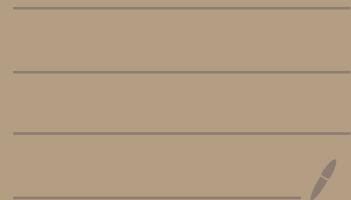


# RETI LOGICHE A. BOGLIOLO

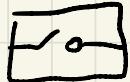
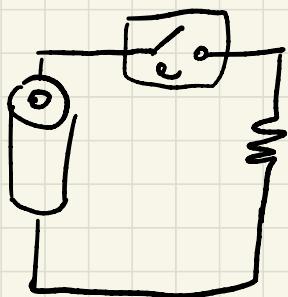
---



28/09

$y = f(x)$

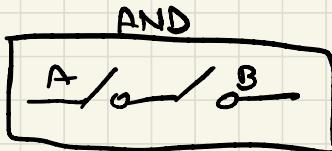
↓      ↓  
VARIABILE INDEPENDENTE  
VARIABILE  
DIPENDENTE



1 VARIABILE

2 STATI

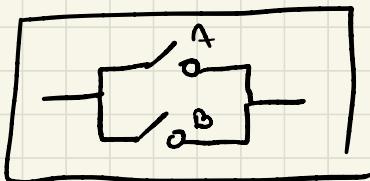
$$\rightarrow f(e) = e$$



AND

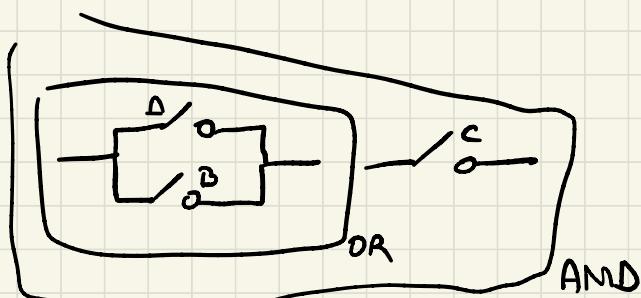
2 VARIABILI

4 STATI



2 VARIABILI

OR



$$f(A, B, C) = (\neg A \text{ OR } B) \text{ AND } C$$

↓

$$(A \times B) \cdot C$$

NEGAZIONE  $\Rightarrow$  convenzione nel ponere o non ponere cerchi



	0 APERTO
	1 CHIUSO
	1 APERTO
	0 CHIUSO

AVETE IL NOT

### TEORIA DELLE INFORMAZIONI

OGNI INFORMAZIONE SI PUÒ RAPPRESENTARE CON UN NUMERO FINITO DI VALORE 0, 1

OGNI CLIMA BINARIO SI CHIAMA BIT

### ALGEBRA DI BOOLE

AND, OR, NOT NELLA LOGICA BOOLEANA  $B = \{0, 1\}$

$$f = B^m \rightarrow B$$

OGNI ESPRESSIONE PUÒ ESSERE RAPPRESENTATA CON LA CONCERNENZA DI AND, OR, NOT

A	B	f <sub>h</sub>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$f_h = \bar{a}^T b + a b^T$$

$$0^T = \bar{a} = \text{NOT } a$$

5 / 10

(ESSERE DOTTATO)

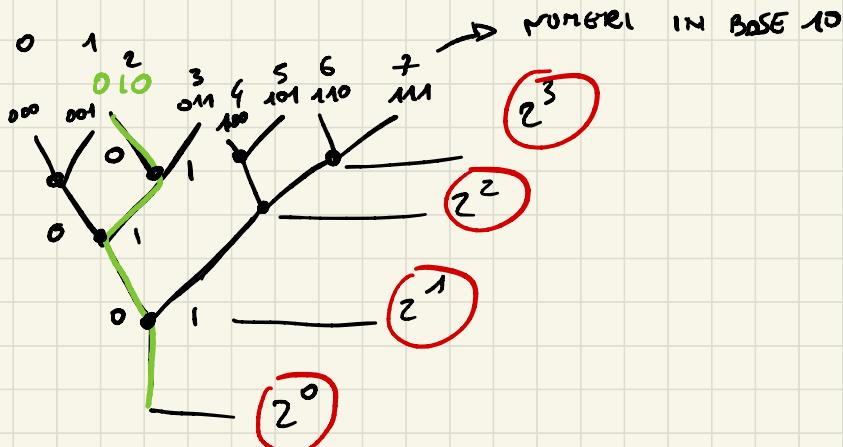
DIGITALE  $\rightarrow$  TUTTO CIÒ CHE SI PUO' RAPPRESENTARE IN CIFRE

È TUTTO CIÒ CHE PUO' ESSERE RAPPRESENTATO CON UNA SEQUENZA FINITA DI SEGNI DA UN ALFABETO FINITO

## RAPPRESENTAZIONI DIGITALE

- IN BINARIO

INFORMAZIONE È RIDUZIONE DI INCERTITUDINE  
CONTENUTO INFORMATIVO (BIT)  $[0, 1]$



FINITO ALFABETO S simboli, N combinazioni

$S^N$  DIFFERENT WORDS

$S^N$  DIFFERENT CONFIGURATIONS

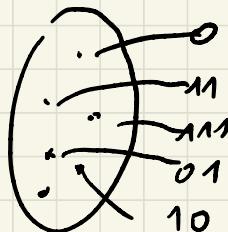
$$\text{BYTE} = 8 \text{ bits} \quad 2^8 = 256$$

## CODICE

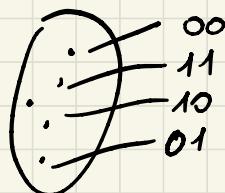
- INSIEME DI PAROLE
- INSIEME DI REGOLE
- PAROLE DI CODICE

CODIFICA  $\rightarrow$  ATTRIBUZIONE DI UN SIGNIFICATO AL CODICE SECONDO DETERMINATE REGOLE

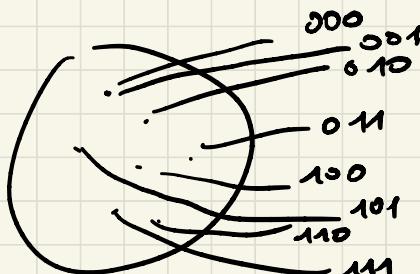
CODIFICA NON RIDONDANTE  $\rightarrow$  UN ELEMENTO A UN SOLO SIGNIFICATO



LUNGHEZZA COSTANTE  $\rightarrow$  STESSO NUMERO DI CARATTERI



ESATTO  $\rightarrow$  UNA CODIFICA ESATTO È UN ASSEGNAZIONE DI TUTTI GLI ELEMENTI HANNO UNA rappresentazione non ambigua



MINIMO NOMENO DI CIFRE PER RAPPRESENTARE TUTTI I SIGNIFICATI  
 $N = \lceil \lg_2 M \rceil$   $\rightarrow$  APP. PER ECESSO  
PER' INTESA

