

# مدارالکتریکی

گردآورنده: فاطمه زارع مهرجردی

# منابع و نحوه ارزیابی

## منابع

- کتاب نظریه اساسی مدارها و شبکه ها (ترجمه دکتر جبهه دار)
- مدارهای الکتریکی ۱ (دکتر شیبانی و هوشمند) انتشارات پیام نور
- کتاب فیزیک ۳ و آزمایشگاه(رشته ریاضی - فیزیک)

## نحوه ارزیابی

- ۵ نمره تمرین
- ۵ نمره میانterm(یکشنبه ۴ آذر ۱۳-۱۵)
- ۱۰ نمره پایان ترم

# مقدمات

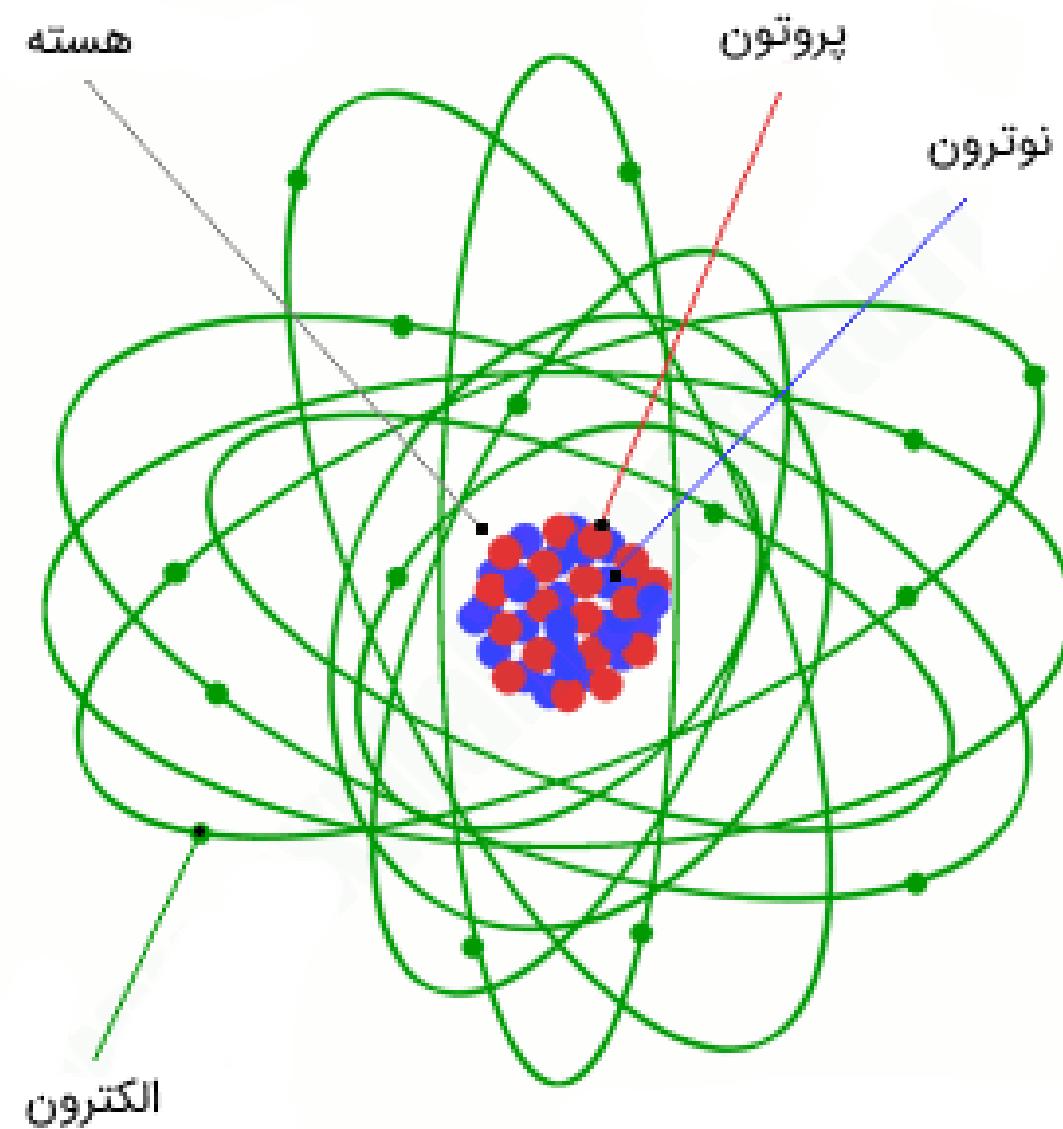
- کوچکترین واحد سازنده هر ماده اتم است.
- اتم های هر ماده از ذرات بنیادین پروتون، نوترون و الکترونهایی که روی مدارهایی حول هسته در حال چرخش هستند، تشکیل شده‌اند.
- پروتون دارای بار مثبت، الکترون دارای بار منفی و نوترون دارای بار خنثی است؛ لذا هر اتم از نظر بار الکتریکی خنثی است.
- اگر تعداد الکترونهای یک اتم از تعداد پروتونهای آن بیشتر شود اتم دارای بار منفی خواهد شد، در مقابل اگر الکترونی از مدار خارج شود، آنگاه اتم دارای بار مثبت خواهد شد.
- **واحد بار الکتریکی**: واحد بار الکتریکی کولن یا کولب می‌باشد و تقریباً تعداد  $10^{18} \times 6$  عدد الکترون را یک کولن بار منفی می‌گویند. یعنی اگر یک اتم  $10^{18} \times 6$  عدد الکترون بگیرد می‌گوییم 1q بار منفی گرفته و اگر  $10^{18} \times 6$  عدد الکترون از دست بددهد، یک کولن بار مثبت گرفته است.
- **بار الکترون**: با توجه به تعریف بالا می‌توان گفت :

$$\bullet 6 \times 10^{18} e \rightarrow 1q$$

$$\bullet 1e \rightarrow ?$$

$$1e = 1q / 6 \times 10^{18} = 1.6 \times 10^{-19} C$$

# نمای کلی اتم



- بارهای الکتریکی موجود در طبیعت **مضربی صحیح** از بار پایه الکترون است.
- پایستگی بار الکتریکی: بار الکتریکی به وجود نمی آید و نیز از بین نمی رود و فقط از یک جسم به جسم دیگر منتقل می شود.

## قانون کولن

- اجسام باردار بر یکدیگر نیرو وارد می کنند. نیرویی که دو جسم باردار بر یکدیگر وارد می کنند، نیروی الکتریکی نام دارد.
- نیروهای الکتریکی ممکن است رباشی(جادبه ای) یا رانشی(دافعه ای) باشند.
- اگر بارهای الکتریکی دو جسم هم نام باشند(هر دو منفی یا هر دو مثبت) باشند نیروهای بین دو جسم رانشی است. اگر بار الکتریکی یک جسم مثبت و دیگری منفی باشد، نیروی الکتریکی بین دو جسم رباشی خواهد بود.
- نیروهای الکتریکی بین دو ذره باردار با مجدور فاصله آنها از یکدیگر نسبت وارون دارد.
- نیروهای الکتریکی بین دو ذره باردار با حاصلضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم دارد.

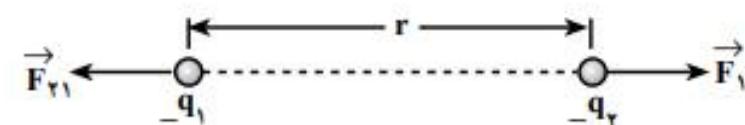
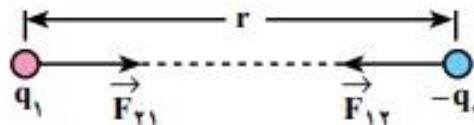
## ضرایب معمول در مدارهای الکتریکی

نمايش مضرب	مضرب	نام مضرب
T	$10^{+12}$	ترا
G	$10^{+9}$	گیگا
M	$10^{+6}$	مگا
k	$10^{+3}$	کیلو
m	$10^{-3}$	میلی
$\mu$	$10^{-6}$	میکرو
n	$10^{-9}$	نانو
p	$10^{-12}$	پیکو

# قانون کولن

نیروی الکتریکی رباشی یا رانشی بین دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$  که در فاصله  $r$  از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجدور فاصله دو ذره از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$



ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی غیرهمنام، رباشی است.

الف) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی همنام، رانشی است.

شکل ۴-۲

در شکل ۴-۲ به معنای نیرویی است که ذره اول به ذره دوم وارد می‌کند و  $\vec{F}_{21}$  نیرویی است که ذره دوم به ذره اول وارد می‌کند.

نیروهای الکتریکی که دو ذره باردار به یکدیگر وارد می‌کنند، هماندازه و در جهت‌های مخالف یکدیگرند (قانون سوم نیوتون). اگر اندازه این نیروها را با  $F$  نشان دهیم، داریم :

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \rightarrow F_{12} = F_{21} = F$$

قانون کولن را می‌توان با رابطه‌ی زیر بیان کرد :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

در این رابطه،  $q_1$  و  $q_2$  بر حسب کولن،  $r$  بر حسب متر و  $F$  بر حسب نیوتون است.

ضریب تناسب است که در آن ضریب یک ثابت جهانی است و ضریب گذردهی الکتریکی خلاصه دارد.

$$k = \frac{C^2}{4\pi \times 8.85 \times 10^{-12} \text{ N.m}^2}$$

برای سادگی در نوشتن، می‌توان ضریب قانون کولن را با نماد  $k$  نشان داد.

$$k = \frac{1}{4\pi} \times 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

به کمک قانون کولن (رابطه‌ی ۱-۲) می‌توان اندازه‌ی نیروی الکتریکی ای را که دو ذره‌ی باردار به یک دیگر وارد می‌کنند، محاسبه کرد. در محاسبه‌ها، علامت مثبت یا منفی بارهای الکتریکی را در رابطه‌ی ۱-۲ وارد نمی‌کنیم و رباشی یا رانشی بودن نیروها را به کمک نوع بارها مشخص می‌کنیم.

# مثال ۱

دو ذره با بارهای الکتریکی  $q_2 = +5\mu C$  و  $q_1 = +2\mu C$  در فاصله‌ی  $3\text{cm}$  از یک دیگر ثابت شده‌اند. اندازه‌ی نیرویی که دو ذره به یک دیگر وارد می‌کنند و نوع آن را مشخص کنید.

حل: با استفاده از رابطه‌ی ۱-۲ داریم:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

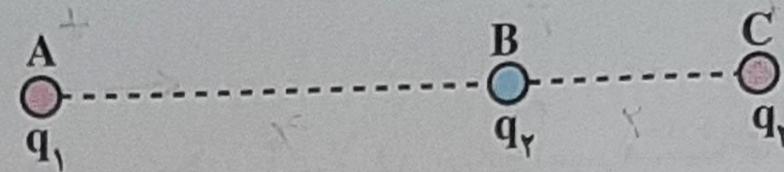
$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-9}) \cdot (5 \times 10^{-9})}{9 \times 10^{-4}}$$

$$F = 1.0 \text{ N}$$

چون بارهای الکتریکی دو ذره همنوع‌اند، نیرویی که دو ذره به یک دیگر وارد می‌کند، رانشی است.

## مثال ۲

سه ذره با بارهای الکتریکی  $q_3 = +4\mu C$ ،  $q_1 = +2/5\mu C$  و  $q_2 = -1\mu C$  در نقطه‌های A و B و C مطابق شکل ۲-۵ ثابت شده‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر  $q_3$  را محاسبه کنید.  $BC = 2\text{cm}$  و  $AC = 6\text{cm}$ .



شکل ۲-۵

حل: نیرویی که بر  $q_3$  وارد می‌شود، برایند دو نیرویی است که از طرف  $q_1$  و  $q_2$  بر آن وارد می‌شوند. برای محاسبه‌ی این نیرو، نیرویی را که هر یک از بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در غیاب دیگری، بر  $q_3$  وارد می‌کند، محاسبه می‌کنیم. نیروی الکتریکی وارد بر  $q_3$ ، برایند این دو نیروست (شکل ۲-۶). با استفاده از رابطه‌ی ۱-۱ داریم:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

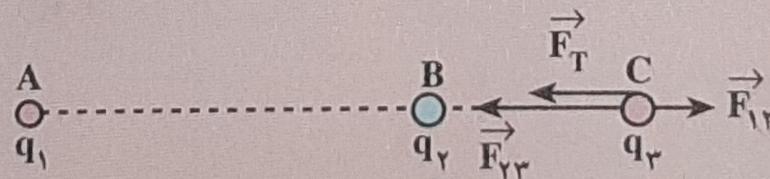
## ادامه مثال ۲

$$F_{13} = 9 \times 10^9 \times \frac{2/5 \times 4 \times 10^{-12}}{36 \times 10^{-4}}$$

$F_{13} = 25\text{N}$  نیرویی که  $q_1$  بر  $q_3$  وارد می‌کند، رانشی است.

$$F_{23} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 4 \times 10^{-12}}{4 \times 10^{-4}}$$

$F_{23} = 9\text{N}$  نیرویی که  $q_2$  بر  $q_3$  وارد می‌کند، رباشی است.



شکل ۶-۲

مطابق شکل ۶-۲ نیروهای  $\vec{F}_{13}$  و  $\vec{F}_{23}$  در جهت‌های مخالف یکدیگرند.

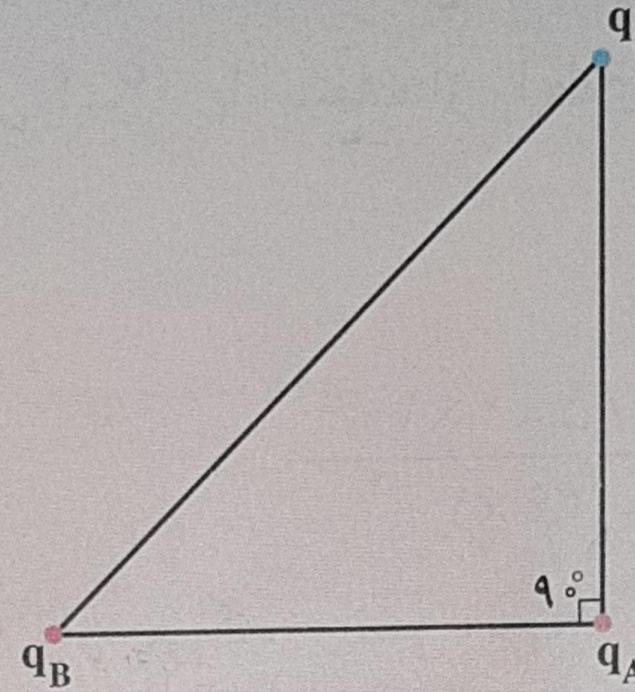
اندازه‌ی برایند آن‌ها،  $\vec{F}_T$ ، برابر تفاضل اندازه‌های آن‌ها و در جهت نیروی بزرگ‌تر (در جهت  $\vec{F}_{23}$ ) است.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{23} + \vec{F}_{13}$$

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 65\text{N}$$

### مثال ۳

سه ذرهی باردار مطابق شکل ۷-۲ در سه رأس مثلث قائم الزاویه‌ی ABC ثابت شده‌اند. بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر ذرهی باردار واقع در رأس زاویه‌ی قائمه را محاسبه کنید؛ در صورتی که  $q_A = +2\mu C$ ،  $q_B = +4\mu C$ ،  $q_C = -4\mu C$ ،  $AC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$  و  $AB = 3 \text{ cm}$  باشد.



شکل ۷-۲

### ادامه مثال ۳

حل: نیروی بین  $q_A$  و  $q_B$  رانشی و بین  $q_A$  و  $q_C$ ، رباشی است. با استفاده از رابطه‌ی ۱-۲ داریم:

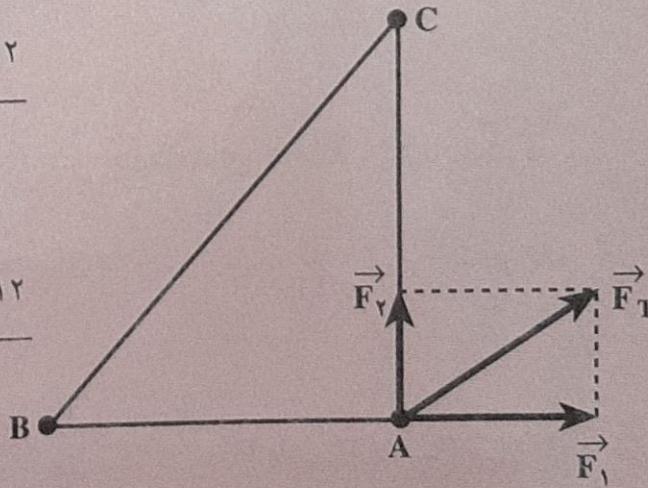
$$F = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$F_{BA} = F_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 2 \times 10^{-12}}{9 \times 10^{-4}}$$

$$F_1 = 8 \text{ N}$$

$$F_{CA} = F_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 2 \times 10^{-12}}{12 \times 10^{-4}}$$

$$F_2 = 6 \text{ N}$$



شکل ۲-۸

نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  در شکل ۲-۸ نشان داده شده‌اند. این دو نیرو بر یک دیگر عمودند و  $\vec{F}_T$  برایند آن‌هاست. داریم:

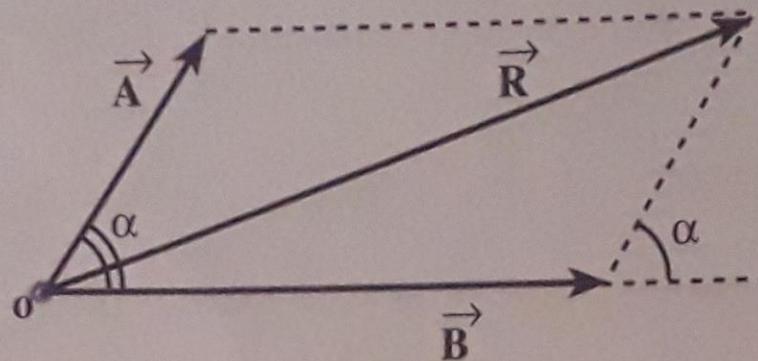
$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$F_T = F_1 + F_2$$

$$F_T = (8 \text{ N}) + (6 \text{ N})$$

$$F_T = 14 \text{ N}$$

## نکته تکمیلی (محاسبه برآیند دو بردار به روش متوازی الاضلاع)



شکل ۲-۱۵- برایند دو بردار، منطبق بر قطر متوازی الاضلاعی است که روی دو بردار ساخته می شود.

اگر زاویه‌ی بین دو بردار برابر  $\alpha$  باشد، اندازه‌ی برایند از رابطه‌ی زیر به دست می آید.

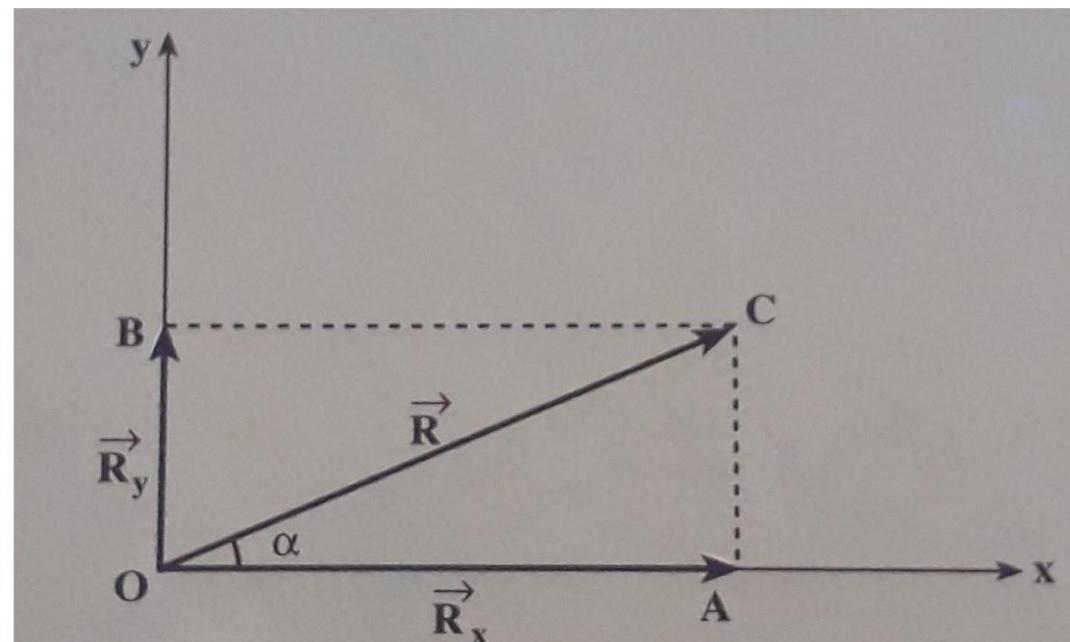
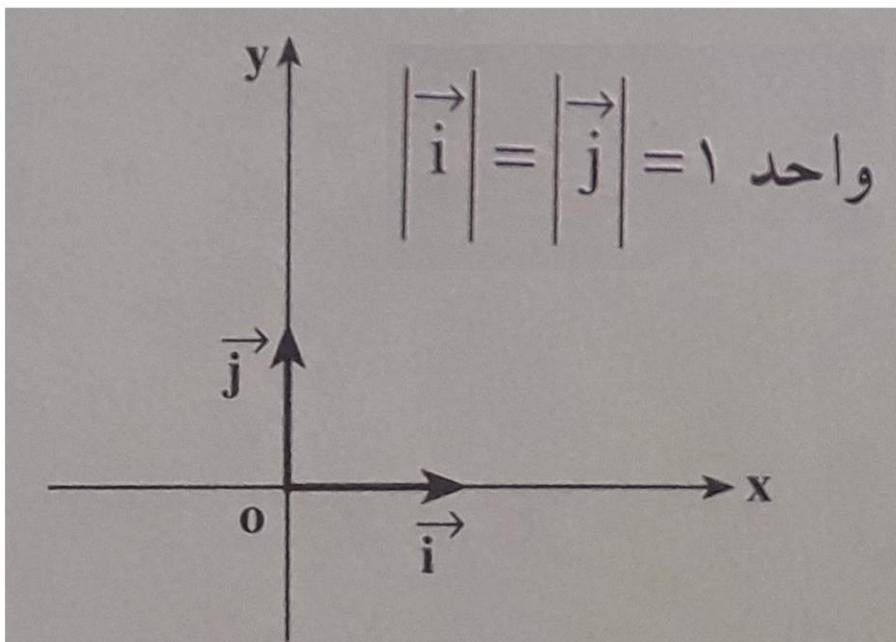
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2A \cdot B \cdot \cos \alpha \quad (7-2)$$

## نکته تکمیلی (نمایش یک بردار بر حسب بردارهای یکه)

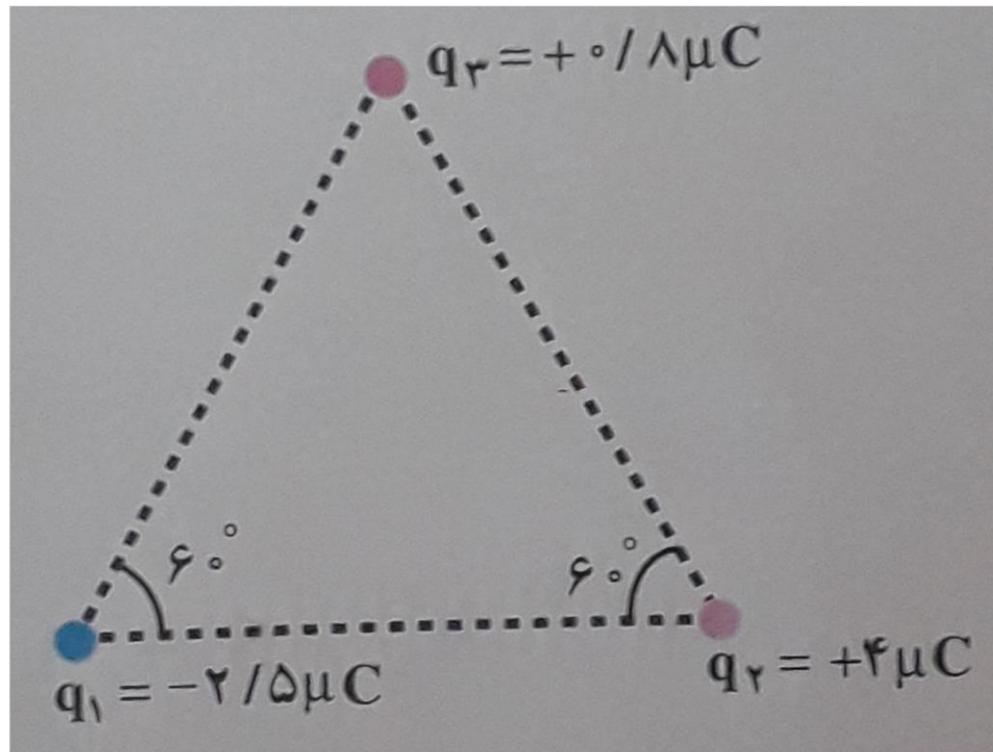
- اگر زاویه بردار  $\vec{R}$  با محور x برابر  $\alpha$  باشد اندازه مولفه های آن روی دو محور به روش زیر محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{R_x}{R} \rightarrow R_x = (R\cos\alpha)i^\rightarrow \\ \sin\alpha &= \frac{R_y}{R} \rightarrow R_y = (R\sin\alpha)j^\rightarrow \end{aligned}$$

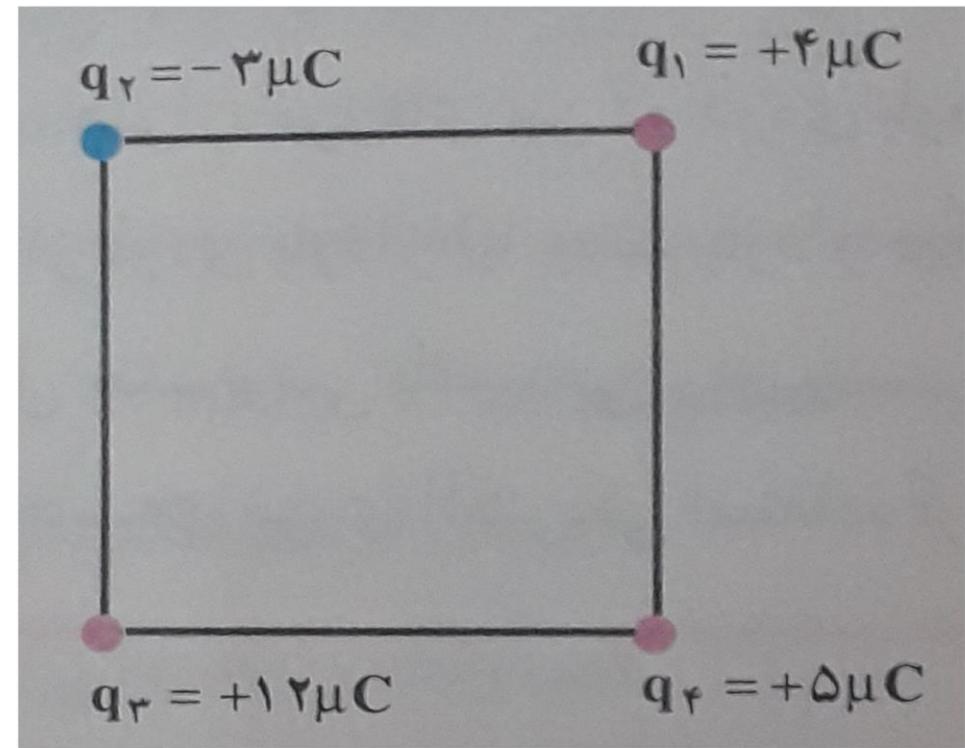


# سؤال

در شکل الف بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بارالکتریکی  $q_1$  و در شکل ب بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار  $q_3$  را محاسبه کنید.  
همه اضلاع دو شکل 6cm هستند.



