COURS. PROBABILITE-STATISTIQUE.
Chapitre 01: Analyse Combinatoire

Département Mathématiques.

PRESENTATION
Dr. André Souleye Diabang.

5 septembre 2022

Plan

Plan

1. Généralités.
2. Les dispositions
   - 1.n-uplet.
   - 2. Arrangement avec répétition.
   - 3. Arrangement Sans répétition.
   - 4. Permutation sans répétition.
   - 5. Permutation avec répétition.
   - 6. Combinaison sans répétition.
   - 7. Combinaison avec répétition.
3. Techniques élémentaires.
4. Applications.

Généralités

Généralités.

L'analyse combinatoire a pour but le **dénombrement des dispositions** que l'on peut former à partir des éléments d'un ensemble de cardinal (nombre) fini.

Généralités

Généralités.

L'analyse combinatoire a pour but le **dénombrement des dispositions** que l'on peut former à partir des éléments d'un ensemble de cardinal (nombre) fini.Plus simplement, elle cherche à déterminer comment on compte des objets ayant certaines propriétés.

Généralités

Généralités.

L'analyse combinatoire a pour but le **dénombrement des dispositions** que l'on peut former à partir des éléments d'un ensemble de cardinal (nombre) fini.Plus simplement, elle cherche à déterminer comment on compte des objets ayant certaines propriétés.Elle fournit des méthodes de dénombrement particulièrement utiles en théorie des probabilités.

Généralités.

Généralités.

Pour effectuer un dénombrement, il faut connaître l'**ensemble** sur lequel on travaille et le type de **disposition** souhaité.

Généralités.

Généralités.

Pour effectuer un dénombrement, il faut connaître l'**ensemble** sur lequel on travaille et le type de **disposition** souhaité.

Généralités

I.1. Ensemble.

il peut être formé d'élements discernables ou d'éléments indiscernables.

Généralités

I.1. Ensemble.

il peut être formé d'élements discernables ou d'éléments indiscernables.
-Si tous les éléments sont distinguables les uns des autres, on dit qu'ils sont discernables.
On écrit alors $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ avec $a_i \neq a_j$ si $i \neq j$. On a $card(E) = n$.

Généralités

I.1. Ensemble.

il peut être formé d'élements discernables ou d'éléments indiscernables.
-Si tous les éléments sont distinguables les uns des autres, on dit qu'ils sont discernables.
On écrit alors $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ avec $a_i \neq a_j$ si $i \neq j$. On a $card(E) = n$.
Exemple : Les cartes à jouer, les numéros portés par des sportifs dans une épreuve, les numéros des candidats à un examen, etc ...

Généralités.

Ensemble.

- Si les éléments sont tous identiques, on dit qu'ils sont indiscernables. On écrit encore, $E = \{a, a, \dots, a\}$ avec $card(E) = n$

Généralités.

Ensemble.

- Si les éléments sont tous identiques, on dit qu'ils sont indiscernables. On écrit encore, $E = \{a, a, \ldots, a\}$ avec $card(E) = n$

Exemple : Un ensemble de boules de la même couleur dans une urne.

Généralités.

I.2 Dispositions.

Elles peuvent être **(ordonnées ou non-ordonnées)** et **(avec ou sans répétition)**.

Généralités.

I.2 Dispositions.

Elles peuvent être **(ordonnées ou non-ordonnées)** et **(avec ou sans répétition)**.
Il faut donc considérer le nombre de fois où chaque élément apparaît dans un dénombrement donné, et sa position dans le dénombrement.

Généralités.

I.2 Dispositions.

Elles peuvent être **(ordonnées ou non-ordonnées)** et **(avec ou sans répétition)**.
Il faut donc considérer le nombre de fois où chaque élément apparaît dans un dénombrement donné, et sa position dans le dénombrement.
Si chaque élément apparaît au plus une fois, la disposition est sans répétition,

Généralités.

I.2 Dispositions.

Elles peuvent être **(ordonnées ou non-ordonnées)** et **(avec ou sans répétition)**.
Il faut donc considérer le nombre de fois où chaque élément apparaît dans un dénombrement donné, et sa position dans le dénombrement.
Si chaque élément apparaît au plus une fois, la disposition est sans répétition,
Si un élément au moins a un nombre d'apparitions strictement supérieur à 1, on obtient une disposition avec répétition.