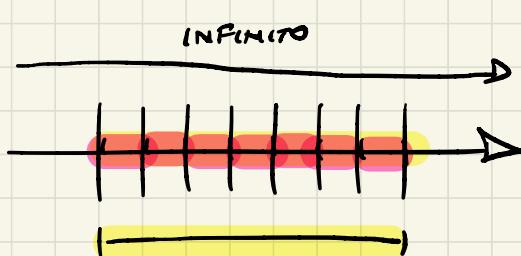
$$S^N \geq M$$

10 / 10

## APPRESENTAZIONI SET INFINTI (CODIFICA)

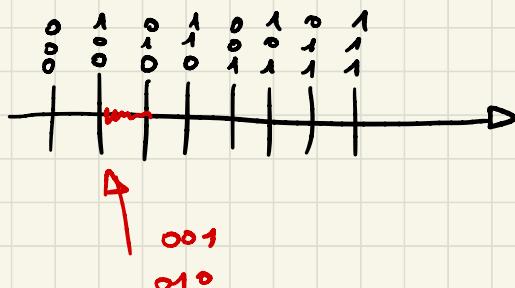
DATA CHE NOI LAVORIAMO CON NUMERI LIMITATI DOBBIAMO LIMITARE ANCHE I SET INFINTI  
DIMENSIONANDO LA PROPRIA MACCHINA, PER CUI LA APPRESENTAZIONE DI QUESTO CGF VOGLIAMO SIA ESATTA

SET INFINTI INFINTAMENTE DENSI, INFINTAMENTE CONTINUO SONO PIÙ PRECISANTI, QUINDI BISOGNA APPLICARLE LA TECNICA DI DISCRETIZZAZIONE, LE SUDDIVISIONI IN TANTI' INTERVALLI, LA CUI SOMMA PRODUCE L'INTEGRO



|—| INTERVALLO  
|—| SUDDIVISIONE  
INTERVALLI

## SUDDIVISIONE INTERVALLI (SOTTOINSIEME DELL'INSIEME)



OGNI SUDDIVISIONE È UNA APPROSSIMAZIONE DELL'INSIEME

## RAPPRESENTAZIONE DEI NUMERI INTERI SENZA SEGNO

$$\begin{array}{r}
 527 \rightarrow \left[ \begin{array}{ccc}
 & 100 & 10 & 1 \\
 & 5 & 2 & 7 \\
 & 10^2 & 10^1 & 10^0
 \end{array} \right] \text{ IN BASE 10} \\
 5 \times 100 + 2 \times 10 + 7 \times 1 = 527
 \end{array}$$

168421  
 10011  
 43210

$$2^4 \cdot 1 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 1 = 16 + 2 + 1 = 19$$

MAX NUM RAPP. IN BIN perche' c'e' lo 0

$$2^8 = 2^8 - 1 = 255$$

$$\begin{aligned}
 C_{m-1} \cdot 2^{m-1} + C_{m-2} \cdot 2^{m-2} + \dots + C_2 \cdot 2^2 + C_1 \cdot 2 + C_0 = \\
 = 2 \left( C_{m-1} \cdot 2^{m-2} + C_{m-2} \cdot 2^{m-3} + \dots + C_2 \cdot 2 + C_1 \right) + C_0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \dots \underline{00001101} \quad 8 \text{ bit} \\
 \begin{array}{r}
 \overset{8421}{\overbrace{\phantom{00001101}}}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6 \ 1 \ 0 \\
 3 \ 0 \ 1 \\
 1 \ 1 \ 2 \\
 \hline
 0 \ 1 \ 3 \\
 \hline
 0 \ 0 \\
 0 \ 0 \\
 6 \ 0 \\
 0 \ 0
 \end{array}$$

0,625

101

$$\begin{array}{r} 0,25 \\ \times 2 \\ \hline 0,5 \\ \times 2 \\ \hline 1,00 \end{array}$$

0,9

1,8

PERIODICO

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ | \\ 1,2 \\ | \\ 0,4 \\ | \\ 0,8 \\ | \\ 1,6 \\ | \\ 1,2 \\ | \\ 0,4 \\ | \\ 0,8 \\ | \\ 1,6 \\ | \\ 1,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} m+m \\ \hline m \quad m \\ \hline \frac{2^{m+m}-1}{2} \end{array}$$

OGNI VOLTA CHE SPOSTO LA VIRGOLA  
DIVIDO PER 2

## ARITMETICA BINARIA

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 0\ 1\ 1\ 1 + \\
 0\ 0\ 0\ 1 = \\
 \hline
 1\ 0\ 0\ 0
 \end{array}
 \quad 7 + 1 = 8$$

$$\begin{array}{r}
 0\ 1\ 1\ 0 \\
 & 1\ 1 = \\
 & \hline
 0\ 1\ 1\ 0 \\
 0\ 1\ 1\ 0 + \\
 0\ 0\ 0\ 0 + \\
 0\ 0\ 0\ 0 + + \\
 \hline
 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 6 \cdot 3 = 18 \\
 16 + 2 = 18
 \end{array}$$

## SEGNO NUMERICO

0 → POSITIVO

1 → NEGATIVO

CONVENIENZA DEL NON MODIFICARE  
UN NUMERO SENZA SEGNO DA UNO CON
$$\begin{array}{r}
 1\ 001101 \\
 0\ 011011
 \end{array}
 \rightarrow \text{CIFRA PIÙ SIGNIFICATIVA}$$

$$(-1)^S \quad S = (0, 1)$$

1° CONV.

$$-3 \quad | \quad 1\ 0011 \qquad 3 \quad | \quad 0\ 0011$$

2° CONV.

$$3 \quad | \quad 0\ 0011 \qquad -3 \quad | \quad 1\ 1100 \qquad \text{COMPLEMENTO A } 3$$

$3^{\circ}$  CONV.

COMPLEMENTO A 3

$$3 \text{ } 0 \text{ } 0011 \text{ } -3 \text{ } 1 \text{ } 1101 = \left( 0 \text{ } 0011 \right)' + 1$$

$$\begin{array}{r}
 3,5 \\
 2,5 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 011,1 \\
 010,1 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0111 \\
 0000+ \\
 0111++ \\
 \hline
 0000+++ \\
 \hline
 01000,11
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 25 \\
 \hline
 175 \\
 \hline
 70+ \\
 \hline
 875
 \end{array}$$

RAPP.

↓                    3                    8 bit

0	0	0	0	0	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

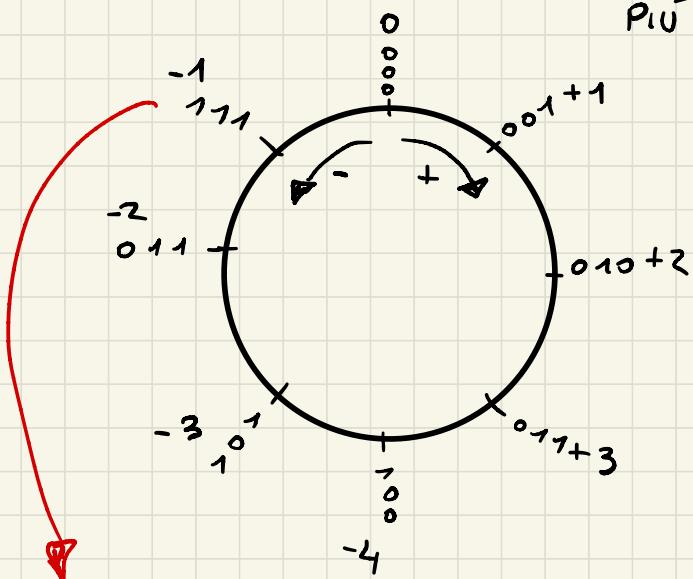
$$\begin{array}{l}
 1 \text{ } 0 \text{ } 1 \text{ } 1 \text{ } - 1^{\circ} \text{ CONV} \\
 1 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } - 2^{\circ} \text{ CONV} \\
 1 \text{ } 0 \text{ } 1 \text{ } - 3^{\circ} \text{ CONV}
 \end{array}$$