ب

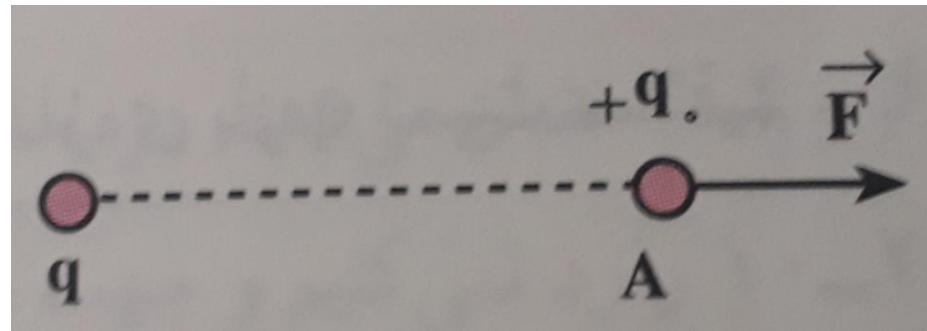


الف

# میدان الکتریکی

- یک بار الکتریکی در هر نقطه از فضای اطراف خود، خاصیتی ایجاد می کند که به آن میدان الکتریکی می گویند.
- نیروی وارد بر یکای بار الکتریکی مثبت(بار آزمون) را در هر نقطه، میدان الکتریکی در آن نقطه می نامیم.

$$\bullet E^{\rightarrow} = \frac{F^{\rightarrow}}{+q_0}$$



بار آزمون: یک بار فرضی بی نهایت کوچک است که مقدار آن مثبت در نظر گرفته می شود.

- واحد یا یکای میدان الکتریکی، نیوتون بر کولن ( $\frac{N}{C}$ ) نام دارد.
- میدان الکتریکی در هر نقطه، هم جهت با نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت واقع در آن نقطه است.

## مثال

بر بار الکتریکی  $C/2 \times 10^{-7}$  در یک نقطه از میدان بار  $q$ ، نیروی  $N = 5 \times 10^{-2}$  وارد می‌شود. اندازه‌ی میدان الکتریکی را در این نقطه محاسبه کنید.

حل: از رابطه‌ی ۹-۲ می‌توان اندازه‌ی میدان الکتریکی را محاسبه کرد.

$$E = \frac{F}{q}$$

$$E = \frac{5 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-7}}$$

$$E = 2.5 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

# میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار

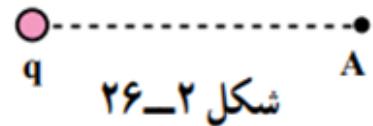
- میخواهیم میدان الکتریکی حاصل از بار ذره ای  $q$  را در نقطه  $A$  که به فاصله  $r$  از بار  $q$  است محاسبه کنیم:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q_0}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{kq}{r^2}$$



- ۱- میدان الکتریکی با اندازه بار  $q$  نسبت مستقیم و با مجدور فاصله از آن نسبت وارون دارد.
- ۲- در محاسبه میدان الکتریکی، علامت بار در فرمولها وارد نمیشود و میدان الکتریکی در هر نقطه، هم جهت با نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت فرضی واقع در آن نقطه است.

# مثال

بزرگی میدان الکتریکی بار ذرهای  $M$ -۲ را در نقطه‌ی  $M$  به فاصله‌ی  $2\text{ mm}$  و  $b = 2\text{ cm}$  از این بار الکتریکی محاسبه کنید و بردار میدان را در این نقطه برای یک حالت رسم کنید.

حل: با استفاده از رابطه‌ی ۱-۲ اندازه‌ی میدان را در نقطه‌های خواسته شده، به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (\text{الف})$$

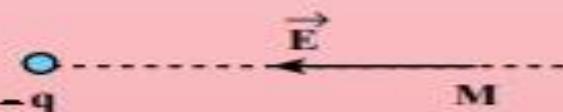
$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-6}}$$

$$E_1 = 4/5 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad (\text{ب})$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-2}}$$

$$E_2 = 4/5 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

برای نشان دادن میدان، فرض می‌کنیم بار مثبتی در نقطه‌ی  $M$ ، در  $2$  میلی‌متری بار  $q$  واقع باشد. چون بار  $q$  منفی است، بار مثبت فرضی را جذب می‌کند. میدان بار  $q$  در جهت همین نیروست که در شکل ۲-۲۷ نشان داده شده است.



شکل ۲-۲۷ - میدان بار منفی  $q$  در نقطه‌ی  $M$

# میدان الکتریکی حاصل از مجموعه ذره های باردار

- اگر در یک ناحیه از فضا تعدادی ذره باردار قرار داشته باشند، در هر نقطه یک میدان الکتریکی وجود دارد. این میدان، برآیند میدانهایی است که هر ذره باردار در غیاب سایر بارهای الکتریکی در آن نقطه ایجاد می کند.

## مثال

دو بار الکتریکی ذرهای  $q_1 = +4\mu C$  و  $q_2 = -6\mu C$  در فاصله‌ی  $8\text{cm}$  از یک دیگر ثابت شده‌اند. بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه‌های زیر به دست آورید.

الف – در وسط خط واصل دو ذره‌ی باردار،

ب – در نقطه‌ای به فاصله‌ی  $2\text{cm}$  از بار  $q_2$  و  $10\text{cm}$  از بار  $q_1$  و روی خط واصل دوبار.

حل: در غیاب هر یک از دو ذره، میدان حاصل از بار دیگر را محاسبه می‌کنیم.

میدان حاصل از مجموعه‌ی دوبار، برایند این دو میدان خواهد بود.

الف - اگر بار مثبتی را در نقطه‌ی A قرار دهیم، بار  $q_1$  آن را می‌راند و بار  $q_2$

آن را می‌رباید. بنابراین،  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  در نقطه‌ی A هم جهت و به سوی بار  $q_2$  هستند  
(شکل ۲-۲۸ الف و ب).

با استفاده از رابطه‌ی ۲-۱۰ داریم:

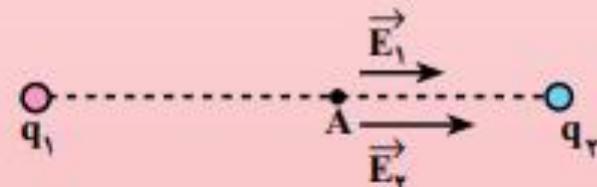
$$E = k \frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-4}} \frac{N}{C}$$

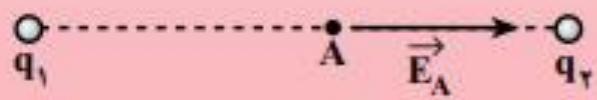
$$E_1 = 2/25 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{16 \times 10^{-4}} \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 3/375 \times 10^7 \frac{N}{C}$$



الف



ب

شکل ۲-۲۸

## ادامه حل

چون  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  هم جهت‌اند، اندازه‌ی برایند آن‌ها برابر مجموع اندازه‌ی آن‌هاست.

توجه داشته باشید که در نقطه‌ی A تنها میدان  $\vec{E}_A$  وجود دارد.

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_A = E_1 + E_2$$

$$E_A = 5/625 \times 10^{-7} \frac{N}{C}$$

ب - اگر بار الکتریکی مشتبی در نقطه‌ی B فرار گیرد، بار  $q_1$  آن را می‌راند و بار  $q_2$  آن را می‌رباید. در نتیجه،  $\vec{E}'_2$  به طرف بار  $q_2$  و  $\vec{E}'_1$  در خلاف جهت  $\vec{E}'_2$  است (شکل ۲۹-۲ الف و ب).

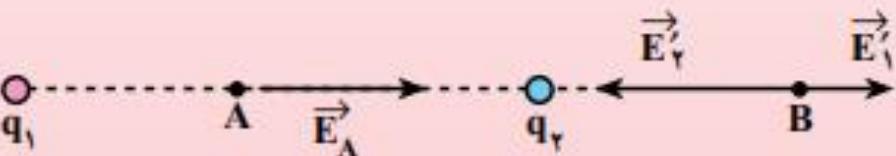
$$E'_1 = q \times 10^{-9} \times \frac{4 \times 10^{-9}}{10^{-2}}$$

$$E'_1 = 3/6 \times 10^{-6} \frac{N}{C}$$

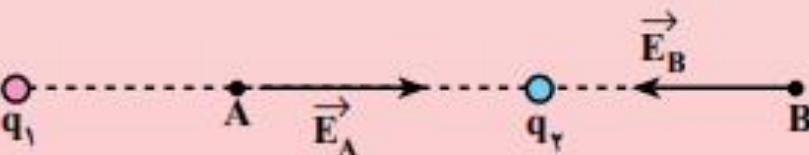
# ادامه حل

$$E'_r = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-4}}$$

$$E'_r = 135 \times 10^6 \frac{N}{C}$$



الف



ب

شكل ۲۹-۲

چون  $E'_r$  و  $E'_l$  در خلاف جهت یک دیگرند، برایند آن‌ها برابر تفاضل اندازه‌های  $E'_r$  و  $E'_l$  است.

$$\vec{E}_B = \vec{E}'_r + \vec{E}'_l$$

$$E_B = E'_r - E'_l$$

$$E_B = 131 / 4 \times 10^6 \frac{N}{C}$$

## تجسم میدان الکتریکی

میدان الکتریکی را در اطراف یک جسم باردار با خط‌های نشان می‌دهیم که به آن‌ها خط‌های میدان الکتریکی می‌گویند.

این خط‌ها دارای ویژگی‌های زیرند:

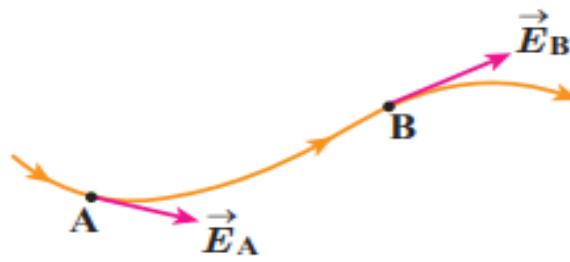
۱- خط‌های میدان در هر نقطه، هم‌جهت با نیروی وارد بر بار مثبت واقع در آن نقطه‌اند.  
درنتیجه، جهت این خط‌ها از بار مثبت رو به خارج و به سوی بار منفی است. (بر بار منفی، نیرو در خلاف جهت میدان وارد می‌شود.)

۲- خط میدان در هر نقطه، جهت میدان را در آن نقطه نشان می‌دهد و میدان در هر نقطه، برداری است مماس بر خط میدانی که از آن نقطه می‌گذرد و با آن هم جهت است.

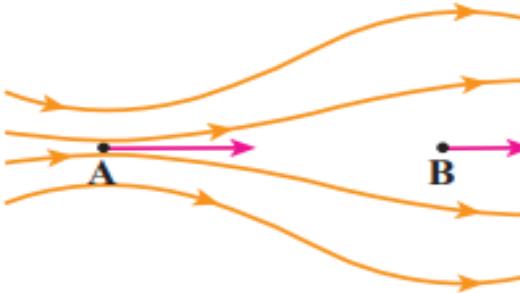
۳- در هر ناحیه که میدان قوی‌تر باشد، خط‌های میدان به یک‌دیگر تزدیک‌تر و فشرده‌ترند.

۴- خط‌های میدان یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند، یعنی از هر نقطه فقط یک خط میدان می‌گذرد. به بیان دیگر، در هر نقطه‌ی فضای فقط یک میدان الکتریکی وجود دارد که همان میدان الکتریکی برایند است.

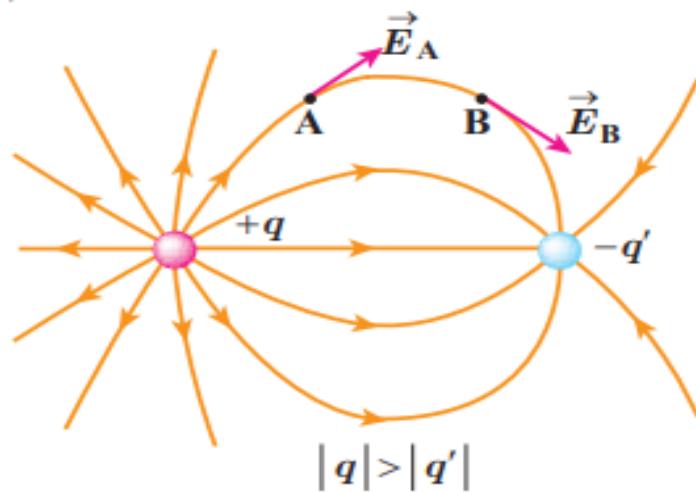
# تجسم میدان الکتریکی



میدان الکتریکی در هر نقطه برداری است مماس بر خط میدانی که از آن نقطه می‌گذرد و با آن خط میدان هم جهت است.

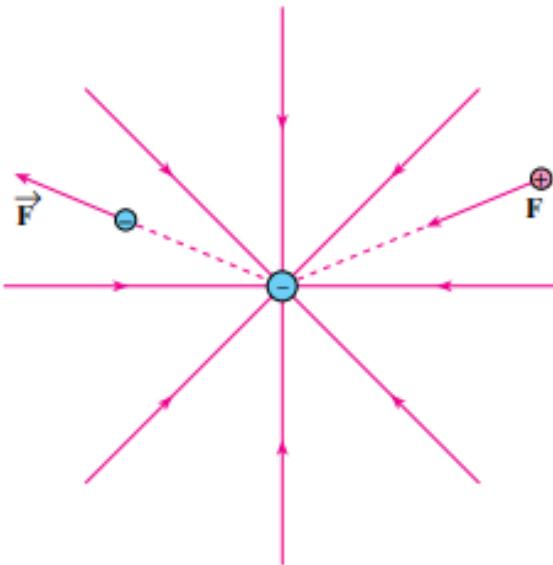


اطراف نقطه A خطوط میدان متراکم‌تر از اطراف نقطه B است. بنابراین، بزرگی میدان در نقطه A بیشتر از نقطه B است.

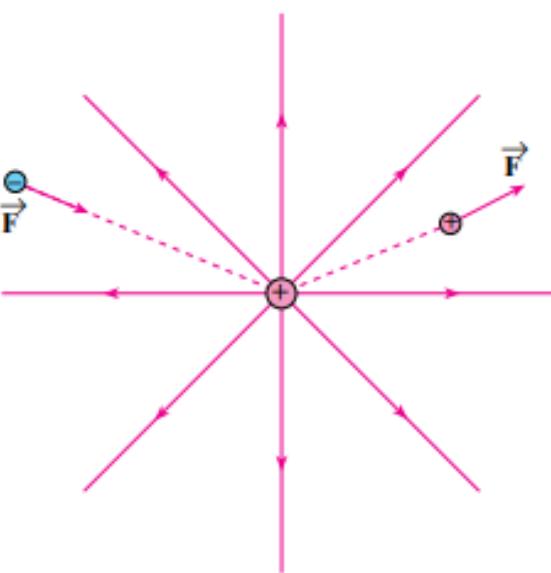


خطوط میدان از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند و هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند.

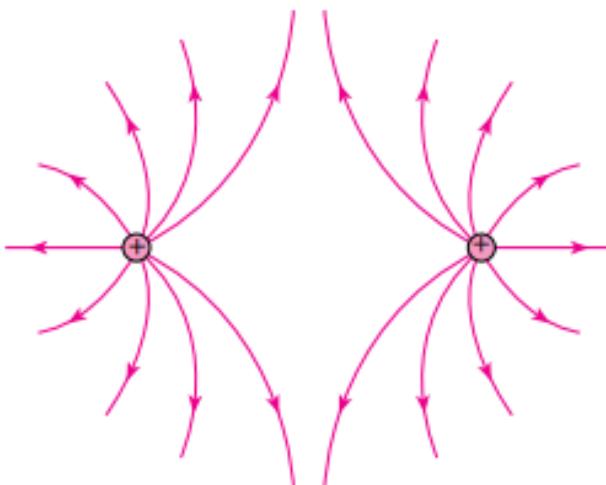
# تجسم میدان الکتریکی



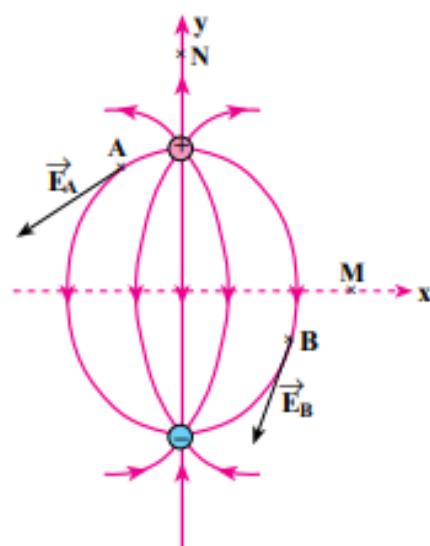
ب) بار منفی منفرد



الف) بار مثبت منفرد



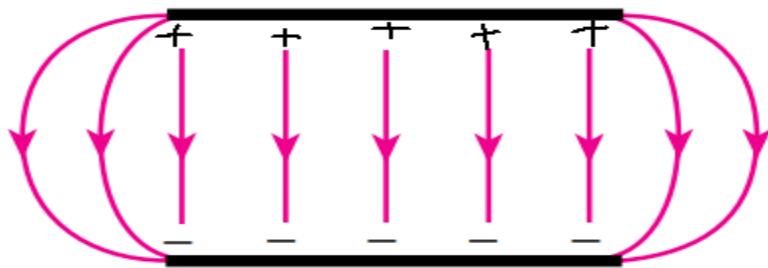
ت) دوبار الکتریکی مثبت و هماندازه



پ) دوقطبی الکتریکی

دوقطبی الکتریکی: آرایشی از دو ذره با بزرگی بار  $q$  یکسان و با علامت مخالف که در فاصله  $d$  بر روی یک محور قرار گرفته اند.

# میدان الکتریکی یکنواخت

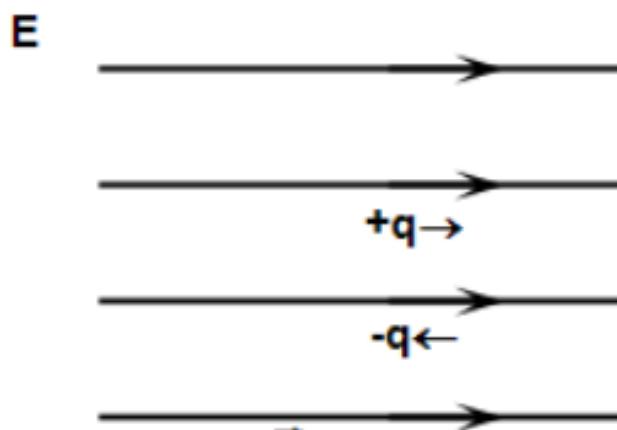


میدان بین دو صفحه‌ی رسانای موازی با بارهای هم اندازه (میدان یکنواخت)

خطوط در میدان الکتریکی یکنواخت هم جهت، موازی و با فاصله های یکسان هستند.

## نیروی وارد بر بار الکتریکی در یک میدان خارجی

هرگاه یک بار الکتریکی مانند  $q$  در یک میدان خارجی مانند  $E$  قرار بگیرد از طرف میدان به آن نیرو وارد می شود اگر بار مثبت باشد نیرو و میدان هم جهت و اگر بار منفی شد نیرو و میدان خلاف جهت یکدیگر هستند.



$$\vec{F} = q \vec{E}$$

در فرمول بالا  $E$  میدان الکتریکی،  $q$  بار و  $F$  نیرو می باشد.

# نیروی وارد بر بار الکتریکی در میدان الکتریکی

اگر بار الکتریکی  $q$  در میدان الکتریکی  $\vec{E}$  قرار گیرد، از طرف میدان بر آن نیرو وارد می‌شود.  
این نیرو از رابطه‌ی  $11-2$  بدست می‌آید.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (11-2)$$

اگر  $q$  مثبت باشد،  $\vec{F}$  و  $\vec{E}$  هم جهت‌اند اما اگر  $q$  منفی باشد،  $\vec{F}$  در خلاف جهت  $\vec{E}$  خواهد بود.

## مثال ۱۰-۳

ذره‌ای به جرم  $2\text{g}$  و بار الکتریکی  $2\text{C}$  را در میدان الکتریکی خارجی  $4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  قرار می‌دهیم. شتاب حاصل از نیروی الکتریکی وارد بر این ذره را محاسبه کنید.

حل: با استفاده از رابطه‌ی  $11-2$  داریم:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

$$F = 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^4$$

$$F = 8 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$a = \frac{8 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} \text{ m/s}^2$$

$$a = 40 \text{ m/s}^2$$

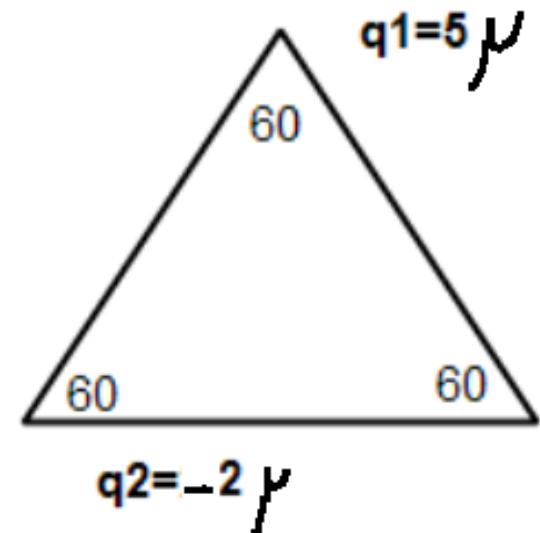
بر طبق **قانون دوم نیوتون**، نیرو از حاصل ضرب جرم در **شتاب** به دست می‌آید. واحد شتاب، متر بر مجذور ثانیه یعنی  $\frac{m}{s^2}$  است. واحد جرم نیز کیلوگرم است. در نتیجه، واحد **نیرو** برابر  $\frac{m}{s^2} \times kg$  یا نیوتون است. به مثال ساده زیر توجه کنید.