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition :

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

disposition non ordonnée sans répétition :

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

disposition non ordonnée sans répétition : un groupe de 5 étudiants.

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

disposition non ordonnée sans répétition : un groupe de 5 étudiants.

disposition ordonnée avec répétition :

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

disposition non ordonnée sans répétition : un groupe de 5 étudiants.

disposition ordonnée avec répétition : un mot du dictionnaire contenant plusieurs fois une ou plusieurs lettres.

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

disposition non ordonnée sans répétition : un groupe de 5 étudiants.

disposition ordonnée avec répétition : un mot du dictionnaire contenant plusieurs fois une ou plusieurs lettres.

disposition non ordonnée avec répétition :

Généralités.

I.2 Disposition.

Exemples :

disposition ordonnée sans répétition : une liste de noms distincts rangés dans l'ordre alphabétique.

disposition non ordonnée sans répétition : un groupe de 5 étudiants.

disposition ordonnée avec répétition : un mot du dictionnaire contenant plusieurs fois une ou plusieurs lettres.

disposition non ordonnée avec répétition : les lettres formant un mot du distionnaire écrites dans un ordre quelconque.

Généralités.

Principe général d'un dénombrement.

Toujours commencer par préciser la nature de l'ensemble E et la structure de la disposition étudiée.

Plan

n-uplet.

n-uplet.

Définition.

Soient $E_1, E_2, \ldots, E_n$ des ensembles non vides, et on note $card(E_i) = n_i$.

n-uplet.

Définition.

Soient $E_1, E_2, \ldots, E_n$ des ensembles non vides, et on note $card(E_i) = n_i$.
Un n-uplet est une liste ordonnée de n éléments $a_1, a_2, \ldots, a_n$ tels que $a_1 \in E_1, \ldots a_n \in E_n$.

n-uplet.

Définition.

Soient $E_1, E_2, \dots, E_n$ des ensembles non vides, et on note $card(E_i) = n_i$.
Un n-uplet est une liste ordonnée de n éléments $a_1, a_2, \dots, a_n$ tels que $a_1 \in E_1, \dots a_n \in E_n$. On l'écrit $(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

n-uplet.

Définition.

Soient $E_1, E_2, \ldots, E_n$ des ensembles non vides, et on note $card(E_i) = n_i$.
Un n-uplet est une liste ordonnée de n éléments $a_1, a_2, \ldots, a_n$ tels que $a_1 \in E_1, \ldots a_n \in E_n$. On l'écrit $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$.

Théorème

Le nombre de $n-$uplet que l'on peut former est alors
$n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_n$

n-uplets.

n-uplets.

Exemples.

E_1. Un cadenas à numéros a trois roues ; chacune porte les numéros 0 à 9. Combien de "nombres" secrets y a-t-il ?

n-uplets.

Exemples.

E_1. Un cadenas à numéros a trois roues ; chacune porte les numéros 0 à 9. Combien de "nombres" secrets y a-t-il ? .

E_2. Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ?

n-uplets.

Exemples.

E_1. Un cadenas à numéros a trois roues ; chacune porte les numéros 0 à 9. Combien de "nombres" secrets y a-t-il ? .
E_2. Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ? .
E_3. Une femme a dans sa garde-robe 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

n-uplets.

Exemples.

E_1. Un cadenas à numéros a trois roues ; chacune porte les numéros 0 à 9. Combien de "nombres" secrets y a-t-il ? .
E_2. Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ? .
E_3. Une femme a dans sa garde-robe 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?
E_4. Deux équipes de hockeys de 12 et 15 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match : Chaque joueur d'une équipe serre la main de chaque joueur de l'autre équipe. Combien de poignées de main ont été échangées ?

Arrangement avec répétition.(p-liste)

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.

Arrangement avec répétition.(p-liste)

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
On appelle arrangement avec répétition de p éléments parmi n toute liste ordonnée avec répétition éventuelle formée de p éléments pris parmi les n éléments de E.

Arrangement avec répétition.(p-liste)

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
On appelle arrangement avec répétition de p éléments parmi n toute liste ordonnée avec répétition éventuelle formée de p éléments pris parmi les n éléments de E.

Théorème.

Le nombre d'arrangements avec répétition de p éléments parmi n est n^p.

Arrangement avec répétition (p-liste).