↓                    4

0	0	0	0	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

$$\begin{array}{l}
 1 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } 1 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } - 1^{\circ} \text{ CONV} \\
 1 \text{ } 0 \text{ } 1 \text{ } 1 \text{ } - 2^{\circ} \text{ CONV} \\
 1 \text{ } 0 \text{ } 0 \text{ } - 3^{\circ} \text{ CONV}
 \end{array}$$

PIÙ USATA 3° CONVENZIONE



IL NUMERO CHE  
BISOGNA  
SOMMARE 1 PER FARLO  
ARRIVARE A 0

-2

3 CONV

110

$$\begin{array}{r} 101 \\ + \quad 1 \\ \hline 110 \end{array}$$

mejorato  
+ 1

3 CONV

$$2^m - V$$

$m = \text{numero di bit}$

$V = \text{valore modulo del numero}$

ES

$$m = 3$$

$$V = 2$$

$$2^3 - 2 \rightarrow 6 \rightarrow 110$$

DIFF. TRA DUE NUMERI

$$a - b$$

$$a + (-b) \quad a + (2^m - b) = 2^m + a - b = 2^m - (b - a)$$

$\downarrow$

$$2^m - b \quad -(b - a) = a - b$$

CI PERMETTE DI FARLE LE ADDIZIONI PER CALCOLARE LE SOTTRAZIONI

$$3 - 2$$

COMP. 3

$$011 \quad 010 \rightarrow \boxed{110 \quad 2^3 - 2}$$

$$\begin{array}{r} 011 \\ + 110 \\ \hline 1001 \end{array}$$

$$2 - 3 \quad \xrightarrow{\text{COMP. 3}}$$

↓

$$010 \quad 101$$

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 101 \\ \hline 011 \end{array} +$$

↓

$$000 \quad \text{BIT PIÙ SIGNIFICATIVO NEGATIVO}$$

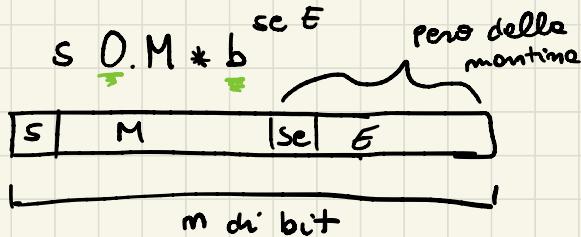
- 001

SI RISPARMIA COMP. 3

$$\begin{array}{r} 010 \\ + 010 \\ \hline 100 \end{array}$$

17/10

## NUMERI rappresentati in virgola mobile



$s \rightarrow$  segno  
 $M \rightarrow$  mantissa  
 $b \rightarrow$  base  
 $se \rightarrow$  segno esponente  
 $E \rightarrow$  esponente

$$m = 1 + m + 1 + e$$

$m =$  numero di bit

ESEMPIO

3,25

1	4	1	2
$s$	$M$	$ $	$se \quad E$

= 8 bit

0 1 1 0 1 0 1 0 = 3,25 FLOATING POINT

$$11,01$$

$$M = 1101$$

$$0.\underline{11}01$$

$$S = 0$$

$$Se = 0$$

$$E = 10$$

ESEMPIO 2

$$6,5$$

$$0.\underline{11}01$$

$$110,1$$

$$0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 = 6,5 \text{ FLOATING POINT}$$

1,625

1,101

0 1 1 0 1 0 0 1 = 1,625 FLOATING POINT

0,625

0,101

0 1 0 1 0 0 0 0 = 0,625 FLOATING POINT

0,25

0,01

0 1 0 0 0 1 0 1 = 0,25 FLOATING POINT

0 1 0 1 0 0 1 0

↙

0,1010 → 10,10 = 2,5

0 1 1 1 0 0 1 1

IEEE 754

19/10

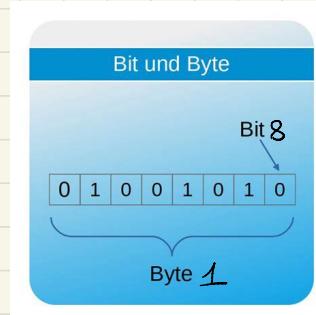
## INFORMAZIONI TESTUALI

### INFORMAZIONI

IMMAGINE DIGITALE (MATRICE DI PIXEL),  
colori



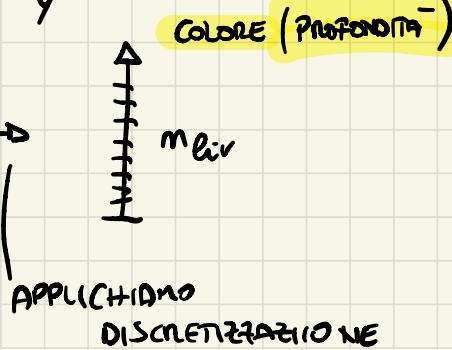
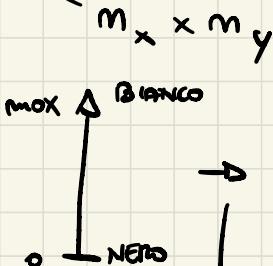
ASCII 7-bit  $\rightarrow$  128 configurazioni  
ASCII 8-bit estende  $\rightarrow$  256 conf.



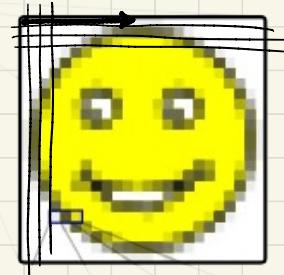
$m_x$

$m_y$

MATRICE MSCRITTA DISCRETIZZATA  
INTERSEZIONE NULLA (L'INSIEME E TUTTO IL PIANO)