# سوال

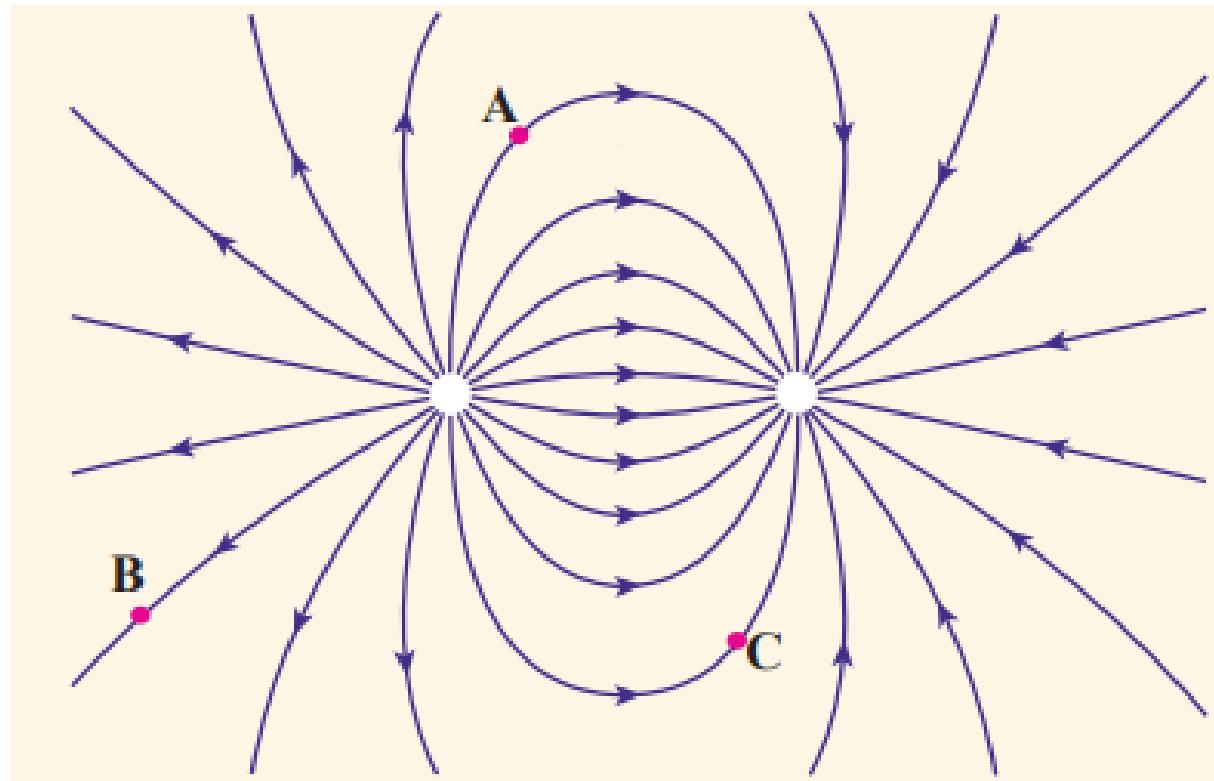
- ۱- میدان الکتریکی را در اطراف دو بار الکتریکی منفی و همان اندازه رسم کنید.
- ۲- با توجه به ویژگی‌های خط‌های میدان الکتریکی، خط‌های میدان را در اطراف دو بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت  $q_1$  و منفی  $q_2$  با فرض  $|q_1| > |q_2|$ ، رسم کنید.
- ۳- بردار میدان الکتریکی را در چند نقطه روی شکلی که در مرحله‌ی ۲ رسم کرده‌اید، نشان دهید.
- ۴- نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت  $'q$  و نیز بار منفی  $"q$  را که روی یک خط میدان واقع‌اند روی شکل مرحله‌ی ۲ رسم کنید.

# سوال

دوبار نقطه ای مطابق شکل زیر روی رأس مثلث متوازی الاضلاع به ضلع 3cm قرار دارند، میدان الکتریکی را روی رأس سوم مثلث بدست آورید؟



# سوال



بار  $q$ - را در نقطه‌های A، B و C از میدان الکتریکی غیریکنواخت شکل رو به رو قرار دهید و جهت نیروی الکتریکی وارد بر این بار منفی را تعیین کنید.

## انرژی پتانسیل الکتریکی

در کتاب فیزیک ۲ و آزمایشگاه با انرژی پتانسیل گرانشی آشنا شدید و دیدید که با صرف انرژی و انجام کار، می‌توان جسمی به جرم  $m$  را از سطح زمین تا ارتفاع  $h$  بالا برد. انرژی‌ای که صرف بالا بردن جسم (با سرعت ثابت) شده است، به صورت انرژی پتانسیل گرانشی ( $U = mgh$ ) در آن ذخیره می‌شود. با انرژی پتانسیل کشسانی نیز آشنا شدید و دیدید که وقتی فنری را به آرامی فشرده می‌کنیم یا می‌کشیم، کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود. در اینجا می‌خواهیم با انرژی پتانسیل الکتریکی بیشتر آشنا شویم.

دیدید که دو ذره‌ی باردار بر یک دیگر نیرو وارد می‌کنند. همان‌طور که در کتاب فیزیک ۲ و آزمایشگاه دیدیم، وقتی دو ذره‌ی باردار را که بار همنام دارند با سرعت ثابت به یک دیگر تردیک می‌کنیم، برای غلبه بر نیروی رانشی آن‌ها باید کار انجام دهیم و یا اگر بخواهیم دو ذره‌ی باردار را که بار غیر همنام دارند با سرعت ثابت از هم دور کنیم، باز هم باید کار انجام دهیم. کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در بارهای الکتریکی ذخیره می‌شود.

انرژی پتانسیل یک کمیت اسکالر است که آنرا با  $U$  نمایش می‌دهیم و واحد آن در دستگاه بین‌المللی ژول ( $J$ ) است.

## مثال

ذره‌ای با بار الکتریکی مثبت  $q$  را با سرعت ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت (یعنی میدانی که بردار میدان در همه جای آن یکسان است)  $\vec{E}$ ، در خلاف جهت میدان و به موازات خط‌های میدان به اندازه‌ی  $d$  جابه‌جا می‌کنیم. برای این جابه‌جایی، چه مقدار کار باید انجام دهیم؟

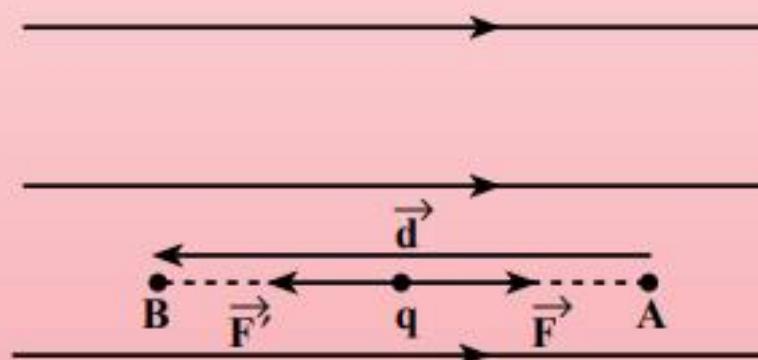
**حل:** میدان الکتریکی بر بار مثبت  $q$ ، نیروی برابر  $F = qE$  و در جهت میدان وارد می‌کند. برای آن که ذره‌ی  $q$  را با سرعت ثابت در خلاف جهت میدان جابه‌جا کنیم، باید به آن نیروی برابر  $F' = qE'$  و در خلاف جهت میدان – یعنی در جهت جابه‌جایی – وارد کنیم (شکل ۲-۳۷). بنابراین، زاویه‌ی بین نیروی که ما وارد می‌کنیم (یعنی نیروی  $\vec{F}'$ ) و جابه‌جایی ( $\vec{d}$ ) برابر صفر است. کاری که ما انجام می‌دهیم، برابر است با:

$$W = F' \cdot d \cdot \cos\alpha$$

$$W = q \cdot E \cdot d \cdot \cos(0^\circ)$$

$$W = q \cdot E \cdot d$$

در این حالت، کار انجام شده مثبت است و انرژی مصرفی ما بصورت بصورت انرژی پتانسیل الکتریکی، در بار الکتریکی  $q$  ذخیره می‌شود.



## مثال

بار الکتریکی منفی  $q$  را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی  $E$  با سرعت ثابت و در جهت میدان به اندازه  $d$  جابه‌جا می‌کنیم. کاری را که در این جابه‌جایی انجام می‌شود، محاسبه کنید.

حل: میدان الکتریکی، نیرویی به اندازه  $F = q \cdot E$  در خلاف جهت میدان به بار الکتریکی منفی وارد می‌کند. در نتیجه، برای جابه‌جایی بار  $q$  با سرعت ثابت باید نیروی  $E \cdot q = F'$  در جهت میدان، یعنی در جهت جابه‌جایی، به آن وارد کنیم (شکل ۳۸-۲). کار انجام شده توسط ما در این جابه‌جایی برابر است با :

$$W = F' \cdot d \cdot \cos \alpha \rightarrow W = q \cdot E \cdot d$$



شکل ۳۸-۲

در این مثال نیز کار انجام شده توسط ما مثبت است و انرژی مصرفی به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در بار  $q$  ذخیره می‌شود. اگر بار  $q$  را رها کنیم، در خلاف جهت میدان شروع به حرکت می‌کند. در این حال، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد و به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود.

## اختلاف پتانسیل الکتریکی

اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه، برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار الکتریکی مثبت است، وقتی یکای بار از نقطه‌ی اول تا نقطه‌ی دوم جابه‌جا می‌شود.

بنابراین، اگر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار مثبت  $q$  در یک نقطه‌ی میدان برابر  $U_1$  و در نقطه‌ی دیگر برابر  $U_2$  باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه، که بانماد  $V$  نشان داده می‌شود،

$$\Delta U = V \quad \text{از رابطه ۱۴-۲ به دست می‌آید:}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 \quad \text{و} \quad \Delta U = U_2 - U_1$$

با توجه به تعریف اختلاف پتانسیل الکتریکی، داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad (14-2)$$

در این رابطه،  $U$  بر حسب ژول (J)،  $q$  بر حسب کولن (C) و  $V$  بر حسب ولت (V) است.

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه عامل شارش بار الکتریکی بین آن دو نقطه است.

هرگاه بار الکتریکی مثبت در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کمتر رفته است.

## مثال

یک ذره‌ی آلفا  $+2e = q$  در یک شتاب دهنده از یک پایانه با پتانسیل  $(v) = 6.5 \times 10^6$  به پایانه‌ی دیگر با پتانسیل صفر می‌رود. انرژی پتانسیل سیستم چه تغییری می‌کند؟

$$q = 2e = 2 \times (1.6 \times 10^{-19}) = 3.2 \times 10^{-19}$$

$$v_1 = 6.5 \times 10^6 \text{ (v)} \quad v_2 = 0$$

$$v_1 = 6.5 \times 10^6 \text{ (v)} \rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = 0 - 6.5 \times 10^6 = -6.5 \times 10^6 \text{ (v)}$$

$$\Delta v = \frac{\Delta u}{q} \rightarrow \Delta u = \Delta v \times q \rightarrow (-6.5 \times 10^6)(3.2 \times 10^{-19}) = -20.8 \times 10^{-13} \text{ J}$$

## مثال

اختلاف پتانسیل الکتریکی پایانه‌های باتری یک خودرو برابر ۱۲۷ است. اگر

بار الکتریکی ۱۱۵ کولن از پایانه‌ی مثبت تا منفی باتری جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چه اندازه و چگونه تغییر می‌کند؟

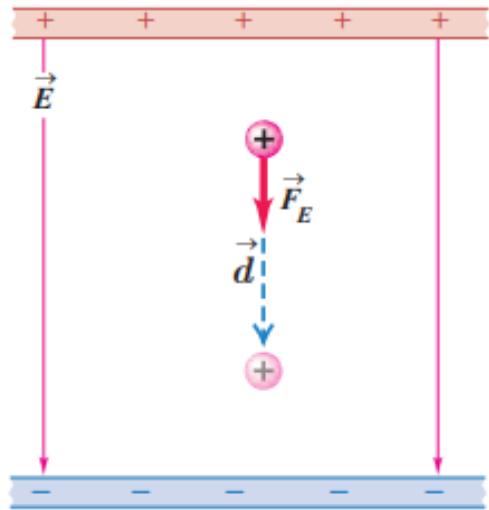
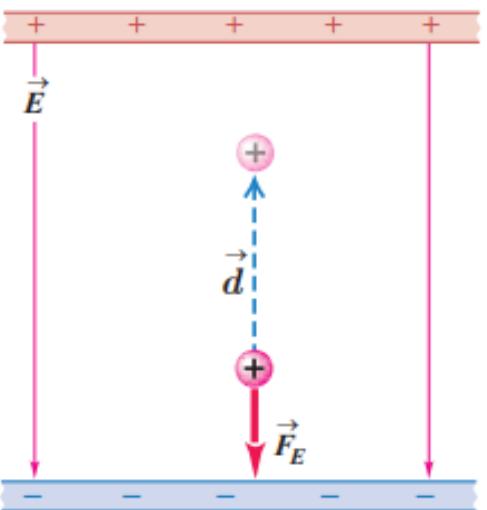
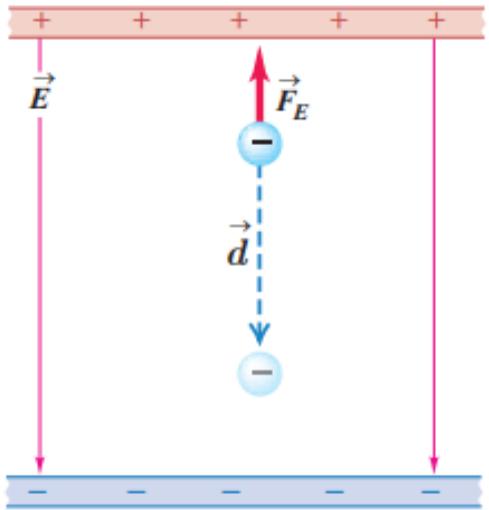
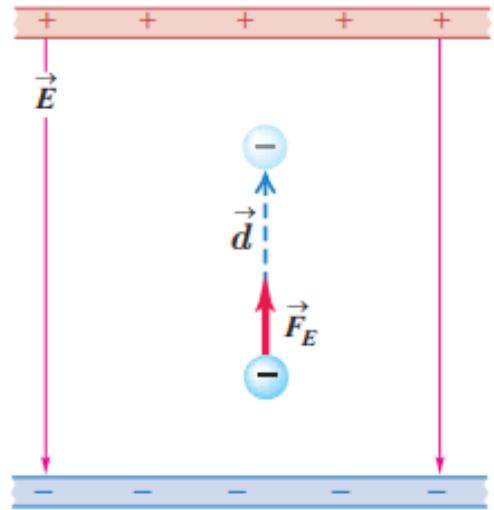
حل: با استفاده از رابطه‌ی ۱۴-۲ داریم :

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

$$\Delta U = q \cdot \Delta V = q \cdot (V_- - V_+)$$

$$\Delta U = 1/5 \times (-12) = -18 \text{ J}$$

بنابر این، انرژی پتانسیل الکتریکی این بار به اندازه‌ی ۱۸ J کاهش یافته است.



ت) بار منفی را در خلاف جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم : میدان الکتریکی کار مثبت  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  کاهش می‌یابد.

پ) بار منفی را در جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم : میدان الکتریکی کار منفی  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  افزایش می‌یابد.

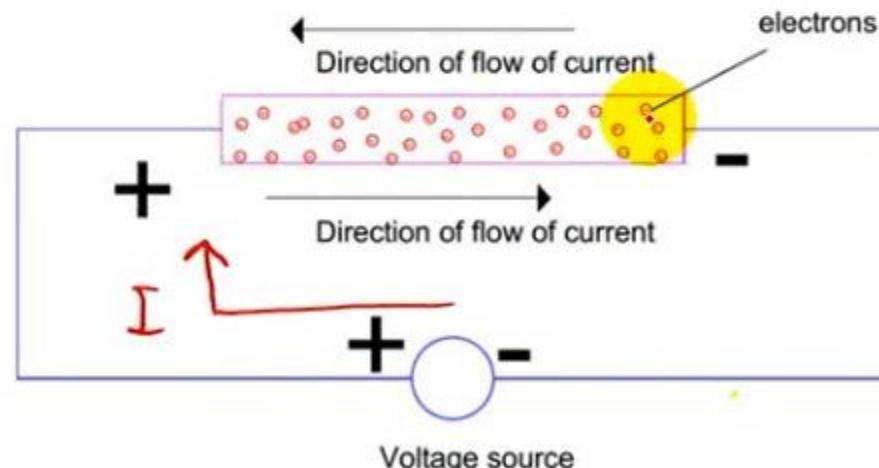
ب) بار مثبت را در خلاف جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم : میدان الکتریکی کار منفی  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  افزایش می‌یابد.

الف) بار مثبت را در جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  جابه‌جا می‌کنیم : میدان الکتریکی کار مثبت  $W_E$  را روی بار انجام می‌دهد. انرژی پتانسیل الکتریکی  $U_E$  کاهش می‌یابد.

# جريان الکتریکی

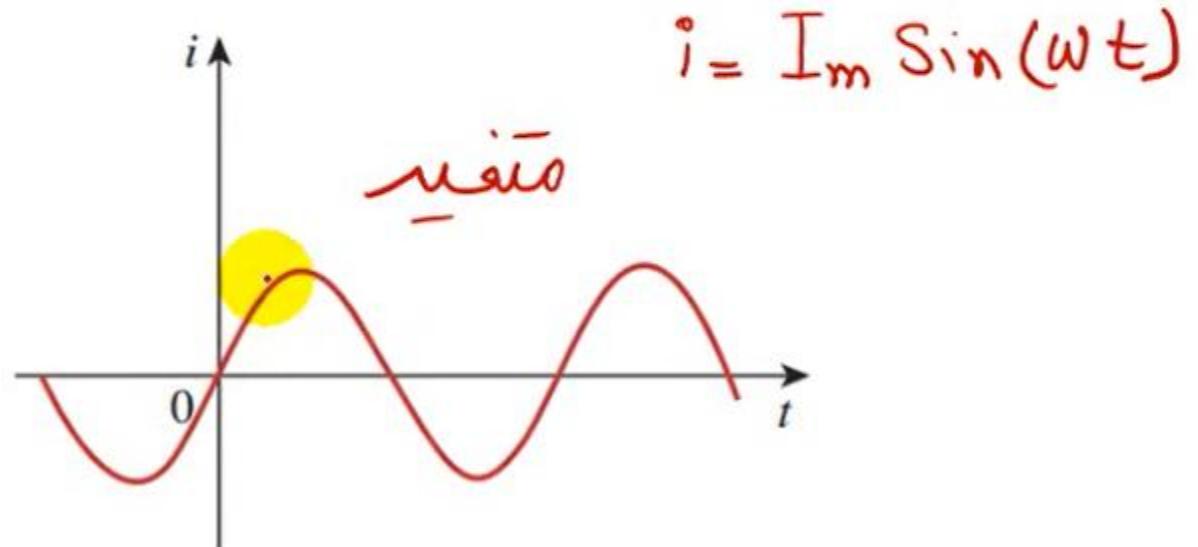
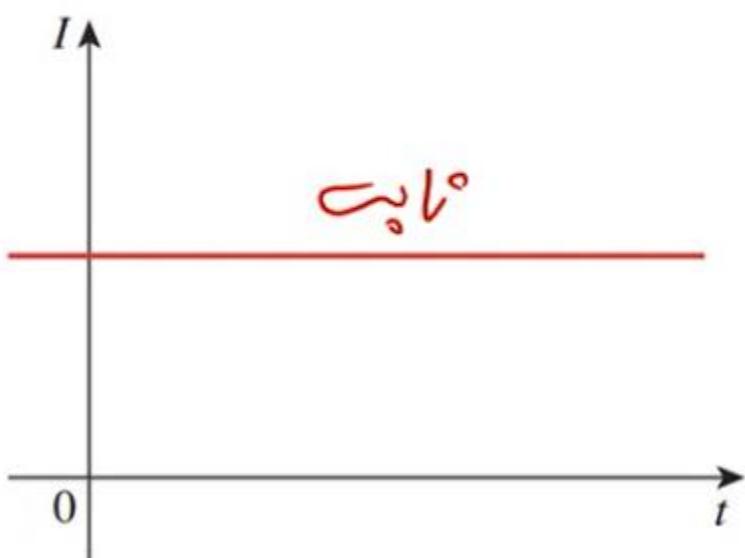
- حرکت بارهای الکتریکی در مواد منجر به ایجاد **جريان الکتریکی** خواهد شد.
- **جريان الکتریکی** = نرخ تغییرات بار الکتریکی در واحد زمان
- واحد اندازه گیری جريان، آمپر یا Ampere است.
- طبق قرارداد جهت جريان در **خلاف** جهت حرکت بارهای منفی (الكترونها) است.

$$1 \text{ ampere} = 1 \frac{\text{coulomb}}{\text{second}}$$

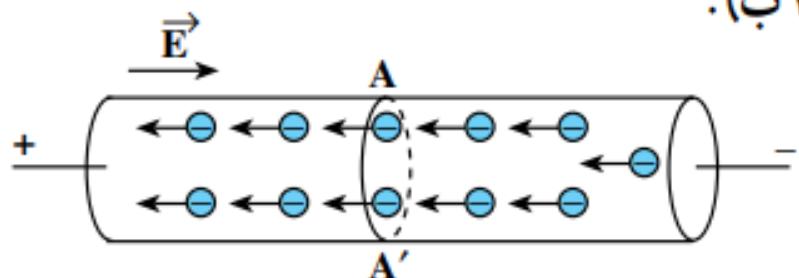


# أنواع جريان الكترونات

- جريان الكترونات مستقيم DC: در همه زمانها يکسان است.
- جريان الكترونات متناوب AC: متغير با زمان است.

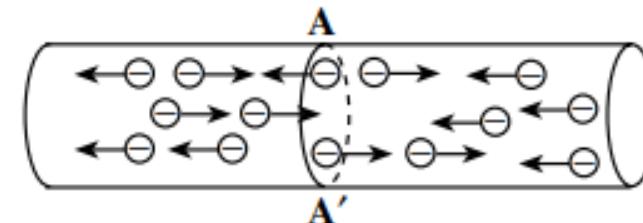


در فیزیک ۱ دیدیم که رسانایی فلزها به دلیل وجود الکترون‌های آزاد است که در داخل آن‌ها با سرعت‌های متفاوت به طور کاتورهای در حرکت‌اند. تا زمانی که اختلاف پتانسیل الکتریکی به دو سر رسانا اعمال نشده باشد، الکترون‌های آزادی که در بازه‌ی زمانی  $\Delta t$  از مقطع 'AA' (شکل ۱-۳) (الف) از راست به چپ در حرکت‌اند، با الکترون‌های آزادی که در همان بازه‌ی زمانی از همان مقطع از چپ به راست حرکت می‌کنند، برابرند؛ یعنی، به طور متوسط بارخالصی که از مقطع 'AA' یا هر مقطع عرضی دیگر رسانا می‌گذرد، در یک بازه‌ی زمانی صفر است. هنگامی که دو سر رسانا را به باطری وصل و به این وسیله به دو سر آن اختلاف پتانسیل اعمال می‌کنیم، یک میدان الکتریکی در داخل رسانا ایجاد می‌شود. این میدان به الکترون‌های آزاد درون رسانا نیرو وارد می‌کند و آن‌ها را به خلاف جهت میدان سوق می‌دهد (چرا؟) (شکل ۱-۳ ب).



وقتی در دو سر رسانا اختلاف پتانسیلی اعمال می‌شود، شارش بار خالص از مقطع 'AA' صفر نیست.

ب



وقتی در دو سر رسانا اختلاف پتانسیل وجود ندارد، شارش بار خالص از مقطع 'AA' صفر است.

الف

در کتاب فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدیم که جریان الکتریکی در خلاف جهت شارش کترون‌ها است یعنی جریان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی است و چون پتانسیل در جهت میدان کاهش می‌یابد، جهت جریان الکتریکی از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر است.

بار شارش شده در واحد زمان را شدت جریان متوسط گویند. اگر در بازه‌ی  $\Delta t$  بار  $\Delta q$  در رسانا شارش کرده باشد، شدت جریان متوسط از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید :

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (1-3)$$

همان‌طور که می‌دانید، یکای شدت جریان، آمپر نام دارد.

اگر در تمام بازه‌های زمانی شدت جریان متوسط ثابت بماند، جریان را مستقیم می‌نامند. در این صورت، شدت جریان لحظه‌ای با شدت جریان متوسط برابر می‌شود. در این حالت، رابطه‌ی (1-3) به صورت زیر نوشته می‌شود :

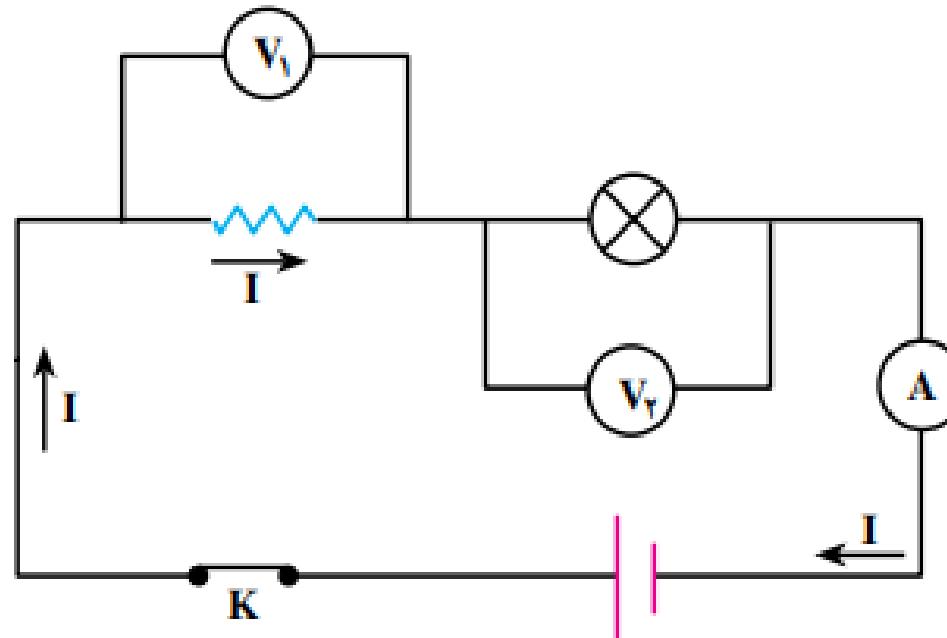
$$I = \frac{q}{t} \quad (2-3)$$

در این رابطه،  $q$  بار شارش شده در مدت  $t$  بر حسب کولن و  $t$  بر حسب ثانیه و  $I$ ، شدت جریان بر حسب آمپر است.

