

OPTIMIZACIÓN DE MODELOS ESTOCÁSTICOS DE MERCADO ELÉCTRICO MÚLTIPLE MEDIANTE MÉTODOS DUALES

Unai Aldasoro Marcellan

TFM - MIEIO curso 2010/2011

March 17, 2011

Director: Francisco Javier Heredia Cervera
**programación estocástica, optimización dual, mercados
eléctricos**

Índice

- 1 **Introducción**
- 2 **Modelo de optimización**
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 **Método de resolución: Proximal Bundle Method**
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 **Adaptación del problema al PBM**
- 5 **Implementación**
- 6 **Resultados**
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 **Conclusiones y líneas futuras**

Contexto de investigación

Proyecto de investigación DPI2008-02153. MCI

Short and Medium-Term multimarket Optimal Electricity
Generation Planning with Risk and Environmental Constraints

ENTORNO ACADÉMICO

- Group on Numerical Optimization and Modeling (GNOM)

ENTE PROMOTOR OBSERVADOR

- Gas Natural - Unión Fenosa

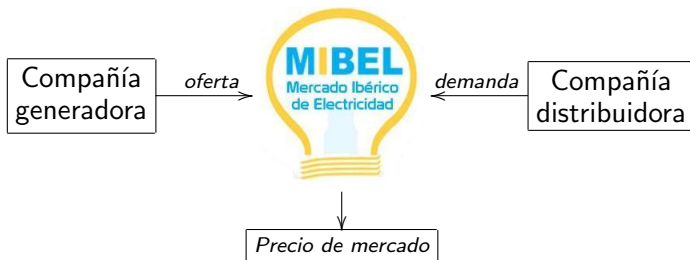
Objetivos

Objetivo principal

Valorar posibles métodos duales y contruir la base de una resolución eficiente del modelo eléctrico multimercado de oferta óptima en el MIBEL

Modelo de optimización basado en **“Optimal Day-Ahead Bidding in the MIBEL’s Multimarket Energy Production System”** C. Corchero and F.J Heredia

Descripción del problema: MIBEL



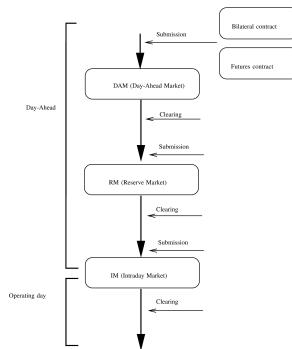
Descripción del problema: Estructura del mercado

Mercados MIBEL

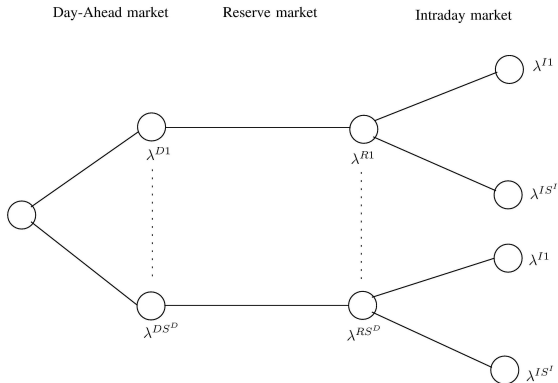
- Day-Ahead Market (DAM)
- Reserve Market (RM)
- Intraday Market (IM)

Generación no optimizable

- Bilateral Contracts (BC)
- Futures Contracts (FC)



Descripción del problema: Incertidumbre



Hipótesis

Hipótesis 1

Sólo se decidirá si una unidad participa o no en IM.

Hipótesis 2

Se considera únicamente la primera sesión de IM.

Hipótesis 3

Todas las pujas realizadas en los RM e IM serán casadas.

