ALGEBRA Y GEOMETRÍA

PRIMER CUATRIMESTRE DE 2020

PRÁCTICA 2

1. Verificar que $\mathbf{v}$ es solución del sistema dado en cada uno de los siguientes casos:

a) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$, $\mathbf{v} = (1, -1)$.

b) $\begin{cases} x^2 + 3y = 1 \\ x + y^2 = 3 \end{cases}$, $\mathbf{v} = (2, -1)$.

c) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - 2z = -2 \end{cases}$, $\mathbf{v} = (1, 2, 3)$.

d) $\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y - 2z = -2 \end{cases}$, $\mathbf{v} = (-1, -6, -3)$.

2. Decidir cuales de las siguienes relaciones matemáticas son *sistemas de ecuaciones lineales* (brevemente, *sistemas lineales*). En caso afirmativo, clasificar en *sistemas homogéneos* y *sistemas no homogéneos.*

a) $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + z = 2 \\ 5x + y - z = -5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x(y^2 - 1) = 0 \\ x^2 + y^3 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - 2y - 9z = -1 \\ x + 3y \leq 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x + 2xz = 0 \\ -2y + 2yz = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - 2y - 9z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \end{cases}$

3. Dado el sistema lineal

$$S : \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$$

y los vectores de $\mathbb{R}^4$

$\mathbf{v}_1 = (0, 0, 0, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (1, 1, 1, 4)$, $\mathbf{v}_3 = (-1, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0)$, $\mathbf{v}_4 = (-1, -2, 3, -7)$.

a) ¿Cuáles de los vectores son solución del sistema S?

b) ¿Cuáles de los vectores son solución del sistema homogéneo asociado a S?

4. Encontrar, si existen, a y b para que $(2, -2, 1)$ sea solución de

$$S : \begin{cases} x_1 - x_2 + ax_3 = 3 \\ bx_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ ax_1 + bx_2 + 8x_3 = 0 . \end{cases}$$

5. Resolver los siguientes sistemas y clasificarlos de acuerdo a la cantidad de soluciones.

a) $\begin{cases} x + y = -1 \\ 2x - 3y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ -4x - 6y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ -3x + 6y = -5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ -2y + 3z = 0 \\ 2z = 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ 2x + y - z = 6 \\ 3x + 2z = 4 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x - y + z = -1 \\ -4x + y - z = 2 \\ -y + z = 3 \end{cases}$

g) $\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_4 + 4x_5 = -3 \\ -3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = -2 \end{cases}$

6. Hacer lo mismo que en el ejercicio anterior con los sistemas cuyas matrices ampliadas son las siguientes:

a) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 7 & 10 & 6 \end{array}\right)$ b) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 4 & 2 & 6 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 5 \end{array}\right)$ c) $\left(\begin{array}{rrrr|r} 5 & 1 & -1 & 2 & 9 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ -3 & 6 & 3 & -1 & -5 \end{array}\right)$

d) $\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & 6 \\ 2 & -3 & 5 & 5 \end{array}\right)$ e) $\left(\begin{array}{rrrrr|r} 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 1 & 12 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ -1 & 1 & 2 & 7 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 6 & 10 & 10 & 44 \end{array}\right)$

7. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones en forma simultánea

a) $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 5x + y - z = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + y - z = 8 \\ x - y + z = 1 \\ 5x + y - z = 17 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x - y + z = 1 \\ 5x + y - z = -4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + z = -6 \\ 5x + y - z = 0 \end{cases}$

8. Hallar **todos** los $a, b \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema lineal

$$\begin{cases} x + y - z = 3 \\ x + 2y = b \\ 2x + y - 3z = a \end{cases}$$

resulta compatible.

9. En cada uno de los siguientes sistemas, determinar todos los $k \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema resulta compatible determinado; compatible indeterminado o incompatible.

a) $\begin{cases} kx - y + z = 0 \\ (k^2-1)y - z = -1 \\ (k+1)z = k+1 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} x + y + z = k \\ x + ky + z = 1 \\ kz = 2 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ kx + k^2 z = 1 \end{cases}$.

d) $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3y + z = k^2 \\ 2x + 5y + 3z = 10 \\ x + 4y + kz = 11 \end{cases}$.

e) $\begin{cases} x_1 + kx_2 + 2x_3 - x_4 = k+2 \\ x_1 + kx_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 3kx_2 + 2x_3 - 2x_4 = k \end{cases}$.

