

BAB 6

TEORI HIMPUNAN, FUNGSI DAN BARISAN

Teori himpunan merupakan dasar dari seluruh pembelajaran matematika diskrit. Himpunan adalah kumpulan dari suatu objek yang didefinisikan dengan jelas. Sebagai contoh kumpulan semua bilangan integer adalah suatu himpunan. Objek yang didefinisikan dengan jelas dari himpunan diatas adalah bilangan integer. Kumpulan bilangan ganjil yang kurang dari 10 juga adalah suatu himpunan. Untuk yang terakhir ini tentunya objek yang didefinisikan dengan jelas adalah bilangan ganjil yang kurang dari 10. Bagaimana operasi himpunan dan apa pemakaiannya akan dipelajari pada bagian ini.

6.1 NOTASI HIMPUNAN

Himpunan umumnya dilambangkan dengan huruf besar dan setiap objeknya dituliskan dalam kurung kurawal. Setiap objek dari himpunan disebut dengan elemen atau anggota dari himpunan itu. Sedangkan objek yang tidak ada pada himpunan itu dikatakan bukan anggota himpunan itu.

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_k\} \text{ dimana } a_i \in A, b \notin A \text{ dan } n(A) = |A| = k$$

Himpunan A diatas beranggotakan a_i dimana $i = 1, 2, 3, \dots, k$. Bilangan kardinal suatu himpunan menunjukan berapa banyak anggota himpunan tersebut. Jadi untuk contoh diatas bilangan kardinal himpunan A adalah k.

Contoh 6.1 :

- $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ adalah himpunan bilangan asli
- $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ adalah himpunan bilangan integer atau bilangan bulat
- $Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ adalah himpunan bilangan integer positif
- $Q = \{p/q \mid p \in Z, q \in Z, q \neq 0\}$ adalah himpunan bilangan rasional
- $R = \{p \mid p \in Z \text{ atau } p \in Q\}$ adalah himpunan bilangan real

Objek dari suatu himpunan bisa saja berupa himpunan. Misalkan dibentuk himpunan $\alpha = \{N, Z, Q, R\}$ maka terlihat empat anggota himpunan α adalah himpunan bilangan natural, himpunan bilangan integer, himpunan bilangan rasional dan himpunan bilangan real. Perlu dicatat bahwa, untuk beberapa referensi, nol bukanlah anggota himpunan bilangan asli.

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai satupun anggota. Meskipun demikian himpunan kosong ada. Himpunan yang mencakup seluruh semesta pembicaraan disebut himpunan semesta.

Contoh :

- Himpunan profesor yang berumur kurang dari 10 tahun adalah himpunan kosong
- Himpunan bilangan real adalah himpunan semesta bilangan yang tidak maya.
- $\phi = \{ \} = \{x/x^2 + 1 < 0, x \in N\}$ adalah himpunan kosong

6.2 RELASI HIMPUNAN

Dua buah himpunan dikatakan sama jika dan hanya jika mempunyai elemen yang sama. Jadi jika A dan B adalah himpunan yang sama maka semua elemen himpunan A adalah elemen himpunan B demikian juga sebaliknya.

$$A = B \text{ iff } \forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B)$$

Contoh 6.2 :

- $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$
- $\{1, 2, 3\} = \{2, 2, 3, 1, 2, 3, 3, 1\}$

Himpunan A adalah bagian dari himpunan B jika dan hanya jika semua elemen himpunan A adalah elemen himpunan B.

$$A \subseteq B \text{ iff } \forall x(x \in A \rightarrow x \in B)$$

$$A \subset B \text{ iff } \forall x(x \in A \rightarrow x \in B), \exists y(y \in B \rightarrow y \notin A)$$

Himpunan A disebut *subset* dari himpunan. Himpunan B adalah *superset* dari himpunan A

Contoh 6.3 :

- $N \subset Z$ himpunan bilangan asli adalah himpunan bagian dari himpunan bilangan integer
- $Q \subset R$ himpunan bilangan rasional adalah himpunan bagian dari himpunan bilangan real
- $\phi \subset A$
- $A \subseteq A$
- $\{x/x^2 < 1, x \in N\} \subseteq \{0,1,2\}$
- $\{0,2,3,4,5\} \not\subset \{x | x \in Z^+\}$