Índice

- 1 Introducción
- 2 **Modelo de optimización**
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 Método de resolución: Proximal Bundle Method
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 Adaptación del problema al PBM
- 5 Implementación
- 6 Resultados
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 Conclusiones y líneas futuras

Conjuntos y elementos

Conjuntos y elementos

U_j Conjunto de unidades cuya generación es asignable (parcial o totalmente) a la demanda del contrato j de tipo FC

T Conjunto de **intervalos**

t Elemento del conjunto T

I Conjunto de **unidades**

i Elemento del conjunto I

S Conjunto de **escenarios**

s Elemento del conjunto S

F Conjunto de **contratos FC**

j Elemento del conjunto F

B Conjunto de **contratos BC**

bc Elemento del conjunto B

Constantes

Caracterización de la incertidumbre

P^s **Probabilidad** del escenario s

$\lambda_t^{D,s}$ **Precio** de mercado **DAM** en el intervalo t bajo el escenario s

$\lambda_t^{R,s}$ **Precio** de mercado **RM** en el intervalo t bajo el escenario s

$\lambda_t^{I,s}$ **Precio** de mercado **IM** en el intervalo t bajo el escenario s

Constantes

Coeficientes de coste

c_i^b Coeficiente de coste de **funcionamiento** de la unidad i

c_i^{on} Coeficiente de coste de **encendido** de la unidad i

c_i^{off} Coeficiente de coste de **apagado** de la unidad i

c_i^l Coeficiente de coste **lineal** de la unidad i

c_i^q Coeficiente de coste **cuadrático** de la unidad i

Constantes

Constantes de generación

g_i Capacidad de generación ACG de la unidad i

\overline{P}_i Máxima capacidad de generación de la unidad i

\underline{P}_i Mínima capacidad de generación de la unidad i

R_i Cota superior de la diferencia de generación total entre dos intervalos consecutivos de la unidad i

L_j^{FC} Generación energética acordada en el FC j

$L_{bc,j}^{BC}$ Generación necesaria en el intervalo t para cubrir el BC bc

Constantes

Constantes de conmutación

- t_i^{on} Número de intervalos **consecutivos** en los que la unidad i debe permanecer **activa** tras el encendido
- t_i^{off} Número de intervalos **consecutivos** en los que la unidad i debe permanecer **inactiva** tras el encendido
- G_i Número de periodos **iniciales** durante los cuales la unidad i deber permanecer **encendida**
- H_i Número de periodos **iniciales** durante los cuales la unidad i deber permanecer **apagada**

Variables

Variables de primera etapa

- $f_{itj} \geq 0$ Contribución de la unidad i en el intervalo t al contrato FC j
- $b_{it} \geq 0$ Contribución de la unidad i en el intervalo t para el cumplimiento de los contratos bilaterales
- $q_{it} \geq 0$ Cantidad energética ofertada a precio nulo
- $c_{it}^u \geq 0$ Coste de encendido de la unidad i en el intervalo t
- $c_{it}^d \geq 0$ Coste de apagado de la unidad i en el intervalo t

Variables

Variables de primera etapa

Binaria

$u_{it} \in \{0, 1\}$ Estado de la unidad de generación, 1 si está en funcionamiento, 0 si está parada

$f_{itj} \geq 0$ Contribución de la unidad i en el intervalo t al contrato FC j

$b_{it} \geq 0$ Contribución de la unidad i en el intervalo t para el cumplimiento de los contratos bilaterales

$q_{it} \geq 0$ Cantidad energética ofertada a precio nulo

$c_{it}^u \geq 0$ Coste de encendido de la unidad i en el intervalo t

$c_{it}^d \geq 0$ Coste de apagado de la unidad i en el intervalo t

Variables

Variables de segunda etapa y posteriores

- w_{it}^s Cantidad energética vendida o comprada por la unidad i en el intervalo t bajo el escenario s
- $p_{it}^{M,s} \geq 0$ Cantidad energética de la unidad i casada en el mercado DAM en el intervalo t bajo el escenario s
- $y_{it}^s \geq 0$ Cantidad energética comprada por la unidad i en el intervalo t bajo el escenario s
- $p_{it}^s \geq 0$ Generación total de la unidad i en el intervalo t bajo el escenario s

Variables

Variables de segunda etapa y posteriores

Binaria

$r_{it}^s \in \{0, 1\}$ Valdrá 1 si la unidad i participa en el RM en el intervalo t bajo el escenario s . Valdrá 0 en otro caso

w_{it}^s Cantidad energética vendida o comprada por la unidad i en el intervalo t bajo el escenario s

$p_{it}^{M,s} \geq 0$ Cantidad energética de la unidad i casada en el mercado DAM en el intervalo t bajo el escenario s

$y_{it}^s \geq 0$ Cantidad energética comprada por la unidad i en el intervalo t bajo el escenario s