10. Dados los sistemas lineales

$S_1 : \begin{cases} x + 5y + 3z = a \\ a^2 y + 5z = 0 \\ x + 2z = a^2 - 30 \end{cases}$; $S_2 : \begin{cases} x - 5y + z = a \\ 2x - 5y + 3z = 2a \end{cases}$.

a) Hallar todos los $a \in \mathbb{R}$ para los cuales el sistema S_1 **no** es compatible determinado.

b) Hallar todos los $a \in \mathbb{R}$ para los cuales S_1 es equivalente a S_2 (tienen el mismo conjunto solución).

Ecuación lineal

$a_1x_1 + a_2x_2 \dots a_nx_n = b$, $a_i \in \mathbb{R}$ p.e. $\mathbb{R}^2$: $2x+3y=1$ (recta)
$\mathbb{R}^3$: $x+3y-z=2$ (plano)

Sistemas de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n = b \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2n}x_n = b_2 \\ \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

m = ecuaciones
n = variables

$a_{ij} \in \mathbb{R}$
n° ecuac / variable q' corresponde

a_{ij}: coefic. de la variable x

b_i: termino indep'te

Sii $\forall i \; b_i = 0$ el sistema se llama homogéneo

Dado el sistema → Determinar si $A=(0,0,0)$, $B=(3,-1,0)$, $C=(1,1,0)$, $D=(0,-1,0)$ son soluciones

$$\begin{matrix} \pi_1 \\ \pi_2 \end{matrix} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Reemplazo y me fijo si todas coinciden

A, C, D no, B si.

$C_S = (x_1; x_2; x_3) = (3+2x_3 ; 1-x_3 ; x_3) \quad x_3 \in \mathbb{R}$

$(x_1, x_2, x_3) = x_3(2,-1,1) + (3,1,0)$ L

$\pi_1 \cap \pi_2 = L$

$$S \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots \\ a_{21}\dots \\ a_{m1}x_1 \dots \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2m} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{pmatrix} = A \text{ (matriz de los coeficientes)}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} & | & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} & | & b_2 \\ \vdots & & & | & \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} & | & b_m \end{pmatrix} = A' \text{ (matriz ampliada)}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases}$$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ $A' = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{array}\right)$

Sistema equivalente → tiene las mismas soluciones que el original

Operaciones elementales para hallar sistemas equivalentes

1) Intercambio el orden de las ecuaciones $E_1 \rightleftarrows E_2$

2) Multiplicarla por α, con $\alpha \neq 0$ $E_i \to \alpha E_i$

3) Multiplicarla : $\alpha E_i + \beta E_j$, $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases} \to \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ E_2 \to E_2 - E_1 \to -2x_2 = -1 \end{cases} \quad S = \{(-1/2, \tfrac{1}{2})\}$$

$$A' = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2 \to F_2 - F_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{array}\right) \to \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ -2x_2 = -1 \end{cases}$$

Matriz escalonada: por fila (escalonada) si se cumplen las siguientes condiciones:

a) Las filas q' constan solo de ceros están agrupadas en la parte inferior de la matriz.

b) Si 2 filas consecutivas son no nulas, el primer coeficiente no nulo de la fila inferior está más a la derecha que el 1er coeficiente no nulo que la fila superior

. Estará escalonada reducida x filas si además de a y b, se verifica:

c) Si una fila no tiene todos ceros, entonces su primer elemento no nulo es un 1 llamado pivote o uno principal

d) Las columnas que contienen un pivote tienen '0' en las restantes posiciones.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} a) \text{ y} \\ b) \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ Escalonada y no reducida} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ Escalonada y reducida}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 14 \\ -x_1 \quad + 2x_3 = 1 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 7 \\ 2 & -3 & 1 & 14 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{array}\right) F_2 - 2F_1 \ , \ F_3 + F_1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & -5 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 8 \end{array}\right) F_3 + 1/5 F_2 \text{ o } 5F_3 + F_2 \text{ o } F_2 \rightleftarrows F_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & 8 \\ 0 & -5 & -5 & 0 \end{array}\right) F_3 + 5F_2 \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 20 & 40 \end{array}\right) \to$$

