

Nama : Amarindra Ardinova
NIM : 057029004

Pengantar Statistika (MKKI4201), Sesi 4 : Distribution Variable Random Diskret

Soal Nomor 1

Pada 4 kasus ini tentukan :

- Distribusi yang paling sesuai dengan ke-4 studi kasus tersebut! Berikan alasannya.
- Tentukan ruang sampel (S) untuk setiap studi kasus tersebut!

Studi Kasus 1

Di sebuah perpustakaan terdapat 500 buku di rak tertentu, dan petugas tahu 40 di antaranya rusak (sampul sobek atau halaman hilang). Untuk laporan inventarisasi, petugas memilih 50 buku acak tanpa mengembalikan.

Tipe Distribusi	Hypergeometric Distribution
Alasan	Berdasarkan buku "Probability & Statistics for Engineers oleh Ronald Walpole (9 th Ed., 2011, Bab 5.3): "berbeda dengan binominal, hypergeometrik tidak memerlukan asumsi kemandirian dan dilakukan tanpa pengembalian sampel. Mathcyber1997, hipergeometrik secara teoritis memenuhi syarat sebagai berikut: <ul style="list-style-type: none">- sample acak ukuran n dipilih dari objek N objek yang dilakukan tanpa pengembalian- dari N objek, sebanyak k objek diklasifikasikan sebagai <i>sukses</i> dan $N - k$ diklasifikasikan sebagai <i>gagal</i>.
Populasi (N)	500 buku
Sampel acak yang diambil (n):	50 buku diambil tanpa pengembalian
Jumlah sukses (k):	40 buku rusak
Sampel gagal (tidak rusak) $N-k$	460 buku tidak rusak

Studi Kasus 2

Seorang mahasiswa menempelkan kartu e-money di gate Transjakarta untuk masuk halte. Sensor bisa berhasil membaca saldo dan pintu terbuka, atau gagal membaca sehingga ia harus coba lagi di mesin lain. Pada momen itu hasilnya hanya dua kemungkinan: sukses atau gagal, satu kali kejadian yang menentukan ia langsung lewat atau tertahan.

Tipe Distribusi	Bernoulli
Alasan	Berdasarkan buku "Probability & Statistics for Engineers oleh Ronald Walpole (9 th Ed., 2011, Bab 5.2): <ul style="list-style-type: none">- Beberapa kali percobaan.- Setiap percobaan hanya menghasilkan sukses atau gagal.- Peluang sukses ditandai dengan p dan konstan dari percobaan ke percobaan.- Setiap percobaan bersifat independen / mandiri.

p	Peluang sukses
$q = 1-p$	Peluang gagal
X	Peubah X
Rumus	$b(x,p) = p^x q^{1-x}$

Studi Kasus 3

Pemilik warung kopi kecil mencatat jumlah pelanggan yang masuk setiap jam pada sore hari. Terkadang ada satu orang datang, lalu lama tidak ada, kemudian beberapa datang berurutan setelah azan magrib. Dalam rentang waktu pendek ketika kondisi relatif serupa (cuaca cerah, hari kerja), kejadian kedatangan muncul satu-per-satu dengan rata-rata tertentu per jam sehingga total hitungan per jam menjadi fokus untuk menyiapkan stok dan barista.

Tipe Distribusi	Poisson
Alasan	<p>Berdasarkan buku “Metode Statistika 1 oleh Dewi Juliah R (Ed. ke-3 , 2023, Hal. 5.17):</p> <ul style="list-style-type: none"> - Kejadian terjadi secara acak dalam suatu waktu. - Kejadian sukses antara satu interval waktu saling bebas. - Peluang sukses ditandai dengan p dan konstan dari percobaan ke percobaan. - Setiap percobaan bersifat independen / mandiri. - diasumsikan konstan di kalimat :”kondisi relatif serupa”
Rumus	$\frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}$

Studi Kasus 4

Seorang pekerja kantoran bertekad datang tepat waktu selama 20 hari kerja dalam sebulan. Setiap pagi, ia menghadapi faktor rutin: kemacetan, lampu merah, antre lift, dan kebiasaan bangun. Dari 20 pagi itu, tercatat berapa kali ia benar-benar tiba tepat waktu. Setiap hari adalah “tepat waktu” atau “terlambat”, lalu dihitung jumlah sukses dari banyak percobaan harian yang mirip.