$p_{it}^s \geq 0$ Generación total de la unidad i en el intervalo t bajo el escenario s

Función objetivo

Función objetivo

$$\max_{p,q,f,b} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \left\{ -c_{it}^u - c_{it}^d - c_i^b u_{it} + \sum_{s \in S} P^s \left[\lambda_t^{D,s} p_{it}^{M,s} + \lambda_t^{R,s} r_{it}^s g_i + \lambda_t^{I,s} w_{it}^s - \left(c_i^I p_{it}^s + c_i^q (p_{it}^s)^2 \right) \right] \right\} \quad (1)$$

ingresos derivados de los contratos bilaterales y de futuros

$$\sum_{t \in T} \left(\sum_{bc \in BC} \lambda_{bc}^{BC} L_{bc,t}^{BC} + \sum_{j \in F} (\lambda_j^{FC} - \bar{\lambda}_t^{D,s}) L_j^{FC} \right)$$

$\bar{\lambda}_t^{D,s}$ Valor promedio de los precios de mercado en el periodo t

Restricciones generales

Restricciones referidas a FC y BC

$$\sum_{i \in U_j} f_{itj} = L_j^{FC} \quad j \in F, t \in T, i \in I \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} b_{it} = \sum_{bc \in BC} L_{bc}^{BC} \quad t \in T, i \in I \quad (3)$$

Restricciones de cada unidad $i \in I$

Restricciones referidas a la generación total

$$p_{it}^s = b_{it} + p_{it}^{M,s} + w_{it}^s \quad t \in T, s \in S \quad (13)$$

$$\underline{P}_i u_{it} + g_i r_{it}^s \leq p_{it}^s \leq \overline{P}_i u_{it} - g_i r_{it}^s \quad t \in T, s \in S \quad (14)$$

$$r_{it}^s \leq u_{it} \quad t \in T, s \in S \quad (15)$$

Restricciones referidas a la conmutación de unidades

$$c_{it}^u \geq c_i^{on} [u_{it} - u_{i,(t-1)}] \quad t \in T \setminus \{1\} \quad (16)$$

$$c_{it}^d \geq c_i^{off} [u_{i,(t-1)} - u_{it}] \quad t \in T \setminus \{1\} \quad (17)$$

$$c_{it}^u, c_{it}^d \geq 0 \quad t \in T \quad (18)$$

Restricciones general

Condiciones de no anticipatividad

$$(DAM) \quad p_{it}^s = p_{it}^{\hat{s}} \quad \forall s, \hat{s} : (\lambda^{D,s} = \lambda^{D,\hat{s}}), \forall t \in T \quad (25)$$

$$(RM) \quad r_{it}^s = r_{it}^{\hat{s}} \quad \forall s, \hat{s} : ((\lambda^{D,s}, \lambda^{R,s}) = (\lambda^{D,\hat{s}}, \lambda^{R,\hat{s}})), \forall t \in T \quad (26)$$

Compactación de restricciones

Conjunto τ_i

De cara a compactar la notación, se define un conjunto que contiene las restricciones (4) a (26) asociadas a la unidad i :

$$\tau_i = \{(4) \dots (26)\} \quad (27)$$

Índice

- 1 Introducción
- 2 Modelo de optimización
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 **Método de resolución: Proximal Bundle Method**
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 Adaptación del problema al PBM
- 5 Implementación
- 6 Resultados
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 Conclusiones y líneas futuras