Armo sistema equivalente

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_2 + 5x_3 = 8 \\ 20x_3 = 40 \end{cases} \qquad \begin{aligned} x_1 &= 7 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ x_2 &= 8 - 5x_3 = -2 \\ x_3 &= 2 \end{aligned} \qquad \{(3,-2,2)\} = S$$

Única solución $\rightarrow$ sistema compatible determinado SCD

Rango de una matriz: Una vez escalonada la matriz, se define su rango, el número de filas no nulas. = 'ρ'

$\rho_A = 3$ y $\rho_{A'} = 3$ y n = n° de incógnitas

* $\rho = \rho_{A'} = n \leftrightarrow$ SCD (única solución)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 & -1 \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ -3x_2 + 4x_3 = 3 \\ 0 = -4 \end{cases} \qquad S = \emptyset$$

Sistema incompatible SI

$\rho_A = 2$

$\rho_{A'} = 3$

$\rho_A \neq \rho_{A'} \leftrightarrow$ S.I.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 0 & 10 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 4 & -6 \\ 0 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ -x_2 + 4x_3 = -6 \\ 0 = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} x_1 &= 4 - x_2 + x_3 \\ x_2 &= 4x_3 + 6 \end{aligned}$$

$x_1 = -2 - 3x_3$

$(x_1, x_2, x_3) = (-2-3x_3, 4x_3+6, x_3) =$

$= x_3(-3,4,1) + (-2,6,0)$

Sistema comp. indeterminado

$\rho_A = \rho_{A'} < n \leftrightarrow$ SCI $\qquad \rho_A = 2,\ \rho_{A'} = 2,\ n = 3$

Resolución simultánea de sistemas

$$SH\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 7x_4 = 0 \end{cases}$$

SH → SCD (única sol. la trivial o nula)
SH → SCI (incluye la trivial).

$$f_2\begin{cases} \text{" " " " } = 4 \\ \text{" " " " } = 1 \\ \text{" " " " } = -1 \\ \text{" " " " } = 3 \end{cases}$$

$$f_3\begin{cases} \text{" " " " } = 4 \\ \text{" " " " } = 1 \\ \text{" " " " } = 1 \\ \text{" " " " } = 4 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|c|c} 2 & 2 & 0 & 4 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 7 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|c|c} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & 7 & 0 & 3 & 4 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|c|c} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & -3 & -2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|c|c} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -5 & -3 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c|c|c} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{array}\right)$$

$$S_1\quad \left.\begin{array}{r} x_1 + x_2 + 2x_4 = 0 \\ -2x_2 + x_3 = 0 \\ x_3 + 2x_4 = 0 \\ 0 = 0 \end{array}\right\}$$

$(-x_4 ; -x_4 ; -2x_4 ; x_4)\ x_4 \in \mathbb{R}$

$\rho_A = \rho_{A'} = 3 < 4 \Leftrightarrow SCI$

$$S_2:\ \left.\begin{array}{l} 0 = -2 \\ 0 = -3 \end{array}\right\}\ S = \emptyset \leftrightarrow SI \quad \rho_A = 3,\ \rho_{A'} = 4,\ n = 4$$

$S_3:\ x_3 = -3 - 2x_4$ $\qquad x_1 = 2 - x_2 - 2x_4 = 3 - x_4$

$x_2 = \dfrac{x_3}{2} + \dfrac{1}{2} = -1 - x_4$

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (3 - x_4, -1 - x_4, -3 - 2x_4, x_4)\ x \in \mathbb{R}$

$(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4(-1, -1, -2, 1) + (3, -1, -3, 0)$

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 2x_4 + 4x_5 = -3 \\ -3x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 = -2 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 & -4 & 3 \\ -2 & 4 & -3 & -1 & 2 & 1 \\ -3 & 5 & -3 & 1 & 6 & -2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & -5 & -6 & 7 \\ 0 & 2 & -3 & -5 & -6 & 8 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 & -4 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & -5 & -6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_4 - 4x_5 = 3 \\ 2x_2 - 3x - 5x_4 - 6x_5 = 7 \\ 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$C_S:\ ((x_3, x_4, x_5), (x_3, x_4, x_5), x_3, x_4, x_5)$