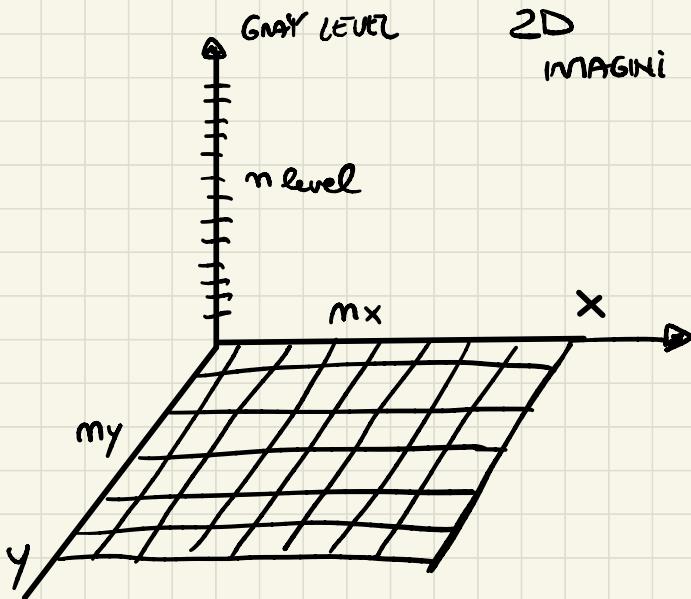


SI CODIFICA DA DESTRA VERSO SINISTRA

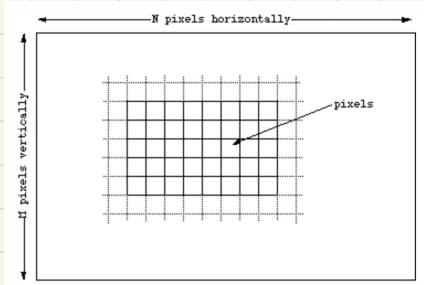


$$m_x \cdot m_y \cdot \log_2 m_{color}$$

R 93%	R 35%	R 90%
G 93%	G 35%	G 90%
B 93%	B 16%	B 0%



2D IMMAGINI



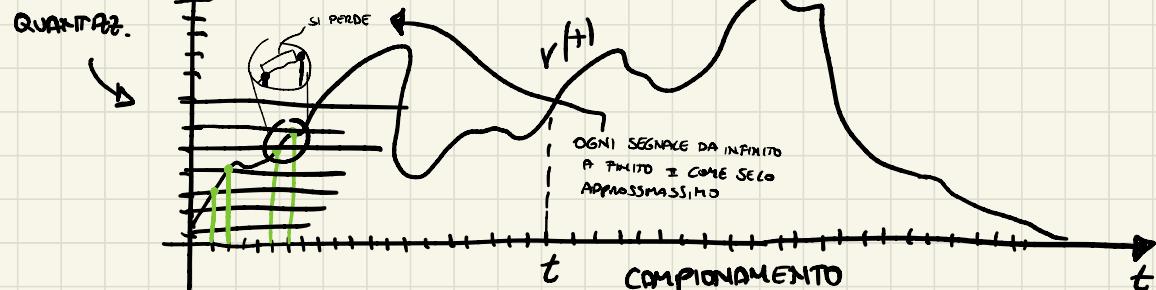
Dimensione immagini	profondità colore	dimensione file
128 x 128	1 bit	2 KB
	8 bit	16 KB
	<u>24 bit</u>	48 KB
256 X 256	1 bit	8 KB
	8 bit	64 KB
	<u>24 bit</u>	192 KB
1K X 1K	1 bit	128 KB
	8 bit	1 MB
	<u>24 bit</u>	3 MB

[http://paulbourke.net/dataformats/bitmaps/index\\_it.html](http://paulbourke.net/dataformats/bitmaps/index_it.html)

APPROPONDIMENTO RGB

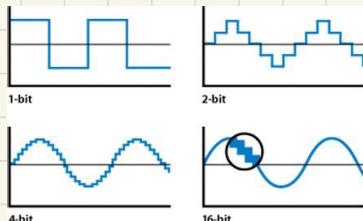
**Segnali** → grandezze finiche che variano nel tempo

[https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria\\_dei\\_segnali](https://it.wikipedia.org/wiki/Teoria_dei_segnali)  
APPROF.



QUANTIZ.  
CAMPIONAMENTO → DA INFINITO A FINITO

IDEALE CLOCK



### DIMENSIONE SEGNALI

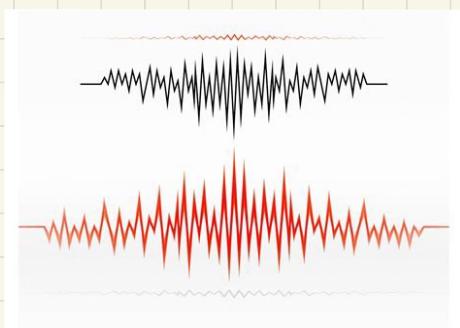
$$SIZE = S_{rate} \cdot T \cdot S_{size}$$

FREQ.  
DI CAMP.

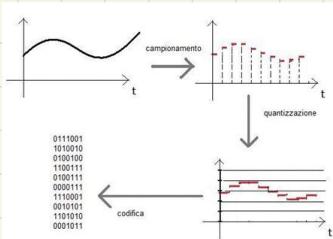
DURATA

$\log_2^{m \text{ bit}}$

→ MODI BIT  
DEDICATA  
CON I BIT



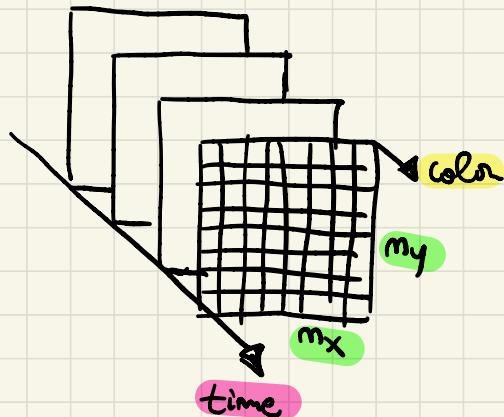
### TEORIA DEL CAMPIONAMENTO



[https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_del\\_campionamento\\_di\\_Nyquist-Shannon](https://it.wikipedia.org/wiki/Teorema_del_campionamento_di_Nyquist-Shannon)

## VIDEO

$$\text{size} = \text{srate} \cdot T \cdot \log_2 m_{\text{col}} \cdot m_x \cdot m_y$$



$\text{srate}$  = frame rate  
 $m_{\text{col}}$  = number of colors  
 $m_x \cdot m_y$  = frame size

**COMPRESSEIONE** [https://it.wikipedia.org/wiki/Compressione\\_dei\\_dati](https://it.wikipedia.org/wiki/Compressione_dei_dati)

NAZIONALI . ENCODING

[https://it.wikipedia.org/wiki/Compressione\\_dell%27immagine](https://it.wikipedia.org/wiki/Compressione_dell%27immagine)

MATIGNE

VIDEO VENGONO TRASMESSI SOLO I FRAME CHE CAMBIANO

24/10

## RIDONDANZA

(MODELLO DEGLI ERRORE)

**ERRORE** bit ricevuto il suo opposto, gli errori sono indipendenti

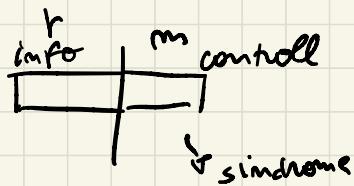
PROBABILITÀ DI ERRORE

$$p_{\text{errore}} = 1 - (1-p)^m \approx mp \quad \begin{matrix} 0 \text{ sbagliato} \\ (0,1) \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \text{ corretto} \end{matrix}$$

$p$  è lo percentuale di volte in cui eseguo il test, dunque tutti i risultati

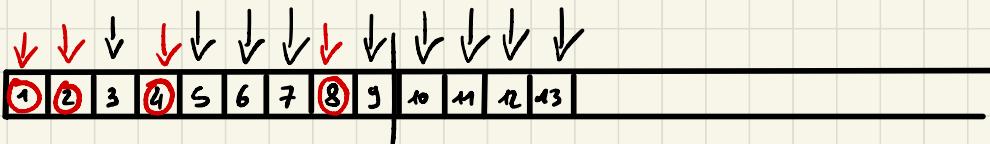
[https://it.wikipedia.org/wiki/Distanza\\_di\\_Hamming](https://it.wikipedia.org/wiki/Distanza_di_Hamming)

NUMERO DI BIT CHE DIFFERISCONO



$$2^m \geq r+m+1$$

26/10 COSTRUZIONE CODICE HAMMING (CODIFICA E DECODIFICA)