در رابطه‌ی  $I = It$  اگر  $I$  بر حسب آمپر و  $t$  بر حسب ساعت باشد، مقدار بار بر حسب آمپر ساعت به دست می‌آید.

- سیستم معروف و پرکاربرد در مهندسی برق و مدار الکتریکی سیستم MKS است. این سیستم بر پایه واحدهای متر(m)، کیلوگرم (kg) و ثانیه(sec) بنا شده است که بترتیب برای متغیرهای طول، جرم و زمان بکار می‌روند.
- **اجسام رسانا:** دارای الکترونهای آزاد می‌باشند و می‌توانند به راحتی جریان الکتریکی را عبور دهند مانند مس، نقره
- **نکته:** بار الکتریکی درون جسم رسانا باقی نمی‌ماند. تمام بار الکتریکی داده شده به جسم رسانا به سطح خارجی آن می‌رود و در آنجا توزیع می‌شود.
- **اجسام نارسانا:** این اجسام بر خلاف رسانا نمی‌توانند جریان الکتریکی را از خود عبور دهند مانند لاستیک و چوب
- **اجسام نیمه رسانا:** رسانایی این مواد قابل کنترل است و در برخی شرایط رسانا و در برخی شرایط نارسانا خواهد بود مانند دیود و ترانزیستور.

برای آن که جریان الکتریکی برقرار شود، باید باز در یک مسیر بسته شارش کند. این مسیر بسته را **مدار الکتریکی** می‌نامیم. مدارهای الکتریکی ای که در این فصل بررسی می‌کنیم، شامل رساناهای فلزی (سیم یا لامپ رشته‌ای)، منبع تأمین انرژی الکتریکی (باتری یا بیل یا منبع تغذیه)، کلید قطع و وصل، وسیله‌های اندازه‌گیری شدت جریان و اختلاف پتانسیل (آمپرسنج و ولتسنج) است. این قطعه‌ها را **اجزای مدار الکتریکی** می‌نامند و برای رسم هر یک نمادی را به طور قراردادی به کار می‌برند. شما در کتاب فیزیک ۱ با این نمادها آشنا شده‌اید. شکل ۲-۳ یک مدار الکتریکی و طرز قرار گرفتن آمپرسنج و ولتسنج را در این مدار نشان می‌دهد.



# جريان الكتریکی

انتقال بار و بار متحرک مفهومی به نام جريان الكتریکی را به وجود می آورند.

تعريف جريان: جريان يك نقطه در يك جهت خاص، آهنگ زمانی عبور بار مثبت از آن نقطه در آن جهت است.

$$\Delta i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad i = \frac{dq}{dt}$$

جريان لحظه‌ای

واحد جريان آمپر (A) می باشد.

$$\Delta q = \Delta i \Delta t$$

جريان علاوه بر مقدار دارای جهت نيز می باشد.

هرگاه 1 کولن بار در مدت 1 ثانیه از سطح مقطع يك جسم رسانا بگذرد، می گوییم جريان 1 آمپر از آن عبور کرده است.

## ولتاژ(اختلاف پتانسیل)

- برای به حرکت درآوردن بارهای الکتریکی به یک **نیروی خارجی** نیاز داریم.
- ولتاژ الکتریکی** عامل ایجاد نیرو محرکه خارجی است.
- ولتاژ یا اختلاف پتانسیل مقدار انرژی لازم برای عبور دادن بار الکتریکی **واحد** از جسم است.

$$v_{ab} \triangleq \frac{dw}{dq}$$

✓

$$\text{1V} = \frac{1\text{J}}{1\text{C}}$$

- واحد اندازه‌گیری ولتاژ الکتریکی **ولت** یا Volt است.

# جهت قراردادی

همانطوریکه گفته شد، ولتاژ و جریان علاوه بر مقدار دارای جهت نیز می‌باشند.

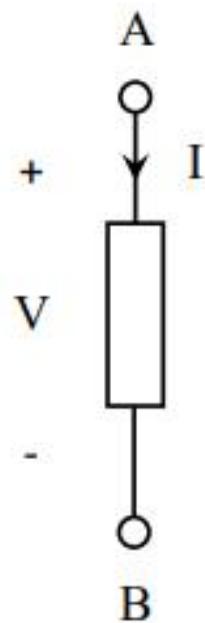
جهت قراردادی برای ولتاژ به وسیله یک جفت علامت + و - مشخص می‌شود که نزدیک سرهای A و B یک عنصر قرار داده می‌شود.

جهت قراردادی برای جریان به وسیله یک پیکان ( $\leftarrow$ ) نشان داده می‌شود.

## جهت قراردادی متناظر یا استاندارد:

جهت قراردادی ولتاژ شاخه و جهت قراردادی جریان شاخه را متناظر گویند اگر جریان مثبت از سری که علامت + دارد وارد شاخه شده و از سری که علامت - دارد از شاخه خارج شود.

## جهت قراردادی



$$V(t) = V_A(t) - V_B(t)$$

$$V = V_A - V_B$$

ولتاژ سر منفی - ولتاژ سر مثبت =

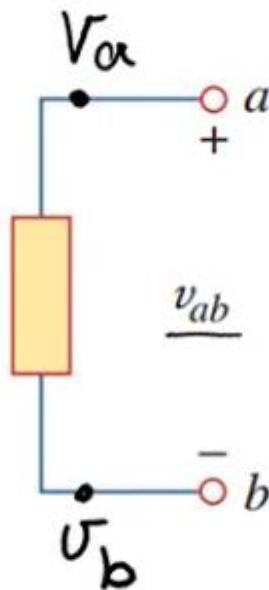
اگر ولتاژ A در لحظه  $t$  بزرگتر از ولتاژ B باشد.

اگر در زمان  $t$  شاری از بارهای مثبت از سر A وارد شاخه شود و از سر B خارج شود.

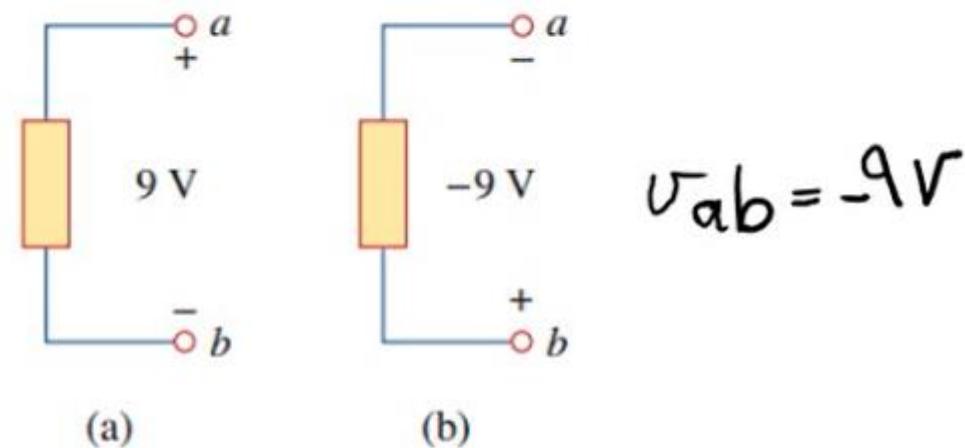
جهت قراردادی در نظر گرفته شده برای ولتاژ و جریان عنصر نشان داده شده در شکل، جهت قراردادی متناظر یا استاندارد می‌باشد.

# ولتاژ

- ولتاژ الکتریکی به صورت **مطلق** قابل اندازه‌گیری نیست.



$$v_{ab} = -v_{ba}$$



$$v_{ab} = -9V$$

- در مدارهای الکتریکی یک نقطه به دلخواه به عنوان **مرجع** مشخص شده و بقیه ولتاژها نسبت به آن سنجیده می‌شود.

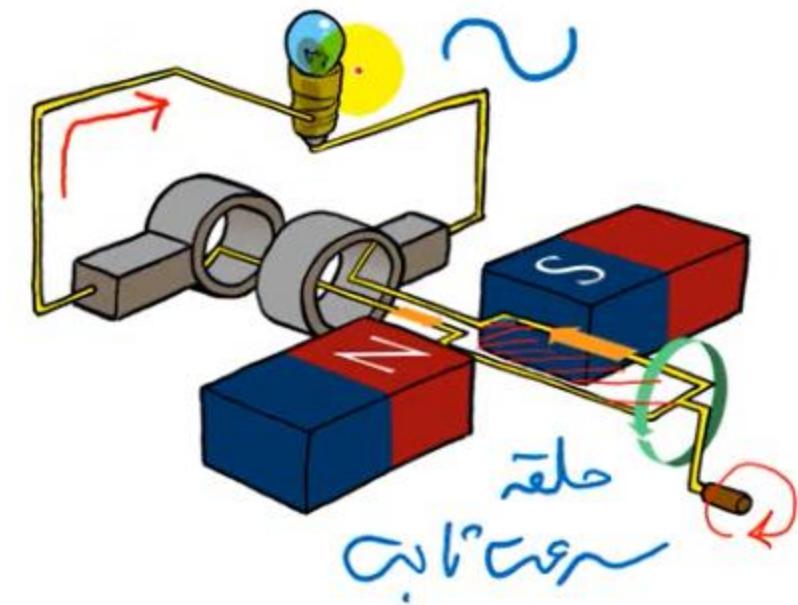
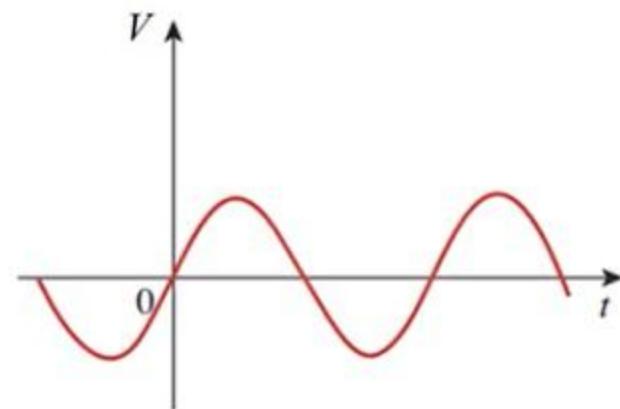
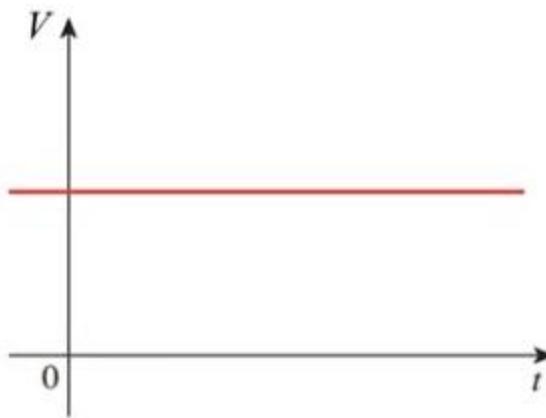
$$U_n = 0V$$

# ولتاژ

- ولتاژ الکتریکی مستقیم DC: در همه زمان‌ها یکسان است.
- ولتاژ الکتریکی متناوب AC: متغیر با زمان است.

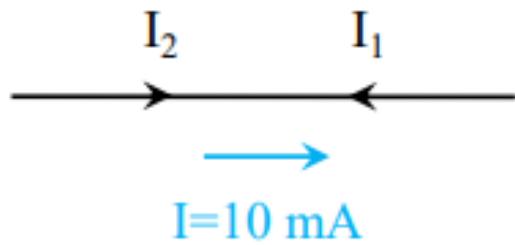


باتری



# مثال

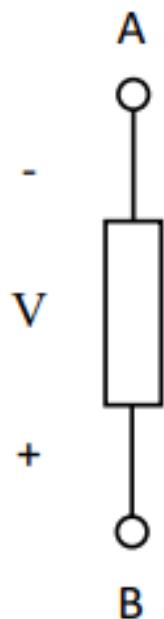
در سیم زیر الکترون‌ها از راست به چپ می‌روند و جریان  $10 \text{ mA}$  است.  $I_1$  و  $I_2$  را به دست آورید.



چون جهت جریان خلاف جهت حرکت الکترون‌ها است، پس جریان واقعی در سیم از چپ به راست می‌باشد. بنابراین:

$$I_2 = +10 \text{ mA} \quad \text{و} \quad I_1 = -10 \text{ mA}$$

## مثال



اگر  $V_B = -5 \text{ V}$  و  $V_A = 10 \text{ V}$  باشد، ولتاژ  $V$  را به دست آورید.

با توجه به پلاریته  $V$  خواهیم داشت:

$$V = V_B - V_A = (-5) - (10) = -15 \text{ V}$$

## قانون اهم

همان طور که در فیزیک ۱ و آزمایشگاه دیدید، بنا به قانون اهم نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانای فلزی به شدت جریانی که از آن می‌گذرد، در دمای ثابت، مقدار ثابتی است. این نسبت را مقاومت الکتریکی رسانا می‌نامند و یکای آن **اهم** با نعادی  $\Omega$  است.

$$\frac{V}{I} = R$$

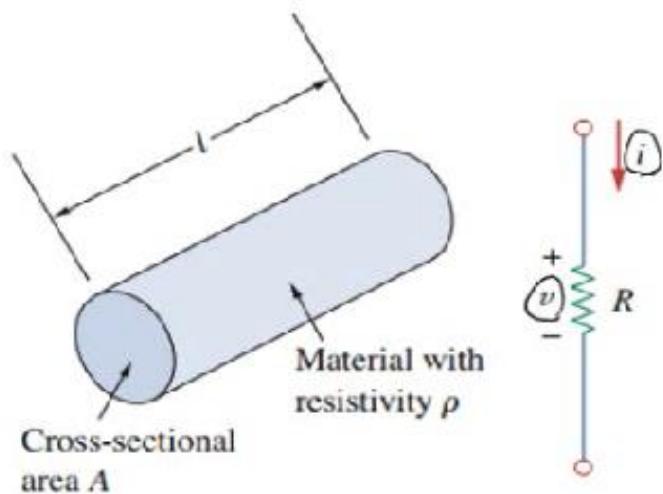
مقاومت را با وسیله‌ای به نام اهم سنج اندازه می‌گیرند. این وسیله همراه با ولت سنج و آمپرسنج یک دستگاه را تشکیل می‌دهند که آوومتر(AVOmetre) برای آمپر، V برای ولت و ۰ برای اهم) نامیده می‌شود.

## عوامل مؤثر در مقاومت رساناهای فلزی

مقاومت یک رسانای فلزی در دمای ثابت به طول، سطح مقطع و جنس آن بستگی دارد.

- **مقاومة الکتریکی**: میزان مقاومت جسم در مقابل عبور جریان الکتریکی
- واحد مقاومت الکتریکی **اهم** است.
- **قانون اهم**: نسبت ولتاژ به جریان در یک مقاومت همواره ثابت است.

در این رابطه،  $\rho$  مربوط به جنس سیم است و مقاومت ویژه‌ی رسانا نام دارد. مقاومت ویژه‌ی هر فلز، مقاومت قطعه‌ای از آن فلز است به طول یک متر و به سطح مقطع یک مترمربع. ۱ طول سیم بر حسب متر و  $A$  سطح مقطع سیم بر حسب مترمربع است.



$$R = \rho \frac{\ell}{A} = \frac{\sigma}{j}$$

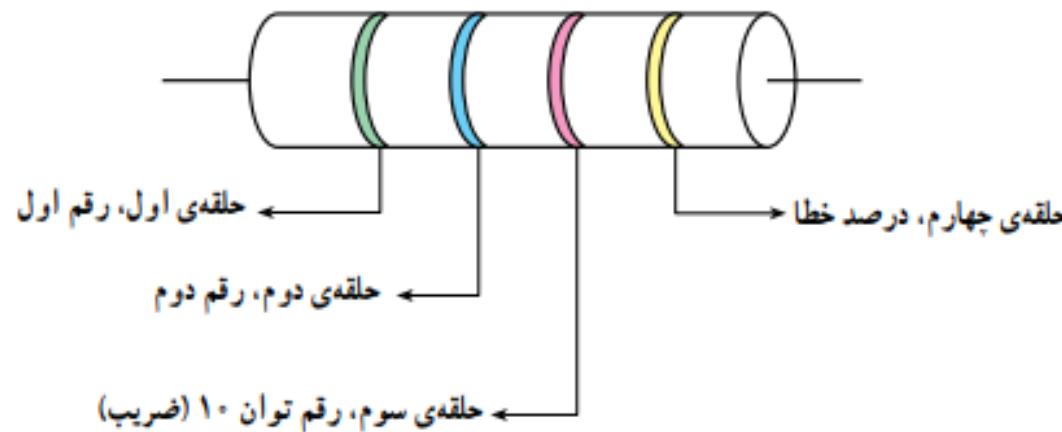
$$\sigma = R i$$

مقاومت ویژه‌ی پاره‌ای از رساناهای – مانند نقره و مس – کم و پاره‌ای دیگر – مانند تنگستن و آهن – نسبتاً زیاد است.

# کد گذاری مقاومت‌ها

کُدگذاری مقاومت‌ها: مقاومت‌های الکتریکی را برای مصرف‌های مختلف می‌سازند.

کارخانه‌های سازنده برای سهولت در تولید، مقاومت‌های خاصی را به عنوان استاندارد انتخاب می‌کنند و می‌سازند و با حلقه‌های رنگی که در روی آن‌ها اندازه مقاومت‌ها را مشخص می‌کنند، به هر رنگ عدد خاصی را نسبت می‌دهند. در انتهای نیز با یک حلقه‌ی طلایی یا نقره‌ای در صد خطای در صد خطای رنگی که برابر با مجموع حلقه‌ی سوم، دوچهارم و پنجم است، مشخص می‌شود؛ به این دلیل آن‌ها را مقاومت کربنی نیز می‌گویند.



رنگ حلقه	حلقه‌ی اول رقم اول	حلقه‌ی دوم رقم دوم	حلقه‌ی سوم عدد $\times 10^{-6}$ در $\Omega$
سیاه	۰	۰	۰
قهوه‌ای	۱	۱	۱
قرمز	۲	۲	۲
نارنجی	۳	۳	۳
زرد	۴	۴	۴
سبز	۵	۵	۵
آبی	۶	۶	۶
بنفش	۷	۷	۷
خاکستری	—	۸	۸
سفید	—	۹	۹

## مثال

اندازه‌ی مقاومت زیر چند اهم است؟

حل: با توجه به جدول ۳-۱، رنگ سبز عدد ۵ و رنگ آبی عدد ۶ را نشان می‌دهد

و چون قرمز معرف ۲ است:

$$R = \overline{ab} \times 10^n$$

رقم سوم  
↔ رقم اول  
↔ رقم دوم



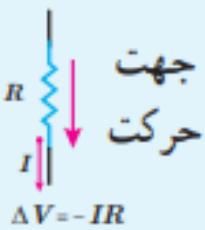
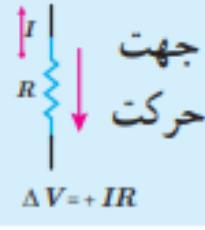
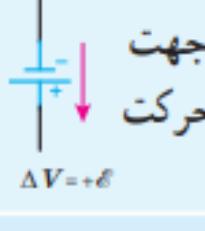
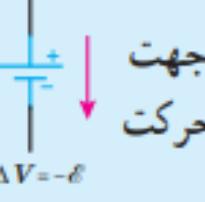
$$R = 56 \times 10^2 = 5600 \Omega$$

شکل ۳-۶

# افت پتانسیل

جدول قرارداد تعیین علامت اختلاف پتانسیل‌ها در یک مدار

تک حلقه‌ای، شامل مقاومت و منبع نیروی محرکه الکتریکی

	تغییر پتانسیل	جهت حرکت	عنصر مدار
 جهت حرکت	$-IR$	در جهت جریان	مقاومت
 جهت حرکت	$+IR$	در خلاف جهت جریان	مقاومت
 جهت حرکت	$+E$	از پایانه منفی به پایانه مثبت	منبع نیروی محرکه
 جهت حرکت	$-E$	از پایانه مثبت به پایانه منفی	منبع نیروی محرکه

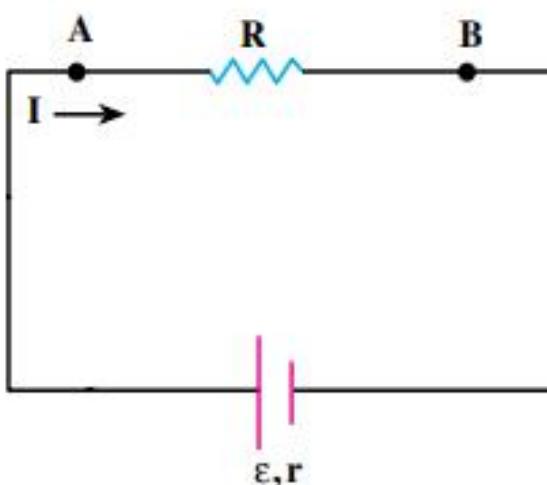
افت پتانسیل در مقاومت: دیدیم که با اعمال اختلاف پتانسیل در دو سر یک رسانا، در درون آن یک میدان الکتریکی برقرار می‌گردد. این میدان باعث شارش بار می‌شود. جهت میدان الکتریکی در داخل رسانا از پایانه‌ی مثبت باتری به طرف پایانه‌ی منفی آن است.

دیدیم که پتانسیل در جهت میدان کاهش می‌یابد؛ یعنی، وقتی از پایانه‌ی مثبت باتری به طرف پایانه‌ی منفی آن می‌رویم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، در این صورت، می‌گویند که در رسانا افت پتانسیل ایجاد شده است. اگر مقاومت الکتریکی رسانا کوچک باشد، بر طبق قانون اهم این افت پتانسیل ناچیز است؛ مثلاً در بستن مدار از سیم‌های رابط با مقاومت کم استفاده می‌کنیم تا بتوانیم از افت پتانسیل در آن‌ها صرف‌نظر کنیم ولی هنگامی که یک قطعه با مقاومت قابل توجه در مدار قرار دارد – مانند مقاومت  $R$  در شکل ۱۰-۳ – افت پتانسیل قابل ملاحظه است و مقدار آن طبق رابطه ۱۰-۳ برابر

$$V_B + I R = V_A$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -IR \quad (10-3)$$

در این رابطه  $I$  جریانی است که از مقاومت  $R$  می‌گذرد.



شکل ۱۰-۳

می‌شود با:

## محاسبهی انرژی الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت

در فصل قبل، دیدیم هنگامی که بار مثبت  $q$  در جهت میدان الکتریکی یکنواخت حرکت می‌کند، انرژی پتانسیل آن به اندازهی  $q\Delta V$  کاهش می‌یابد. به همین ترتیب، اگر بار  $q$  از مقاومت  $R$  در شکل ۳-۱ عبور کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن به اندازهی  $\Delta U = q\Delta V$  کاهش می‌یابد. این کاهش انرژی صرف افزایش انرژی جنبشی بارها می‌شود. در اثر برخورد آن‌ها با اتم‌ها، این انرژی به اتم‌های رسانا منتقل می‌شود و انرژی درونی رسانا را افزایش می‌دهد. در نتیجه، رسانا در اثر عبور جریان گرم می‌شود. در یک لامپ، بخشی از انرژی پتانسیل الکتریکی به انرژی نورانی و در موتور الکتریکی به انرژی مکانیکی و انرژی درونی تبدیل می‌شود.

اکنون اگر جریان ثابت  $I$  در مدت  $t$  ثانیه در سیمی به مقاومت  $R$  برقرار باشد، بنابرآن‌چه گفته شد، انرژی پتانسیل الکتریکی  $U$  که به انرژی درونی رسانا تبدیل می‌شود از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U = qV$$

در این رابطه،  $V$  اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R$  و  $U$  انرژی است که بار هنگام عبور از سیم از دست می‌دهد. با جای‌گذاری به جای  $q$  و  $V$ ، داریم:

$$U = (It)(RI) = RI^2t$$

## مثال

مقاومت سیم گرم کن یک اتوی برقی  $5\Omega$  و جریانی که از آن می‌گذرد ۴ آمپر است. در مدت ۱۵ دقیقه، چند ژول و چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی در آن مصرف می‌شود؟

نکته: یک وات ساعت معادل حدودی ۳۶۰۰ ژول است

حل: بنابر رابطه‌ی ۳-۹ می‌توان نوشت:

$$U = RI^2t \Rightarrow U = 5 \times 16 \times 900$$

$$U = 72 \times 10^4$$

$$U = \frac{72 \times 10^4}{36 \times 10^5} = 0.2$$

کیلووات ساعت

توان الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت: در فیزیک ۲ و آزمایشگاه خواندید که توان از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید و یکای آن ژول بر ثانیه است که وات نامیده می‌شود.

$$P = \frac{U}{t}$$

$$P = \frac{qV}{t} = VI$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

$$P = RI^2$$

# توان الکتریکی

(برگرفته از فیلمهای رایگان دکتر امید زندی)

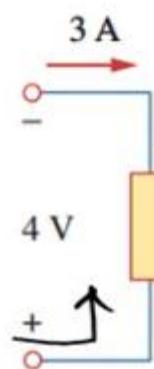
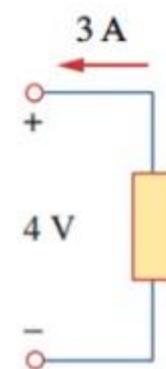
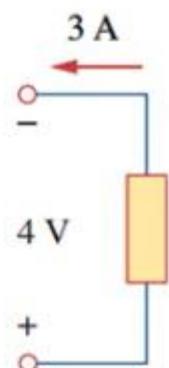
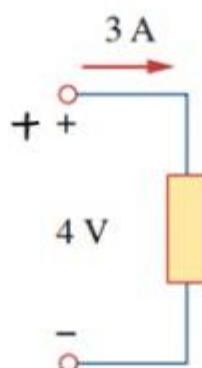
- **توان الکتریکی:** مقدار انرژی آزادشده یا جذب شده در واحد زمان

$$p \triangleq \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = vi \quad \xrightarrow{\text{مثل منابع}} \text{تولید توان}$$

• واحد توان وات یا ژول بر ثانیه است.