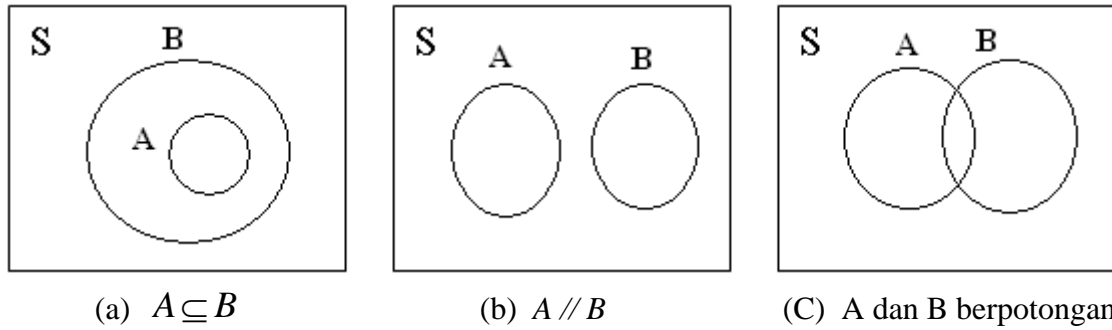
Himpunan A tidak bisa dibandingkan dengan himpunan B jika himpunan A bukan himpunan bagian dari himpunan B juga sebaliknya himpunan B bukan himpunan bagian dari himpunan A. Jika tidak ada elemen yang sama antara himpunan A dan himpunan B maka himpunan A dan himpunan B adalah saling lepas. Jika ada elemen yang sama maka himpunan A dan himpunan B saling berpotongan.

$$A // B \text{ iff } \forall x(x \in A \rightarrow x \notin B), \forall y(y \in B \rightarrow y \notin A)$$

Contoh 6.4 :

- $\{1,2\}$ berpotongan dengan $\{1,4,5\}$
- $\{1,2\}$ saling lepas dengan $\{3,4,5\}$

Penggambaran diagram Venn untuk relasi himpunan diperlihatkan pada Gambar 6.1 berikut



Gambar 6.1 : Diagram Venn relasi himpunan A dan B

Kumpulan semua himpunan bagian dari suatu himpunan, S , disebut *power of set* dari himpunan itu dan dilambangkan dengan $P(S)$.

Contoh 6.5 :

- $S = \{ 1, 2, 3 \}$ maka $P(S) = \{ \{ \}, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 1, 3 \}, \{ 2, 3 \}, \{ 1, 2, 3 \} \}$
- $P(\emptyset) = \{ \emptyset \}$
- $P(\{ \emptyset \}) = \{ \emptyset, \{ \emptyset \} \}$

6.3. PRODUK KARTESIAN

Anggota sebuah himpunan dapat berupa pasangan berurut. Dua buah anggota pasangan berurut dikatakan sama jika dan hanya jika setiap elemen dari pasangan berurut yang bersesuaian adalah sama.

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_n) \leftrightarrow a_i = b_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

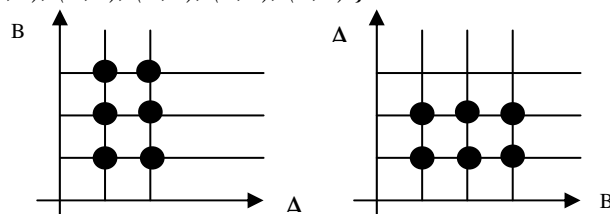
Secara khusus untuk dua pasangan berurut $(a, b) = (c, d)$ jika dan hanya jika $a = c$ dan $b = d$ atau $(a, b) = (b, a)$ jika dan hanya jika $a = b$.

Produk kartesian dari dua buah himpunan A dan B dinyatakan dalam bentuk $A \times B$ adalah himpunan pasangan berurut (a, b) dimana a anggota A dan b anggota B .

$$A \times B = \{ (a, b) \mid (a \in A) \wedge (b \in B) \}$$

Contoh 6.6 :

- $A = \{ 1, 2 \}, B = \{ a, b, c \} \rightarrow A \times B = \{ (1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c) \}$
 $B \times A = \{ (a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2) \}$



Gambar 6.2 : Produk kartesian $A \times B$ dan $B \times A$

Produk kartesian untuk n buah himpunan tentunya akan membentuk himpunan pasangan berurut n dimensi seperti yang dinyatakan berikut ini.