Tipe Distribusi	Binominal
Alasan	<p>Berdasarkan buku “Metode Statistika 1 oleh Dewi Juliah R (Ed. ke-3 , 2023, Hal. 5.4): Binominal adalah Bernoulli yang dikerjakan berulang-ulang. Kasus 4 mencerminkan sebuah kejadian konstan berulang yang menghasilkan peluang “tepat waktu” dan “terlambat”.</p> <p>Kondisi :</p> <ul style="list-style-type: none"> - percobaan terdiri dari n ulangan - setiap percobaan menghasilkan sukses atau gagal - antar peluang independen
Rumus	$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$ $= \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$

Soal Nomor 2

Sebuah call center menerima rata-rata 12 panggilan per jam. Hitunglah:

a. Peluang bahwa dalam 30 menit pertama akan ada paling banyak 4 panggilan!

Asumsikan :

- konstan tidak ada kendala untuk menerima 12 panggilan perjam,
- tidak saling berhubungan,

bisa kita gunakan pendekatan *Poisson Distribution*.

The **Poisson distribution** is a discrete probability distribution that expresses the probability of a given number of events occurring in a fixed interval of time or space if these events occur with a known constant mean rate and independently of the time since the last event.

mean; $E(X)=\mu=\lambda$

1 jam = 60 menit, 30 menit = $\frac{1}{2}$ jam

$$\begin{aligned}\lambda = 1 \text{ jam} = 12 \text{ panggilan} &= \left[\frac{12}{60} \right], \text{ maka dalam } \frac{1}{2} \text{ jam} \\ &= \left[\frac{12}{60} \right] \times 0,5 \\ &= 6\end{aligned}$$

Rumus =

$$\frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!} \quad \text{dimana } e \text{ adalah bilangan } \textbf{euler} \text{ dan } e \approx 2,71828$$

$$(P \leq 4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$$

$P(X=x)$	e	$\mu=\lambda$	$e^{-\lambda t}$	$(\lambda t)^x$	$x!$	$\frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}$	Kumulatif <small>=POISSON.DIST(A3,C3,TRUE)</small>
0	2,71828	6	0,00247876	1	1	0,00247876	0,00247876
1	2,71828	6	0,00247876	6	1	0,01487257	0,017351265
2	2,71828	6	0,00247876	36	2	0,04461772	0,061968804
3	2,71828	6	0,00247876	216	6	0,08923544	0,151203883
4	2,71828	6	0,00247876	1296	24	0,13385316	0,2850577
$(P \leq 4) =$						0,2850577	

Jadi peluang 30 menit pertama akan ada paling banyak 4 panggilan ($P(X \leq 4)$) adalah 28,51%

b. Misalkan satu jam dibagi menjadi dua interval: 30 menit pertama dan 30 menit kedua. Berapa peluang bahwa 30 menit pertama ada 8 panggilan dan 30 menit kedua ada 6 panggilan?

dalam teori *joint probability distribution* $\sum x \sum y f(x, y) = 1$

$f(x,y)$	e	$\mu=\lambda$	$e^{-\lambda t}$	$(\lambda t)^x$	x!	Peluang Poisson
x	2.71828	6	0.00247876	1679616	40320	0.10325815
y	2.71828	6	0.00247876	46656	720	0.16062397

maka dalam teori peluang gabungan (*joint probability distribution*) dari [geeksforgeeks.com](https://www.geeksforgeeks.com/poisson-distribution/) untuk *Poisson Distribution* berlaku rumus :

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$



$$\begin{aligned}
 &P(x=8 \cap y=6) \\
 &P(x=8) \times P(y=6) \\
 &= 0.10325815 \times 0.16062397 \\
 &= 0,01658 = 1,658\%
 \end{aligned}$$

Peluang bahwa 30 menit pertama ada 8 panggilan dan 6 panggilan pada 30 menit kedua adalah 1,658%