paling sesuai adalah **distribusi Poisson (Poisson distribution)**.
  Alasan: Kasus ini melibatkan jumlah kejadian (kedatangan pelanggan) dalam interval waktu tertentu (per jam), dengan rata-rata kejadian per jam yang konstan, dan kejadian terjadi satu-per-satu secara independen. Distribusi Poisson cocok untuk model kejadian langka dalam waktu atau ruang, di mana fokusnya adalah jumlah total kejadian (misalnya, total pelanggan per jam) tanpa memperhatikan urutan. Kondisi seperti cuaca cerah dan hari kerja menunjukkan rata-rata yang stabil, yang sesuai dengan asumsi Poisson.

- **Studi Kasus 4**: Distribusi yang paling sesuai adalah **distribusi binomial (binomial distribution)**.
  Alasan: Kasus ini melibatkan n percobaan independen (20 hari kerja), di mana setiap hari adalah sukses (tiba tepat waktu) atau gagal (terlambat), dengan probabilitas sukses (p) yang tetap. Fokusnya adalah jumlah sukses dari banyak percobaan, yang cocok dengan binomial. Faktor rutin seperti kemacetan menunjukkan independensi antar hari, dan ini berbeda dari Poisson karena ada jumlah percobaan tetap (n=20), bukan interval waktu tak terbatas.

Secara keseluruhan, keempat studi kasus ini semuanya melibatkan variabel acak diskrit, tetapi distribusi spesifiknya berbeda karena sifat kejadiannya (sampling, satu trial, kejadian dalam waktu, atau banyak trial). Jika pertanyaan dimaksudkan sebagai satu distribusi yang "paling sesuai" untuk semua, maka tidak ada yang cocok secara universal, karena karakteristiknya beragam—misalnya, Poisson cocok untuk kasus 3, tetapi tidak untuk kasus 1 yang melibatkan populasi terbatas.

b. Ruang Sampel (S) untuk Setiap Studi Kasus
Ruang sampel (S) adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari eksperimen atau kejadian. Berdasarkan deskripsi setiap studi kasus, ruang sampelnya adalah sebagai berikut:

- **Studi Kasus 1**: S = {0, 1, 2, ..., 40}

  Alasan: Hasilnya adalah jumlah buku rusak yang dipilih dari 50 buku acak. Karena ada 40 buku rusak dalam populasi 500, jumlah maksimal yang mungkin dipilih adalah 40 (jika semua 50 yang dipilih rusak, tetapi ini tidak mungkin karena hanya 40 rusak; namun secara teoritis, ruang sampel mencakup 0 hingga 40, karena bisa saja tidak ada yang rusak atau hingga 40 jika sampel mencakup semua yang rusak).

- **Studi Kasus 2**: S = {sukses, gagal}
  Alasan: Hanya dua hasil yang mungkin: sensor berhasil membaca saldo dan pintu terbuka (sukses), atau gagal membaca sehingga harus coba lagi (gagal). Ini adalah kejadian biner tunggal.
- **Studi Kasus 3**: S = {0, 1, 2, 3, ...} (bilangan bulat non-negatif)

  Alasan: Hasilnya adalah jumlah pelanggan yang masuk dalam satu jam, yang bisa 0, 1, 2, dan seterusnya tanpa batas atas teoritis, karena tidak ada batasan maksimal pelanggan yang bisa datang.
- **Studi Kasus 4**: S = {0, 1, 2, ..., 20}

  Alasan: Hasilnya adalah jumlah hari di mana pekerja tiba tepat waktu dari 20 hari kerja. Jadi, bisa 0 hari (semua terlambat) hingga 20 hari (semua tepat waktu).

Soal Nomor 2
Call center menerima rata-rata 12 panggilan per jam, sehingga ini mengikuti distribusi Poisson dengan λ = 12 panggilan per jam.

a. Peluang bahwa dalam 30 menit pertama akan ada paling banyak 4 panggilan
30 menit adalah 0,5 jam, sehingga rata-rata panggilan dalam 30 menit adalah $\lambda' = 12 \times 0,5 = 6$ panggilan.
Variabel acak X (jumlah panggilan dalam 30 menit) ~ Poisson(6).
Peluang paling banyak 4 panggilan: $P(X \leq 4) = \sum_{k=0}^{4} e^{-6} \times (6^k / k!)$.
Hitung langkah demi langkah:

- $P(X=0) = e^{-6} \times (6^0 / 0!) = 0.00247875$
- $P(X=1) = e^{-6} \times (6^1 / 1!) = 0.0148725$
- $P(X=2) = e^{-6} \times (6^2 / 2!) = 0.0446175$
- $P(X=3) = e^{-6} \times (6^3 / 6) = 0.089235$
- $P(X=4) = e^{-6} \times (6^4 / 24) = 0.1338525$
  Jumlah: $P(X \leq 4) \approx 0.00247875 + 0.0148725 + 0.0446175 + 0.089235 + 0.1338525 = 0.28505625 \approx 0.2851$ (atau 28.51%).

b. Peluang bahwa 30 menit pertama ada 8 panggilan dan 30 menit kedua ada 6 panggilan
Satu jam dibagi menjadi dua interval independen masing-masing 30 menit, dengan rata-rata 6 panggilan per interval.
Variabel acak X1 (panggilan di 30 menit pertama) ~ Poisson(6), X2 (panggilan di 30 menit kedua) ~ Poisson(6), dan X1 serta X2 independen.
Peluang: $P(X1 = 8 \text{ dan } X2 = 6) = P(X1 = 8) \times P(X2 = 6)$.

- $P(X1 = 8) = e^{-6} \times (6^8 / 8!) \approx e^{-6} \times (1679616 / 40320) \approx 0.00247875 \times 41.589 \approx 0.1031$
- $P(X2 = 6) = e^{-6} \times (6^6 / 6!) \approx e^{-6} \times (46656 / 720) \approx 0.00247875 \times 64.8 \approx 0.1606$
  Jumlah: $P \approx 0.1031 \times 0.1606 \approx 0.01655$ (atau 1.655%).

Catatan: Perhitungan menggunakan nilai $e^{-6} \approx 0.00247875$, dan faktorial dihitung secara manual. Jika menggunakan kalkulator atau tabel Poisson, hasilnya serupa. Jawaban ini berdasarkan rumus standar distribusi Poisson.