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i, i = 1, 2, 3, \dots, n\}$$

Contoh 6.7 :

- $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}, C = \{5, 6\}$
 $A \times B \times C = \{(1, a, 5), (1, a, 6), (1, b, 5), (1, b, 6), (2, a, 5), (2, a, 6), (2, b, 5), (2, b, 6)\}$

6.4 OPERASI HIMPUNAN

Dua buah himpunan dapat dioperasikan dengan banyak cara. Pengoperasian dua himpunan pada dasarnya digunakan operator gabungan, irisan, dan komplemen. Bagaimana pengoperasian dua buah himpunan dengan masing-masing kombinasi operator yang ada akan dibahas pada bagian berikut

Gabungan dari dua himpunan A dan B dinyatakan dengan $A \cup B$ adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah semua anggota himpunan A beserta dengan semua anggota himpunan B .

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Irisan dari dua himpunan A dan B dinyatakan dengan $A \cap B$ adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah anggota himpunan A yang juga anggota himpunan B .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Komplemen dari himpunan A dinyatakan dengan \bar{A} adalah suatu himpunan yang anggotanya adalah bukan anggota himpunan A tetapi anggota himpunan semesta pembicaraan.

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A \wedge x \in S\}$$

Contoh 6.8 :

- $A = \{1, 2\}, B = \{1, 3, 5\}, S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}; A \cap B = \{1\}; \bar{A} = \{3, 4, 5, 6\}; \bar{A} \cap B = \{3, 5\}; \bar{A} \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

Bilangan kardinal dari operasi gabungan dan operasi irisan dapat dinyatakan dengan rumus

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Dari tiga operasi dasar himpunan dapat dibentuk beberapa operasi lainnya seperti operasi pengurangan dan penjumlahan. Operasi pengurangan dari himpunan A dengan himpunan B yang dinyatakan dengan $A - B$ dan operasi penjumlahan dengan $A \oplus B$

$$A - B = A \cap \bar{B} = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = \{x \mid (((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge (x \notin (A \cap B)))\}$$

Contoh 6.9 :

- $A = \{ 1, 2 \}$, $B = \{ 1, 3, 5 \}$ maka $\therefore A - B = \{2\}$; $B - A = \{3, 5\}$

Gabungan dari beberapa operasi himpunan dapat disederhanakan dengan beberapa aturan operasi . aturan operasi itu dinyatakan pada Tabel 6.1 berikut :

Tabel 6.1 : Hukum Penyederhanaan Operasi Himpunan		
No	Proposisi Ekvivalen	Keterangan
1.	$A \cup A = A$	Hukum Idempoten
2.	$A \cap A = A$	
3.	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$	Hukum Asosiatif
4.	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$	
5.	$A \cup B = B \cup A$	Hukum Komutatif
6.	$A \cap B = B \cap A$	
7.	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Hukum Distributif
8.	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	
9.	$A \cup S = S$	Hukum Dominasi
10.	$A \cap \phi = \phi$	
11.	$A \cup \phi = A$	Hukum Identitas
12.	$A \cap S = A$	
13.	$A \cup \bar{A} = S$	Hukum Negasi
14.	$A \cap \bar{A} = \phi$	
15.	$\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$	Hukum De Morgan
16.	$\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$	
17.	$A = \bar{\bar{A}}$	Hukum Negasi Ganda
18.	$A \cup (A \cap B) = A$	Hukum Penghapusan
19.	$A \cap (A \cup B) = A$	

Pembuktian hukum penyederhanaan Operasi Himpunan dapat dilakukan berdasarkan hukum logika.

Berikut adalah beberapa pembuktian hukum penyederhanaan operasi himpunan

$$\begin{aligned}
 \overline{(A \cap B)} &= \{x \mid x \notin (A \cap B)\} \\
 &= \{x \mid \neg(x \in (A \cap B))\} \\
 &= \{x \mid \neg((x \in A) \wedge (x \in B))\} \\
 &= \{x \mid \neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)\} \\
 &= \{x \mid (x \notin A) \vee (x \notin B)\}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$\begin{aligned}
 A \cup (B \cap C) &= \{x \mid (x \in A) \vee (x \in (B \cap C))\} \\
 &= \{x \mid (x \in A) \vee ((x \in B) \wedge (x \in C))\} \\
 &= \{x \mid ((x \in A) \vee (x \in B)) \wedge ((x \in A) \vee (x \in C))\}
 \end{aligned}$$