Algoritmo Proximal Bundle Method

PROBLEMA PRINCIPAL PROXIMAL BUNDLE

$$\Psi(\mu) = \min_{\mu} f(\mu) \quad (28)$$

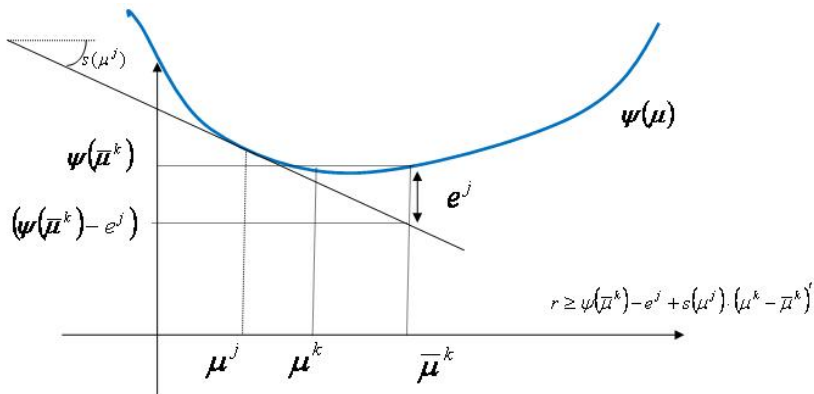
s.a μ libre

SUBPROBLEMA PROXIMAL BUNDLE

$$\min_{\mu^{k,r}} = \left\{ r + \frac{1}{2 \cdot t^k} \|\mu^k - \bar{\mu}^k\|^2 \right\} \quad (29)$$

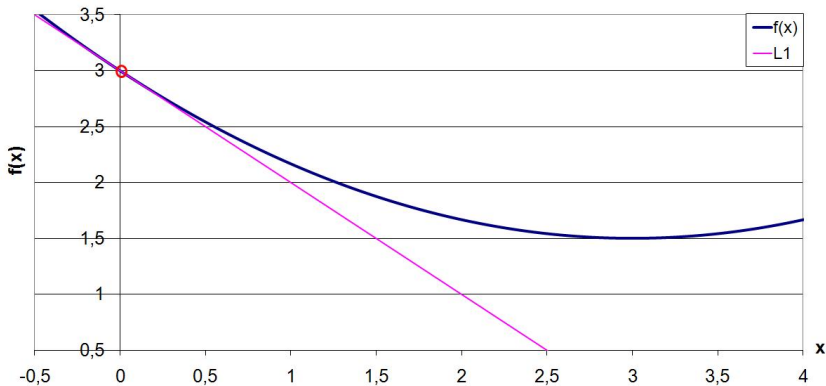
$$\text{s.a } r \geq \Psi(\bar{\mu}^k) - e^j + s(\mu^j) \cdot (\mu^k - \bar{\mu}^k)' \quad j \in \beta$$

Esquema gráfico



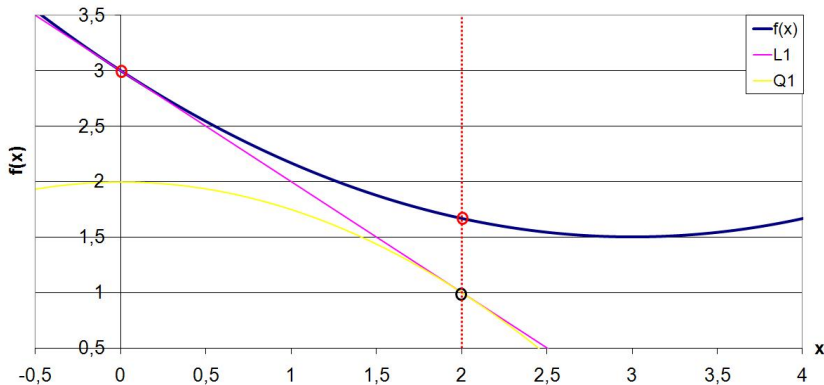
Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Inicialización

Subgradiente asociado a $\bar{x}^0 = 0$



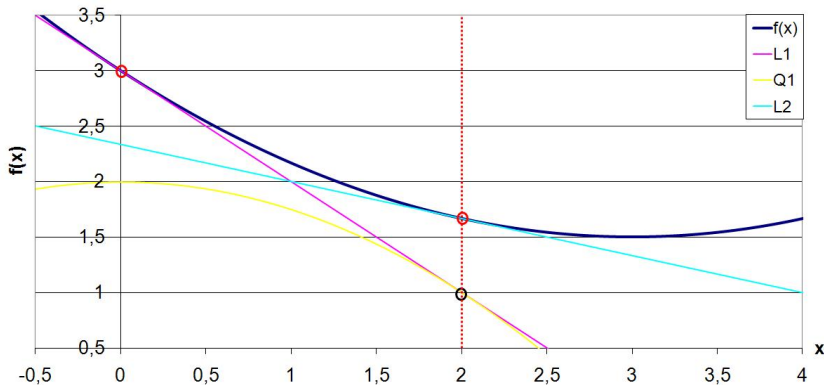
Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Iteración 1