→ Queda en función de 3 variables

Práctica 3

① a) $x - 2y = 3 \rightarrow 1 - 2(-1) = 3$ ✓
$3x + y = 2 \rightarrow 3 + (-1) = 2$

b) $x^2 + 3y = 1 \rightarrow 4 + 3(-1) = 1$ ✓
$x + y^2 = 3 \rightarrow 2 + 1 = 3$

c) $x - y + z = 2 \rightarrow 1 - 2 + 3 = 2$ ✓
$2x + y - 2z = -2 \rightarrow 2 + 2 - 6 = -2$

d) $x - y + z = 2 \rightarrow -1 - (-6) - 3 = 2$ ✓
$2x + y - 2z = -2 \rightarrow 2(-1) - 6 - 2(-3) = -2$

② a) Sistema lineal no homogéneo b) No es un sistema lineal

c) No es un sistema lineal d) No es un sistema lineal

e) Sistema lineal homogéneo f) Sistema lineal no homogéneo

③ a), b) $V_1: x, ✓$ $V_2: x, x$ $V_3: ✓, x$ $V_4: x, ✓$

④ $2 + 2 + a = 3$ $\quad 2b - 2 - 1 = 3$ $\quad -2 + 3(-2) + 8 = 0$ ✓
$a = -1$ $\quad b = 3$

⑤ a) $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 3 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 5 \end{array}\right)$

$\begin{cases} x + y = -1 \\ -5y = 5 \rightarrow y = -1 \end{cases}$ $\quad x = -1 + 1 = 0$ $\quad S: \{(0, -1)\}$ SCD

b) $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & -1 \\ -4 & -6 & 2 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 0 = 0 \end{cases}$ $\quad y = \dfrac{-1 - 2x}{3}$ $\quad S: \left\{\alpha\left(1, -\frac{2}{3}\right) + \left(0, \frac{1}{3}\right)\right\}$ SCI

$(x, y) = \left(x, \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x\right)$

c) $\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 2 & 3 \\ -3 & 6 & -5 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -14 \end{array}\right)$

$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 0 = -14 \end{cases}$ $\quad$ SI

d) $x + 2y - z = 5$ $\quad z = 2$ $\quad x + 6 - 2 = 5$ $\quad S: \{(1, 3, 2)\}$ SCD
$-2y + 3z = 0$ $\quad -2y + 6 = 0$ $\quad x = 1$
$2z = 4$ $\quad y = 3$

e) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 6 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 8 & -5 \end{array}\right)$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \end{array}\right)$

$\begin{cases} x - y - 2z = 3 \\ 3y + 3z = 0 \\ 5z = -5 \end{cases}$ $\quad z = -1$ $\quad 3y - 3 = 0$ $\quad y = 1$ $\quad S\{(2, 1, -1)\}$ SCD

$x - 1 + 2 = 3$
$x = 2$

f) $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 \\ -4 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right)$ $\quad 2x - y + z = -1$, $\; -y + z = 0$, $\; 0 = 3 \to$ abs

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \end{array}\right)$ $\quad$ SI

$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array}\right)$

g) $\left(\begin{array}{ccccc|c} -1 & 1 & 0 & 2 & 4 & -3 \\ -2 & 4 & -3 & -1 & 2 & 1 \\ -3 & 5 & -3 & 1 & 6 & -2 \end{array}\right)$ $\quad F_2 - 2F_1 = F_2'$, $\; F_3 - 3F_1 = F_3'$ $\quad (2)F_1 - F_1 = F_2$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} -1 & 1 & 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & -3 & -5 & -6 & 7 \\ 0 & 2 & -3 & -5 & -6 & 7 \end{array}\right)$ $\quad F_3' - F_2' = F_3''$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} -1 & 1 & 0 & 2 & 4 & -3 \\ 0 & 2 & -3 & -5 & -6 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_4 = -3 \\ 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 - 6x_5 = 7 \end{cases}$$

SCI

⑥ a) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & 7 & 10 & 6 \end{array}\right)$ $\quad F_2 - 2F_1 = F_2'$, $\; F_3 + F_1 = F_3'$, $\; F_4 - 3F_1 = F_4'$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & -6 & -3 \\ 0 & 1 & 4 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$ $\quad F_3' + F_2' = F_3''$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & -6 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$ $\quad F_4'' - F_3'' = F_4'''$ $\quad$ SI