- علامت توان جذب شدن و یا آزادشدن آن را مشخص می کند.

مثل مقاومت



$$P = \sum x v = 12W > 0$$

$$P = \sum x v = (-12) = -12W$$

## مثال

بر روی یک بخاری برقی رقم‌های  $22^{\circ}V$  و  $1500W$  ثبت شده است. الف -

این بخاری هنگامی که به ولتاژ  $22^{\circ}$  ولت وصل است، در هر دقیقه چه مقدار انرژی الکتریکی بر حسب کیلووات ساعت مصرف می‌کند؟ ب - مقاومت سیم گرم کن آن چند اهم است؟

حل: الف - بنا به رابطه‌ی  $3-1^{\circ}$  داریم :

$$U = Pt \Rightarrow U = 1500 \times 60 = 9 \times 10^4 J$$

$$U = \frac{9 \times 10^4}{3/6 \times 10^6} = \frac{9}{3/6 \times 10^2} = \frac{1}{40} = 0.025 \text{ kWh}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 1500 = \frac{220 \times 220}{R} \quad 12-3$$

$$R = \frac{220 \times 220}{15} = 32/26 \Omega$$

## تمرین

روی یک لامپ الکتریکی رقم‌های  $220\text{V}$  و  $100\text{W}$  ثبت شده است.

الف) انرژی الکتریکی مصرفی این لامپ هنگامی که به ولتاژ  $220\text{V}$  ولت متصل است، در مدت  $1\text{h}$  چند کیلووات ساعت است؟

ب) اگر این لامپ به اختلاف پتانسیل  $18\text{V}$  ولت وصل شود، با فرض ثابت ماندن مقاومت توان مصرفی آن چه قدر می‌شود؟

## نیروی محرکه‌ی مولد

بارهای الکتریکی ضمن شارش در مدار، انرژی جنبشی‌ای را که به دست آورده‌اند از دست می‌دهند. کار مولّد این است که این انرژی را دوباره تأمین کند. همان‌طور که دیدیم، بارهای الکتریکی در رسانا از پتانسیل بالاتر به پتانسیل پایین‌تر شارش می‌کنند و وارد مولّد می‌شوند. مولّد با صرف انرژی، بارهای الکتریکی را از پتانسیل پایین‌تر به پتانسیل بالاتر سوق می‌دهد و سبب شارش آن‌ها در مدار می‌شود. بارهای الکتریکی هنگام شارش در رسانا، انرژی خود را از دست می‌دهند. برای این‌که شارش بار در مدار تداوم یابد، این انرژی باید به وسیله‌ی مولّد تأمین شود.

انرژی‌ای را که مولّد به واحد بار الکتریکی (یعنی یک کولن) می‌دهد تا در مدار شارش کند، نیروی محرکه‌ی مولّد نامیده می‌شود. اگر مولّد انرژی  $U$  را به بار  $q$  بدهد تا آن را از پایانه‌ی منفی به پایانه‌ی مثبت منتقل کند، بنا به تعریف نیروی محرکه‌ی مولّد – که آن را با نماد  $\epsilon$  نشان می‌دهیم – می‌توان نوشت:

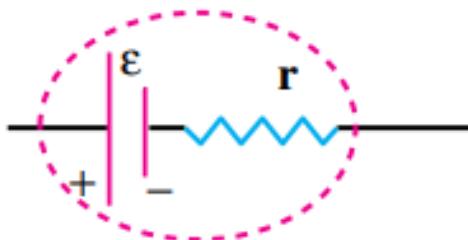
$$\epsilon = \frac{U}{q}$$

یکای نیروی محرکه ژول بر کولن ( $\frac{J}{C}$ ) است یا ولت<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. درنتیجه، انرژی‌ای که مولّد به بار  $q$  می‌دهد، برابر  $\epsilon q$  است.

## مدارهای تک حلقه

یک مدار الکتریکی ساده‌ی تک حلقه از یک یا چند مولّد و یک یا چند مقاومت تشکیل شده است که یکی پس از دیگری به کمک سیم‌های رابط (که بدون مقاومت الکتریکی فرض می‌شوند) به دنبال هم بسته شده‌اند. شدت جریان در تمام قسمت‌های مدار یکسان است.

هر مولّد دارای مقاومتی است که آن را با نماد ( $r$ ) نشان می‌دهیم و آن را مقاومت درونی مولّد می‌نامیم. در شکل ۱۲-۳ یک مولّد به نیروی محرکه‌ی  $E$  و مقاومت درونی  $r$  نشان داده شده است.



### تمرین

با استفاده از قانون پایستگی بار، توضیح دهید چرا در مدار تک حلقه شدت جریان در همه‌ی قسمت‌های مدار یکسان است؟

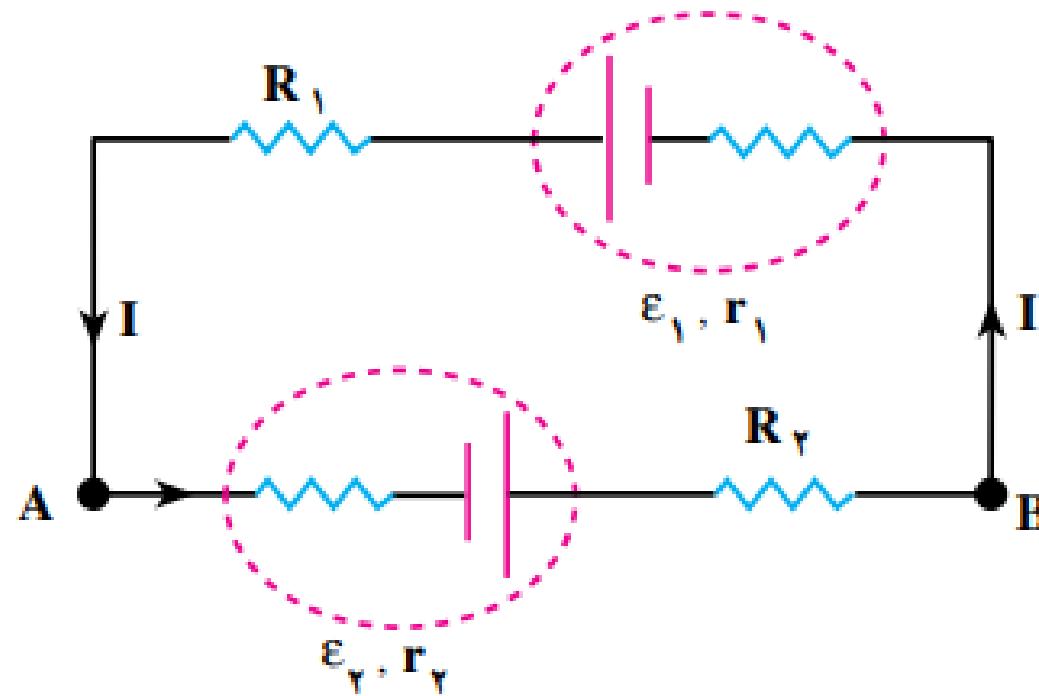
## محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار

۱- هرگاه روی مدار در جهت جریان از مقاومت  $R$  یا  $r$  بگذریم، پتانسیل به اندازه  $IR$  یا  $Ir$  کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت جریان از مقاومت‌ها بگذریم، پتانسیل به اندازه  $IR$  یا  $Ir$  افزایش می‌یابد.

۲- هرگاه برای گذر از مولّد (بدون توجه به جهت جریان) از پایانه‌ی منفی به طرف پایانه‌ی مثبت بگذریم، پتانسیل به اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی مولّد افزایش می‌یابد. اگر ضمن گذر از مولّد (بدون توجه به جهت جریان) از پایانه‌ی منفی برویم، پتانسیل به اندازه‌ی نیروی محرکه‌ی مولّد کاهش می‌یابد.

بنابراین، برای محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار، ابتدا پتانسیل نقطه‌ی اول (مثالاً  $V_A$ ) را می‌نویسیم. آن‌گاه از این نقطه روی مدار در جهت دلخواه به طرف نقطه‌ی دوم می‌رویم و ضمن گذر از هر جزء، تغییر پتانسیل آن جزء را اضافه می‌کنیم تا به نقطه‌ی دوم برسیم. حاصل، برابر پتانسیل نقطه‌ی دوم است.

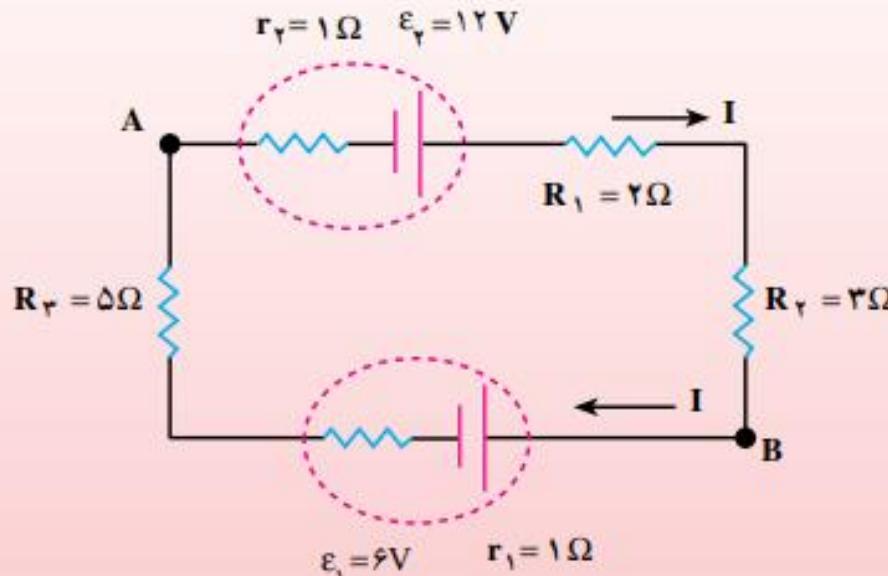
محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار: شکل ۱۳-۳ یک مدار تک حلقه را نشان می‌دهد. مدار شامل مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  و مولدهای  $\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  است.



$$V_A + \epsilon_2 - Ir_2 - IR_2 - Ir_1 + \epsilon_1 - IR_1 = V_A$$

## مثال

در یک مدار تک حلقه مطابق شکل ۱۴-۳ شدت جریان در جهت نشان داده شده ۵ آمپر است. اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B (یعنی  $V_B - V_A$ ) چه اندازه است؟



شکل ۱۴-۳

حل: اگر در جهت جریان از نقطه‌ی A به سمت نقطه‌ی B جلو رویم، می‌توانیم بنویسیم:

$$V_A - Ir_\gamma + \varepsilon_\gamma - IR_1 - IR_\gamma = V_B$$

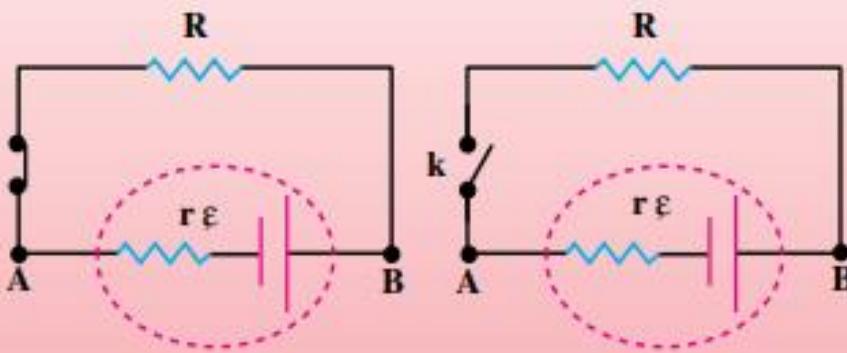
$$\therefore / 5 \times 1 + 12 - / 5 \times 2 - / 5 \times 3 = V_B - V_A$$

$$V_B - V_A = 9 \text{ ولت}$$

## مثال

در مدار شکل ۱۵-۳ اختلاف پتانسیل دو سر مولد را در دو حالت زیر حساب کنید.  
الف) کلید  $k$  باز است.

ب) کلید  $k$  بسته است و جریان  $I$  از مدار می‌گذرد.



الف شکل ۱۵-۳

حل: الف) در حالتی که کلید باز است،  $V_A = V_B$  و داریم:

$$V_A - I \times r + \epsilon = V_B$$

$$V_B - V_A = \epsilon$$

ب) اگر از نقطه A در جهت جریان به سمت B جلو برویم، می‌توانیم بنویسیم:

$$V_A - Ir + \epsilon = V_B$$

$$V_B - V_A = Ir$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد

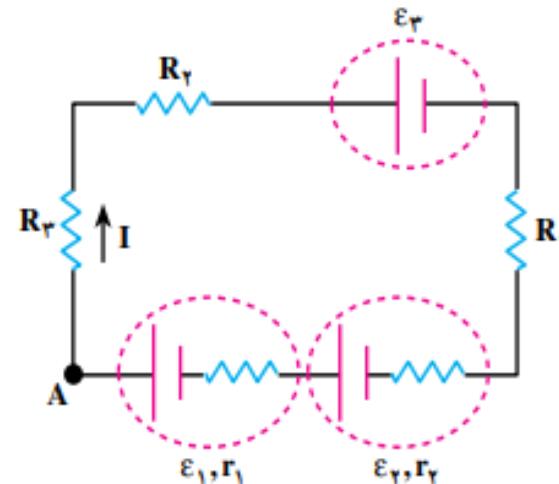
محاسبه شدت جریان: برای محاسبه شدت جریان در یک مدار تک حلقه، ابتدا برای جریان جهت دلخواهی انتخاب می‌کنیم و سپس با توجه به دو قاعده‌ای که برای اختلاف پتانسیل گفته شد، از یک نقطه روی مدار شروع می‌کنیم و تغییر پتانسیل دوسر هریک از اجزای مدار را می‌نویسیم تا دوباره به نقطه‌ی شروع برسیم. از رابطه‌ای که به این ترتیب به دست می‌آید، می‌توان شدت جریان را محاسبه کرد. برای مثال، در مدار شکل ۱۶-۳ برای محاسبه‌ی جریان، ابتدا جریان را در جهت نشان داده شده انتخاب می‌کنیم و سپس از نقطه‌ی A روی مدار در جهت جریان جلو می‌رویم.

به این ترتیب، خواهیم داشت:

$$V_A - IR_3 - IR_2 - \epsilon_3 - IR_1 - Ir_2 + \epsilon_2 - Ir_1 + \epsilon_1 = V_A$$

$$\epsilon_2 + \epsilon_1 - \epsilon_3 = I(R_3 + R_2 + R_1 + r_2 + r_1)$$

$$I = \frac{\epsilon_2 + \epsilon_1 - \epsilon_3}{R_3 + R_2 + R_1 + r_2 + r_1}$$



شکل ۱۶-۳

با این روش، اگر جریان به دست آمده مثبت باشد، معلوم می‌شود که جهت انتخاب شده درست است و اگر جریانی که به دست می‌آید منفی باشد، معلوم می‌شود جهت جریان در مدار خلاف جهت انتخاب شده است.

## توان مولد

$$\begin{aligned} \bullet \quad \varepsilon &= \frac{U}{q} & I &= \frac{q}{t} & \rightarrow & U = \varepsilon It \\ \bullet \quad P &= \frac{U}{t} = \varepsilon I \end{aligned}$$

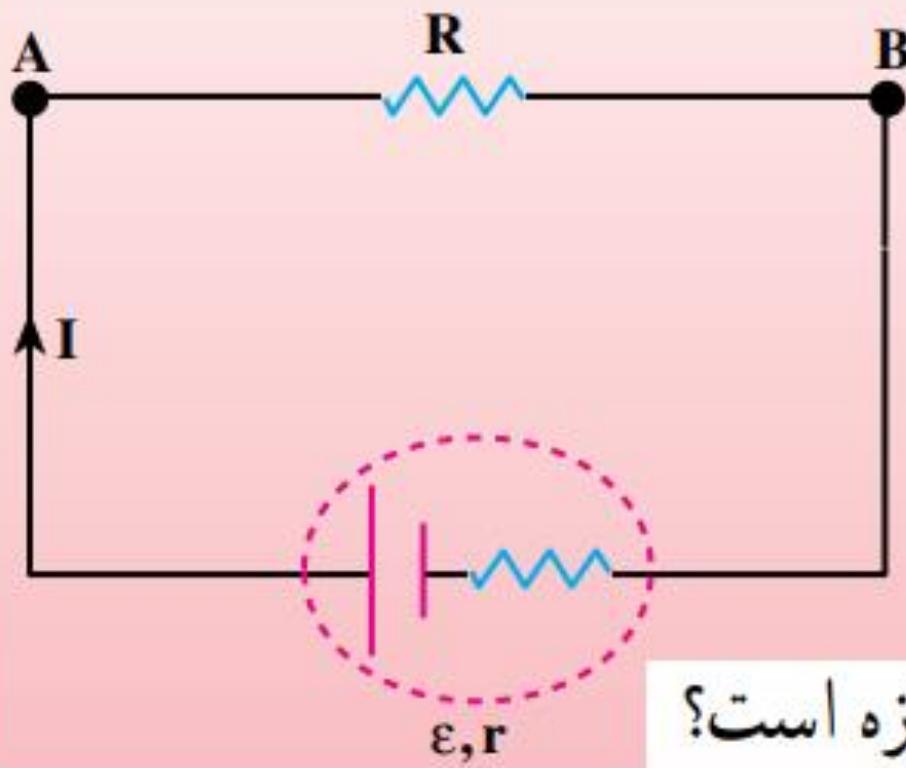
بخشی از این توان تولیدی به دلیل مقاومت درونی مولد، در درون مولد مصرف می‌شود، که بنا به آن چه در مورد توان مصرفی در یک مقاومت دیدیم، این مقدار برابر  $rI^2$  است؛ بنابراین، توان مفید مولد (یا توان خروجی) از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$P = \varepsilon I - rI^2$$

## مثال

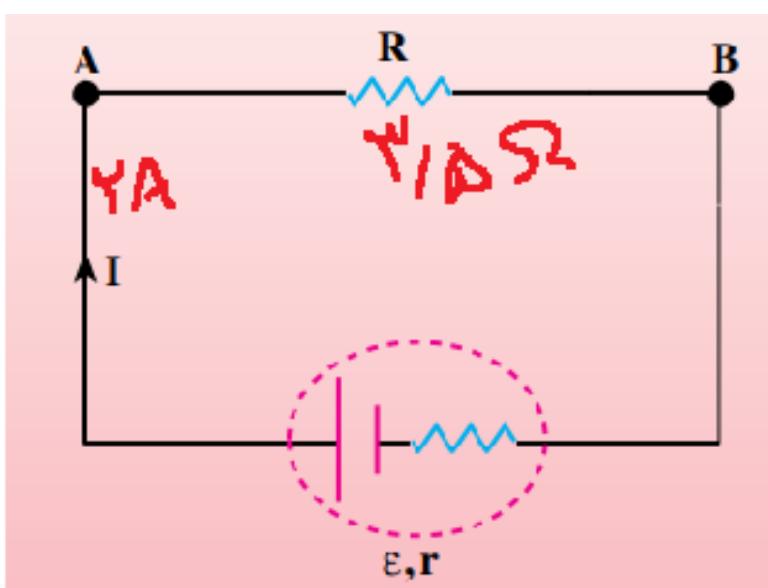
دوسر مقاومت  $\frac{3}{5}$  اهمی را به یک باتری به نیروی محرکه‌ی  $4$  و مقاومت درونی  $1\Omega$  بسته‌ایم. شدت جریان در مدار  $2A$  شده است.

الف) اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت و توان مصرف شده در آن را حساب کنید.



ب) نیروی محرکه‌ی مولد و توان تولیدی آن چه اندازه است؟

حل



حل: الف) با توجه به شکل ۱۸-۳ می‌توان نوشت:

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت

$$V_A - IR = V_B \Rightarrow V_A - V_B = IR = 2 \times 3/5 = 7V$$

$$P = RI^2 \Rightarrow P = 3/5 \times 4 = 14W \quad \text{توان مصرفی در مقاومت}$$

$$V_A - IR - Ir + E = V_A \quad (ب)$$

$$-2 \times 3/5 - 2 \times 1 + E = 0 \Leftrightarrow E = 9V \quad \text{نیروی حرکه‌ی مولّد}$$

$$P = EI \Rightarrow P = 9 \times 2 = 18W \quad \text{توان تولیدی مولّد}$$

## تمرین

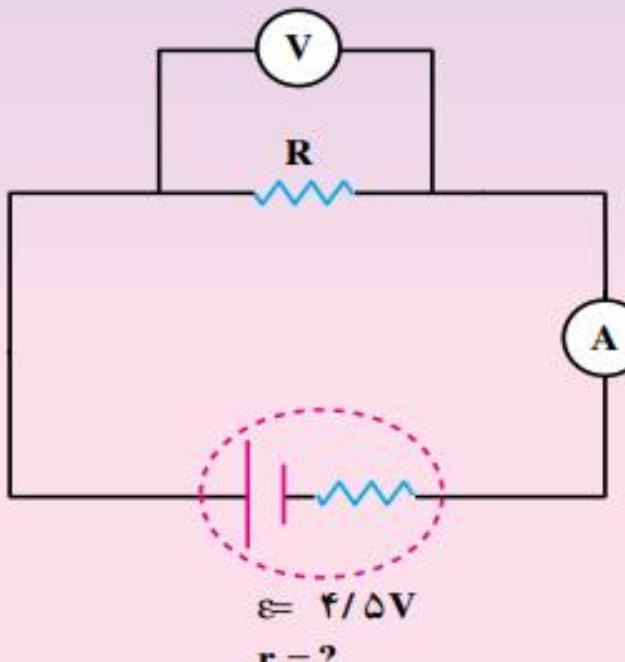
در مدار شکل ۳-۱۹ آمپرسنج  $5A/°$  و ولتسنج  $4V$  ولت را نشان می‌دهد.

الف) مقاومت  $R$  را محاسبه کنید.

ب) توان مصرف شده در مقاومت  $R$  و توان تولیدی مولّد را محاسبه کنید.

پ) افت پتانسیل در مولّد را محاسبه کنید.

ت) مقاومت درونی مولّد را محاسبه کنید.



## به هم بستن متواالی مقاومت‌ها

به هم بستن متواالی مقاومت‌ها: در این روش، مقاومت‌ها مطابق شکل ۲۰-۳ به هم بسته می‌شوند و در مدار قرار می‌گیرند.



شکل ۲۰-۳

در به هم بستن مقاومت‌ها به‌طور متواالی، هر مقاومت با مقاومت بعدی در یک سر مشترک است. اگر دو سر A و B را به اختلاف پتانسیل ثابتی بیندیم، جریان I از هر یک از مقاومت‌ها می‌گذرد. با توجه به شکل ۲۰-۳ و روش محاسبه‌ی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در مدار تک حلقه می‌توان نوشت:

$$V_A - IR_1 - IR_2 - IR_3 = V_B$$

و از آنجا خواهیم داشت:

$$V_A - V_B = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

مقاومت معادل هر مجموعه از این مقاومت‌ها مقاومتی است که اگر به جای آن‌ها به همان اختلاف پتانسیل  $V_A - V_B$  وصل شود، همان شدت جریان از آن عبور کند؛ بنابراین، اگر مقاومت معادل این مجموعه را R بگیریم، خواهیم داشت:

$$V_A - V_B = IR$$

$$IR_1 + IR_2 + IR_3 = IR$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

## مثال

مقاومت‌های  $R_1 = 2\Omega$  و  $R_2 = 4\Omega$  و  $R_3 = 1\Omega$  و  $R_4 = 3\Omega$  را به‌طور  
متوالی به هم بسته‌ایم.

الف - مقاومت معادل مجموعه مقاومت‌ها را حساب کنید. اگر این مجموعه  
از مقاومت‌ها را به دو سر مولدی به نیروی محرکه‌ی ۶ ولت و مقاومت درونی ناچیز  
بیندیم، شدت جریان در مدار چه قدر می‌شود؟

ب - توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها و مجموع توان مصرفی هر مقاومت و  
توان مصرفی کل را محاسبه و با هم مقایسه کنید.

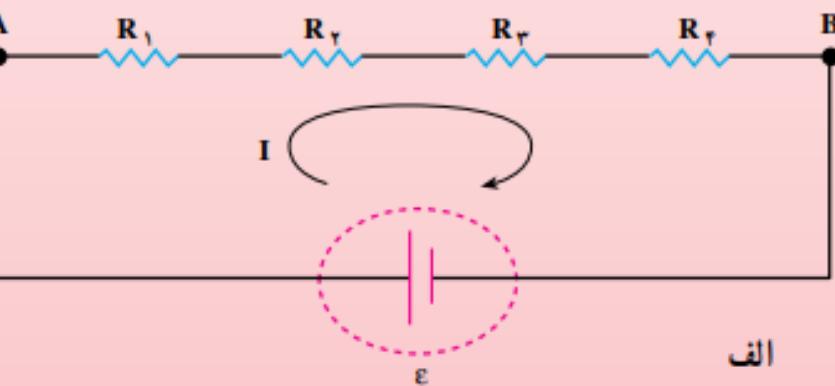
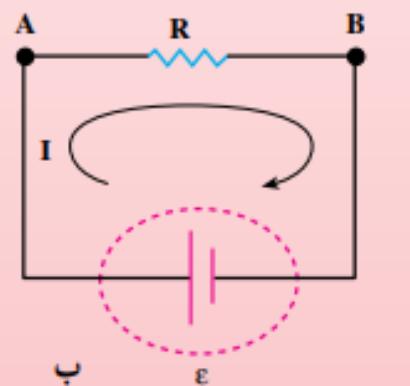
حل: الف - بنا به رابطه‌ی ۲۱-۳ داریم :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R = 2 + 4 + 1 + 3 = 10 \Omega$$

مقاومت معادل

در شکل ۲۱-۳ الف و ب به‌ترتیب به هم بستن مقاومت‌های متوالی را به باتری  
و قرار گرفتن مقاومت معادل را به‌جای آن‌ها مشاهده می‌کنید.



