

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа программной инженерии

Курсовая работа

Исследование колебаний нелинейной пружины

Вариант №22

Выполнил:

студент гр. В3530904/80021

И. С. Томилин

Преподаватель:

доцент кафедры ВШПИ

С. П. Воскобойников

«____» _____ 202__ г.

Санкт-Петербург

2020

1. Постановка задачи

Задание N 22.

Исследование колебаний нелинейной пружины.

Колебания массы, соединенной с нелинейной пружиной, описываются уравнением Дюффинга:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + (1 + EU^2)U = 0,$$

$$U(0) = A,$$

$$U'(0) = B.$$

Построить график $U(t)$ и оценить погрешность результата и влияние на точность погрешности исходных данных.

Значения A , B , E задаются преподавателем. Рекомендуемое время наблюдения $T=16$ с. Шаг печати $H=0.4$ с.

Вариант N 22С.

$\varepsilon = 0.497286 \cdot \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(t^2 + 1)(3t^2 + 4)}};$ $A = 1.213399 \cdot x^*$, где x^* - положительный корень уравнения: $x^2 = \cos x$; $B=0$.

2. Текст программы

```
real function function_e( t )

    real :: t

    function_e = 1.0 / sqrt( ( t ** 2 + 1 ) * ( 3 * t ** 2 + 4 ) )
    return

end

real function function_a( x )

    real :: x

    function_a = x ** 2 - cos( x )
    return

end

subroutine duffing( t, &
                  w, &
                  f )

    real :: t, w( 2 ), f( 2 ), e

    e = 0.200000

    ! Два уравнения первого порядка
    f( 1 ) = w( 2 ) - ( e * w( 2 ) ** 3 )
    f( 2 ) = w( 1 )

    return

end

program coursework

    external function_e, &
             function_a, &
             duffing

    integer :: NOFUN = 0

    real :: b = 0.0

    ! QUANC8 vars
    real :: result_e      = 0.0, &
           lower_bound    = 0.0, &
           upper_bound    = 0.0, &
           relerr         = 0.0, &
           abserr         = 0.0, &
           flag           = 0.0, &
           errest         = 0.0, &
           quanc_output    = 0.0

    real, parameter :: const_value_e = 0.497286

    ! ZEROIN vars
    real :: result_a      = 0.0, &
           ax            = 0.0, &
           bx            = 0.0, &
           tol           = 0.0, &
           zeroin
```

```

real, parameter :: const_value_a = 1.213399

! RKF45 vars
real :: rwork( 15 ), &
      w( 2 ),      &
      t,           &
      tout,        &
      tfinal,      &
      tprint

integer :: iwork( 5 ), &
          iflag,      &
          neqn

! -----

! ----- CALC_QUANC8 -----

lower_bound = 1.e-06
upper_bound = 1.0
relerr      = 1.e-06
abserr      = 0.0

call quanc8( function_e, &
            lower_bound, &
            upper_bound, &
            abserr,      &
            relerr,      &
            quanc_output, &
            errest,      &
            NOFUN,       &
            flag )

result_e = const_value_e * quanc_output
write ( *, '( A, F8.6 )' ) "E = ", result_e

! -----

! ----- CALC_ZEROIN -----

ax = -0.1
bx = 0.90000
tol = 1.e-06

result_a = zeroin( ax, bx, function_a, tol )
result_a = result_a * const_value_a
write ( *, '( A, F9.6 )' ) "A = ", result_a

! -----

! ----- CALC_RKF45 -----

neqn = 2
w( 1 ) = result_a
w( 2 ) = b
t = 0.000001
tfinal = 16
iflag = 1
tout = t
tprint = 0.4

10 call RKF45( duffing, &
              neqn,    &
              w,       &
              t,       &
              tout,    &
              relerr,  &