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & -6 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \end{array}\right)$ $\quad \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ -x_2 - 3x_3 - 6x_4 = -3 \\ x_3 + x_4 = 2 \\ 0 = -2 \to \text{abs} \end{cases}$

b) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 4 & 2 & 6 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 5 \end{array}\right)$ $\quad F_3 + 2F_1 = F_3'$, $\; F_4 - 2F_1 = F_4'$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 8 & 8 & 12 \\ 0 & -1 & 1 & -6 & -1 \end{array}\right)$ $\quad F_3' + 4F_2' = F_3''$, $\; F_4' + F_2' = F_4''$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 0 \end{array}\right)$ $\quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_3 + 4x_4 = 16 \\ -7x_4 = 0 \end{cases}$

$x_4 = 0$ $\quad 4x_3 = 16$, $\; x_3 = 4$

$x_1 = 3 + 5 - 8 = 0$ $\quad x_2 = 1 + 4$, $\; x_2 = 5$

$S: \{(0, 5, 4, 0)\}$

c) $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 5 & 1 & -1 & 2 & 9 \\ -3 & 6 & 3 & 4 & -5 \end{array}\right)$ $\quad F_3 - 5F_1 = F_3'$, $\; F_4 + 3F_1 = F_4'$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & -14 & -1 & -3 & -6 \\ 0 & 15 & 3 & 2 & 4 \end{array}\right)$ $\quad F_3' + 14F_2' = F_3''$, $\; F_4' - 15F_2' = F_4''$

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 27 & -17 & -34 \\ 0 & 0 & -27 & 17 & 34 \end{array}\right)$ $\quad F_4'' + F_3'' = F_4'''$ $\quad$ SCI

$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 27 & -17 & -34 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ $\quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_4 = 3 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ 27x_3 - 17x_4 = -34 \\ 0 = 0 \end{cases}$

$x_1 = 3 - 3x_2 - x_4$ $\quad x_2 = -2 - 2x_3 + x_4 = -2 + \frac{68}{27} - \frac{34}{27}x_4 + x_4 = \frac{14}{27} - \frac{7}{27}x_4$

$x_3 = -\frac{34}{27} + \frac{17}{27}x_4$

$x_1 = 3 - \frac{14}{9} + \frac{7}{9}x_4 - x_4 = \frac{13}{9} - \frac{2}{9}x_4$

$$\left\{\left(\frac{13}{9} - \frac{2}{9}x_4, \frac{14}{27} - \frac{7}{27}x_4, -\frac{34}{27} + \frac{17}{27}x_4, x_4\right)\right\} = S$$

$$= \left\{x_4\left(-\frac{2}{9}, -\frac{7}{27}, \frac{17}{27}, 1\right) + \left(\frac{13}{9}, \frac{14}{27}, -\frac{34}{27}, 0\right)\right\}$$

d) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & 6 \\ 2 & -3 & 5 & 5 \end{array}\right)$ $\quad F_3 - 2F_1 = F_3'$, $\; F_4 - 2F_1 = F_4'$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right)$ $\quad F_3' = F_4''$, $\; F_4' + F_2' = F_3''$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$ $\quad \begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ y - z = 1 \\ 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$ $\quad$ SCI

$y = z + 1$

$x = 3 + z + 1 - 2z = 4 - z$

$(x, y, z) = (4 - z, z + 1, z) = \alpha(-1, 1, 1) + (4, 1, 0)$

$\alpha \in \mathbb{R}$

e) $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ 2 & 0 & 3 & 0 & 1 & 12 \\ -1 & 1 & 2 & 7 & 3 & 8 \\ 2 & 1 & 6 & 10 & 10 & 44 \end{array}\right)$ $F_4 - 2F_1 = F_4'$, $F_5 + F_1 = F_5'$, $F_6 - 2F_1 = F_6'$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 7 & 28 \\ 0 & 0 & 4 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 8 & 4 & 60 \end{array}\right)$ $F_4' - 2F_2' = F_4''$, $F_6' - 3F_2' = F_6''$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & -1 & -10 \\ 0 & 0 & 4 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 11 & -8 & 3 \end{array}\right)$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & -17 & -59 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 5 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & -13 & -10 \end{array}\right)$ $2F_4'' - 3F_3'' = F_4'''$, $F_5'' + 2F_3'' = F_5''' \cdot 2$, $2F_6'' - 2F_3'' = F_6''' \cdot 2$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & -17 & -59 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -304 & -739 \end{array}\right)$ $9F_5''' + 7F_4''' = F_5^{IV} \cdot -74$, $9F_6''' + 11F_4''' = F_6^{IV}$