در این حالت، بنا به آن‌چه در مورد مدارهای تک حلقه گفتیم، شدت جریان مدار

$$I = \frac{\epsilon}{R} \Rightarrow I = \frac{6}{1} = 6 \text{ A}$$

- ب

$$P_1 = R_1 I^2 \rightarrow P_1 = 2 \times 6 / 36 = 0.33 \text{ W}$$

$$P_2 = 4 \times 6 / 36 = 0.44 \text{ W}$$

$$P_3 = 1 \times 6 / 36 = 0.16 \text{ W}$$

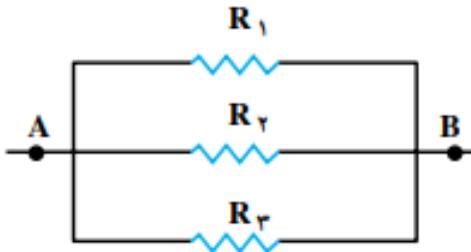
$$P_4 = 3 \times 6 / 36 = 0.5 \text{ W}$$

$$P = RI^2 \Rightarrow P = 10 \times 6 / 36 = 1.67 \text{ W}$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 0.33 + 0.44 + 0.16 + 0.5 = 1.67 \text{ W}$$

بنابراین توان مصرفی کل برابر مجموع توان مصرفی مقاومت‌هاست.

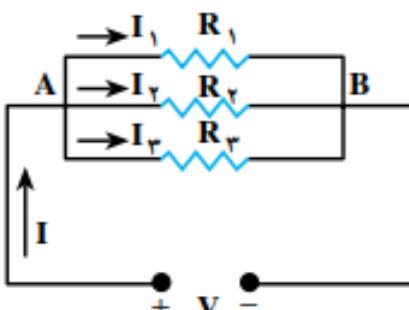
ب— به هم بستن مقاومت‌ها به‌طور موازی: شکل ۲۳-۳ سه مقاومت را نشان می‌دهد که بین دو نقطه‌ی A و B به‌طور موازی به هم بسته شده‌اند.



شکل ۲۳-۳

در به هم بستن موازی مقاومت‌ها یک سر همه‌ی مقاومت‌ها به یک نقطه (مثلاً نقطه‌ی A) و سر دیگر همه‌ی آن‌ها نیز به یک نقطه (مثلاً نقطه‌ی B) بسته شده است. در این حالت، اگر دو سر مجموعه مطابق شکل ۲۴-۳ به اختلاف پتانسیل  $V$  وصل شود، جریان الکتریکی در هر یک از مقاومت‌ها برقرار می‌گردد. بنابر اصل پایستگی بار، باید شدت جریان در شاخه‌ی اصلی با مجموع شدت جریان‌هایی که در هر یک از مقاومت‌ها برقرار شده است، برابر باشد.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (24-3)$$



شکل ۲۴-۳

در به هم بستن مقاومت‌ها به طور موازی چون یک سر مقاومت‌ها به نقطه‌ی A و سر دیگر به نقطه‌ی B وصل است بنابراین ولتاژ یک سر همه مقاومت‌ها  $V_A$  و سر دیگر  $V_B$  است. به عبارت دیگر، در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی بکسان است؛ بنابراین، براساس قانون اهم می‌توان نوشت:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2} \quad I_3 = \frac{V}{R_3} \quad (25-3)$$

اگر مقاومت معادل این مقاومت‌های موازی را با  $R$  نشان دهیم، برای مقاومت معادل آن‌ها نیز داریم:

$$I = \frac{V}{R} \quad (26-3)$$

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

بنابراین، در به هم بستن مقاومت‌ها به طور موازی، وارون مقاومت معادل برابر مجموع وارون مقاومت‌هاست.

## تمرین

شان دهید وقتی دو مقاومت به طور موازی به یکدیگر وصل شوند، نسبت شدت جریان‌های آن‌ها به نسبت وارون مقاومت‌هاست.

## مثال

مقاومت‌های  $R_1 = 6\Omega$  و  $R_2 = 4\Omega$  و  $R_3 = 12\Omega$  و  $R_4 = 6\Omega$  را به‌طور موازی به هم بندیم و در دو سر آن‌ها اختلاف پتانسیل ۱۵ ولت برقرار می‌کنیم.

الف - مقاومت معادل و شدت جریان کل را به‌دست آورید.

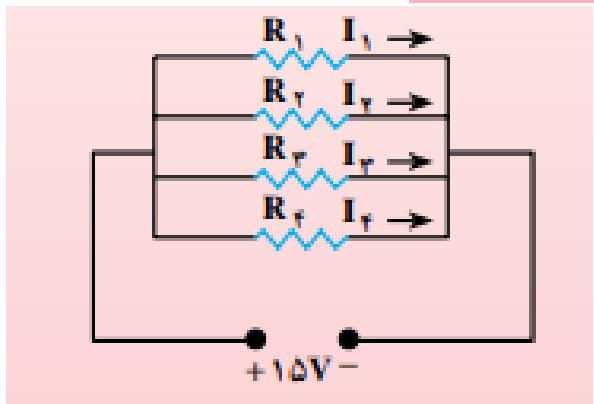
ب - شدت جریان را در هر یک از مقاومت‌ها حساب کنید.

پ - توان مصرفی هر مقاومت و توان مصرفی کل را محاسبه کنید.

حل: الف - برای محاسبهٔ مقاومت معادل بنا به رابطهٔ ۲۷-۳ داریم:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{2+3+1+2}{12} = \frac{8}{12}$$



$$R = \frac{12}{8} = 1.5 \Omega$$

مقاومت معادل

شدت جریان کل از رابطهٔ  $I = \frac{V}{R}$  به دست می‌آید.

$$I = \frac{15}{1.5} = 10 \text{ A}$$

شدت جریان کل

ب - با توجه به شکل ۲۵-۳ برای محاسبهٔ شدت جریان در هر یک از مقاومت‌ها، می‌توان نوشت:

$$V = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I_3 R_3 = I_4 R_4$$

$$I_1 = \frac{15}{6} = 2.5 \text{ A} \quad \text{و} \quad I_2 = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{15}{12} = 1.25 \text{ A} \quad \text{و} \quad I_4 = \frac{15}{6} = 2.5 \text{ A}$$

همان طور که می بینید، شدت جریان به نسبت وارون مقاومت ها توزیع شده است.

$$P = VI$$

$$P_1 = 15 \times 2 / 5 = 37 / 5 \text{ W} \quad \text{و} \quad P_2 = 15 \times 3 / 75 = 56 / 25 \text{ W}$$

$$P_3 = 15 \times 1 / 25 = 18 / 75 \text{ W} \quad \text{و} \quad P_4 = 15 \times 2 / 5 = 37 / 5 \text{ W}$$

برای محاسبه‌ی توان کل با استفاده از مقاومت معادل می‌توان نوشت:

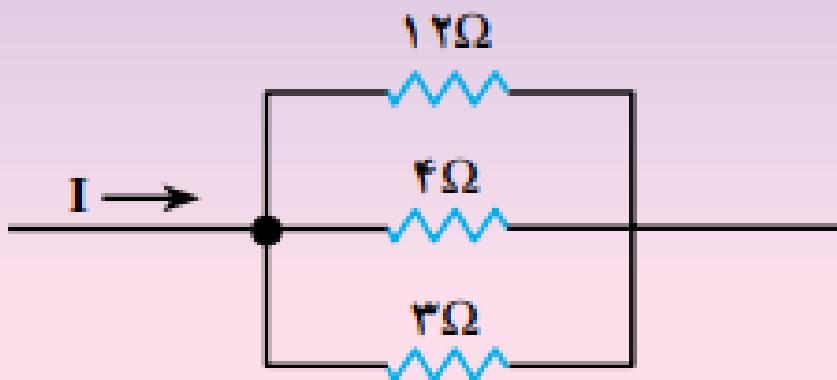
$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{225}{1/5} = 150 \text{ W}$$

همان طور که پیش تر هم دیدیم، برای محاسبه‌ی توان کل می‌توانستیم توان مصرفی در مقاومت‌ها را با هم جمع کنیم.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 37 / 5 + 56 / 25 + 18 / 75 + 37 / 5 = 150 \text{ W}$$

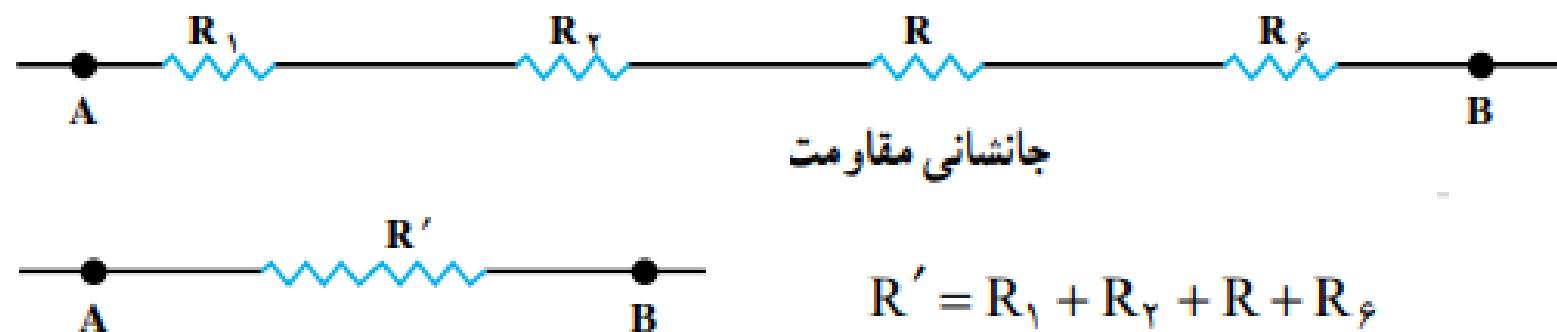
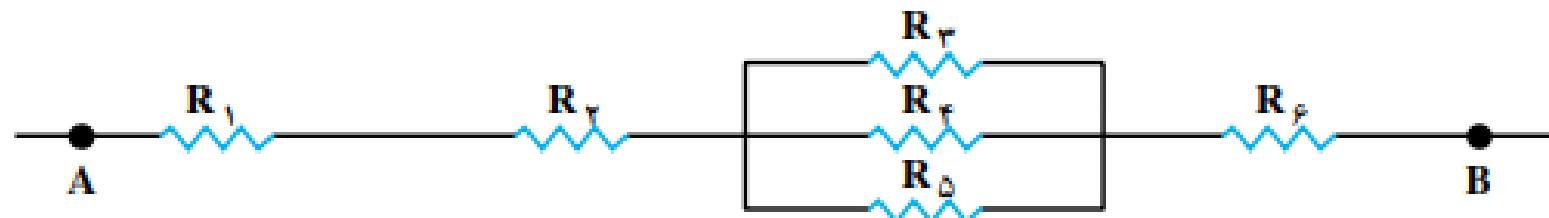
## تمرین

در شکل ۲۶-۳ قسمتی از یک مدار را مشاهده می‌کنید. اگر توان مصرفی در مقاومت ۱۲ اهمی ۳ وات باشد، شدت جریان در مقاومت‌های  $4\Omega$  و  $3\Omega$  و شدت جریان کل چه قدر است؟



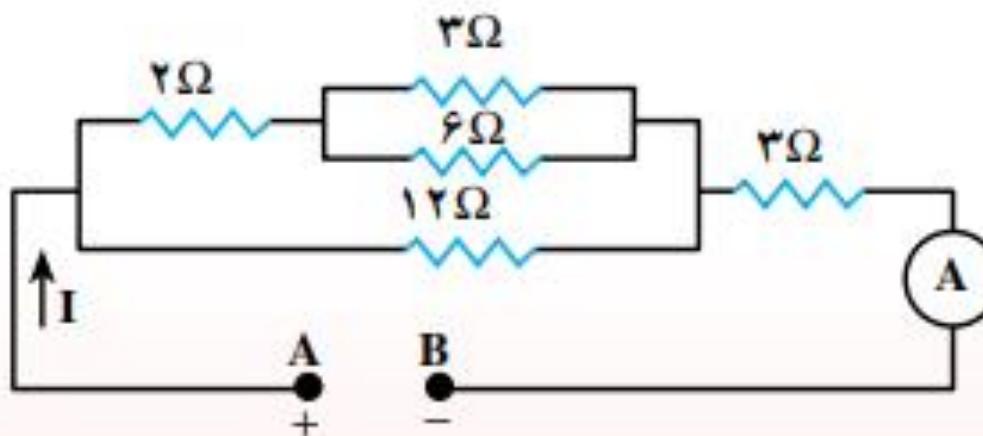
شکل ۲۶-۳

در مواردی ممکن است تعدادی از مقاومت‌ها به طور متواالی و تعدادی دیگر به صورت موازی به هم بسته شده باشند. در شکل ۲۷-۳ تعدادی مقاومت شامل مقاومت‌های موازی ( $R_۵$  و  $R_۶$  و  $R_۷$ ) را مشاهده می‌کنید که با سه مقاومت  $R_۱$  و  $R_۲$  و  $R_۴$  به طور متواالی بسته شده‌اند. در این موارد که مقاومت‌ها شامل مجموعه‌ای موازی و متواالی است، برای محاسبه‌ی مقاومت معادل مجموعه، می‌توان به جای مقاومت‌های موازی در هر قسمت معادل آن‌ها را قرار داد و پس از آن، مقاومت معادل مجموعه‌ی متواالی را محاسبه کرد.



## مثال

در مدار شکل ۳-۳۰ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی B و A، ۲۴ ولت است. شدت جریانی را که آمپرسنچ (A) نشان می‌دهد، چند آمپر است؟

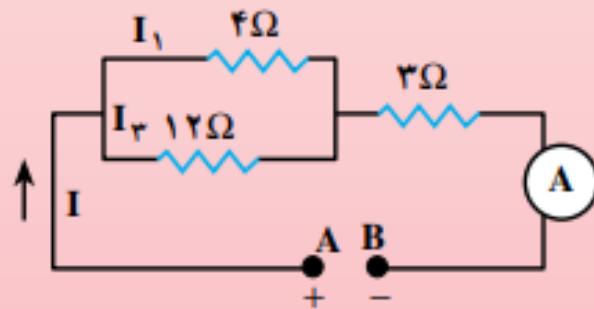


شکل ۳-۳۰

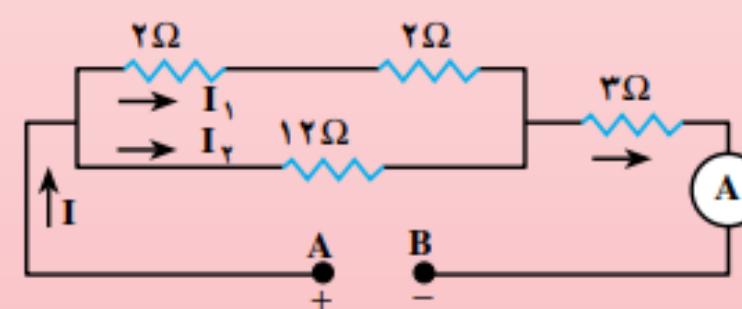
حل: برای محاسبه‌ی شدت جریان کل، نخست با اعمال ساده‌سازی‌های نشان داده شده در شکل‌های ۳-۳۱ الف تا ت مدار معادل شکل ۳-۳۰ را به دست می‌آوریم.

- الف - مقاومت معادل دو مقاومت موازی  $3\Omega$  و  $6\Omega$  برابر  $2\Omega$  است.
- ب - مقاومت معادل دو مقاومت متواالی  $2\Omega$  و  $2\Omega$  برابر  $4\Omega$  است.
- پ - مقاومت معادل دو مقاومت موازی  $4\Omega$  و  $12\Omega$  برابر  $3\Omega$  است.
- ت - مقاومت معادل دو مقاومت متواالی  $3\Omega$  و  $3\Omega$ ، یعنی مقاومت معادل مدار شکل ۲-۳<sup>۰</sup> برابر  $6\Omega$  است. در این حالت، شدت جریانی که آمپرسنگ نشان می‌دهد،

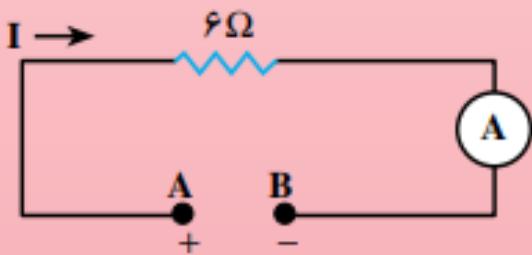
$$I = \frac{V}{R} = \frac{24}{6} = 4A$$



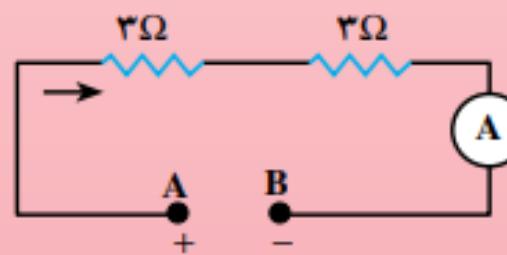
ب



الف

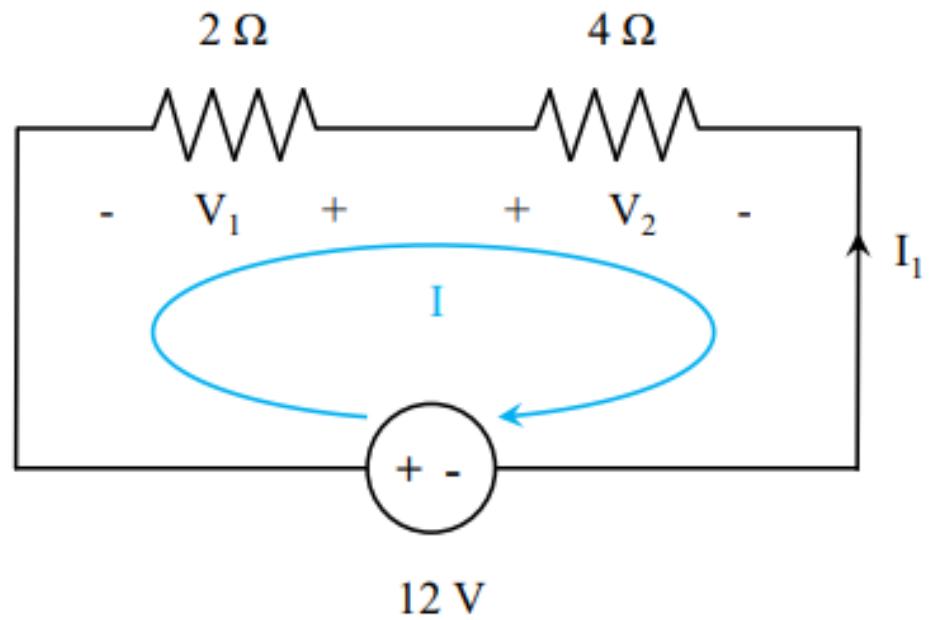


ت



پ

## مثال



ولتاژهای  $V_1$  و  $V_2$  و جریان  $I_1$  را به دست آورید.

$$V = R I$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12}{6} = 2$$

جریانی 2 آمپری در جهت ساعتگرد در مدار جاری می‌شود. بنابراین:

$$V_1 = -4 \text{ V} , V_2 = +8 \text{ V}$$

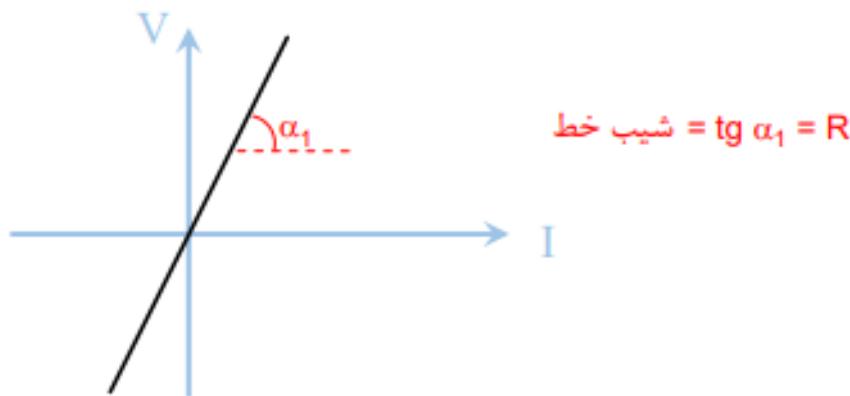
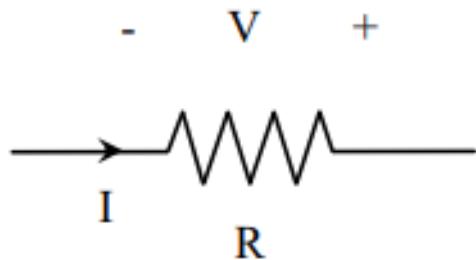
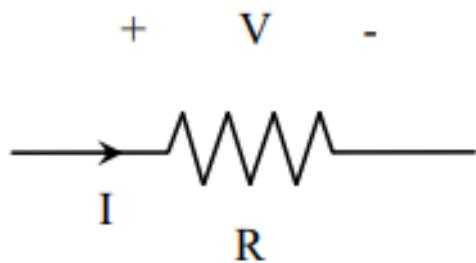
$$I_1 = -2 \text{ A}$$

## انواع مدار

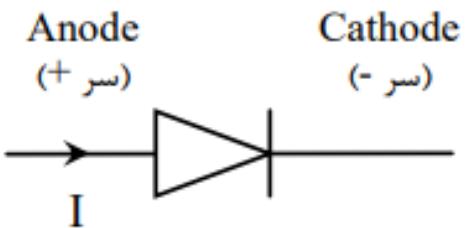
- مدار فشرده: مدارهایی که اجزای آن فشرده هستند(ابعاد آنها از  $1/10$  طول موج کوچکتر است).
- مدار گسترده: مدارهایی که ابعاد اجزای آن مدار بزرگ هستند.
- در این درس مدارهای فشرده مد نظر است.

# مشخصه ولتاژ - جریان یک مقاومت

با توجه به قانون اهم ( $V = R I$ ) خواهیم داشت:



# دیود (Diode)



دیود یک قطعه الکترونیکی دو سر است که جریان الکتریکی را تنها در یک جهت از خود عبور می‌دهد.

