UNIVERSITAS TERBUKA

INISIASI 2

Rumus-rumus Peluang

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS

Setelah mempelajari materi ini diharapkan mahasiswa mampu:

1. **Menghitung peluang kejadian komplemen;**
2. **Menghitung peluang kejadian irisan;**
3. **Menghitung peluang kejadian gabungan;**
4. **Menghitung peluang kejadian bersyarat;**
5. **Menghitung peluang kejadian independen.**

Definisi Peluang

UNIVERSITAS TERBUKA

Peluang Suatu Kejadian. Misalkan A adalah suatu kejadian yang terjadi, maka nilai peluang suatu kejadian A dinyatakan dengan

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Dimana

$n(A)$ adalah banyaknya kejadian A yang terjadi

$n(S)$ adalah banyaknya seluruh kejadian yang terjadi

$n(S) > n(A)$

Adapun syarat-syarat yang harus dipenuhi dalam peluang, sebagai berikut :

$0 \le P(A) \le 1$

$P(\phi) = 0$ adalah peluang himpunan kosong (null)

$P(S) = 1$ adalah peluang himpunan semesta

Rumus-rumus Peluang

UNIVERSITAS TERBUKA

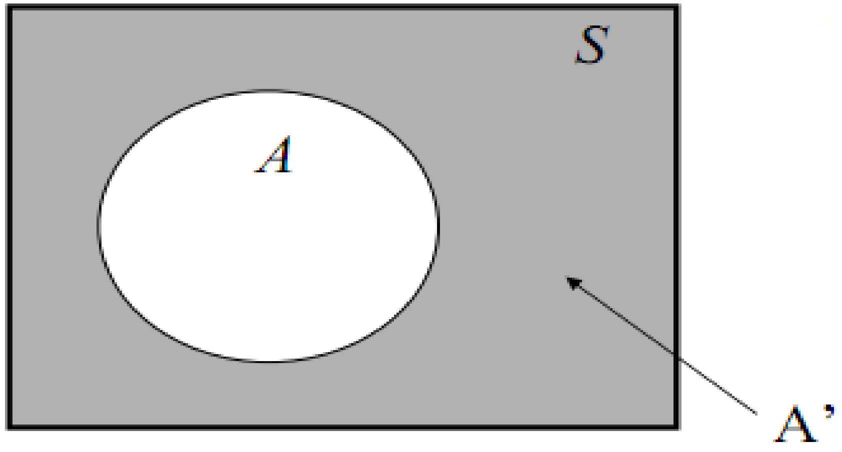
- Komplemen
- Gabungan
- Irisan
- Peluang Bersyarat & Independen

=Komplemen=

UNIVERSITAS TERBUKA

- Komplemen dari kejadian A terhadap Semesta (S) yang dilambangkan dengan A’ merupakan himpunan semua elemen S yang tidak berada dalam A.
- Komplemen A terhadap S dapat dinotasikan dengan

$$A' = \{x \mid x \in S, x \notin A\}$$



$$P(A') = 1 - P(A)$$

=Komplemen=

UNIVERSITAS TERBUKA

Contoh :

- Sekeping uang logam dilemparkan 6 kali berturut-turut. Berapa peluang sekurang-kurangnya sisi gambar muncul sekali?
- Misalkan E adalah kejadian yang ditanyakan.
- Ruang contoh S mempunyai $2^6 = 64$ titik contoh, karena setiap pelemparan menghasilkan 2 kemungkinan dan dilemparkan sebanyak 6 kali.
- P(E) = 1 – P(E’), dengan E’ menyatakan kejadian bahwa sisi gambar tidak muncul barang sekalipun. Dan ini hanya dapat terjadi dalam satu cara, yaitu bila semua pelemparan menghasilkan sisi angka yang memiliki peluang 1/64.
- Sehingga P(E’) = 1/64 dan P(E) = 1 – 1/64 = 63/64.