$$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

6.5 FUNGSI

Dua buah himpunan dapat dioperasikan dengan banyak cara yaitu melakukan kombinasi kemungkinan operator operasi himpunan. Namun dua himpunan tidak selamanya dapat dioperasikan karena hasil pengoperasian itu tidak mempunyai arti. Jika A adalah himpunan mahasiswa dan B adalah himpunan hasil belajar mahasiswa itu. Maka operasi gabungan, Irisan ataupun pengurangan antara himpunan A dan himpunan B tidak mempunyai arti. Akan tetapi jelas ada hubungan antara himpunan A dan himpunan B yaitu bahwa himpunan B adalah himpunan hasil belajar dari A . Bagaimana menghubungkan satu himpunan dengan himpunan lainnya digunakan konsep relasi, pemetaan, transformasi atau fungsi.

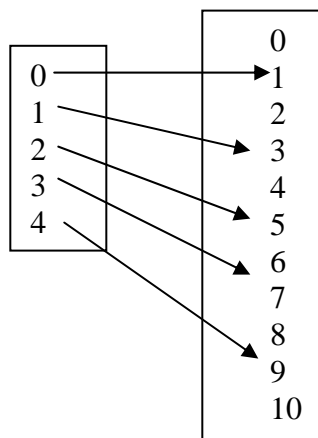
Dua buah himpunan A dan B yang tidak kosong dapat dibuat suatu fungsi dari A ke B yang dinyatakan dengan $f: A \rightarrow B$ yaitu suatu pemetaan yang menghubungkan setiap satu anggota a , di himpunan A ke tepat satu anggota b , dari himpunan B . Hubungan itu dinyatakan dengan $f(a) = b$.

Ada banyak cara untuk menyatakan suatu fungsi. Pertama, Fungsi dapat dinyatakan dengan cara mentabulasi seluruh relasi. Kedua, fungsi dapat dinyatakan dengan suatu persamaan. Ketiga, fungsi dapat dinyatakan dengan diagram panah. Keempat fungsi dapat dinyatakan dengan kata-kata.

Contoh 6.10 :

$A = \{x \mid x < 5, x \in N\}$, $B = \{y \mid y < 11, y \in N\}$ dibuat $f: A \rightarrow B$ dimana $f(x) = 2x + 1$

Jadi $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ maka



$$f(x) = 2x + 1$$

f adalah fungsi dari A ke B dengan hubungan "dua kali bilangan ditambah 1"

$$f: A \rightarrow B = \{(0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7), (4, 9)\}$$

$$f(0) = 1, f(1) = 3, f(2) = 5, f(3) = 7, f(4) = 9$$

Gambar 6.3 : Diagram Panah Fungsi

$X = \{x \mid x \in R\}$ dibuat $f: X \rightarrow X$ dimana $f(x) = x^2 - 1$ Jelas f tidak dapat dinyatakan dalam bentuk tabulasi karena ada banyak anggota X . Ia juga tidak dapat dinyatakan dalam bentuk diagram panah dengan alasan yang sama. Tetapi ia dapat dinyatakan dengan kata-kata yaitu dengan hubungan "kuadrat bilangan ditambah satu". Untuk hal ini lebih baik dinyatakan dalam bentuk grafik.

Jika f adalah suatu fungsi dari A ke B maka A adalah *domain* dari f dan B adalah *codomain* dari f . Jika $f(a) = b$ maka a adalah *preimage* dari b dan b adalah *image* dari A . *Range* dari f adalah seluruh himpunan *image* dari A . Jelas bahwa *range* adalah himpunan bagian dari *codomain*.

Contoh 6.11 :

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ yang didefinisikan dengan $f(x) = x^2$ maka *domain* dan *codomain* dari f adalah himpunan bilangan bulat tetapi *range* dari f adalah $\{0, 1, 4, 9, 16, \dots\}$

Pemakaiannya dalam pemrogramman dinyatakan dalam bentuk deklarasi bahasa pemrogramman yang digunakan. Misalkan kita akan membuat fungsi yang memetakan dari bilangan real ke integer dinyatakan dengan

Dalam bahasa Java dideklarasikan sebagai : `Int namafungsi(float real) { ... }`

Dalam bahasa Pascal dideklarasikan sebagai : `function namafungsi(x : real) : integer { ... }`

Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan fungsi satu-satu jika dan hanya jika $f(a) = f(b)$ maka $a = b$ untuk semua a dan b pada domain f . Fungsi ini disebut juga fungsi *injective*.

$$\forall a \forall b (f(a) = f(b) \rightarrow a = b) \text{ atau } \forall a \forall b (a \neq b \rightarrow f(a) \neq f(b))$$

Contoh 6.12 :

$f : \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dimana $f(a) = 4$, $f(b) = 5$, $f(c) = 3$, dan $f(d) = 1$ adalah fungsi satu-satu.