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de codes possibles à 4 chiffres pour une carte bancaire.

Arrangement avec répétition (p-liste).

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de codes possibles à 4 chiffres pour une carte bancaire.
E_2. Trouver le nombre de numéros de téléphone portable possible (numéro commançant par 77).

Arrangement avec répétition (p-liste).

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de codes possibles à 4 chiffres pour une carte bancaire.
E_2. Trouver le nombre de numéros de téléphone portable possible (numéro commançant par 77).
E_3 Combien de séries différentes peut-on obtenir en jouant à "Pile ou face" 7 fois ?

Arrangement avec répétition (p-liste).

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de codes possibles à 4 chiffres pour une carte bancaire.
E_2. Trouver le nombre de numéros de téléphone portable possible (numéro commançant par 77).
E_3 Combien de séries différentes peut-on obtenir en jouant à "Pile ou face" 7 fois ?
E_4 Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?

Arrangement sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.

Arrangement sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
On appelle arrangement sans répétition, ou simplement arrangement, de p éléments parmi n $(p \leq n)$ toute liste ordonnée de p éléments deux à deux distincts pris parmi les n éléments de E.

Arrangement sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
On appelle arrangement sans répétition, ou simplement arrangement, de p éléments parmi n $(p \leq n)$ toute liste ordonnée de p éléments deux à deux distincts pris parmi les n éléments de E.

Théorème.

Le nombre d'arrangements de p éléments parmi n est ${A_n}^p$.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les tiercés, dans l'ordre, possibles avec 20 chevaux au départ.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les tiercés, dans l'ordre, possibles avec 20 chevaux au départ.
E_2. Trouver tous les bureaux (président, vice-président, trésorier et sécrétaire) que l'on peut élire dans une association de 40 membres.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les tiercés, dans l'ordre, possibles avec 20 chevaux au départ.
E_2. Trouver tous les bureaux (président, vice-président, trésorier et sécrétaire) que l'on peut élire dans une association de 40 membres.
E_3 Soit A l'ensembles de quatre chiffres, le premier étant non nul. 1. Calculer le nombre d'éléments de A.
2. Composés de quatre chiffres distincts.
3. Composés de quatre chiffres distincts autres que 5 et 7.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les tiercés, dans l'ordre, possibles avec 20 chevaux au départ.
E_2. Trouver tous les bureaux (président, vice-président, trésorier et sécrétaire) que l'on peut élire dans une association de 40 membres.
E_3 Soit A l'ensembles de quatre chiffres, le premier étant non nul. 1. Calculer le nombre d'éléments de A.
2. Composés de quatre chiffres distincts.
3. Composés de quatre chiffres distincts autres que 5 et 7.
E_4 Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts. Combien de codes différents

Permutation sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.

Permutation sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
On appelle permutation sans répétition, ou simplement permutation, des n éléments de E, toute liste ordonnée sans répétition de ces n éléments.

Permutation sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
On appelle permutation sans répétition, ou simplement permutation, des n éléments de E, toute liste ordonnée sans répétition de ces n éléments.

Théorème.

Le nombre de permutations de ces n éléments est $n!$.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les classements possibles d'une épreuve sportive qui comporte 12 athlètes.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les classements possibles d'une épreuve sportive qui comporte 12 athlètes.
E_2. Trouver tous les nombres de 4 chiffres que l'on peut former avec les chiffres de 1985.

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les classements possibles d'une épreuve sportive qui comporte 12 athlètes.
E_2. Trouver tous les nombres de 4 chiffres que l'on peut former avec les chiffres de 1985.
E_3 Le groupe des étudiants d'une classe doit s'inscrire au concours par Minitel. Il faut établir une liste de passage. Combien y a-t-il de manières de constituer cette liste ? (Il y a 24 étudiants dans la classe).

Arrangement sans répétition.

Exemples.

E_1. Trouver tous les classements possibles d'une épreuve sportive qui comporte 12 athlètes.
E_2. Trouver tous les nombres de 4 chiffres que l'on peut former avec les chiffres de 1985.
E_3 Le groupe des étudiants d'une classe doit s'inscrire au concours par Minitel. Il faut établir une liste de passage. Combien y a-t-il de manières de constituer cette liste ? (Il y a 24 étudiants dans la classe).
E_4 Combien y a-t-il d'anagrammes du mot MATHS ?

