1	2	3	4	5	6
+	+	+	+	+	+

10

Оформление просто

Условие?

Долгосрочное домашнее задание

Вариант №18

Классическая вероятность

1. $\Omega = \{(x_1, x_2, \dots, x_5) : x_i = \{0,1\}\}$ Пускай 1 - выпал герб (далее орел).

$\mathcal{F} = 2^{\Omega}$ $|\Omega| = 2^5 = 32$

$P : \mathcal{F} \to [0,1]$

$P(\emptyset) = 0$ $P(\Omega) = 1$ $\{A_i\}_{i\geq 1}$ $P(\Sigma A_i) = \Sigma P(A_i)$

$\forall\omega$ $P(\omega) = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{32}$

а) A = {"Орел выпал 3 раза подряд"}

Т.к. бросков 5, то орел выпадает три раза подряд в "11100", "01110", "00111", "11101", "10111", "11110", "01111", "11111". Т.о. получаем 8 благоприятных исходов.

Значит $P(A) = \frac{8}{32} = 0.25$

б) B = {"Орел выпал хотя бы 3 раза"}

Кол-во благоприятных исходов: $C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 10 + 5 + 1 = 16$

$P(B) = \frac{16}{32} = 0.5$

2. $\Omega = \{0,1,2, \dots ,9\}$

$\mathcal{F} = 2^{\Omega}$ $|\Omega| = 10$

$P : \mathcal{F} \to [0,1]$

$P(\emptyset) = 0$ $P(\Omega) = 1$ $\{A_i\}_{i\geq 1}$ $P(\Sigma A_i) = \Sigma P(A_i)$

$\forall\omega$ $P(\omega) = \frac{1}{|\Omega|} = \frac{1}{10}$

A = {"Сделал не более 3 попыток"}

B_1 = {"Угадал с первой попытки"}

B_2 = {"Угадал со 2 попытки"}

B_3 = {"Угадал с 3 попытки"}

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(B_i) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{8} = 0.3$$ +

Условная вероятность

3. $\Omega_1 = \{\text{“М”}, \text{“Ж”}\}$ $\Omega_2 = \{x, x = \{0,1\}\}$, где 1 - дальтоник

$\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$ $\mathcal{F} = 2^{\Omega}$

$P(1 \mid \text{“М”}) = 0.05$

$P(1 \mid \text{“Ж”}) = 0.0025$

По условию задачи мужчин и женщин одинаково $\Rightarrow P(\text{“М”}) = P(\text{“Ж”}) = 0.5$

По формуле Байесса получаем:

$$P(\text{“М”} \mid 1) = \frac{P(1 \mid \text{“М”}) \cdot P(\text{“М”})}{P(1 \mid \text{“М”}) \cdot P(\text{“М”}) + P(1 \mid \text{“Ж”}) \cdot P(\text{“Ж”})} = \frac{20}{21} \approx 0.952381$$

4. $\Omega_1 = \{x, x = 1,2,3, \ldots, 12\}$, где

Номинал	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K	A
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

$\Omega_2 = \{y, y = 1,2,3,4\}$, где

Масть	черви	трефы	пики	бубны
Y	1	2	3	4

$\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2$ $\mathcal{F} = 2^{\Omega}$

$A_1 = \{\text{“Извлечен туз”}\}$

$A_2 = \{\text{“Извлечена пика”}\}$

Для проверки независимости событий проверим выполняется ли $P(A_1 A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2)$

В левой части вероятность того, что извлечен пиковый туз – $P(A_1 A_2) = \frac{1}{52}$

В правой части вероятность того, что извлечен туз, умноженная на вероятность того, что извлечена пика – $P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{4}{52} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{52}$

Левая часть уравнения равна правой, значит эти два события являются независимыми.