ES 9

BIT CONTROLLO POTENZE MAGGIORI DI  $2^k$

BIT INFORMAZIONE (S)

⋮

1 0 0 1 0

1 0 0 1 1

1 0 1 0 0 ←<sup>1</sup>

1 0 1 1 0 ←<sup>2</sup>

1 0 1 1 1

1 1 0 0 0

⋮

①	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	0	1	1	0	1	0	0	0	
	x	x	x	x	x					
	x	x		x	x					
	x	x	x	x	x					

②

0	0	1	0	0	1	1	0	0		
x	x	x	x	x	x					
x	x		x	x						
x	x	x	x	x	x					
x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

CODICE DI HAMMING

r	m	m
1	2	3
2	3	5
3	3	6
4	3	7
5	4	9
6	4	10

## DECODIFICA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	1	1	1	0	0	0	
x	x	x	x	x	x				
xx			xx						
xx	xx	xx	xx						
						x	x	x	x
						x	x	x	x
							x	x	x
								x	x
									0

PESO

0 1 0 1 = SÍNDROME



$$4 + 1 = 5$$

## CODIFICA



1 0 1

(CORREZIONE  
ERRORE SINGOLARE)



1 0 1 1 0 1

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	1	0	1	
x	x	x				
xx			xx			
xx	xx	xx	xx			

1 0 1 0 0 1

x	x	x	x
xx			xx
xx	xx	xx	xx

1 0 0

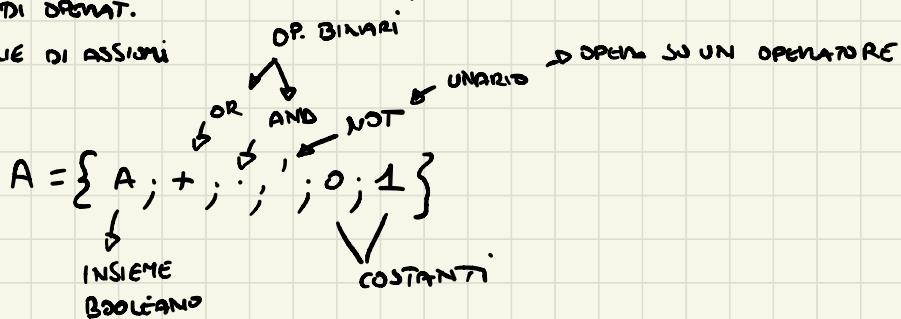
## ALGEBRA DI BOOLE

- SISTEM. MAT. DEDOT.

- INSIEME DI ELEM.

- UN SET DI OPERAT.

- UNA SERIE DI ASSIOMI



ASSIOMI (in A)

$$xy = yx$$

$$x+y = y+x \quad (\text{COMMUTATIVITÀ})$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$x+0 = x \quad (\text{IDENTITÀ, ELEMENTO NEUTRO})$$

$$x \cdot (y+z) = (x \cdot y) + (x \cdot z) \quad x+(y+z) = (x+y) \cdot (x+z) \quad (\text{DISTRIBUTIVITÀ})$$

LEGGI DEL COMPLEMENTO

$\forall x \in A \exists x' \in A :$

$$x \cdot x' = 0 \quad x + x' = 1$$

$$A = \{a, a', b, b', \dots\}$$

# BOOLEAN (SWITCHING) ALGEBRA

$$\mathcal{B} = \{ B, +, ., ', 0, 1 \}$$

uguale ad A in più le funzioni booleane

- operatori

**AND**  $B \times B \rightarrow B$   $z = x \cdot y = xy$

x	y	$x \cdot y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$x \cap y$

**OR**  $B \times B \rightarrow B$   $z = x+y$

x	y	$x+y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$x \cup y$

**NOT**  $B \rightarrow B$   $z = x' = \bar{x}$

x	$x'$
0	1
1	0

$x'$

- FUNZIONI BOOLEANE  $f : B^m \rightarrow B$

TABELLA DELLA VERITÀ (QUANDO QUESTA FUNZIONE È VERA?)

$m$  variabili con 2 per  $2^m$

m			$\Rightarrow 2^3 = 8$ var
a	b	c	$f(a, b, c)$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$2^m = \underline{\text{finit}} \underline{\text{finit}} 2^{2^m}$

↓  
 variabili  
 indipend

$f$  di una sola variabile

$$f_1(x) = x$$

$$f_2(x) = x'$$

$$f_3(x) = xx' = 0 \quad ] \text{ LEGGE DEL COMPLEMENTO}$$

$$f_4(x) = x+x' = 1$$

ORDINE DI RISOLUZIONE  
ESPRESSIONI BOOLEANE  $\Rightarrow (PARENTESI \Rightarrow UNARIO \Rightarrow AND \Rightarrow OR)$

$$f_5 = a \cdot b + c' = ab + \bar{c} = (ab) + \bar{c} \quad \text{Le espressioni si verificano con le tabella delle verità}$$

Ci interessa di più partire dalle tabelle delle verità e trovare un'espressione

## PROPRIETÀ NON ASSIOMATICHE

### - ASSOCIAZIONE

$$x \cdot y \cdot z = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

### - ELEMENTI FORZANTI

$$x \cdot 0 = 0 \quad x + 1 = 1$$

### - IDEM POTENZA

$$x \cdot x = x \quad x + x = x$$

### - LEGGE ASSORBIENTI

$$x + x \cdot y = x$$



$$x + x \cdot y = x$$

$$x \cdot (x + y) = x$$

### - DE MORGAN (PRINCIPIO DI DUALITÀ)

$$(x \cdot y)' = x' + y' \quad (x + y)' = x' \cdot y'$$

## ESEMPI DIMOSTRATIVI SULLE

### - INDUZIONE PUERETTA (FORZA BRUTTA)

delle esprn.

### - MANIPOLAZIONE BOOLEANA (RIDUZIONE A LA FORMA PIÙ RIDOTTA<sup>+</sup> EQUIVALENTE ALL'ALTRA)

### - FORME CANONICHE (forme di espressione ridotte alla minima configurazione equivalente a tutte le espressioni equivalenti ad esse)

## SUMME DI MIN TERMINI

- letterale ogni valore dell'espressione  $x + y \cdot z = \{x, y \cdot z\}$  letterali
- min termini  $f_1(x, y, z) = x, y', z \quad x, y, z'$
- si stabilisce un'ordine

## IMPORTANTE

OGNI ESPRESSIONE BOOLEANA SI PUÒ RAPPRESENTARE CON SOMMA DI MIN TERMINI

ESEMPIO SOMMA MIN TERMINI

e	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

minor numero di letterali

$$\begin{aligned}
 f &= a'b'c + ab'c + abc' \\
 &= b'c(a' + a) + abc' \\
 &= b'c + abc'
 \end{aligned}$$