Permutation avec répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ contenant des éléments discernables et des éléments indiscernables, toute permutation de ses éléments sera une permutation avec répétition.

Permutation avec répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ contenant des éléments discernables et des éléments indiscernables, toute permutation de ses éléments sera une permutation avec répétition.

Théorème.

Le nombre de permutations avec répétition de ces n éléments est $\dfrac{n!}{n_1! n_2! \ldots n_p!}$.

Permutation avec répétition.

Exemples.

E_1. Combien y a-t-il d'anagrammes des mots suivants : MATHS ? COMBINAISON, ARRANGEMENT, MATHEMATIQUES.

Combinaison sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.

Combinaison sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
Une combinaison sans répétition, ou tout simplement combinaison, de p éléments parmi n est toute dispotition non-ordonnée de p éléments deux à deux distincts pris parmi les n éléments de E.

Combinaison sans répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
Une combinaison sans répétition, ou tout simplement combinaison, de p éléments parmi n est toute dispotition non-ordonnée de p éléments deux à deux distincts pris parmi les n éléments de E.

Théorème.

Le nombre de combinaisons de p éléments parmi n est : ${C_n}^p$.

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.
E_2. Trouver le nombre de poignées de main échangées si toutes les personnes d'un groupe de 18 se saluent de cette façon.

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.
E_2. Trouver le nombre de poignées de main échangées si toutes les personnes d'un groupe de 18 se saluent de cette façon.
E_3 Dans une classe de 32 étudiants, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire 2 délégués.

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.
E_2. Trouver le nombre de poignées de main échangées si toutes les personnes d'un groupe de 18 se saluent de cette façon.
E_3 Dans une classe de 32 étudiants, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire 2 délégués.
1. Quel est le nombre de choix possibles ?

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.
E_2. Trouver le nombre de poignées de main échangées si toutes les personnes d'un groupe de 18 se saluent de cette façon.
E_3 Dans une classe de 32 étudiants, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire 2 délégués.
1. Quel est le nombre de choix possibles ?
2. Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille ?

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.
E_2. Trouver le nombre de poignées de main échangées si toutes les personnes d'un groupe de 18 se saluent de cette façon.
E_3 Dans une classe de 32 étudiants, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire 2 délégués.
1. Quel est le nombre de choix possibles ?
2. Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille ?
3. Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?

Combinaison sans répétition .

Exemples.

E_1. Trouver le nombre de délégations de 4 personnes que l'on peut désigner dans un groupe de 20 personnes.
E_2. Trouver le nombre de poignées de main échangées si toutes les personnes d'un groupe de 18 se saluent de cette façon.
E_3 Dans une classe de 32 étudiants, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire 2 délégués.
1. Quel est le nombre de choix possibles ?
2. Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et une fille ?
3. Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?
4. Quel est le nombre de choix si l'on impose au moins une fille ?

Combinaison avec répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.

Combinaison avec répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
Une combinaison avec répétition de p éléments parmi n, toute dispotition non-ordonnée avec répétition éventuelle formée de p éléments pris parmi les n éléments de E.

Combinaison avec répétition.

Définition.

Soit un ensemble $E = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ formé d'éléments discernables.
Une combinaison avec répétition de p éléments parmi n, toute dispotition non-ordonnée avec répétition éventuelle formée de p éléments pris parmi les n éléments de E.

Théorème.

Le nombre de combinaisons avec répétitions de p éléments parmi n est : ${K_n}^p = {C^p}_{n+p-1}$.

Combinaison avec répétition .

Exemples.

Citer et trouver le nombre de combinaison avec répétitions de 2 éléments de $E = \{a, b, c\}$

Plan

Techniques élémentaires

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

Techniques élémentaires

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

1. **Tenter de reconnaître un des 4 dispositions.**

Posez-vous les questions simples suivantes :

Techniques élémentaires

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

1. **Tenter de reconnaître un des 4 dispositions.**

Posez-vous les questions simples suivantes :

— Le tirage est-il ordonné ?

Techniques élémentaires

.

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

1. **Tenter de reconnaître un des 4 dispositions.**

Posez-vous les questions suivantes :

— Le tirage est-il ordonné ?

— Peut-il y avoir répétition ?

Techniques élémentaires

.

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

1. **Tenter de reconnaître un des 4 dispositions.**

Posez-vous les questions simples suivantes :

— Le tirage est-il ordonné ?