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dimana $f(x) = x^2$ bukanlah fungsi satu-satu karena $f(1) = f(-1) = 1$ dan $1 \neq (-1)$

$f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ dimana $f(x) = x^2$ adalah fungsi satu-satu.

Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan fungsi pada jika dan hanya jika untuk setiap anggota b pada codomain B maka ada a anggota domain A sehingga $f(a) = b$. Fungsi ini disebut juga fungsi *surjective*.

Contoh 6.13 :

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dimana $f(x) = x^2$ bukanlah fungsi pada karena tidak ada a sehingga $f(a) = -1$.

$f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ dimana $f(x) = x^2$ bukanlah fungsi pada karena tidak ada a sehingga $f(a) = 3$.

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dimana $f(x) = x + 1$ adalah fungsi pada karena untuk $\forall b \exists a \rightarrow b = a + 1$

Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ dikatakan fungsi berkorespondensi satu-satu jika dan hanya jika fungsi itu fungsi satu-satu dan fungsi pada. Fungsi ini disebut juga fungsi *bijection*.

Contoh 6.14 :

$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dimana $f(x) = x + 1$ adalah fungsi berkorespondensi satu-satu.

Suatu fungsi $f: A \rightarrow B$ berkorespondensi satu-satu maka akan ada fungsi *inverse* dari f yaitu suatu fungsi $g: B \rightarrow A$ sedemikian sehingga anggota b dari *codomain* B dipetakan ke anggota a dari *domain* A secara unik dimana $f(a) = b$. Fungsi inverse dari f dilambangkan dengan f^{-1} . Oleh karena itu $f^{-1}(b) = a$ apabila $f(a) = b$.

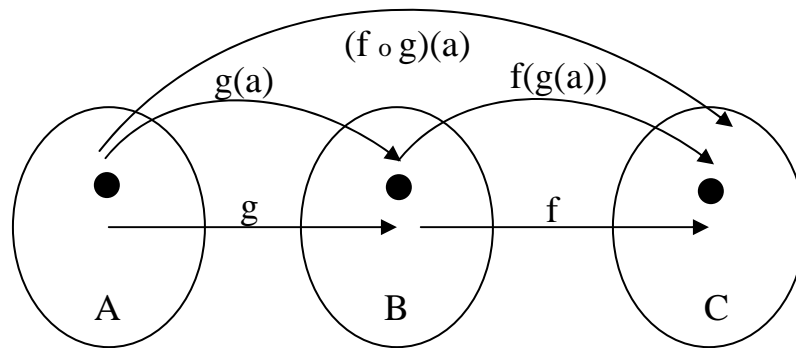
Contoh 6.15 :

$f: Z \rightarrow Z$ dimana $f(x) = x + 1$ maka inverse fungsi f adalah $f^{-1}(y) = y - 1$

$f: Z^+ \rightarrow Z^+$ dimana $f(x) = x^2$ maka inverse fungsi f adalah $f^{-1}(y) = \sqrt{y}$

Suatu fungsi memetakan suatu himpunan ke himpunan lain. Jika ada dua buah fungsi sedemikian rupa sehingga fungsi pertama memetakan himpunan pertama ke himpunan ke dua dan fungsi kedua memetakan himpunan ke dua ke himpunan ke tiga maka dapat dibentuk fungsi komposisi baru dari kedua fungsi tadi, yang memetakan himpunan pertama ke himpunan ke tiga seperti diperlihatkan pada Gambar 4.

$$((g: A \rightarrow B) \wedge (f: B \rightarrow C)) \rightarrow (f \circ g: A \rightarrow C) \text{ dimana } (f \circ g)(a) = f(g(a))$$



Gambar 6.4 : Fungsi Komposisi

Contoh 6.16 :

$f: Z \rightarrow Z$ dimana $f(x) = 2x - 3$ dan $g(x) = 3x - 2$ tentukanlah $(f \circ g)(x)$ dan $(g \circ f)(x)$

$$\therefore (f \circ g)(x) = f(g(x)) = 2(3x - 2) - 3 = 6x - 7$$

$$\therefore (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 3(2x - 3) - 2 = 6x - 11$$

6.6 BARISAN

Barisan adalah sekumpulan bilangan yang disusun sedemikian rupa untuk merepresentasikan suatu daftar urutan. Sebagai contoh 1,2,3,5,8 adalah barisan berhingga yang terdiri dari lima buah bilangan dan 1,3,9,27,81,... adalah suatu barisan tak hingga.