```

```
abserr, &  
iflag, &  
rwork, &  
iwork )
```

```
write ( *, 11 ) t, w( 1 ), w( 2 )  
go to ( 80, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 ), iflag
```

```
20 tout = tprint + t
```

```
if ( t.lt.tfinal ) go to 10  
stop
```

```
30 write ( *, 31 ) relerr, abserr  
go to 10
```

```
40 write ( *, 41 )  
go to 10
```

```
50 abserr = 0.1e-06  
write ( *, 31 ) relerr, abserr  
go to 10
```

```
60 relerr = relerr * 10.0  
write ( *, 31 ) relerr, abserr
```

```
iflag = 2  
go to 10
```

```
70 print 71
```

```
iflag = 2
```

```
go to 10
```

```
80 write ( *, 81 )
```

```
! -----  
11 format( '( ', f10.2, 2x, ' ; ', f10.6, 2x, ' ; ', E14.6, ' )' )  
31 format( ' ГРАНИЦЫ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕНЕНЫ '/' RELERR=', E10.3, 2X, &  
          'ABSERR=', E10.3 )  
41 format( ' МНОГО ШАГОВ ' )  
71 format( ' МНОГО ВЫХОДОВ ' )  
81 format( ' НЕПРАВИЛЬНЫЙ ВЫЗОВ ' )
```

```
end program coursework
```

3. Результаты

3.1 Вычисление числа E

$$\varepsilon = 0.497286 \cdot \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(t^2 + 1)(3t^2 + 4)}}$$

Для вычисления числа E, нужно найти определенный интеграл с помощью функции **QUANC8**, затем умножить полученный результат на константу.

3.2 Вычисление числа A

$$x^2 = \cos x$$

Для вычисления числа A, нужно найти нули функции с помощью **ZEROIN**.

Находим корни $x^2 - \cos(x) = 0$ уравнения, по заданию нас интересует только положительный корень. Положительный корень равен ~0.8.

Для функции **ZEROIN** нужен интервал в который входит корень. Левая и правая часть интервала должна иметь разные знаки, поэтому был выбран следующий интервал (ax = -0.1; bx = 0.9). После выполнения функции zeroin, получаем возвращаемое значение и умножаем его на константу, чтобы получить число A.

Были получены следующие значения:

$$E = 0.200000$$

$$A = 1.0$$

$$B = 0 \text{ (дано по заданию)}$$

Решение дифференциального уравнения выполняется с помощью функции **RKF45**.

Исходное дифференциальное уравнение II порядка, приводится к системе из двух уравнений I порядка. Для хранения переменных используем вектор из двух компонентов w1 и w2.

Преобразованное уравнение II порядка, для **RKF45**

$$f' = (1 + Ey^2) y$$

$$y' = f$$

Таблица результатов вычисления функции **RKF45**

Т (время)	dU/dt (w1)	U (w2)
0.00	1.000001	0.000000E+00
0.40	1.079717	0.410646E+00
0.80	1.311778	0.884248E+00
1.20	1.643347	0.147398E+01
1.60	1.869531	0.218621E+01
2.00	1.535358	0.289489E+01
2.40	0.316054	0.329106E+01
2.80	-1.136514	0.311437E+01
3.20	-1.832309	0.248886E+01
3.60	-1.768365	0.175184E+01
4.00	-1.441153	0.110798E+01
4.40	-1.156917	0.592236E+00
4.80	-1.013234	0.163397E+00
5.20	-1.028140	-0.239550E+00
5.60	-1.200528	-0.680188E+00
6.00	-1.504422	-0.121790E+01
6.40	-1.814212	-0.188561E+01
6.80	-1.773505	-0.262361E+01
7.20	-0.903490	-0.319069E+01
7.60	0.596303	-0.325692E+01
8.00	1.664307	-0.277526E+01
8.40	1.853256	-0.204716E+01
8.80	1.580081	-0.135366E+01
9.20	1.258136	-0.788356E+00
9.60	1.052826	-0.331083E+00
10.00	1.002801	0.747246E-01
10.40	1.112041	0.492429E+00
10.80	1.369317	0.984312E+00
11.20	1.703831	0.159896E+01
11.60	1.866352	0.232582E+01
12.00	1.372045	0.300364E+01
12.40	0.026115	0.330387E+01
12.80	-1.339229	0.302175E+01
13.20	-1.863431	0.235073E+01
13.60	-1.714188	0.162179E+01
14.00	-1.379971	0.100267E+01
14.40	-1.118388	0.507324E+00
14.80	-1.003891	0.881225E-01
15.20	-1.048595	-0.317055E+00
15.60	-1.248995	-0.771622E+00
16.00	-1.568626	-0.133265E+01
16.40	-1.848592	-0.202246E+01