— Peut-il y avoir répétition ?

A partir de ces deux questions, vous déterminez votre situation vis-a-vis des dispositions. Lorsqu'aucun ne convient, il faut alors passer à l'étape suivante :

Techniques élémentaires

.

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

1. **Tenter de reconnaître un des 4 dispositions.**

Posez-vous les questions simples suivantes :

— Le tirage est-il ordonné ?

— Peut-il y avoir répétition ?

A partir de ces deux questions, vous déterminez votre situation vis-a-vis des dispositions. Lorsqu'aucun ne convient, il faut alors passer à l'étape suivante :

2. **Utiliser les formules du dénombrement.**

Techniques élémentaires

Pour aborder un exercice d'analyse combinatoire, vous pensez à

1. **Tenter de reconnaître un des 4 dispositions.**

Posez-vous les questions simples suivantes :

— Le tirage est-il ordonné ?

— Peut-il y avoir répétition ?

A partir de ces deux questions, vous déterminez votre situation vis-a-vis des dispositions. Lorsqu'aucun ne convient, il faut alors passer à l'étape suivante :

2. **Utiliser les formules du dénombrement.**

Complémentaire, réunion disjointe, produit cartésien, réunion quelconque....

Techniques élémentaires

Cardinal d'un ensemble et propriétés

Soit E un ensemble, on appelle cardinal de E et on note $Card(E)$, le nombre d'éléments de E. Soient A et B des sous ensembles de E. On a

Techniques élémentaires

Cardinal d'un ensemble et propriétés

Soit E un ensemble, on appelle cardinal de E et on note $Card(E)$, le nombre d'éléments de E. Soient A et B des sous ensembles de E. On a

$\star$ $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$

Techniques élémentaires

Cardinal d'un ensemble et propriétés

Soit E un ensemble, on appelle cardinal de E et on note $Card(E)$, le nombre d'éléments de E. Soient A et B des sous ensembles de E. On a

$\star$ $Card(A \cup B) = Card(A) + Card(B) - Card(A \cap B)$

$\star$ $Card(\overline{A}) = Card(E) - Card(A)$

Plan

1. Généralités.
2. Les dispositions
   - 1.n-uplet.
   - 2. Arrangement avec répétition.
   - 3. Arrangement Sans répétition.
   - 4. Permutation sans répétition.
   - 5. Permutation avec répétition.
   - 6. Combinaison sans répétition.
   - 7. Combinaison avec répétition.
3. Techniques élémentaires.
4. Applications.

Applications

A1

A leur entrée en L1, les étudiants choisissent une langue (anglais ou allemand) et une option (informatique, chimie ou astronomie). Dans un groupe d'étudiants, 12 étudiants sont inscrits en astronomie, 15 en chimie, 16 étudient l'allemand. Par ailleurs, 8 inscrits en astronomie et 3 inscrits en informatique étudient l'anglais, 6 inscrits en chimie étudient l'allemand. Indiquer la répartition des étudiants par discipline, ainsi que le nombre total d'étudiants dans le groupe.

Applications

A2

Dans mon armoire, il y a 5 paires de chaussures noires, 3 paires de chaussures marrons et 2 paires de chaussures blanches. Je peux distinguer toutes ces chaussures les unes des autres. Un matin, mal réveillé, je choisis deux chaussures au hasard.

1. Combien y-a-t-il de choix possibles ?
2. Combien y-a-t-il de choix où j'obtiens deux chaussures de même couleur ?
3. Combien de choix amènent un pied gauche et un pied droit ?
4. Combien de choix amènent une chaussure droite et une chaussure gauche de même couleur ?
5. Combien de choix amènent à deux chaussures qui ne sont pas de la même paire ?

Applications

A3

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes

1) De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 6 personnes ?

2) Dans chacun des cas suivants, de combien de façons peut-on constituer ce groupe avec :

a) uniquement des hommes ;

b) des personnes de même sexe ;

c) au moins une femme et au moins un homme

Applications

A4

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré. Calculer les probabilités :

a) De ne tirer que 3 jetons verts ;

b) De ne tirer aucun jeton vert

c) De tirer au plus 2 jetons verts ;

d) De tirer exactement 1 jeton vert.

2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Reprendre alors les questions a), b), c) et d).