در دیود ایده‌آل:

- هرگاه ولتاژ آند از ولتاژ کاتد بیشتر باشد، دیود مانند اتصال کوتاه عمل می‌کند. ( $V = 0$ )

$$V_{\text{anode}} > V_{\text{cathode}}$$

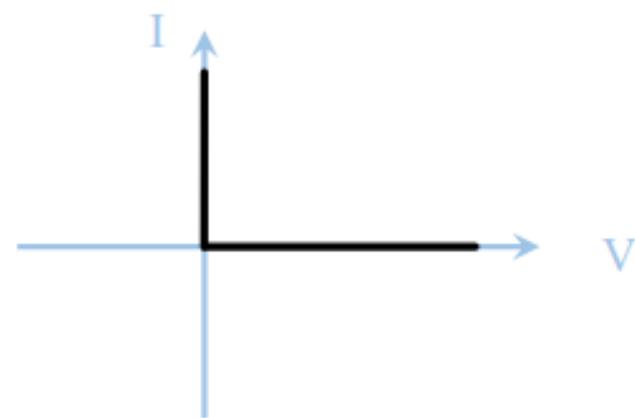
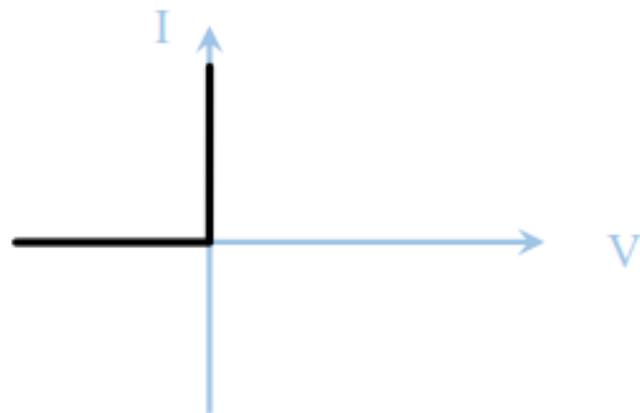
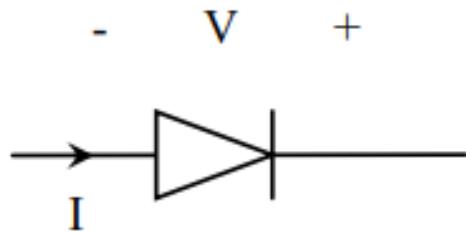
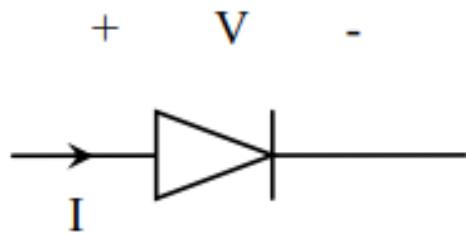


- هرگاه ولتاژ آند از ولتاژ کاتد کمتر باشد، دیود مانند مدار باز عمل می‌کند. ( $I = 0$ )

$$V_{\text{anode}} < V_{\text{cathode}}$$



# مشخصه جریان - ولتاژ یک دیود



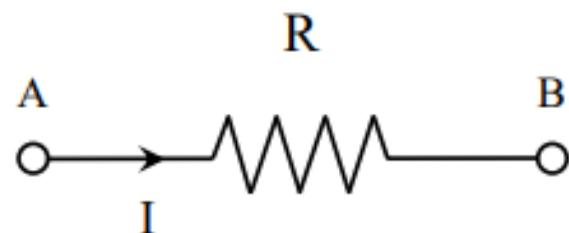
# عناصر مداری

در ادامه به معرفی و بررسی عناصر مداری زیر می‌پردازیم:

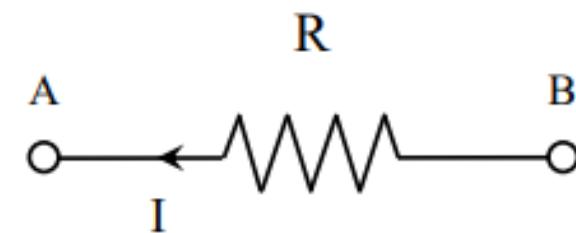
- مقاومت
- منبع ولتاژ مستقل
- منبع جریان مستقل
- منبع ولتاژ وابسته
- منبع جریان وابسته

# 1 - مقاومت

طبق قانون اهم خواهیم داشت:



جريان رونده از B به A     $I = \frac{V_A - V_B}{R}$



جريان رونده از A به B     $I = \frac{V_B - V_A}{R}$

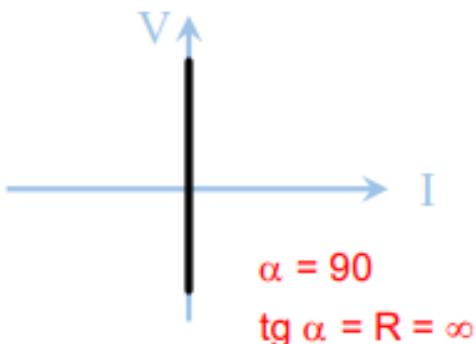
# مقاومت

دو نمونه از مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان:

- **مدار باز**

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \equiv \quad \text{---} \text{---} \text{---}$$

$R = \infty$

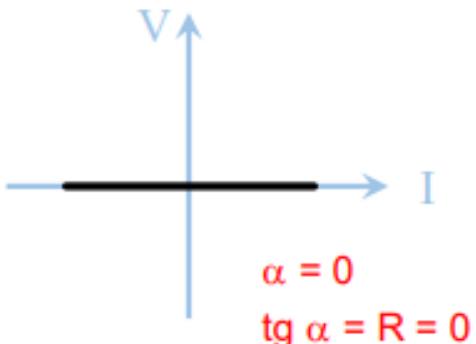


جریان شاخه به ازای همه مقادیر ولتاژ شاخه برابر با صفر است.

- **اتصال کوتاه**

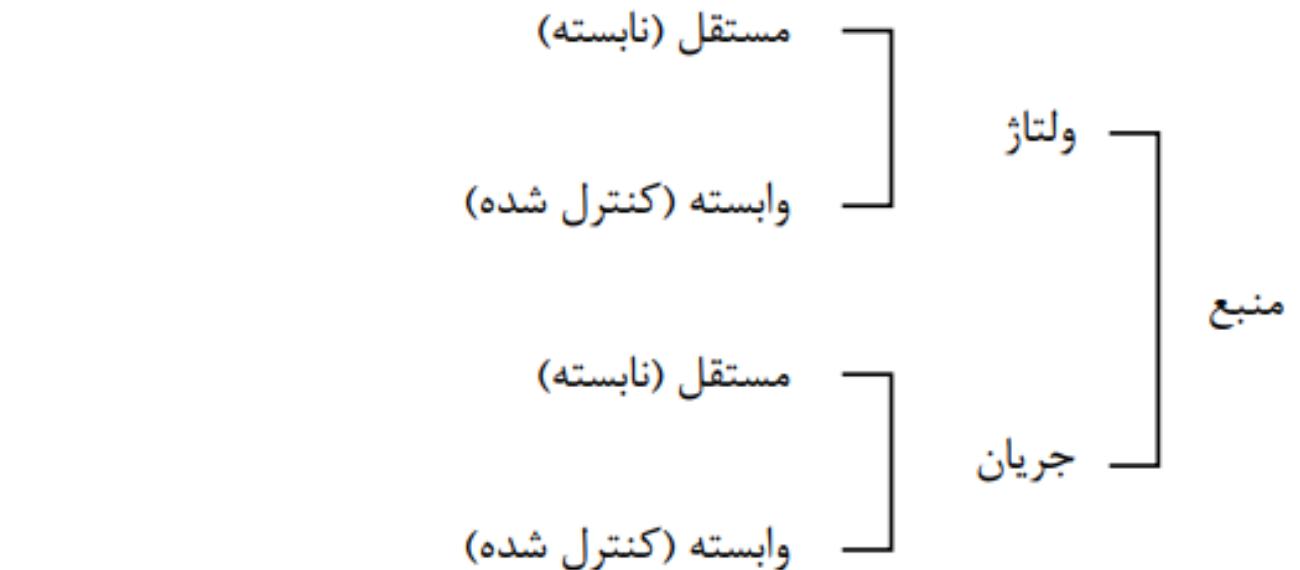
$$\text{---} \quad \text{---} \quad \equiv \quad \text{---} \text{---} \text{---}$$

$R = 0$



ولتاژ شاخه به ازای همه مقادیر جریان شاخه برابر با صفر است.

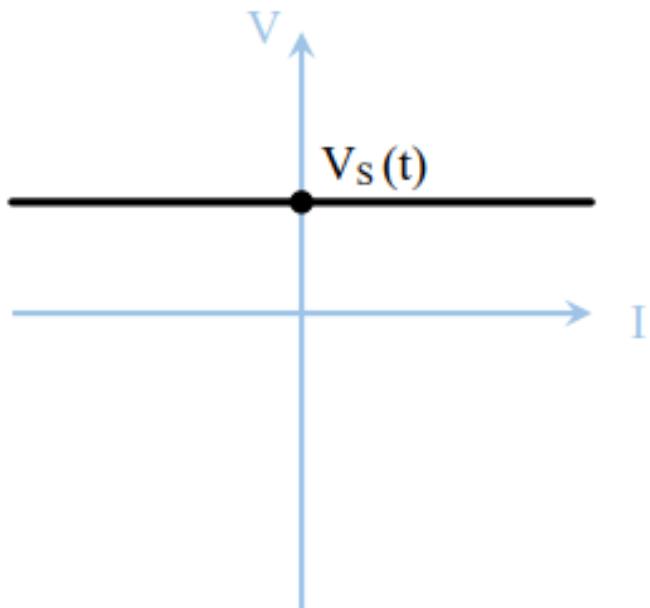
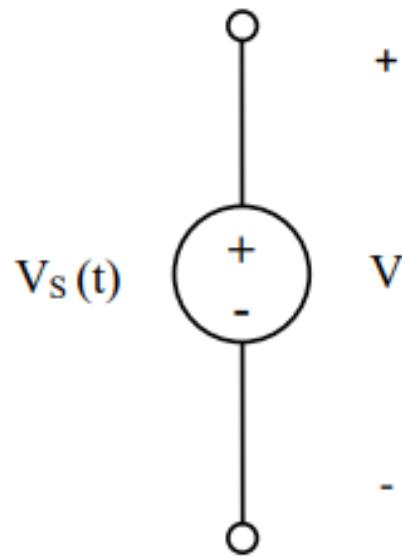
# منابع



■ منبع مستقل: مقدار آن مستقل از ولتاژ و جریان نقاط دیگر مدار است.

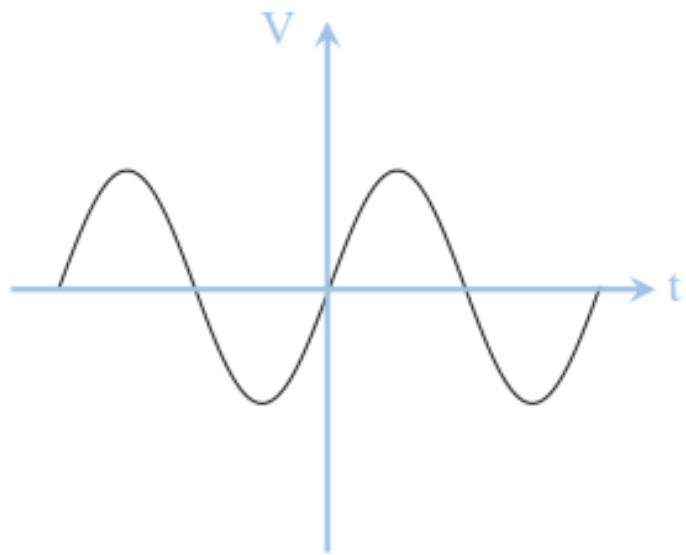
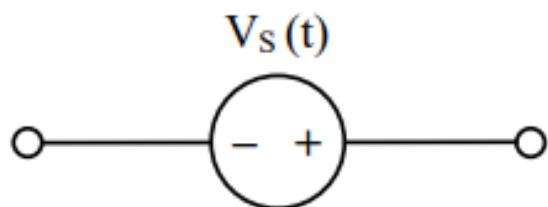
■ منبع وابسته: مقدار آن به ولتاژ یا جریان نقاط دیگری از مدار وابسته است.

## 2 - منبع ولتاژ مستقل

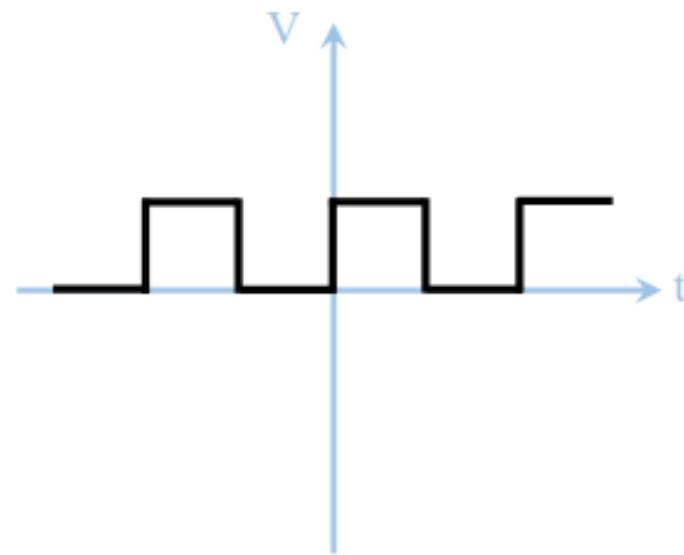


مشخصه  $V-I$  در لحظه  $t$

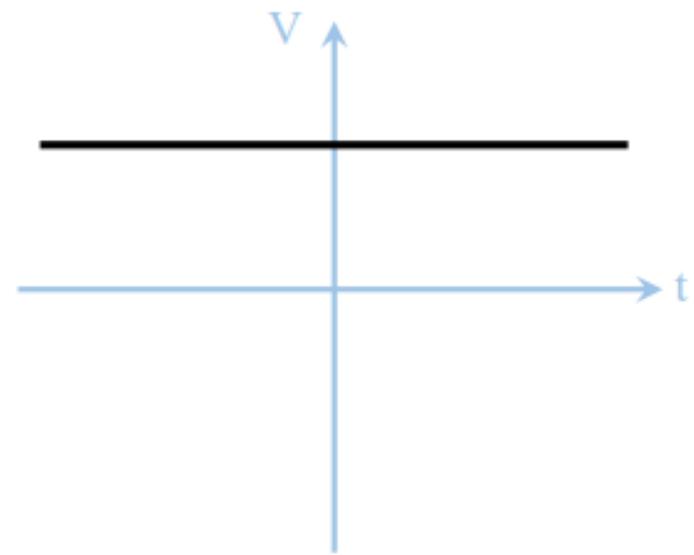
## منبع ولتاژ مستقل



منبع ولتاژ سینوسی



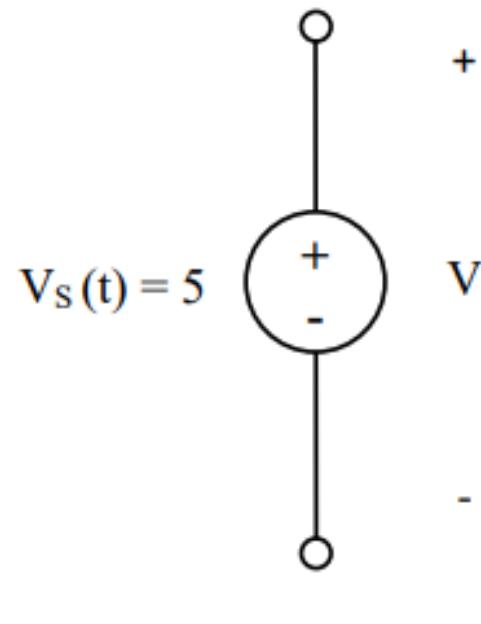
منبع ولتاژ مربعی



منبع ولتاژ ثابت

# منبع ولتاژ مستقل تغییر ناپذیر با زمان

مقدار این منبع ولتاژ در طول زمان ثابت است. بنابراین،  $V_S(t)$  دارای یک مقدار ثابت است.



$$V_S(t) = 5$$

$$t = 0 : V_S(0) = 5$$

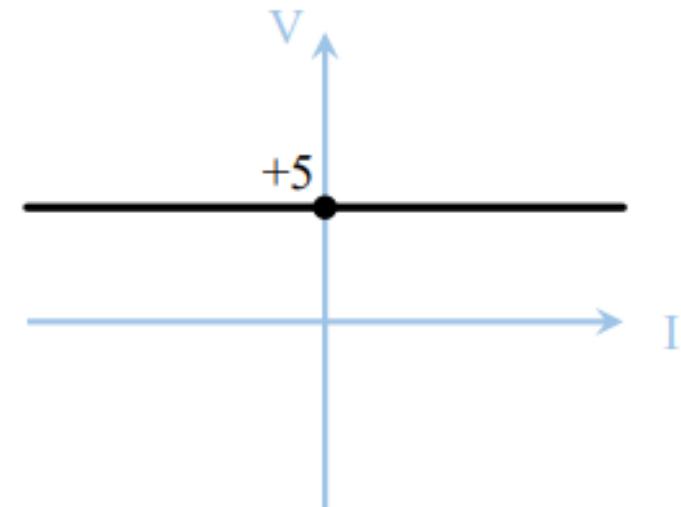
$$t = 1 : V_S(1) = 5$$

$$t = 2 : V_S(2) = 5$$

.

.

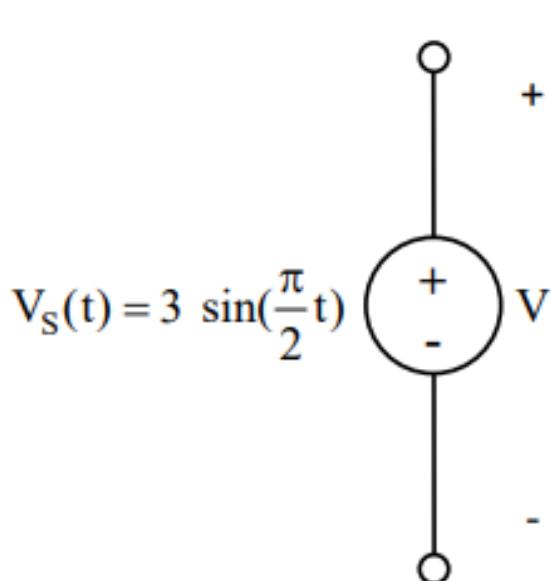
.



مشخصه V-I برای تمام زمان‌ها

# منبع ولتاژ مستقل تغییرپذیر با زمان

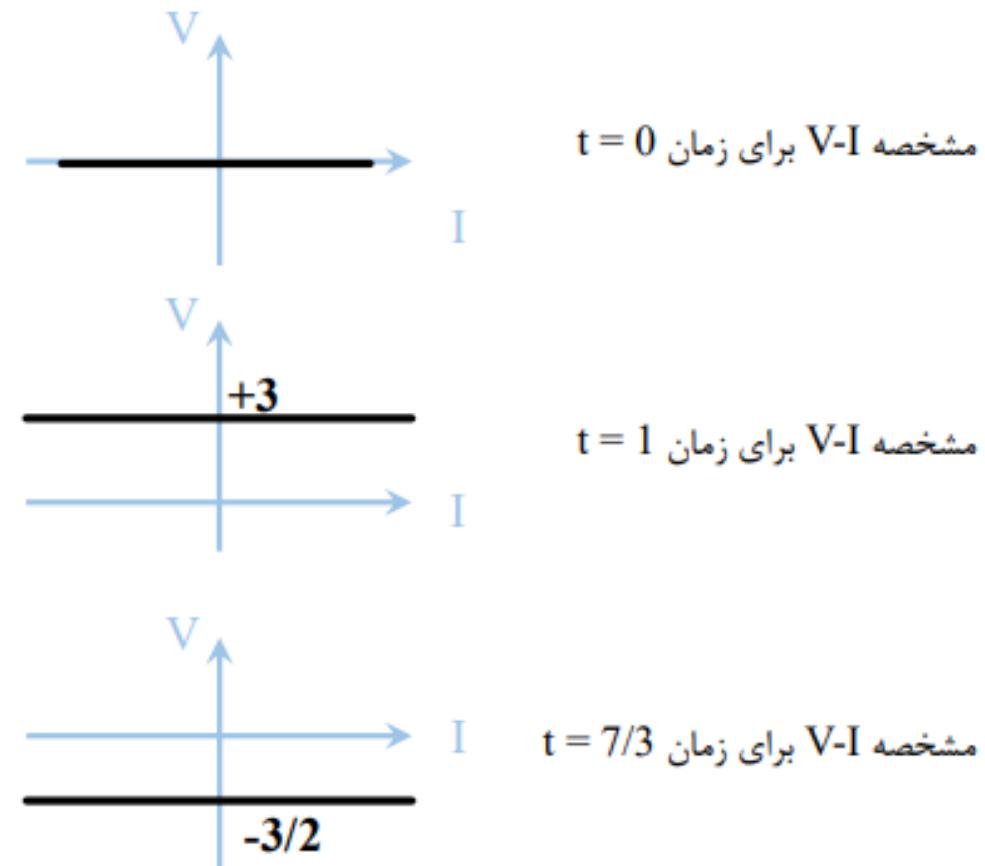
مقدار این منبع ولتاژ در طول زمان ثابت نیست و در زمان‌های مختلف متفاوت است. بنابراین،  $V_S(t)$  دارای یک مقدار ثابت نیست.



$$t = 0 : V_S(0) = 0$$

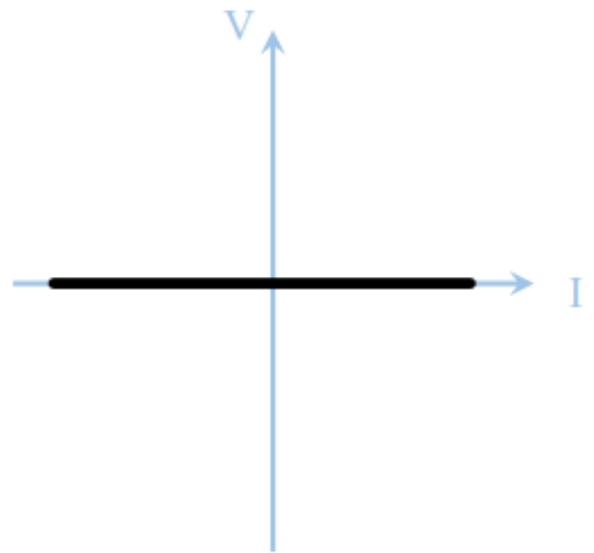
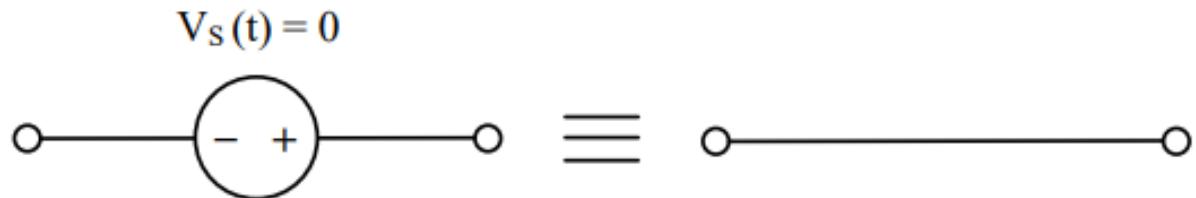
$$t = 1 : V_S(1) = 3$$

$$t = \frac{7}{3} : V_S\left(\frac{7}{3}\right) = 3 \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\frac{3}{2}$$



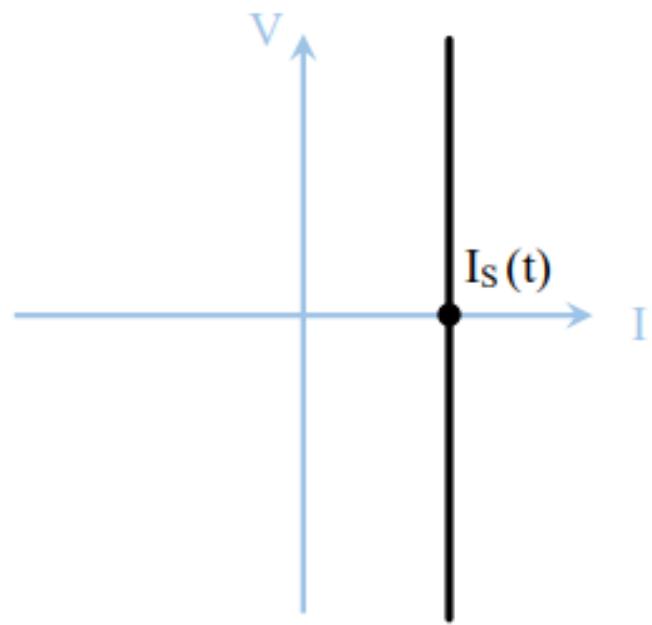
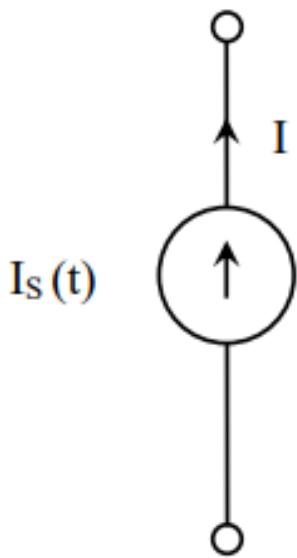
منبع ولتاژ ۰

منبع ولتاژ ۰ معادل اتصال کوتاه است.