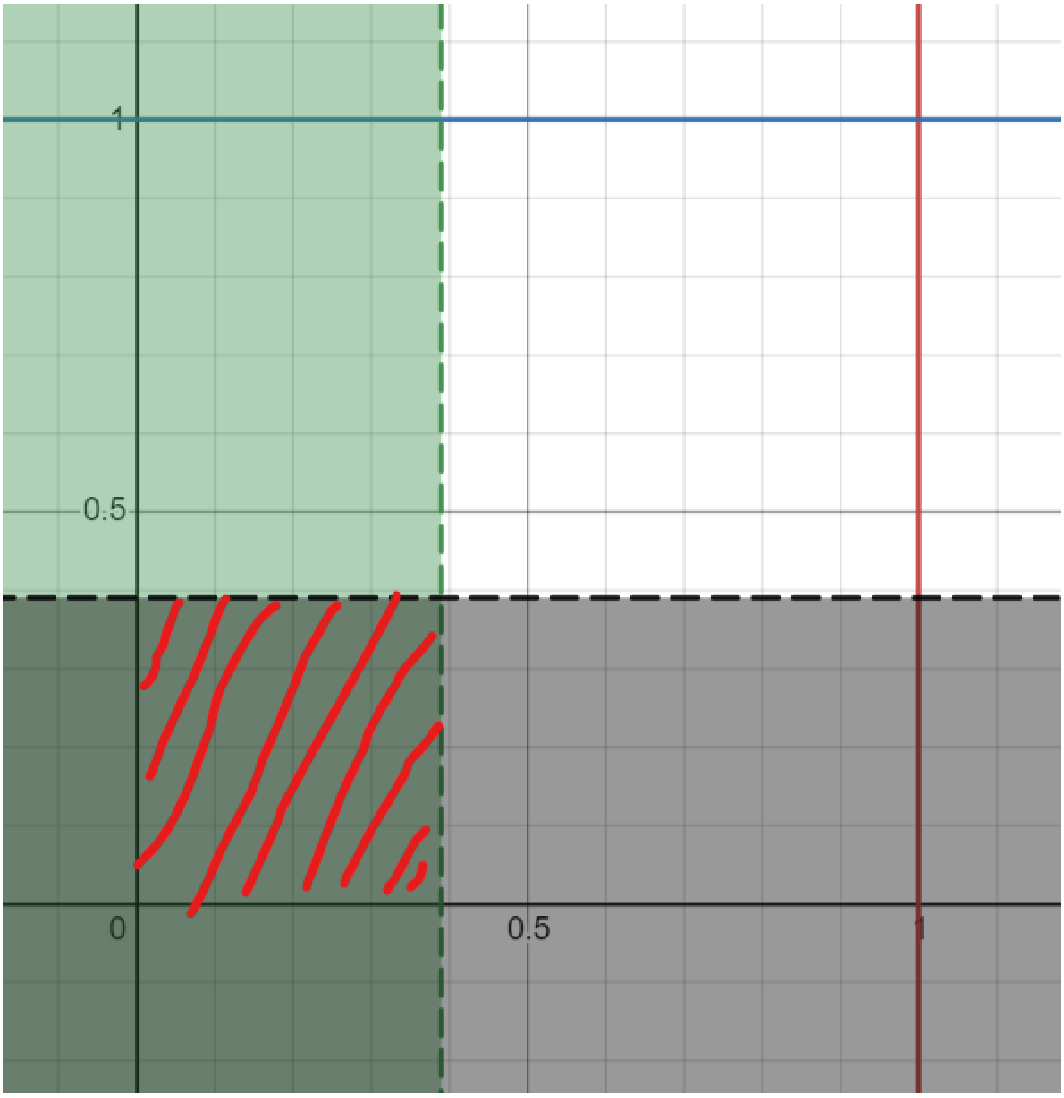
Геометрическая вероятность

5. $\Omega = \{(X, Y) : X, Y \in [0,1]\}$

$\mathcal{F} = \boldsymbol{\beta}(\mathbb{R}^2 \cap \Omega)$ P - геометрическая вероятность