$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & -3 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 4 & 19 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 5 & 13 \\ 0 & 0 & 0 & -9 & -17 & -59 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 477 \end{array}\right)$ $F_6^{IV} + 304F_5^{IV} = F_6^{V}$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = -8 \\ x_2 + x_3 - x_4 + 4x_5 = 19 \\ -2x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 13 \\ -9x_4 - 17x_5 = -59 \\ x_5 = 4 \\ 0 = 477 \end{cases}$$ (SI)

(7)

$$\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{ccccccc} & & & S1 & S2 & S3 & S4 \end{array}$$

$\left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & -6 \\ 2 & 1 & -1 & 0 & 8 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & -1 & 0 & 17 & -4 & 0 \end{array}\right)$ $F_2 - 2F_1 = F_2' \cdot 3$, $F_3 - 5F_1 = F_3'$

$\left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 6 & -6 & 0 & 12 & -9 & 30 \end{array}\right)$ $F_3' - 6F_2' = F_3''$

$\left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & 0 \end{array}\right)$

S1: $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ y - z = 0 \quad y = z \\ 0 = 0 \end{cases}$ (SCI)

$x - \cancel{z} + \cancel{z} = 0 \rightarrow x = 0$

$S: \{(0, z, z)\} = \{z(0,1,1)\}$

S2: $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ y - z = 2 \quad y = z + 2 \\ 0 = 0 \end{cases}$ (SCI) $x - \cancel{z} - 2 + \cancel{z} = 1$, $x = 3$

$S: \{(3, z+2, z)\} = \{z(0,1,1) + (3,2,0)\}$

S3: $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ y - z = 0 \\ 0 = -9 \rightarrow \text{abs} \end{cases}$ (SI)

S4: $\begin{cases} x - y + z = -6 \\ y - z = 5 \quad y = z + 5 \\ 0 = 0 \end{cases}$ $x - \cancel{z} - 5 + \cancel{z} = -6$, $x = -1$ (SCI)

$S: \{(-1, z+5, z)\} = \{z(0,1,1) + (-1,5,0)\}$

(8) a) $\begin{matrix} \pi_1: -4x + y - 2z = 3 \\ \pi_2: 2x - 3y + z = 1 \end{matrix}\Big\}$ $y = 3 + 2z + 4x$

$2x - 9 - 6z - 12x + z = 1$

$-10x - 5z = 10$

$-2x - z = 2$

$2x + z = -2$

$4x = -4 - 2z$

$x = \dfrac{-2 - z}{2} = -1 - \dfrac{z}{2}$

$y = 3 + \cancel{2z} - 4 - \cancel{2z}$

$y = -1$

$S: \left\{\left(-1 - \frac{z}{2}, -1, z\right)\right\} = \left\{z\left(-\frac{1}{2}, 0, 1\right) + (-1, -1, 0)\right\}$

b) $\pi_1: -4x + y - 2z = 0$
$\pi_2: 2x - 3y + z = 0$

$y = 2z + 4x$
$2x - 6z - 12x + z = 0$
$-10x - 5z = 0$
$2x + z = 0 \quad z = -2x$

$y = -4x + 4x = 0$

$S: \{(x, 0, -2x)\} = \{x(1, 0, -2)\}$

c) $\pi_1: x + 2y + 2z = 11$
$\pi_2: X = \alpha(1,-1,0) + \beta(2,1,-1) + (1,2,3)$

$x = \alpha + 2\beta + 1 = 4\beta + 1$
$y = -\alpha + \beta + 2 = -\beta + 2$
$z = -\beta + 3$

$\alpha + 2\beta + \cancel{1} - 2\alpha + \cancel{2\beta} + \cancel{4} - \cancel{2\beta} + \cancel{6} = \cancel{11}$
$-\alpha + 2\beta = 0 \quad \alpha = 2\beta$

$S: \{(4\beta+1, -\beta+2, -\beta+3)\} = \{\beta(4,-1,-1) + (1,2,3)\}$

d) $\pi_1: X = \alpha(1,-1,0) + \beta(0,1,-1) + (1,1,0)$
$\pi_2: X = \lambda(2,-1,-1) + \theta(2,0,-2) + (0,1,1)$