Elemen atau suku ke n dari suatu barisan dinyatakan dengan a_n dan barisannya dinyatakan dengan $\{a_n\}$.

Contoh 6.17 :

$$\left\{ \frac{1}{n} \right\} = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots \quad ; \quad \{n^2\} = 1, 4, 9, 16, \dots \quad ; \quad \{2^n\} = 2, 4, 8, 16, \dots$$

Jumlah n suku pertama dari seluruh barisan dinyatakan dengan $\sum_{j=1}^n a_j$ sedangkan jumlah n suku dimulai dari suku ke m adalah $\sum_{j=m}^{m+n} a_j$

Contoh 6.18 :

- $\sum_{j=1}^5 (j^2 + 1) = 2 + 5 + 10 + 17 + 26 = 60$
- $\sum_{j=4}^8 (-1)^j = (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 + (-1)^8 = 1$
- $\sum_{S \in \{0, 3, 7\}} S = 0 + 3 + 7 = 10$
- $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^3 ij = \sum_{i=1}^4 (i + 2i + 3i) = \sum_{i=1}^4 6i = 6 + 12 + 18 + 24 = 60$

6.7 LATIHAN BAB 6

- Jika $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ maka tabulasikanlah himpunan berikut ini :
 - $A = \{x | x \in N, 3 < x < 12\}$
 - $B = \{x | x \in N, 4 + x = 3\}$
 - $C = \{x | x \in N, x^2 + 1 = 10\}$
 - $D = \{x | x \in N, |2x + 1| < 5\}$
 - $D = \{x | x \in N, x^2 = 9, x^2 = 4\}$
- Jika $X = \{x | x \text{ adalah bilangan integer dan } x > 1\}$, $Y = \{y | \text{mod}(y, 2) = 0\}$, $Z = \{\text{bilangan genap yang lebih besar dari } 10\}$, $W = \{2, 4, 6, \dots\}$ manakah dari X, Y atau Z yang merupakan himpunan bagian dari W .
- Jika $A = \{a, b, c\}$ tuliskanlah semua himpunan bagian dari A dan berapa banyak himpunan bagian A ?
- Jika $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{2, 3, 4\}$, dan $Z = \{2\}$ tentukanlah himpunan W terkecil sehingga $W \not\subset X, W \subseteq Y, Z \not\subset W$ adalah benar
- Jika diketahui $A \subseteq B, B \subseteq C, C \subseteq A$ kesimpulan apa yang bisa diambil ?
- Tentukanlah bilangan kardinal dari himpunan berikut :

$A = \{a\}$	$B = \{\{a\}\}$	$C = \{a, \{a\}\}$	$D = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$
$E = \{\}$	$F = \{\{\}\}$	$G = \{\{\}, \{\{\}\}\}$	$H = \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}$
- Tentukanlah himpunan bagian dari himpunan berikut :

$A = \{a\}$	$B = \{\{a\}\}$	$C = \{a, \{a\}\}$	$D = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$
$E = \{\}$	$F = \{\{\}\}$	$G = \{\{\}, \{\{\}\}\}$	$H = \{\{\}, \{\{\}\}, \{\{\}, \{\{\}\}\}\}$
- Jika $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{y, z\}$ tentukanlah

$P = A \times B$	$Q = B \times A$
------------------	------------------
- Jika A dan B mempunyai power set yang sama, dapatkah diambil kesimpulan bahwa $A = B$?
- Jika $A \times B = \{\}$ dan apa yang bisa disimpulkan dari himpunan A dan B
- Manakah dari pernyataan berikut yang benar ?
 - $A \times B \times C = (A \times B) \times C$
 - $(A \times B) \times (C \times D) = A \times (B \times C) \times D$
- Jika $A = \{a, b, c, d, e\}$ dan $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ tentukanlah :