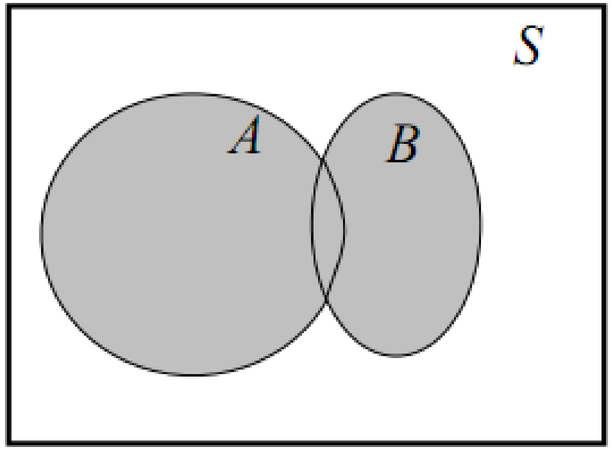
=Gabungan=

UNIVERSITAS TERBUKA

- Gabungan kejadian A dan B = kejadian yang mengandung semua elemen dari A, atau B
- Gabungan A dan B dapat dinotasikan dengan

$$A \cup B = \{x | x \in A \, atau \, x \in B\}$$

- Lambang ∪ dapat juga berarti **"atau"**



Hukum penjumlahan: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Untuk A dan B saling pisah: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

=Gabungan=

Contoh :

UNIVERSITAS TERBUKA

Dalam suatu kelas di SMA X ada 10 orang yang bercita-cita ingin menjadi dosen, 5 orang ingin menjadi pengusaha, 8 orang ingin menjadi motivator, 3 orang ingin menjadi pengusaha dan motivator, dan 20 orang bercita-cita yang lainnya. Berapa orang siswa yang bercita-cita menjadi dosen atau pengusaha?

- n(dosen ∪ pengusaha)=?
- dari informasi di soal tidak ada irisan antara siswa yang bercita-cita menjadi dosen dan yang bercita-cita menjadi pengusaha
- n(dosen ∪ pengusaha)

= n(dosen) + n(pengusaha)

= 10 + 5

= 15 siswa

=Irisan=

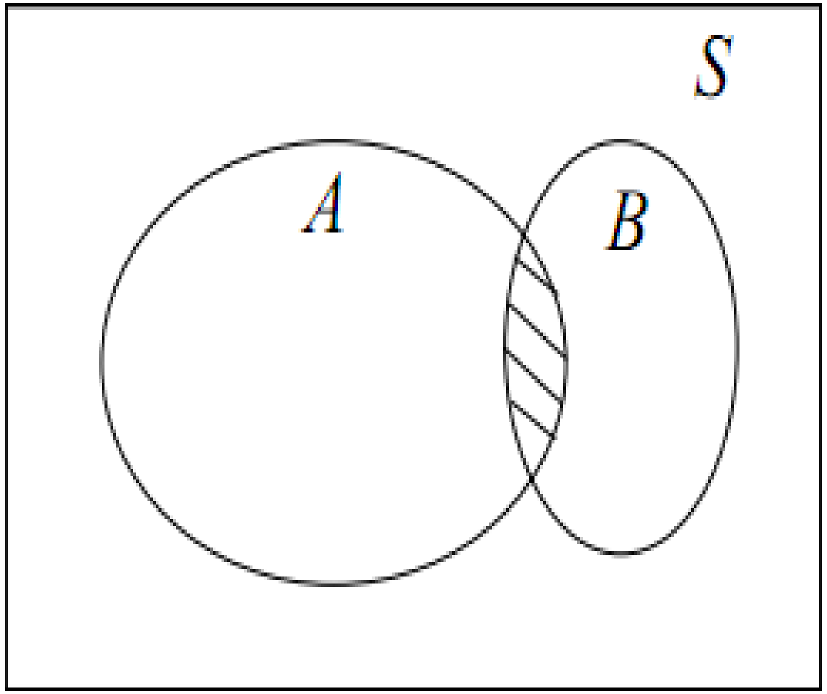
UNIVERSITAS TERBUKA

- Irisan kejadian A dan B = kejadian yang mengandung semua elemen yang berada di A dan di B sekaligus.

- Irisan A dan B dapat dinotasikan dengan

$$A \cap B = \{x | x \in A \, dan \, x \in B\}$$

- Lambang ∩ dapat juga berarti **“dan”**



=Irisan=

Contoh :

Misalkan A = {1, 2, 3, 4, 5} dan B = {2, 4, 6, 8}; maka anggota himpunan $A \cap B$ adalah anggota A yang sekaligus menjadi anggota B, yaitu 2 dan 4, sehingga $A \cap B = \{2, 4\}$

Bila R adalah himpunan semua pembayar pajak dan S adalah himpunan semua orang yang berusia di atas 65 tahun, maka R S adalah himpunan semua pembayar pajak yang berusia di atas 65 tahun{2, 4}

=Peluang bersyarat =

- Peluang bersyarat = peluang dari suatu peristiwa yang terjadi setelah peristiwa lain terjadi.