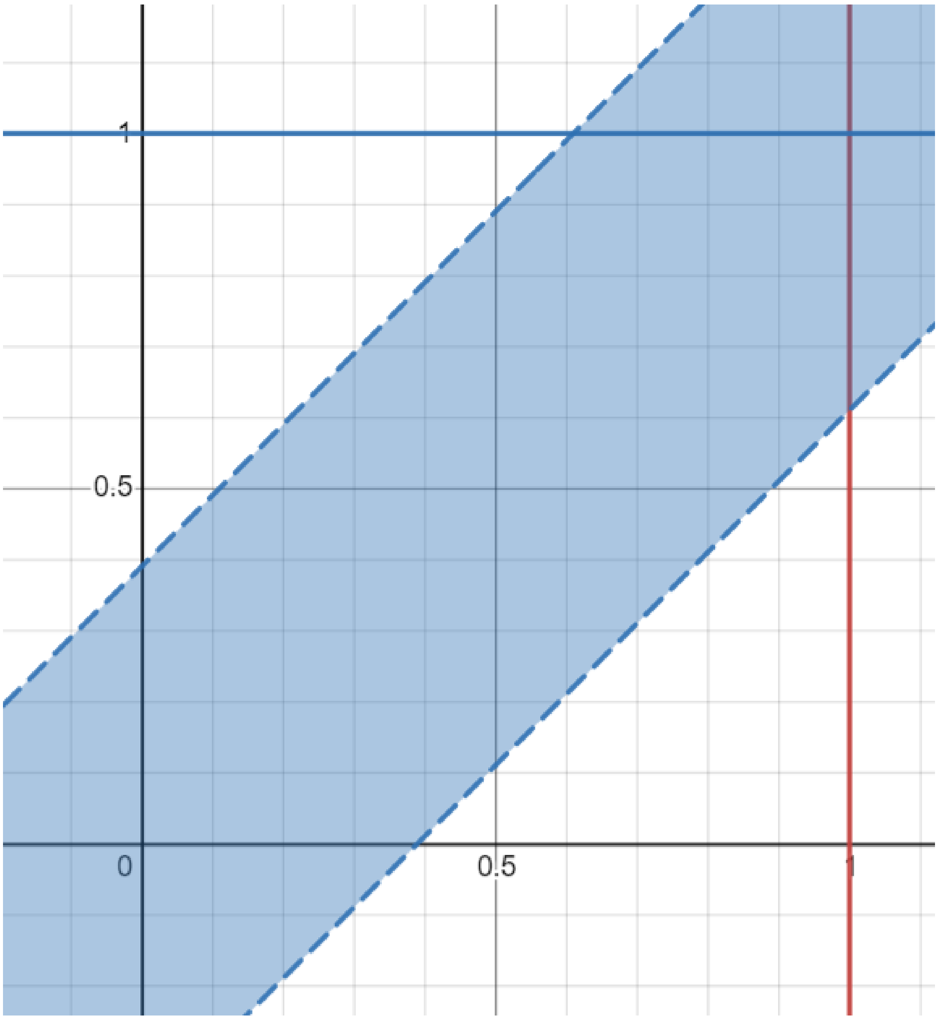
$\xi = x,\ \eta = y,\ z \in [0,1]$

а) На графике ниже красным помечена нужная нам область. Это пересечение зеленой и черной областей



Чтобы найти вероятностьP(max(ξ,η) < z), представим ее в виде $P(\xi < z \cap \xi \geq \eta) \cap P(\eta < z \cap \eta \geq \xi) = z \cdot z = z^2$

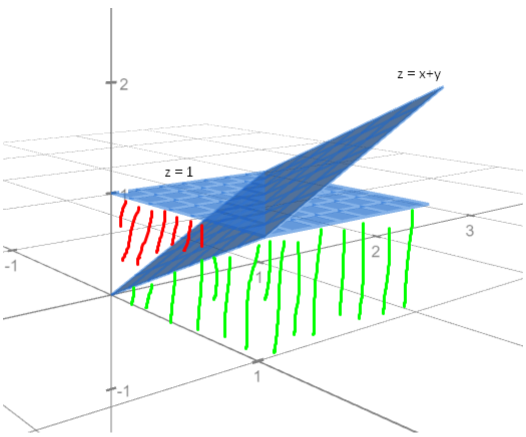
б) На графике ниже синем обозначена нужная нам область.



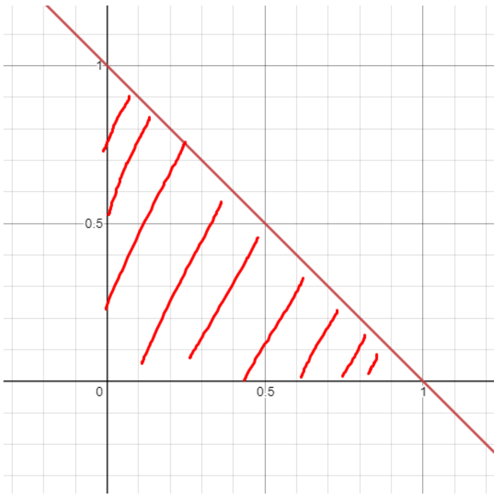
$P(|\xi - \eta| < z) = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2}(1-z)^2 = 2z - z^2$

6. $\Omega = \{(X, Y, Z) : X, Y, Z \in [0,1]\}$

$\mathcal{F} = \boldsymbol{\beta}(\mathbb{R}^3 \cap \Omega)$ P - геометрическая вероятность



(рис. 1)



(рис. 2)

На рис. 1 зеленым помечена область, в которой X+Y > Z. На рис. 2 помечена проекция красной области с рис. 1 на плоск ость XOY.

Чтобы найти вроятность P(X+Y > Z), найдем вероятность противоположного события и будем считать P(X+Y > Z) = 1 - P(X+Y ≤ Z) = 1 - $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_{x+y}^{1} dz$ = 1 - $\int_0^1 dx \int_0^{1-x} (1 - x - y)dy$ = 1 - $\int_0^1 (\frac{x^2-2x+1}{2})dx$ = 1 - - $\frac{1}{6}$ = $\frac{5}{6}$ ≈ 0.8(3)

$x+y>z$

$x+y\le z$

$$\int_0^1 dz \int_0^z dx \int_0^{z-x} dy$$

Или нарисовать