График функции $U(t)$

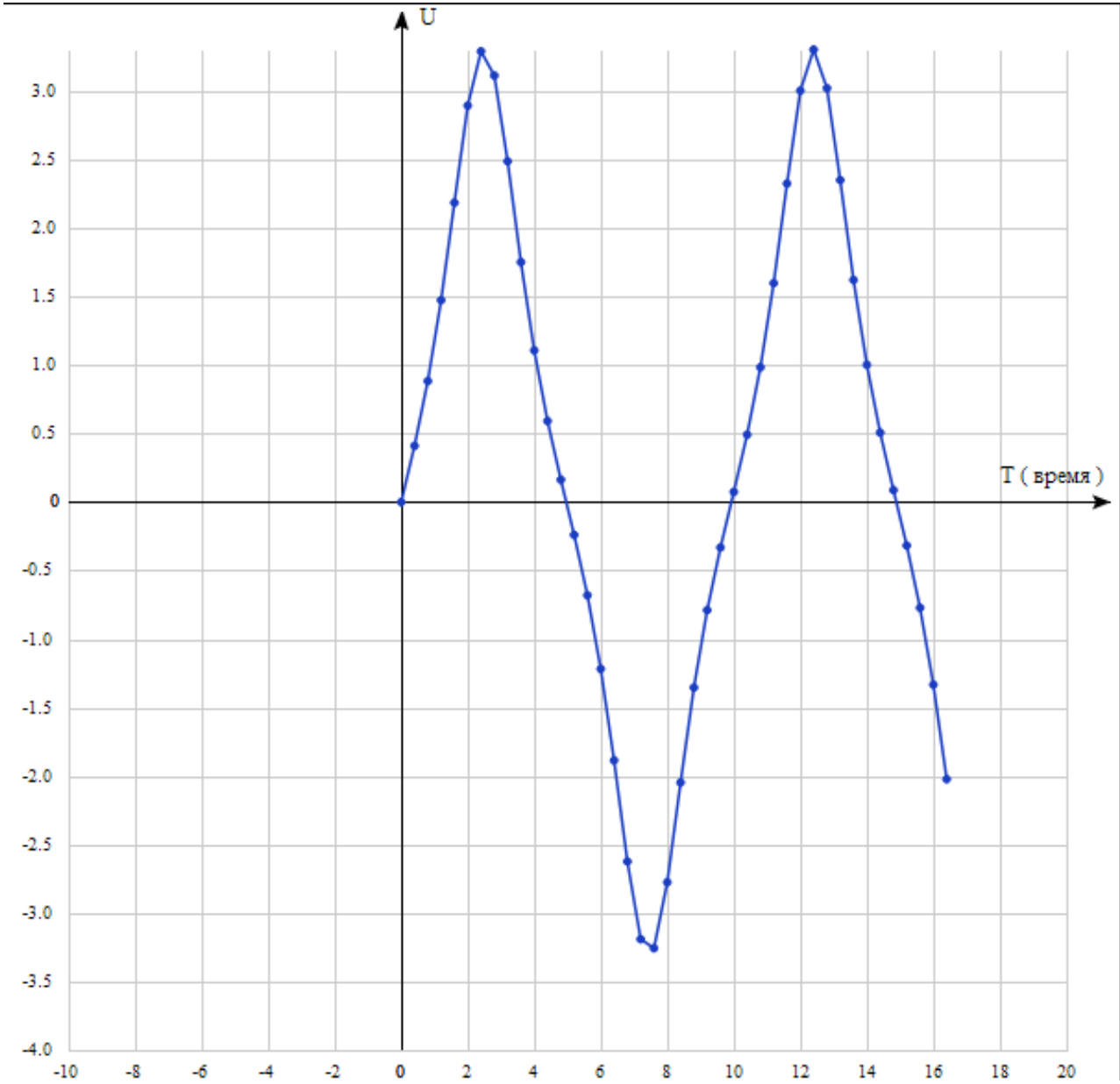
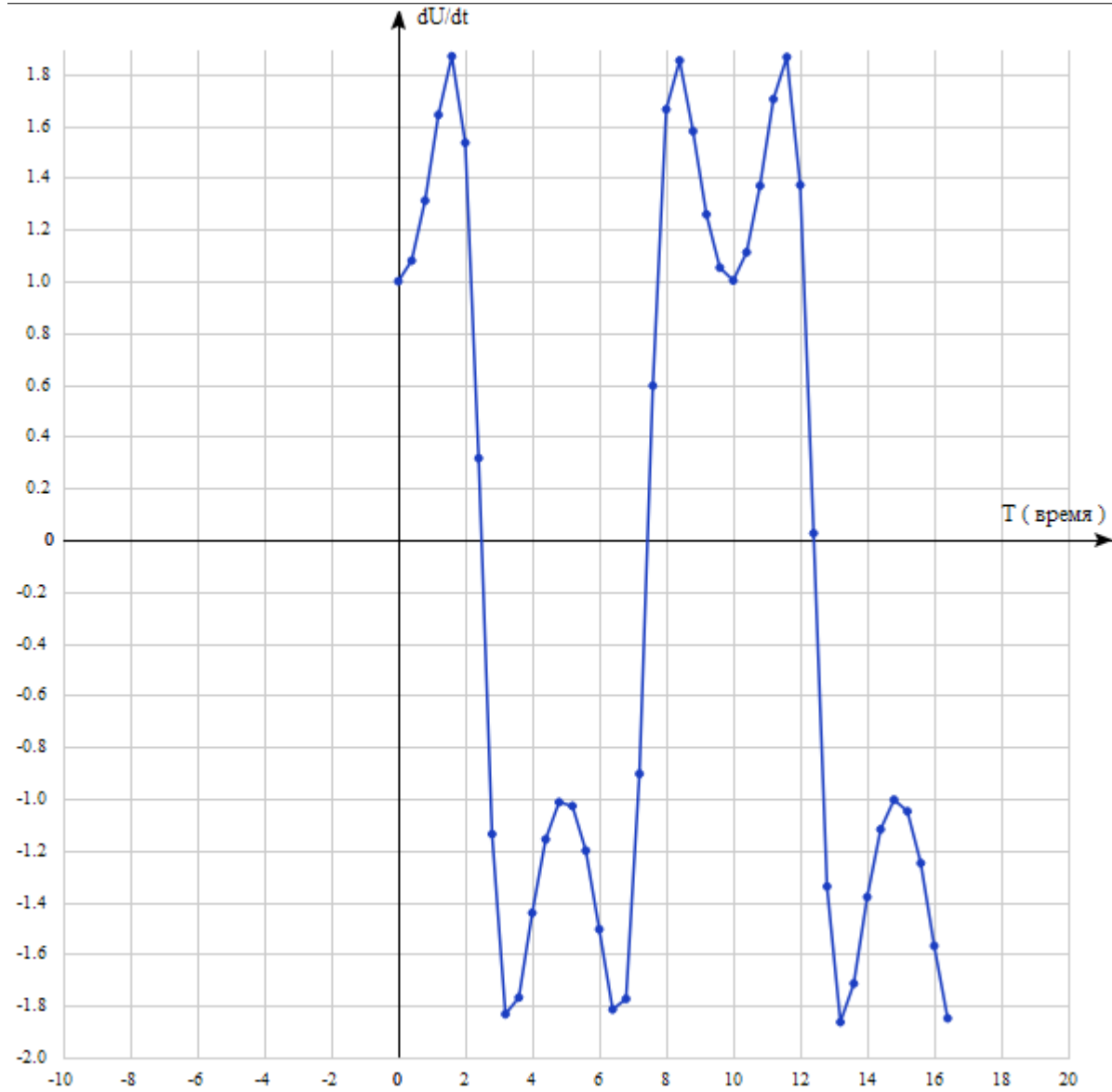
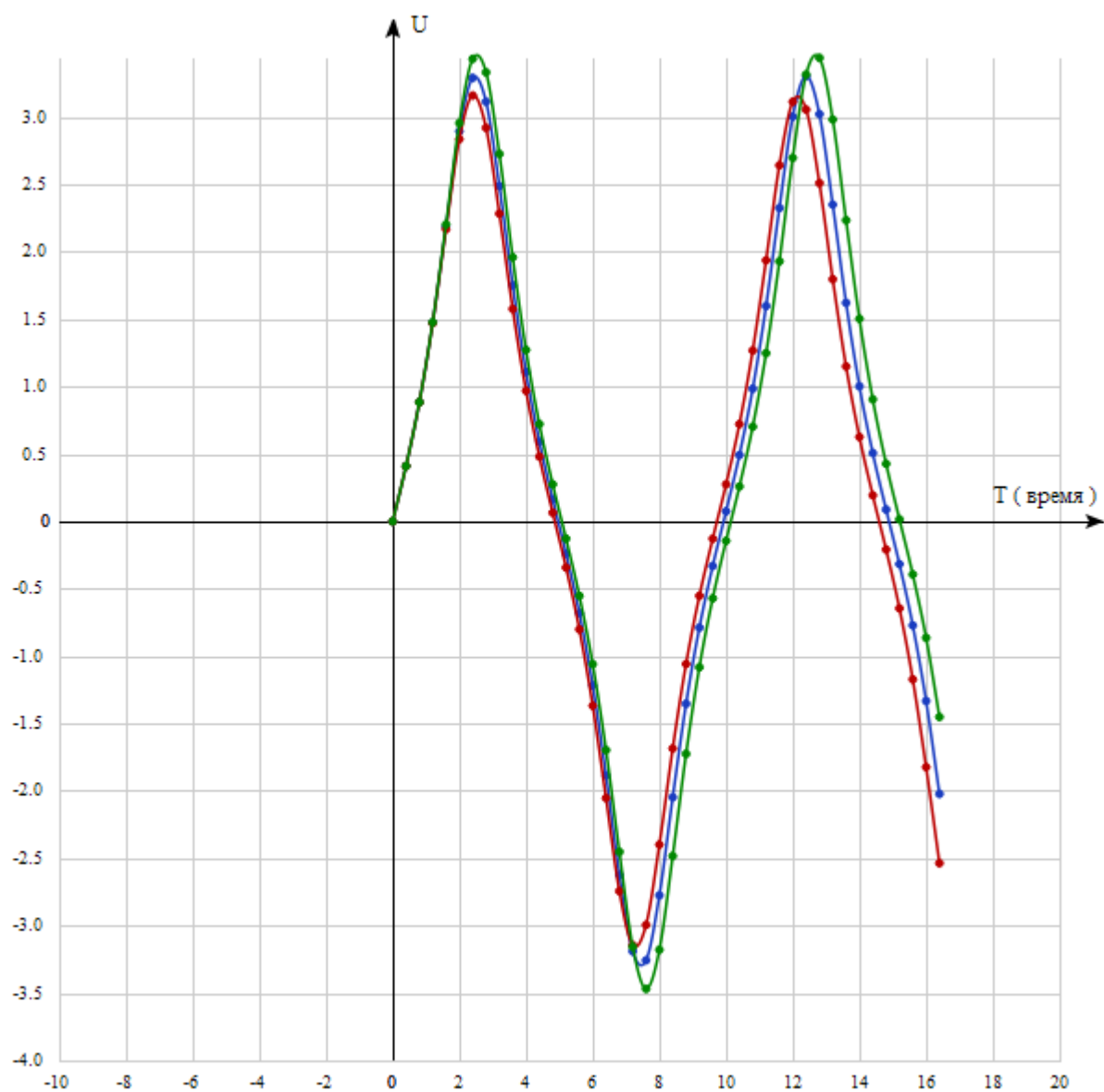


График функции $dU/dt(t)$



4. Влияние числа E на результаты



Зеленый график – число $E = 0.18$

Синий график – число $E = 0.20$

Красная график – число $E = 0.22$

5. Вывод

Исходя из исследования графика можно сделать вывод, что от изменения значения числа E зависит амплитуда колебания пружины. При уменьшении числа E , график возрастает и колебания пружины становятся с большей амплитудой. При увеличении числа E , график угасает и амплитуда колебания уменьшается.