Función cuadrática asociada a $x^1 \rightarrow \bar{x}^1 = 2$



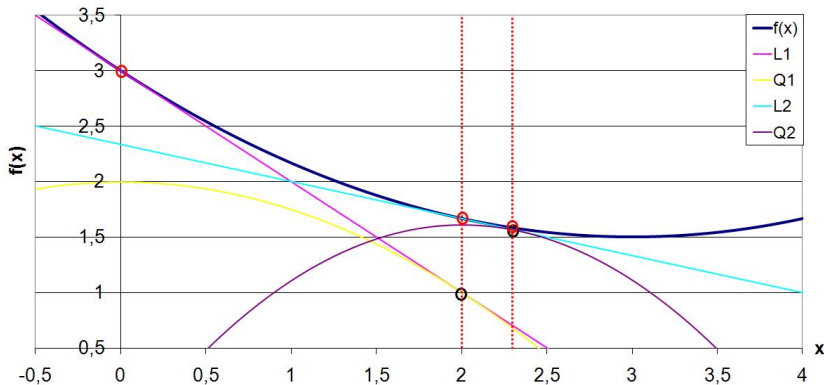
Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Iteración 1

Subgradiente asociado a \bar{x}^1



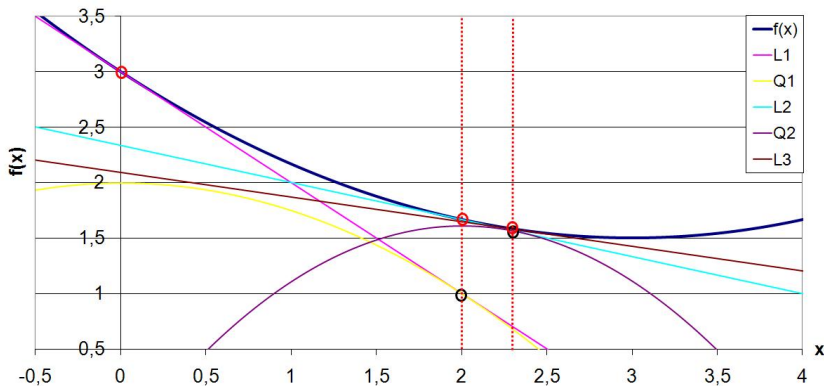
Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Iteración 2

Función cuadrática asociada a $x^2 \rightarrow \bar{x}^2 = 2, \hat{3}$



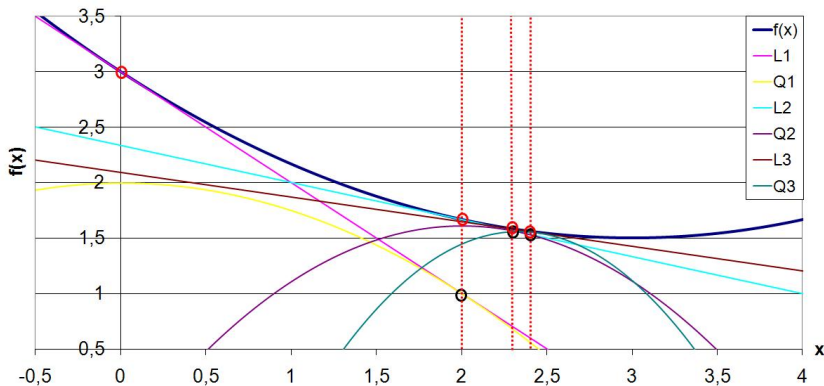
Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Iteración 2

Subgradiente asociado a \bar{x}^2



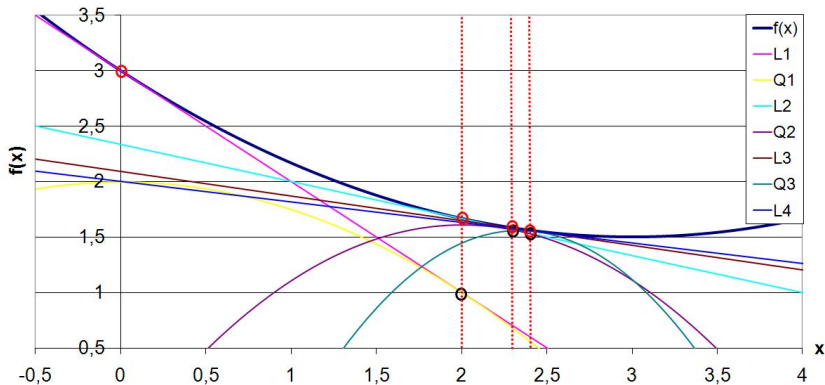
Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Iteración 3