ESPRESS. SLIDE (MINIMIZZAZIONE BOOLEANA)

$$f = a'b'c' + a'bc' + ab'c' + abc' + abc$$

$$= c'(a'b' + a'b + ab' + ab) + abc$$

↓

$$b'(a' + a) + b(a' + a)$$

↓

$$b' + b = 1$$

$$= c' + abc \quad \longrightarrow \quad = c' + abc' + abc = c' + cb(c' + c) = c' + cb$$

$$c' = c' + cb$$

$$c' + abc$$

$$x + x'y = x + y$$

$$x = x + xy$$

$$x = c'$$

$$y = ab$$

## TEOREMA ESPANSIONE BOOLEANA

$$f: B^m \rightarrow B$$

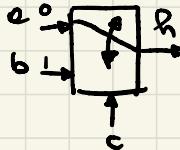
SLIDE

MINIMIZZAZIONE BOOLEANA  $\rightarrow$  RIDUZIONE LETTERALI, IL PIÙ POSSIBILE

CONDIZIONI DI INDIFFERENZA  $\rightarrow$  CASELLE NON SPECIFICATE NELLA TABELLA DELLA VENUTA

(DON'T CARE CONDITIONS)

SINTESI LOGICA  $\rightarrow$  TAB VENUTA  $\rightarrow$  SOM MIN TERMINI  $\rightarrow$  OTT. BOOLEANA



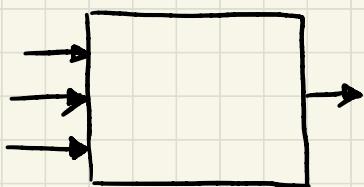
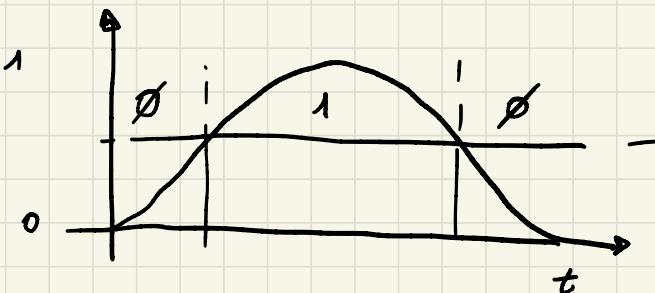
$$\begin{aligned} \text{se } c=0 &\rightarrow f=a \\ c=1 &\rightarrow f=b \end{aligned}$$

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$\begin{aligned} f &= a'b'c + a'b'c' + abc' + abc \\ &= bc(a'+a) + ac'(b'+b) = bc + ac' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c=a &\quad f = 1 \cdot a + 0 \cdot b = a \\ c=b &\quad f = 0 \cdot a + 1 \cdot b = b \end{aligned}$$

**GATES** → PORTE LOGICHE → Componente che prende in input uno o più segnali logici e restituisce in output uno o più segnali logici dipendenti dalle funzioni di configurazione dei segnali di input.



Valore minimo (0) → falso

Valore massimo (1) →

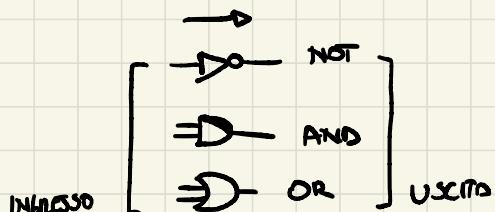
TRATTAZIONE ASTRATTA → TRATTAZIONE PISICA

ALGEBRA DI BOOLE

COMPONENTI ELETTRONICI

PORTE LOGICHE SPECIALI

(VEDI 3.02 SUOE)



$$f = a' = \bar{a}$$

$$f = ab$$

$$f = a + b$$

⋮

EXOR

⊕

$$f = a \oplus b$$

$$f = (a \oplus b)'$$

TAB. VERITÀ

a	b	EXOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

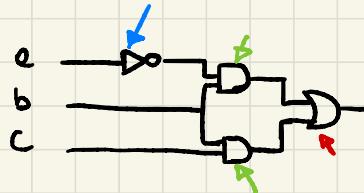
PORTE LOGICHE COMPOSTE  $\rightarrow$  RETI LOGICHE

CORR BIONICOCA MA

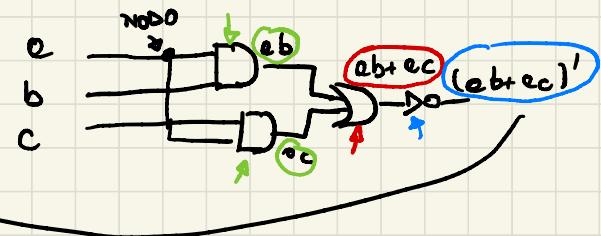
ESPRESSIONE BOOLEANA

$$f = a \cdot b + b \cdot c$$

componenti  $'$ ,  $+$ ,  $\cdot$



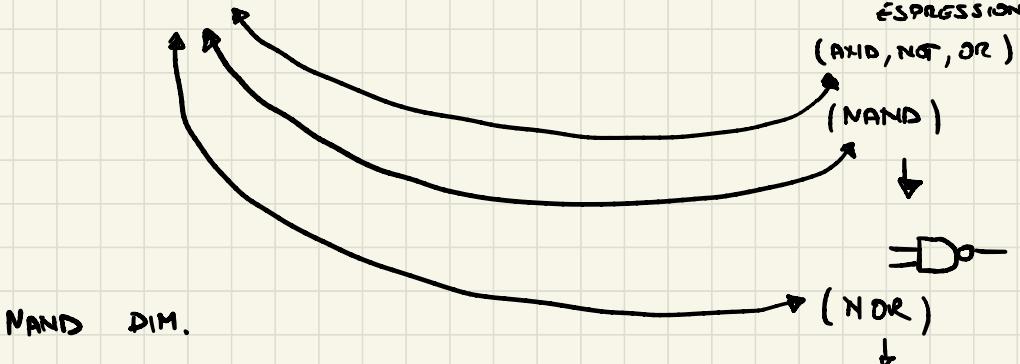
$$f_1 = ((a \cdot b + a \cdot c)')$$



LIBRERIA  $\rightarrow$  COMPONENTI CHE POSSO UTILIZZARE QUANDO SERVONO  
(DAL TIPO NON DAL NUMERO) (AND, NOT)

LIBRERIA FUNZIONALMENTE COMPLETA  $\rightarrow$  POSSO DI QUALSiasi FUNZIONE

ESPRESSIONE

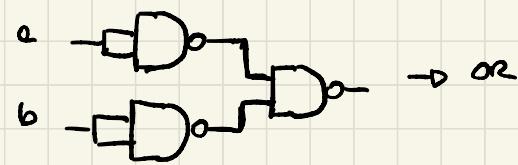


NAND DIM.