$N_{\pi_1} = (1,1,1)$
$N_{\pi_2} = (2,2,2) = k(1,1,1)$

$2\lambda + 2\theta = 1 \rightarrow 1 = 1$
$-\lambda + 1 = 1 \rightarrow \lambda = 0$
$-\lambda - 2\theta + 1 = 0 \rightarrow \theta = 1/2$

Como $(1,1,0) \in \pi_2 \wedge N_{\pi_1} = K\, N_{\pi_2} \Rightarrow \pi_1 = \pi_2$

$\pi_1 \cap \pi_2 = \pi_1 = \pi_2 : X = \alpha(1,-1,0) + \beta(0,1,-1) + (1,1,0)$

e) $\pi_1: x + y - z = 4$
$\pi_2: 2x + 2y - 2z = 1$

$x + y - z = 4$
$x + y - z = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow 0 = \frac{7}{2}$ obs $\quad \pi_1 \cap \pi_2 = \{\emptyset\}$

9) a) $\mathbb{L}: X = \alpha(1,-2,4) \quad \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{4}$

$-2x = y$
$4x = z$

$\mathbb{L} = \begin{cases} -2x - y = 0 \\ 4x - z = 0 \end{cases}$

b) $\mathbb{L}: X = \alpha(1,-2,4) + (2,3,0) \quad x - 2 = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{4}$

$-2x + 4 = y - 3$
$y + 2x = 7$

$4x - 8 = z$
$4x - z = 8$

$\mathbb{L}: \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x - z = 8 \end{cases}$

c) $\mathbb{L}: X = \alpha(2,0,3) + (-1,1,4) \quad \frac{x+1}{2} = \frac{z-4}{3}$

$-11y$

$\mathbb{L}: \begin{cases} 3x - 2z = -11 \\ 3x + 11y - 2z = 0 \end{cases}$

* $3x + 3 = 2z - 8$
$3x - 2z = -11$

$y = 1$

10) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & b \\ 2 & 1 & -3 & a \end{array}\right)$ $F_2 - F_1 = F_2'$ $F_3 - 2F_1 = F_3'$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -6+a \\ 0 & -1 & -1 & -6+a \end{array}\right)$

*

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & b-3 \\ 0 & -1 & -1 & -6+a \end{array}\right)$ $F_3' + F_2' = F_3''$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & b-3 \\ 0 & 0 & 0 & b+a-9 \end{array}\right)$

Para que el sistema sea compatible,
$0 = b + a - 9$
$b + a = 9$

* 11) a) $\left(\begin{array}{ccc|c} K & -1 & 1 & 0 \\ 0 & K^2-1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & K+1 & K+1 \end{array}\right)$

SCD: $K \neq -1 \quad K \in \mathbb{R} - \{-1\}$
SCI: $K + 1 = 0 \rightarrow K = -1$
SI: imposible

b) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & K \\ 1 & K & 1 & 1 \\ 0 & 0 & K & 2 \end{array}\right)$ $F_2 - F_1 = F_2'$ $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & K \\ 0 & K-1 & 0 & 1-K \\ 0 & 0 & K & 2 \end{array}\right)$

SCD: $K \neq 0 \quad K \in \mathbb{R} - \{0\}$
SCI: imposible
SI: $K = 0$

c) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ K & 0 & K^2 & 1 \end{array}\right)$ $C_2 \leftrightarrow C_1$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & K & K^2 & 1 \end{array}\right)$

SCD: imposible
SCI: $K \neq 0 \rightarrow K \in \mathbb{R} - \{0\}$
SI: $K = 0$

FECHA

d)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & K^2 \\ 2 & 5 & 3 & 10 \\ 1 & 4 & K & 11 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_3-2F_1=F_3' \\ F_4-F_1=F_4' \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & K^2 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & K-1 & 8 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_3'-F_2'=F_3'' \\ F_4'-F_2'=F_4'' \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & K^2 \\ 0 & 0 & 0 & 4-K^2 \\ 0 & 0 & K-2 & 8-K^2 \end{array}\right)$$

SCD $4-K^2=0 \wedge K-2\neq 0$

$(K=2 \vee K=-2) \wedge K\neq 2$

$K=-2$

SCI $4-K^2=0 \wedge K-2=0 \wedge 8-K^2=0$

$(K=2 \vee K=-2) \wedge K=2 \wedge |K|=\sqrt{8}$

obs.