Peluang bersyarat A jika diketahui B, ditulis $P(A|B)$ didefinisikan dengan rumus

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Rumus ini dapat juga ditulis sebagai $P(AB) = P(A|B)\ P(B)$. Ini dinamakan *hukum perkalian peluang*.

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

$$P(AB) = P(A)\ P(B|A)$$

=Peristiwa bersyarat =

Contoh….

UNIVERSITAS TERBUKA

H = berhutang

K = kaya berlimpah

Mis : K_1H_2 = peristiwa bahwa yang pertama kaya dan yang kedua berhutang

- Satu daftar langganan memuat 25 nama. Dua puluh orang di antara mereka mempunyai kekayaan yang melimpah, sedang 5 orang sisanya mempunyai hutang yang banyak. Dua orang akan dipilih secara random dari daftar ini dan statusnya diperiksa.
- Hitunglah peluang bahwa:
  a. keduanya mempunyai hutang yang banyak
  b. satu orang berhutang banyak dan yang lain kaya melimpah.

Jawab

a.

$$P(H_1\,H_2) = P(H_1)\,P(H_2|H_1)$$

- $P(H_1)$ = peluang memilih satu orang dari kelompok 25 orang yang 20 di antaranya kaya dan 5 yang lain berhutang.
- $P(H_1)$ = 5/25.
- Jika H_1 telah terjadi, maka dalam kelompok itu tinggal 24 orang dengan komposisi 20 kaya dan 4 berhutang, sehingga $P(H_2|H_1)$ = 4/24.

$$\text{P(keduanya berhutang)} = P(H_1H_2) = \frac{5}{25} \times \frac{4}{24} = \frac{1}{30} = 0{,}033$$

=Peluang bersyarat =

Contoh….

UNIVERSITAS TERBUKA

- Satu daftar langganan memuat 25 nama. Dua puluh orang di antara mereka mempunyai kekayaan yang melimpah, sedang 5 orang sisanya mempunyai hutang yang banyak. Dua orang akan dipilih secara random dari daftar ini dan statusnya diperiksa.
- Hitunglah peluang bahwa:
  a. keduanya mempunyai hutang yang banyak
  b. satu orang berhutang banyak dan yang lain kaya melimpah.

Jawab b.

- Peristiwa (tepat seorang berhutang) adalah gabungan dua peristiwa yang saling pisah K_1H_2 dan H_1K_2.

$$P(K_1H_2) = P(K_1)\ P(H_2 \mid K_1) = \frac{20}{25} \cdot \frac{5}{24} = \frac{1}{6}$$

$$P(H_1K_2) = P(H_1)\ P(K_2 \mid H_1) = \frac{5}{25} \cdot \frac{20}{24} = \frac{1}{6}$$

- P(tepat seorang berhutang)

$$P(K_1H_2) + P(H_1K_2) = \frac{2}{6} = 0,333$$

=Peluang kejadian independen =

Dua peristiwa A dan B *independen* jika $P(A|B) = P(A)$ syarat yang ekivalen adalah $P(B|A) = P(B)$ atau $P(AB) = P(A)\,P(B)$

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(A)\,P(B)}{P(A)} = P(B)$$

Contoh

Insinyur menggunakan istilah *keandalan* sebagai nama alternatif bagi peluang bahwa suatu benda tidak *mati*. Misalkan satu sistem mekanik terdiri dari dua komponen yang berfungsi secara independen. Dari hasil pengujian yang luas, diketahui bahwa komponen 1 mempunyai keandalan 0,98 dan komponen 2 mempunyai keandalan 0,95. Jika sistem itu hanya dapat berfungsi jika kedua komponen berfungsi, berapakah keandalan sistem itu?

A_1 = komponen 1 berfungsi
A_2 = komponen 2 berfungsi
S = sistem berfungsi

$S = A_1A_2$

$$P(S) = P(A_1)\,P(A_2) = 0{,}98 \text{ x } 0{,}95 = 0{,}931$$

UNIVERSITAS TERBUKA

SELESAI

Jangan lupa selalu berdoa sebelum dan sesudah belajar.