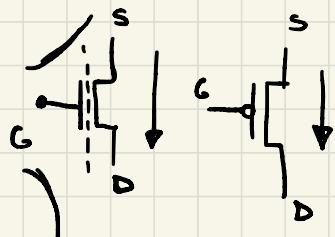
$$e \rightarrow \text{NAND} \quad (e \cdot e)' = e' \rightarrow \text{NOT}$$

$$e \rightarrow \text{NAND} \quad (a \cdot b)' \rightarrow \text{AND}$$

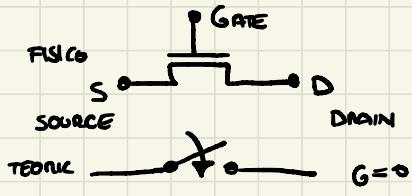
$$a+b = (a'b')' = ((aa)'(bb)')'$$



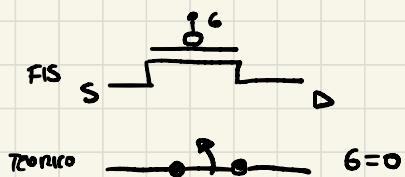
TRANSISTOR (FORMA FISICA)  $\rightarrow$  STESSA NATURA DEGLI INTRINSECI  
A LIVELLO CONCETTUALE



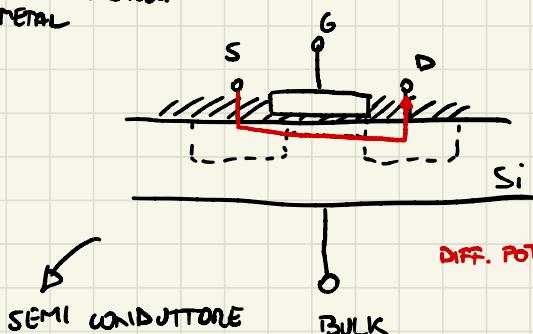
NMOS



PMOS

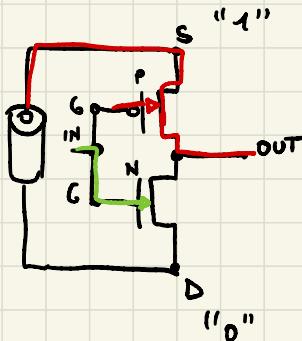


MOSFET  
METAL  
Oxide  
Silicon



DIFF. POT TRA GS

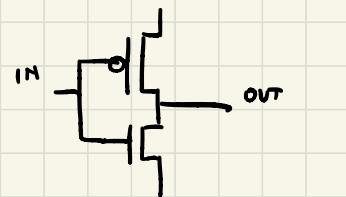
$\leftarrow$  SOSTITUZIONE ATOMO  
DI SILICIO  
REGIONI  
RICCHE DI  
ELETTRONI



FCMOS  $\rightarrow$  FORTE LOGICHE

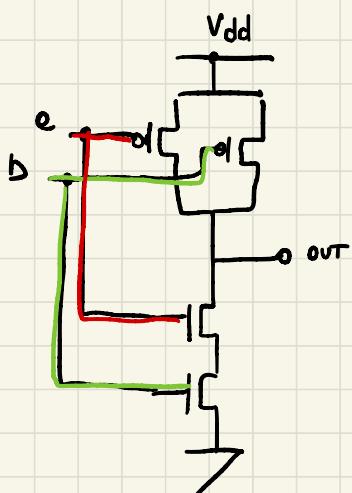
in	out
0	1 -
1	0 -

→ NOT



FCMOS

MAI ACCESI ENTRAMBI



$\downarrow \equiv$  MASSA  
MESSA  
A TERRA

e	b	out
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

→ NAND

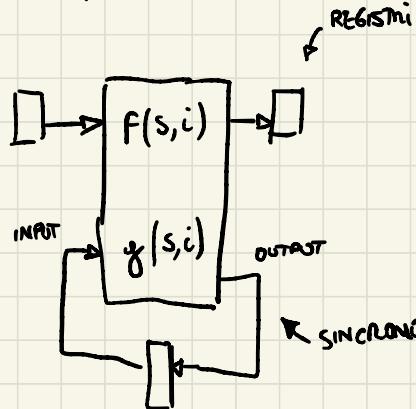
CORREZIONE VER.

Q.2 COMPLEMENTO A2 PRIMO BIT SEGNO

111 000



28/11 FLIP FLOP  $\rightarrow$  REGISTRI



SINCRONO  $\Rightarrow$  CIRCUITO CHE USA IN TUTTI I SEGNALI UN SEGNALE DI CLOCK E PRESENTE E MANTIENE IL SINCRONISMO

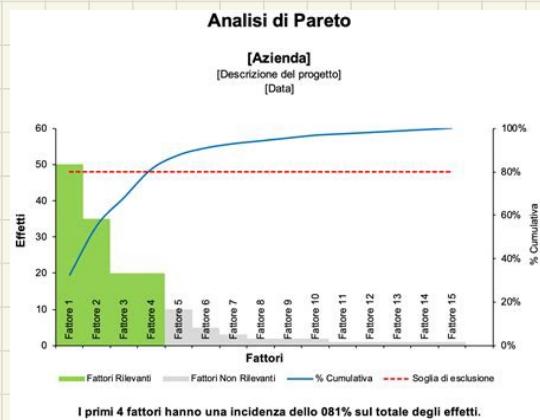
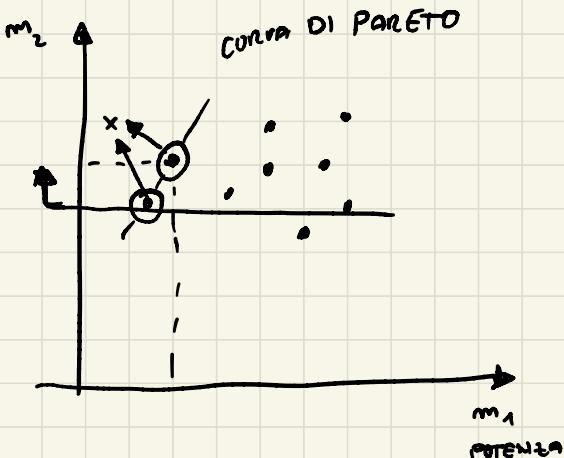
GENERAL

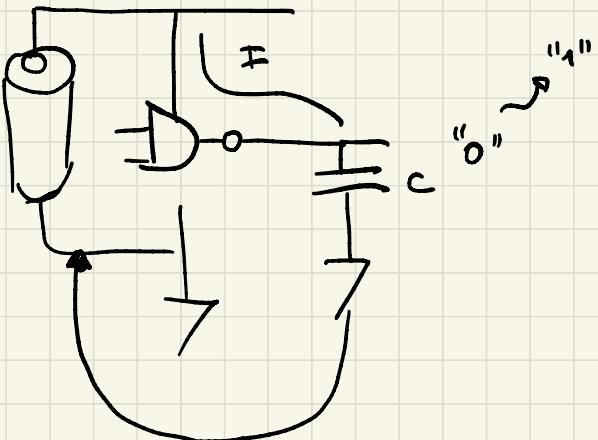
SISTEMI DIGITALI

MEMICHE:

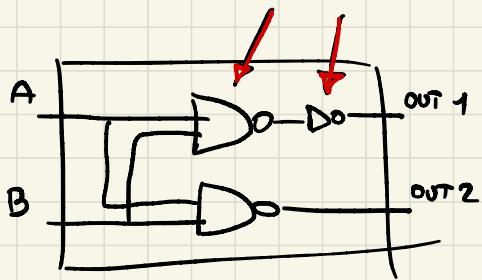
- AREA (A)
- PERFORMANCE  $\rightarrow$  tempo risposta
- POTENZA (W)  $\rightarrow$  tempo consumazione