SI: $4-K^2\neq 0 \vee (K-2=0 \wedge 8-K^2\neq 0)$

$(K\neq 2 \wedge K\neq -2) \vee (K=2 \wedge |K|\neq\sqrt{8})$

$\mathbb{R}-\{2,-2\} \cup 2$

$K=\mathbb{R}-\{-2\}$

e)
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & K & 2 & -1 & K+2 \\ 1 & K & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 3K & 2 & -2 & k \end{array}\right) \begin{array}{l} F_2-F_1=F_2' \\ F_3-3F_1=F_3' \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & K & 2 & -1 & K+2 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -K \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2K-6 \end{array}\right)$$

SCD: imposible

SCI: $K=-6$

SI: $-K\neq -2K-6$

$K\neq -6$

(12) $\pi_1: x-y+z=2$, $\pi_2: 2x-y+z=5$ y $\pi_3: \alpha y-\alpha^2 z=1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & \alpha & \alpha^2 & 1 \end{array}\right) F_2-2F_1=F_2'$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & \alpha & \alpha^2 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_3'-\alpha F_2'=F_3'' \\ \alpha\neq 0 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha^2+\alpha & -\alpha-1 \end{array}\right)$$

a) SCD: $\alpha^2+\alpha\neq 0$ $\quad \alpha\neq 0$ $\quad \underline{\alpha\in\mathbb{R}-\{0,-1\}}$

$\alpha(\alpha+1)\neq 0$ $\quad \alpha\neq -1$

b) SCI: $\alpha^2+\alpha=0 \wedge -\alpha-1=0$ $\quad \underline{\alpha=-1}$

$\alpha=(0,-1) \wedge \alpha=-1$

$$\begin{cases} x-y+z=2 & x-z-1+z=2 \\ y-z=1 \quad y=z+1 & x=3 \\ 0=0 \end{cases}$$

$L: X=\alpha(0,1,1)+(3,1,0)$

c) SI: $\alpha^2+\alpha=0 \wedge -\alpha-1\neq 0 \rightarrow \underline{\alpha=0}$

$\alpha=(0,-1) \wedge \alpha\neq -1$

(13)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 3 & a \\ 1 & 0 & 2 & a^2-30 \\ 0 & a^2 & 5 & 0 \end{array}\right) F_2-F_1=F_2'$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 3 & a \\ 0 & -5 & -1 & a^2-a-30 \\ 0 & a^2 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} F_2'\cdot\frac{a^2}{5}+F_3'=F_3'' \\ a\neq 0 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 5 & 3 & a \\ 0 & -5 & -1 & a^2-a-30 \\ 0 & 0 & 5-\frac{a^2}{5} & \frac{a^4}{5}-\frac{a^3}{5}-6a^2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & 1 & a \\ 2 & -5 & 3 & 2a \end{array}\right) F_2-2F_1=F_2'$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -5 & 1 & a \\ 0 & 5 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

SCI

b) Prueba con $a=-5$, mi única opción

$$\begin{cases} x+5y+3z=-5 & x+2z=-5 \\ -5y-z=0 & z=-5y \\ 0=0 & x=-5-2z \end{cases}$$

$(x,y,z)=(-5-2z, \frac{z}{-5}, z)$

$$\begin{cases} x-5y+z=-5 \\ 5y+z=0 \end{cases}$$

$z=-5y$

$x+2z=-5$

$x=-5-2z$

$(x',y',z')=(-5-2z, \frac{z}{-5}, z)$

Rta: $\underline{a=-5}$

a) SCD: $a=0$ ó $5-\frac{a^2}{5}\neq 0$

$a\neq 5, a\neq -5$

SCI: $5-\frac{a^2}{5}=0 \wedge \frac{a^4}{5}-\frac{a^3}{5}-6a^2=0$

$a=(5,-5) \wedge a=(0,6,-5)$

SI: $5-\frac{a^2}{5}=0 \wedge \frac{a^4}{5}-\frac{a^3}{5}-6a^2\neq 0$

$a=(5,-5) \wedge a\neq(0,6,-5)$

NOTA $\underline{a=-5}$ $\quad$ $\underline{a=5}$