Función cuadrática asociada a $x^3 \rightarrow \bar{x}^3 = 2, \hat{4}$



Ejemplo $f(x) = 3 - x + \frac{x^2}{6}$: Iteración 3

Subgradiente asociado a \bar{x}^3



Algoritmo Proximal Bundle Method

Paso 0: INICIALIZACIÓN

Paso 0.01 Seleccionar el punto inicial μ_1

Paso 0.02 Seleccionar el tamaño máximo del Bundle $\bar{\beta}$

Paso 0.06 Fijar el número máximo de iteraciones K_{max}

Paso 0.03 Inicializar el contador de iteraciones $k = 1$

Paso 0.04 Inicializar el tamaño del Bundle $\beta = 1$

Paso 0.05 Calcular $s_1 = s(\mu_1)$

Paso 0.06 Fijar $e_1 = 0$

Paso 0.07 Fijar un valor de la función objetivo de parada Λ

Paso 0.08 Seleccionar la longitud de paso inicial t^1

Algoritmo Proximal Bundle Method

Paso 1: COMPUTACIÓN PRINCIPAL

Paso 1.01 Elegir una longitud de paso $t^k > 0$

Paso 1.02 Resolver el problema de optimización (29)

Paso 2: TEST DE DESCENSO

Paso 2.01 Calcular $\Psi(\mu^{k+1})$ y $s(\mu^{k+1})$

Paso 2.02 Si $\Psi(\mu^{k+1}) \leq \Lambda$ **STOP**

Paso 2.02 Si $\Psi(\mu^{k+1}) \not\leq \Psi(\bar{\mu}^k)$

Paso: NULO \rightarrow Ir a **Paso 4**

Algoritmo Proximal Bundle Method

Paso 3: PASO DE DESCENSO

Paso 3.01 $\bar{\mu}^{k+1} := \mu^{k+1}$ Paso: DESCENSO

Paso 3.02 Para $j \in \beta$ hacer
$$e^j := e^j + \Psi(\bar{\mu}^{k+1}) - \Psi(\bar{\mu}^k) - \langle s^j, \bar{\mu}^{k+1}, \bar{\mu}^k \rangle$$

Paso 4: GESTIÓN DEL TAMAÑO DEL BUNDLE

Paso 4.01 Si $\beta = \bar{\beta}$ entonces
Eliminar el elemento (s^j, e^j) $j \in \beta$ de mayor e^j

Algoritmo Proximal Bundle Method

Paso 5: ADICIÓN DEL NUEVO ELEMENTO AL BUNDLE

Paso 5.01 Insertar el elemento (s^{j+1}, e^{j+1}) al Bundle, donde
 $e^{j+1} = 0$ si PASO DE DESCENSO
 $e^{j+1} = \Psi(\bar{\mu}^k) - [\Psi(\mu^{k+1}) + \langle s^{j+1}, \bar{\mu}^k, \bar{\mu}^{k+1} \rangle]$ si
PASO DE NULO

Paso 5.02 Remplazar k por $k + 1$ e ir al PASO 1

Índice

- 1 Introducción
- 2 Modelo de optimización
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 Método de resolución: Proximal Bundle Method
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 Adaptación del problema al PBM
- 5 Implementación
- 6 Resultados
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 Conclusiones y líneas futuras

Formulación de la función dual Lagrangiana

PROBLEMA ORIGINAL

$$\begin{aligned}
 \max_{p,q,f,b} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \left\{ -c_{it}^u - c_{it}^d - c_i^b u_{it} + \sum_{s \in S} P^s \left[\lambda_t^{D,s} p_{it}^{M,s} + \right. \right. \\
 \left. \left. \lambda_t^{R,s} r_{it}^s g_i + \lambda_t^{I,s} w_{it}^s - \left(c_i^l p_{it}^s + c_i^q (p_{it}^s)^2 \right) \right] \right\} = \\
 \max_{p,q,f,b} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} C(p, q, f, b) \quad (1) \\
 \text{s.a} \quad (2), (3), \tau_i \quad \forall i \in I
 \end{aligned}$$