A. $A \cup B$	B. $A \cap B$	C. $A - B$	D. $B - A$
---------------	---------------	------------	------------

13. Tentukalah himpunan A dan B jika diketahui $A - B = \{1, 5, 7, 8\}$, $B - A = \{2, 10\}$ dan $A \cap B = \{3, 6, 9\}$
14. Buktikanlah bahwa :
- A. $(A \cap B) \subseteq A$ B. $A \subseteq (A \cup B)$ C. $(A - B) \subseteq A$
D. $A \cap (B - A) = \emptyset$ E. $A \cup (B - A) = A \cap B$
15. Kesimpulan apa yang dapat diambil atas himpunan A dan B dari pernyataan berikut
- A. $A \cup B = A$ B. $A \cap B = A$ C. $(A - B) = A$ D. $A - B = B - A$
16. Dapatkah diambil kesimpulan bahwa $A = B$ jika himpunan A, B dan C memenuhi
- A. $A \cup C = B \cup C$ B. $A \cap C = B \cap C$ C. $(A \cup C = B \cup C)$ dan $(A \cap C = B \cap C)$
17. Apakah pernyataan ini benar ?
- A. $A \oplus B = B \oplus A$ B. $(A \oplus B) \oplus B = A$ C. $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$
D. $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ E. $(A \oplus B) \oplus (C \oplus D) = (A \oplus C) \oplus (B \oplus D)$
18. Buktikanlah pernyataan berikut ?
- A. $A \cup B \subseteq (A \cup B \cup C)$ B. $(A \cap B \cap C) \subseteq (A \cap B)$
C. $((A - B) - C) \subseteq (A - C)$ D. $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$
E. $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$
19. Haruskah $A = B$ jika $A \oplus C = B \oplus C$
20. Buktikanlah bahwa $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$
21. Manakah yang merupakan fungsi dari Z ke R berikut ini
- A. $f(n) = \pm n$ B. $f(n) = \sqrt{n^2 + 1}$ C. $f(n) = 1/(n^2 - 4)$
22. Manakah yang merupakan fungsi satu-satu dari Z ke Z berikut ini
- A. $f(n) = n - 1$ B. $f(n) = n^3$ C. $f(n) = n^2 + 1$
23. Manakah yang merupakan fungsi pada dari Z ke Z berikut ini
- A. $f(n) = n - 1$ B. $f(n) = n^3$ C. $f(n) = n^2 + 1$
24. Tentukanlah apakah $f: (Z \times Z) \rightarrow Z$ adalah fungsi pada jika
- A. $f(m, n) = 2m - n$ B. $f(m, n) = m^2 - n^2$ C. $f(m, n) = m + n + 1$
25. Tentukanlah apakah $f: R \rightarrow R$ adalah fungsi *bijection* jika
- A. $f(x) = 2x + 1$ B. $f(x) = x^2 + 1$ C. $f(x) = (x^2 + 1)/(x^2 + 2)$
26. Jika $g: A \rightarrow B$ dan $f: B \rightarrow C$ buktikanlah :
- A. Jika g dan f adalah fungsi satu-satu maka $f \circ g$ adalah fungsi satu-satu.
B. Jika g dan f adalah fungsi pada maka $f \circ g$ adalah fungsi pada.

27. Jika f dan $f \circ g$ adalah fungsi satu-satu apakah dapat disimpulkan g juga fungsi satu-satu.
28. Jika f dan $f \circ g$ adalah fungsi pada apakah dapat disimpulkan g juga fungsi pada.
29. Tentukanlah $f \circ g$ dan $g \circ f$ apabila $f(x) = x^2 + 1$ dan $g(x) = x + 2$
30. Apabila $f(x) = ax + b$ dan $g(x) = cx + d$ tentukanlah konstanta a, b, c dan d sehingga $f \circ g = g \circ f$
31. Jika $f : Y \rightarrow Z$ dan $g : X \rightarrow Y$ adalah fungsi yang koresponden satu-satu maka buktikanlah inverse dari $f \circ g$ yang dilambangkan $(f \circ g)^{-1}$ dapat dinyatakan dengan $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$
32. Berapakah jumlah barisan berikut
- A. $\sum_{k=1}^5 (k+1)$ B. $\sum_{k=1}^5 (-2)$ C. $\sum_{k=1}^5 (2^{k+1} - 2^{k-1})$
33. Berapakah jumlah barisan berikut
- A. $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 (i-k+1)$ B. $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 (-1)$ C. $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 i^{k+1}$