PRESENTAZIONI





PRESTAZIONI



$T_p$  2 più grande

$T_c$  1 più piccolo

$T_p$  pin-to-pin A

	OUT1	OUT2
A	2	1
B	2	1

PORTE LOGICHE CHE ATTENDE

SINTESI LOGICA  $\rightarrow$  SPEC POINT  $\rightarrow$  TAB VENOM

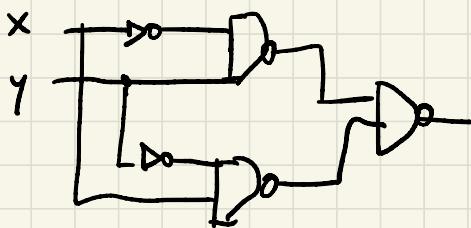
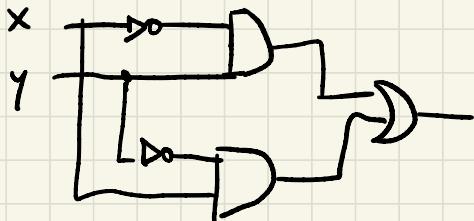
TOP-DOWN

- MODULARI
- SCALABILI

FULL ADDER

S.02

EXOR

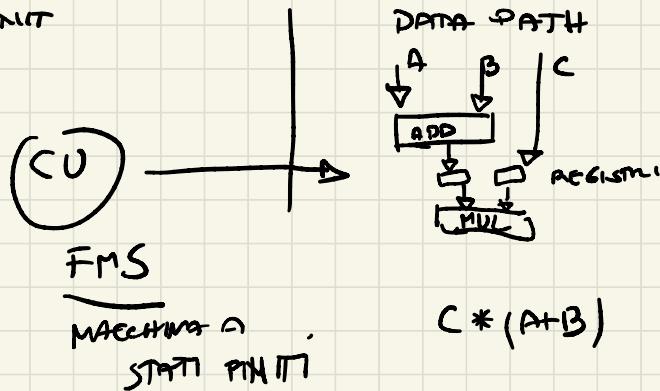


RTL

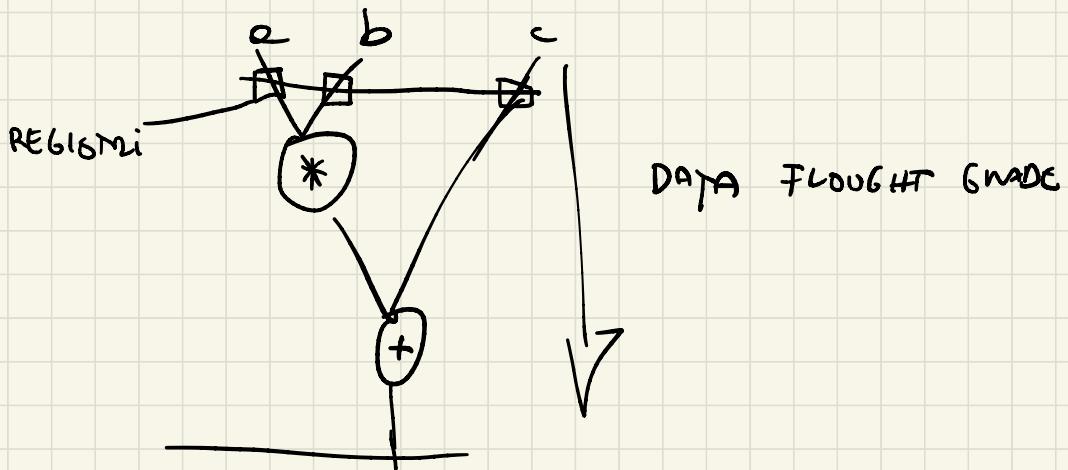
13 / 12

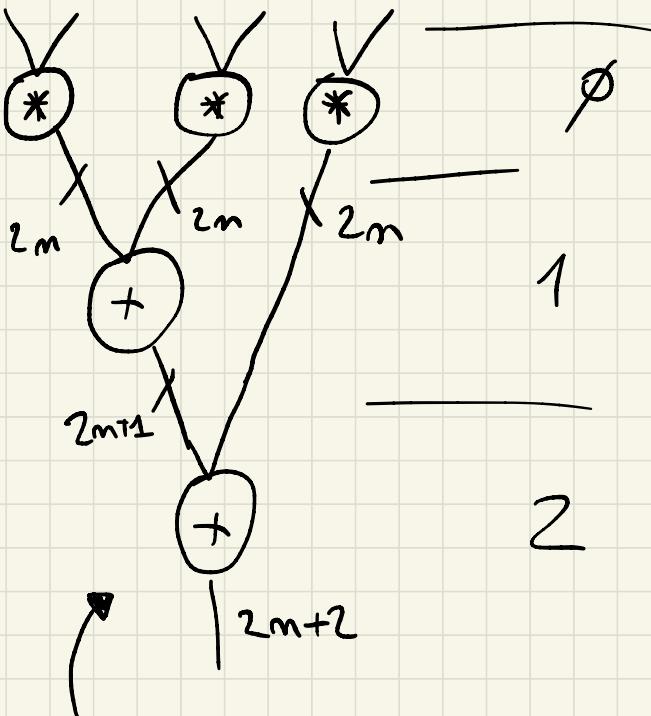
RTL  
→ REGISTRI  
→ MACRO  
MACCHINA A STATI FINITI

CONTROL UNIT



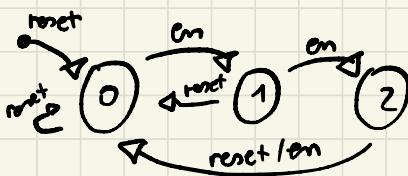
$$f = a * b + c$$





$$x_1 c_1 + x_2 c_2 + x_3 c_3$$

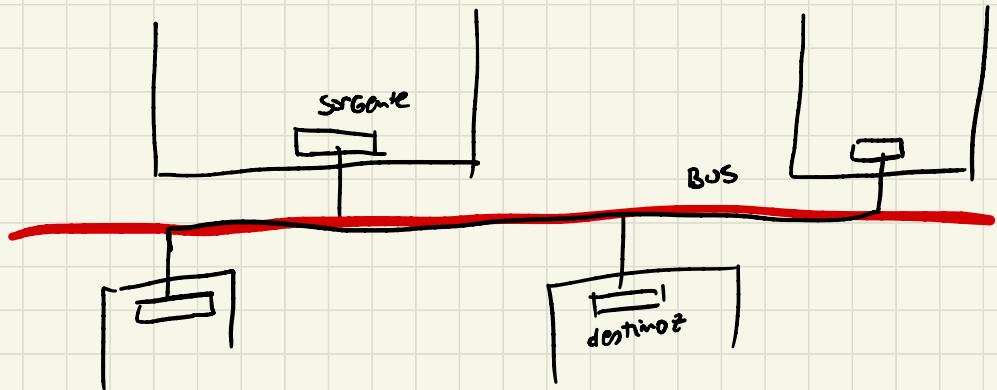
Diagramma degli stati.



		Controllo			TAB VERITÀ	
		e	b	c	$S_i$	$S_o$
$S_i S_o$		0	0	0	1	01
00	0	0	0	0	1	01
01	1	1	1	1	2	10
10	2	0	0	0	0	00
11	1	1	1	1	1	10

$$\text{Controllo} = S_0$$

BUS



11101.01  
1684 1

25 , 25

26	0	
13	1	
6	0	11010
3	1	00101
1	1	00110
0		

11, 11

0,1111 010

0.11100 111 101

0.00101

110 101

24

$a \in c = 1$

101

$b' \in c' = 1$

100

e 0

c' 1

b 1

c 0

$\begin{array}{r} 011\ 001101 \\ - - - - - \\ \hline & & & 1 \\ & & & 0 \\ & & & 1 \end{array}$

1001

1001