Formulación de la función dual Lagrangiana

TRANSFORMACIÓN A PROBLEMA DE MINIMIZACIÓN

$$\begin{aligned} \min_{p,q,f,b} \quad & \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} -C(p, q, f, b) \\ \text{s.a} \quad & (2), (3), \tau_i \quad \forall i \in I \end{aligned} \tag{30}$$

Formulación de la función dual Lagrangiana

RELAJACIÓN LAGRANGIANA

$$\begin{aligned} \phi(\mu^F, \mu^B) = & \min_{p,q,f,b} \sum_{t \in T} \sum_{j \in F} \mu_{t,j}^F \left(L_j^{FC} - \sum_{i \in U_j} f_{itj} \right) \\ & + \sum_{t \in T} \mu_t^B \left(\sum_{bc \in BC} L_{bc,t}^{BC} - \sum_{i \in I} b_{it} \right) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} -C(p, q, f, b) \quad (31) \\ \text{s.a } & \tau_i \quad \forall i \in I \end{aligned}$$

cambio de notación

$$\sum_{i \in U_j} f_{itj} = \sum_{i \in I} f_{itj} J_{ij}$$

Formulación de la función dual Lagrangiana

RELAJACIÓN LAGRANGIANA

$$\begin{aligned} \phi(\mu^F, \mu^B) = & \min_{p,q,f,b} \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \left\{ -C(p, q, f, b) - \sum_{j \in F} \mu_{t,j}^F f_{itj} J_{ij} \right. \\ & \left. - \mu_t^B b_{it} \right\} \sum_{t \in T} \sum_{j \in F} \mu_{t,j}^F L_j^{FC} + \sum_{t \in T} \sum_{bc \in BC} \mu_t^B L_{bc,t}^{BC} \quad (32) \end{aligned}$$

$$\text{s.t. } \tau_i \quad \forall i \in I$$

Formulación de la función dual Lagrangiana

DIVISIÓN EN SUBPROBLEMAS

$$\phi(\mu^F, \mu^B) = \sum_{i \in I} \phi_i(\mu^F, \mu^B) + \sum_{t \in T} \left(\sum_{j \in F} \mu_{t,j}^F L_j^{FC} + \sum_{bc \in BC} \mu_t^B L_{bc,t}^{BC} \right) \quad (33)$$

$$\text{s.a. } \tau_i \quad \forall i \in I$$

donde

$$\phi_i(\mu^F, \mu^B) = \sum_{t \in T} \left\{ -C(p, q, f, b) - \sum_{j \in F} \mu_{t,j}^F f_{itj} J_{ij} - \mu_t^B b_{it} \right\}$$

Formulación de la función dual Lagrangiana

FUNCIÓN DUAL LAGRANGIANA

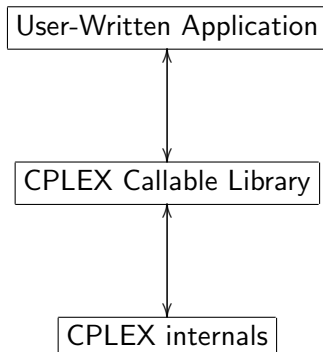
$$L^* = \max \phi(\mu^F, \mu^B) \quad (34)$$

s.a μ^F, μ^B libres

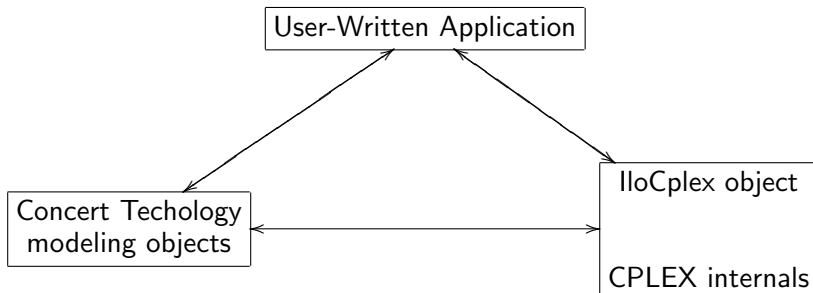
Índice

- 1 Introducción
- 2 Modelo de optimización
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 Método de resolución: Proximal Bundle Method
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 Adaptación del problema al PBM
- 5 Implementación**
- 6 Resultados
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 Conclusiones y líneas futuras

C++ & CPLEX: Paradigma Callable Library



C++ & CPLEX: Paradigma Concert Technology



Índice

- 1 Introducción
- 2 Modelo de optimización
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 Método de resolución: Proximal Bundle Method
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 Adaptación del problema al PBM
- 5 Implementación
- 6 Resultados**
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 Conclusiones y líneas futuras

Condiciones de resolución

Equipo informático

Procesador de un solo núcleo, función de costes lineal

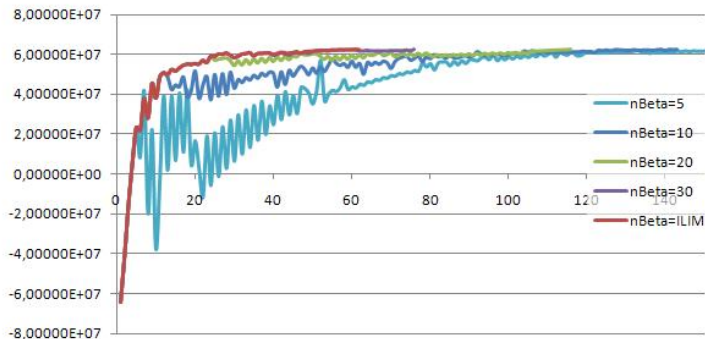
Dimensiones del problema

- $|I| = 10$
- $|T| = 24$
- $|S| = 25$
- $N_{restricciones} = 47040$
- $N_{var-lin} = 19680$
- $N_{var-bin} = 6240$

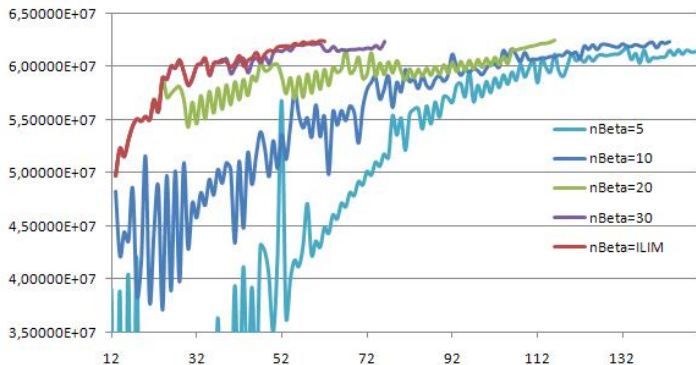
Resumen de resultados obtenidos

Tamaño de Bundle	Iteraciones realizadas	Tiempo de ejecución	Tiempo por iteración
5 pares de elementos	155	21100	136,13
10 pares de elementos	143	21824	152,62
20 pares de elementos	116	14538	125,33
30 pares de elementos	76	7698	101,29
Ilimitado	62	5535	89,27
SUBGRADIENTE	300	19810	66,03

Comparación de resultados iterativos



Comparación de resultados iterativos (Zoom)



Índice

- 1 Introducción
- 2 Modelo de optimización
 - Conjuntos y elementos
 - Constantes
 - Variables
 - Función objetivo
 - Restricciones
- 3 Método de resolución: Proximal Bundle Method
 - Problema principal y subproblema
 - Esquema gráfico
 - Ejemplo ilustrativo
 - Algoritmo Proximal Bundle Method
- 4 Adaptación del problema al PBM
- 5 Implementación
- 6 Resultados
 - Resumen de resultados
 - Resultados iterativos
- 7 Conclusiones y líneas futuras

Conclusiones

- Se han aportado mejoras al modelo
- Implementación satisfactoria de PBM
- Desigual valoración de Concert Technology
- Tiempo de ejecución significativamente inferior al método del subgradiente
- Mejores resultados obtenidos: tamaño ilimitado de Bundle

Líneas futuras

- Programación en paralelo mediante **OpenMP** o **MPI**
- **Método heurístico** de recuperación de factibilidad
- Definir el subproblema asociado a cada unidad como un problema de **caminos mínimos**
- Mejora del **criterio de eliminación** de elementos