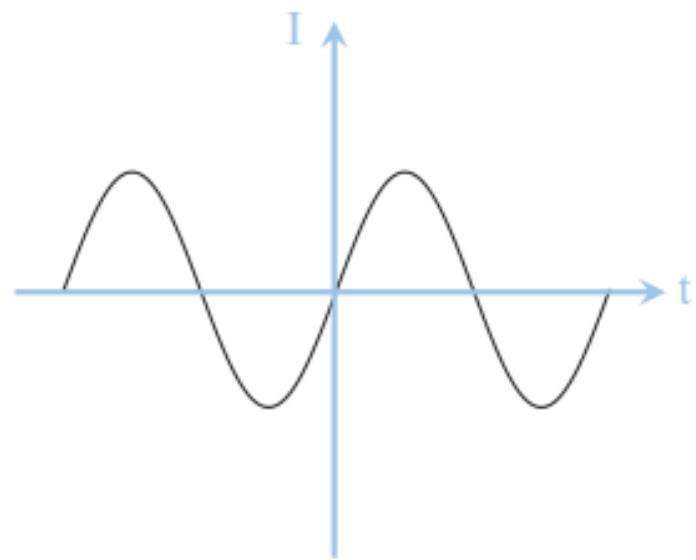
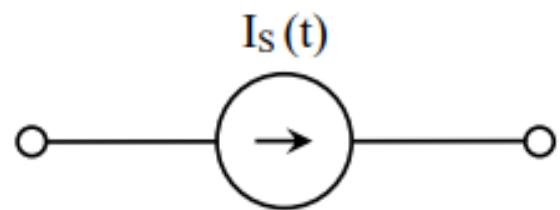
مشخصه V-I برای تمام زمان‌ها

### 3 - منبع جریان مستقل

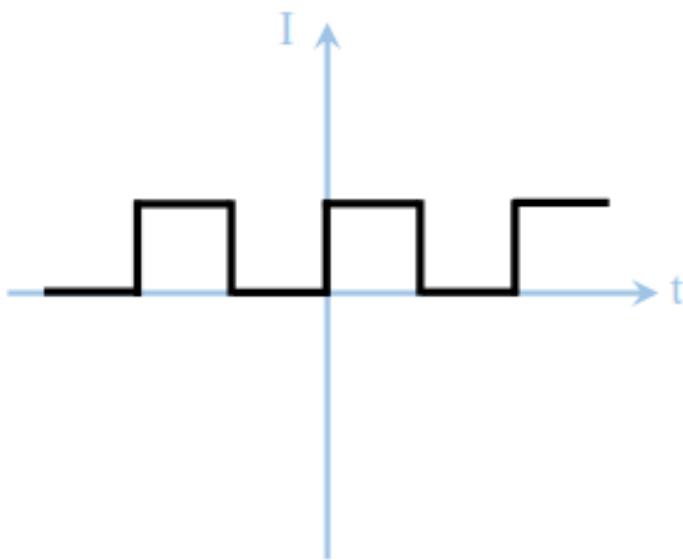


مشخصه  $V-I$  در لحظه  $t$

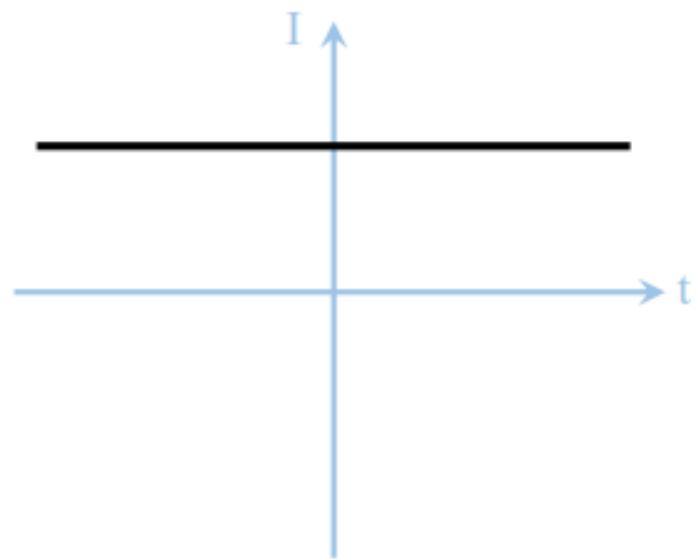
# منبع جریان مستقل



منبع جریان سینوسی



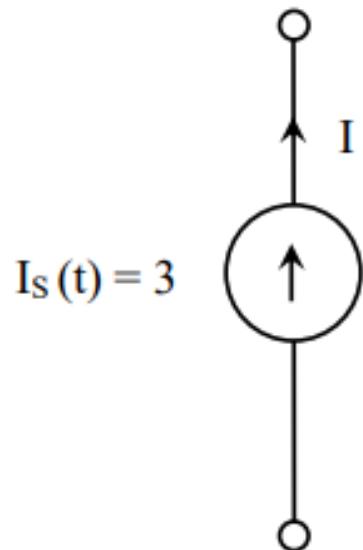
منبع جریان مربعی



منبع جریان ثابت

# منبع جریان مستقل تغییر ناپذیر با زمان

مقدار این منبع جریان در طول زمان ثابت است. بنابراین،  $I_S(t)$  دارای یک مقدار ثابت است.



$$I_S(t) = 3$$

$$t = 0 : I_S(0) = 3$$

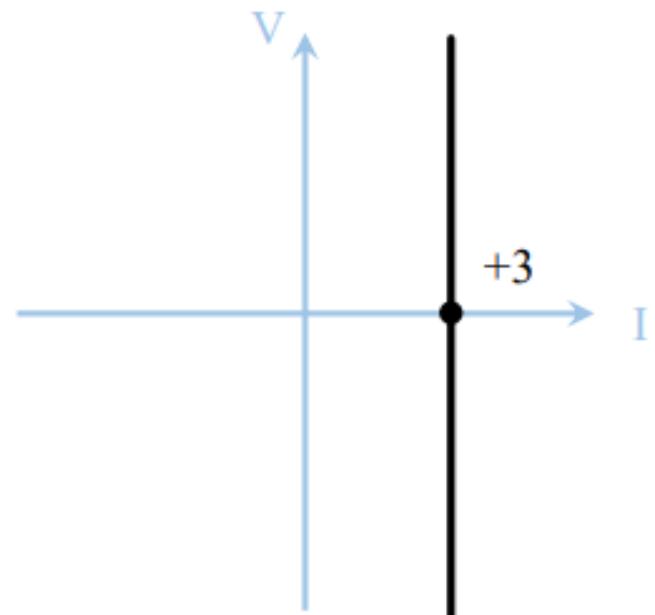
$$t = 1 : I_S(1) = 3$$

$$t = 2 : I_S(2) = 3$$

.

.

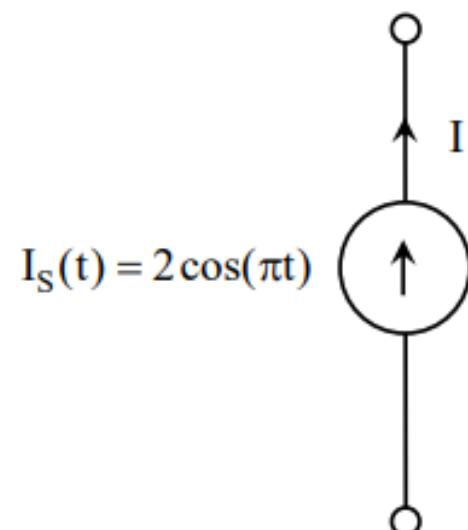
.



مشخصه  $V-I$  برای تمام زمان‌ها

# منبع جریان مستقل تغییرپذیر با زمان

مقدار این منبع جریان در طول زمان ثابت نیست و در زمان‌های مختلف متفاوت است. بنابراین،  $I_S(t)$  دارای یک مقدار ثابت نیست.

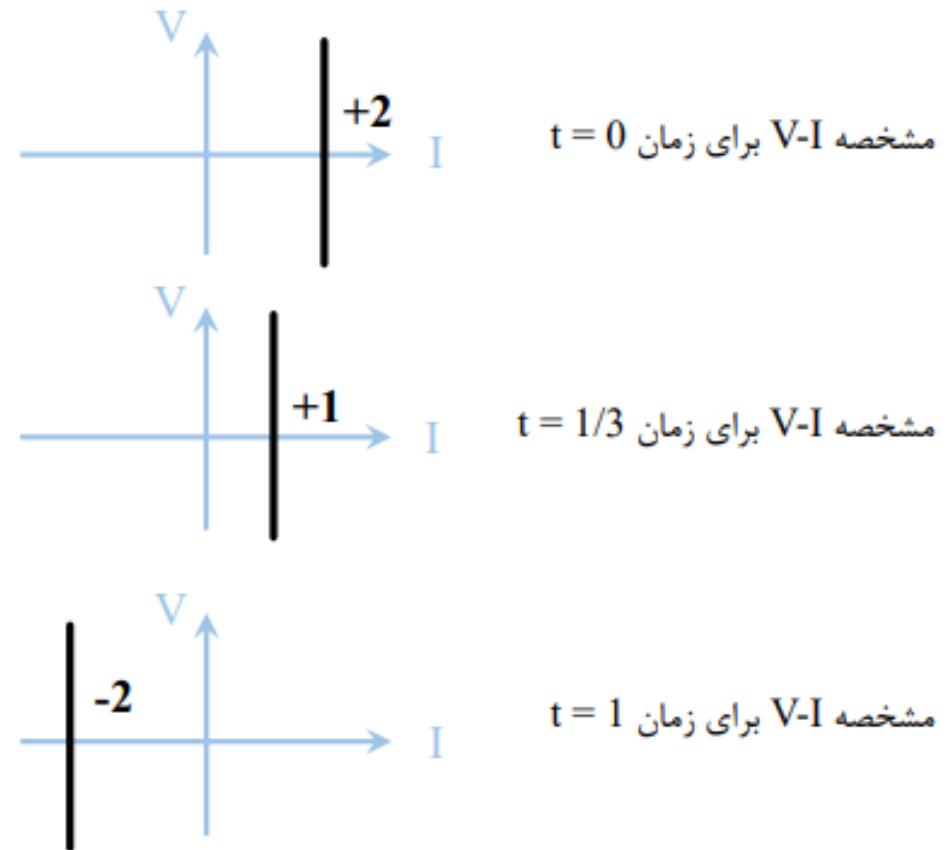


$$t = 0 : I_S(0) = 2 \cos(0) = 2$$

$$t = \frac{1}{3} : I_S\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$$

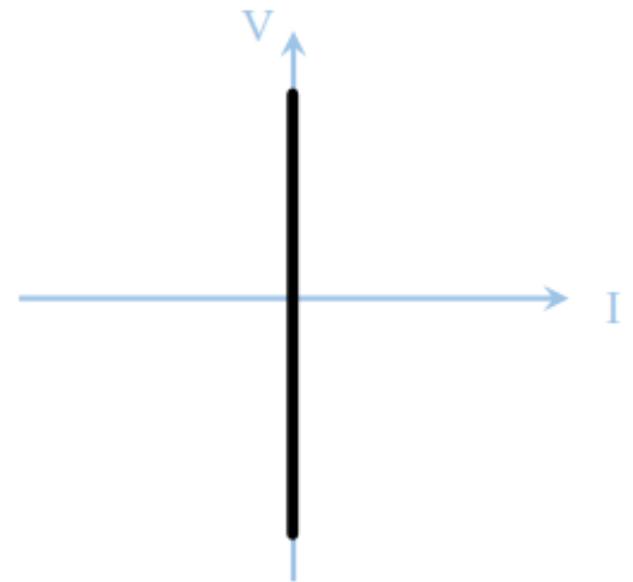
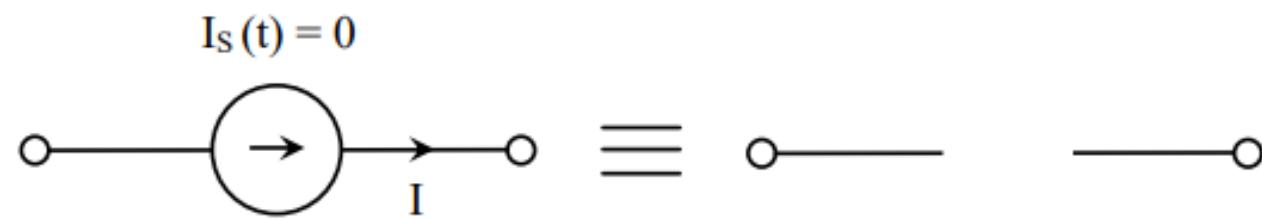
$$t = 1 : I_S(1) = 2 \cos(\pi) = -2$$

⋮  
⋮



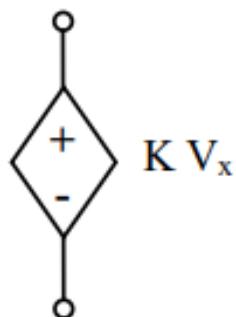
## منبع جریان ۰

منبع جریان ۰ معادل مدار باز است.



مشخصه  $V-I$  برای تمام زمان‌ها

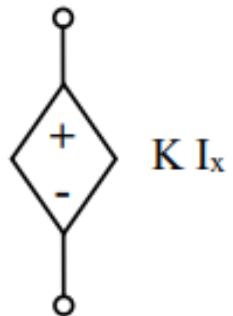
## 4 - منبع ولتاژ وابسته



- منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ

ولتاژ شاخه‌ای از مدار است.

یک ضریب بدون بعد است.

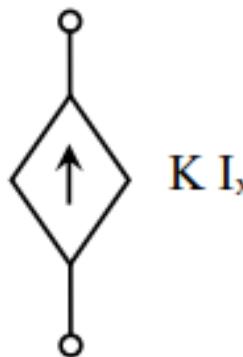


- منبع ولتاژ وابسته به جریان

جریان شاخه‌ای از مدار است.

یک ضریب با واحد  $\frac{V}{A}$  است.

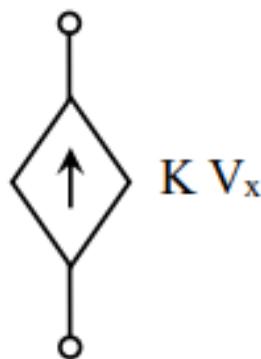
## 5 - منبع جریان وابسته



▪ منبع جریان وابسته به جریان

$I_x$  جریان شاخه‌ای از مدار است.

$K$  یک ضریب بدون بعد است.



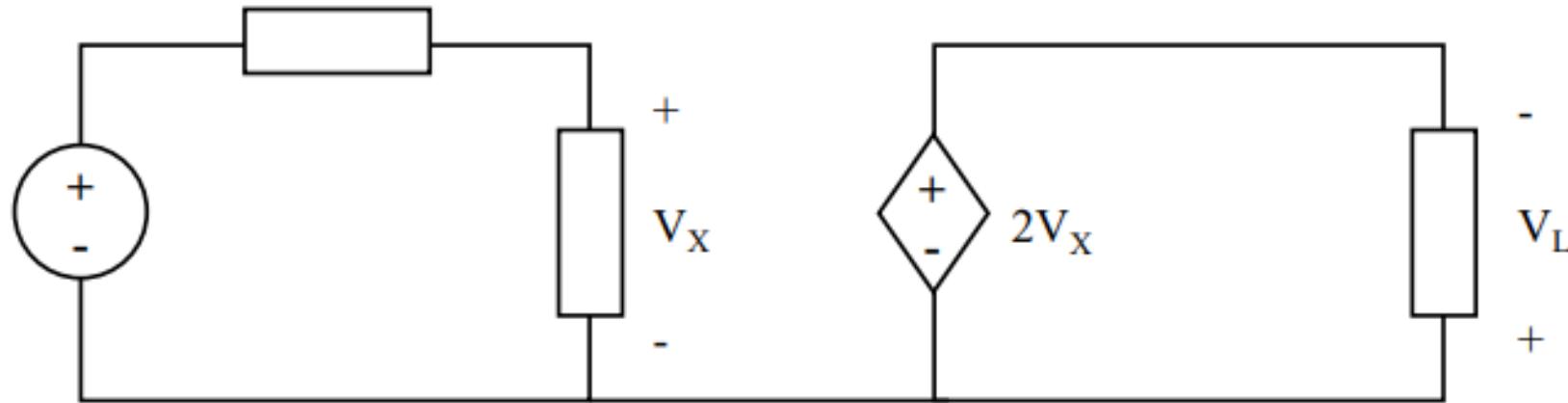
▪ منبع جریان وابسته به ولتاژ

$V_x$  ولتاژ شاخه‌ای از مدار است.

$K$  یک ضریب با واحد  $\frac{A}{V}$  است.

# مثال

در شکل زیر، اگر  $V_X = 5 \text{ V}$  باشد، مقدار  $V_L$  را به دست آورید.



اگر  $V_X = 5 \text{ V}$  باشد، مقدار منبع ولتاژ وابسته به ولتاژ برابر با  $10 \text{ V}$  خواهد بود. بنابراین،  $V_L = -10 \text{ V}$  می‌باشد.

# توان الکتریکی (Electric Power)

توان الکتریکی، آهنگ انتقال انرژی الکتریکی توسط یک مدار الکتریکی در واحد زمان است.

$$P = V I$$

توان الکتریکی هر عنصر مداری برابر است با ولتاژ ضربدر جریان الکتریکی.

$$P = V I = R I^2 = \frac{V^2}{R}$$

برای مقاومت می‌توان رابطه توان را به گونه‌های دیگر نیز نوشت:

واحد توان وات ( $\text{watt} = \text{J/S}$ ) می‌باشد.

# توان الکتریکی

A  
○  
|  
□  
|  
○  
B

چگونه می‌توان دریافت که یک عنصر مداری توان الکتریکی تولید می‌کند یا توان الکتریکی مصرف می‌کند؟

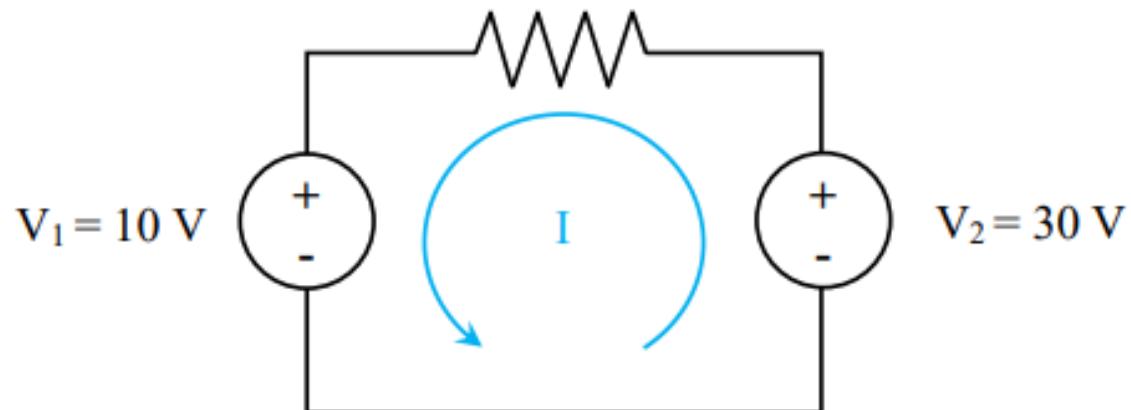
- اگر جریان واقعی مدار از سر با ولتاژ بیشتر وارد عنصر شود آن عنصر توان مصرف می‌کند.
- اگر جریان واقعی مدار از سر با ولتاژ کمتر وارد عنصر شود آن عنصر توان تولید می‌کند.

با توجه به نکته گفته شده مقاومت‌ها همواره مصرف‌کننده توان هستند.

# مثال

توان الکتریکی سه عنصر مداری زیر را محاسبه کنید و مصرفی یا تولیدی بودن توان هر یک را مشخص کنید.

$$R_1 = 5 \Omega$$



$$I = \frac{V}{R} = \frac{30 - 10}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ A}$$

جریانی 4 آمپری در جهت پادساعتگرد در مدار جاری می‌شود.

$$P_{V1} = V I = 10 \times 4 = 40 \text{ watt}$$
 مصرفی

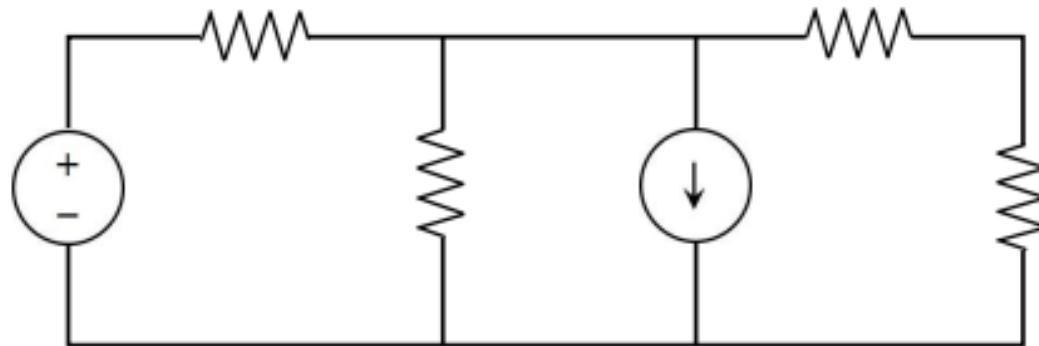
$$P_{V2} = V I = 30 \times 4 = 120 \text{ watt}$$
 تولیدی

$$P_{R1} = V I = R I^2 = 5 \times 4^2 = 80 \text{ watt}$$
 مصرفی

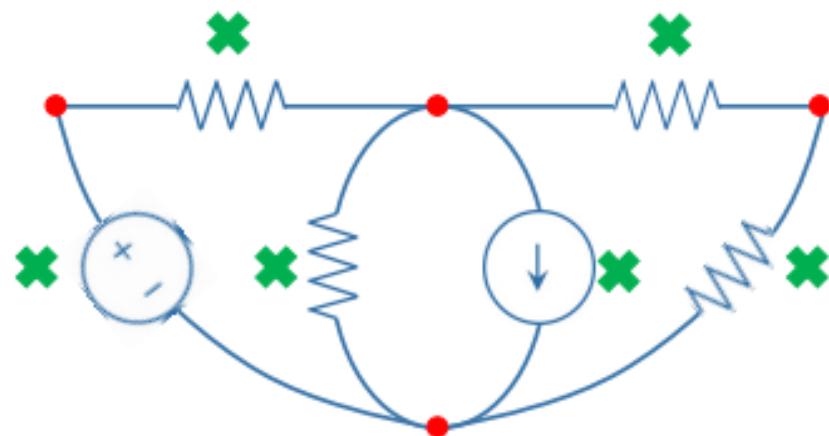
# تعریف

- **گره:** محل اتصال دو یا چند عنصر گره نامیده می‌شود.
- **مسیر:** اگر از یک گره شروع به حرکت کنیم، از یک عنصر بگذریم و به گره دیگری برسیم، سپس به همین ترتیب از عناصر دیگری بگذریم به طوریکه از هیچ گره و عنصری دو بار نگذریم به مجموعه گرهها و عناصر طی شده یک مسیر گویند.
- **شاخه:** مسیری که تنها از یک عنصر و دو گره مربوط به دو سر آن عنصر تشکیل شده است را شاخه گویند.
- **حلقه:** اگر گره ابتدایی و گره پایانی مسیر یک گره باشند، به آن مسیر یک مسیر بسته یا حلقه گویند.
- **مش:** حلقه‌ای که حلقه دیگری درون آن نباشد را مش یا خانه گویند.

# مثال



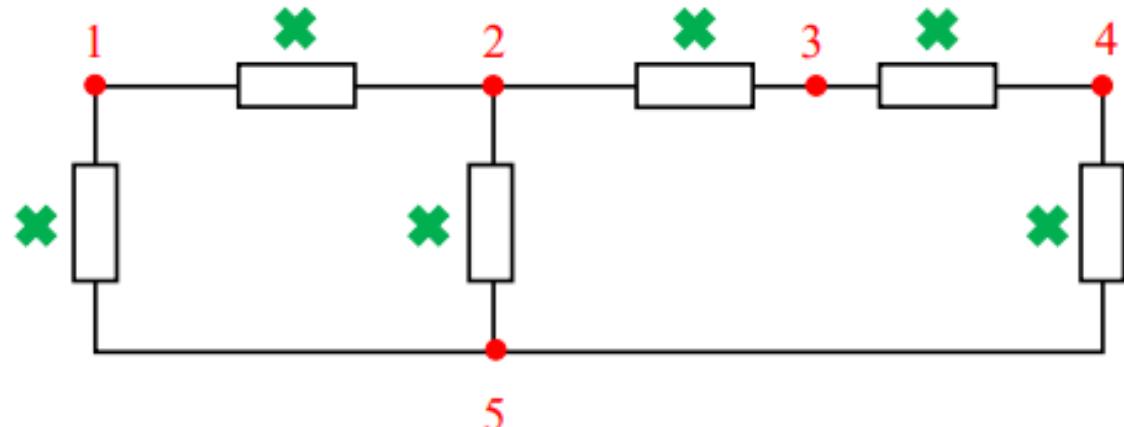
مدار نشان داده شده دارای چند گره و چند شاخه می باشد؟



همانطوریکه مشخص است، مدار دارای 4 گره و 6 شاخه است.

# مثال

مدار زیر را در نظر بگیرید.



- این مدار دارای 5 گره می‌باشد.

- این مدار دارای 6 شاخه است.

- مسیرهای مختلفی در این مدار وجود دارد. برای مثال چهار مسیری که از گره 1 به گره 4 وجود دارد را می‌نویسیم:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 4$$

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 4$$

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$$

- این مدار دارای 3 حلقه (مسیر بسته) می‌باشد:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1$$

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1$$

- این مدار دارای 2 مش (خانه) می‌باشد:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 1$$

$$2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 2$$

# قوانين کیرشهف

مبانی درس مدارهای الکتریکی قانون جریان و قانون ولتاژ کیرشهف می‌باشد.

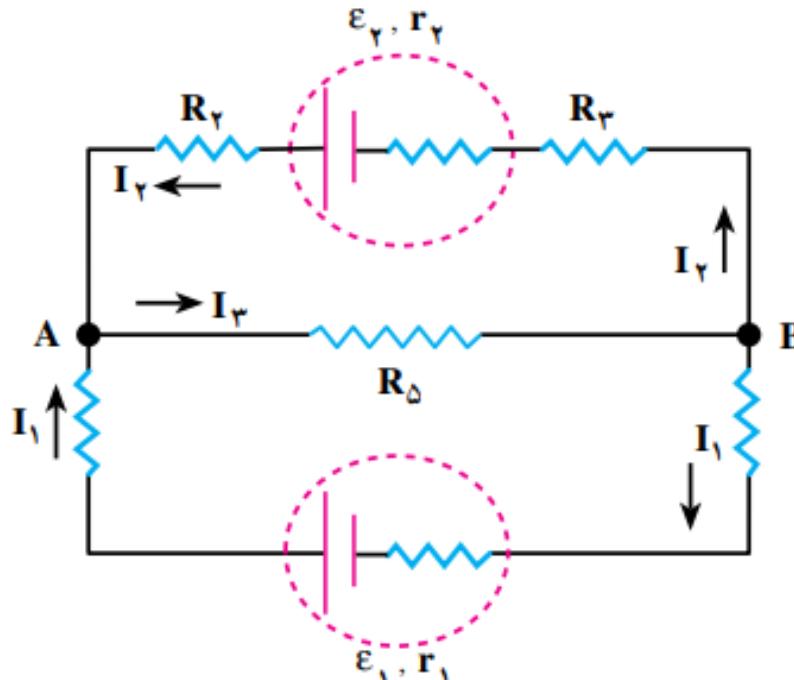
KCL

قانون جریان کیرشهف (Kirchhoff's Current Law) ■

KVL

قانون ولتاژ کیرشهف (Kirchhoff's Voltage Law) ■

.قانون شدت جریان‌ها: مجموع جریان‌هایی که به هر گره (یعنی نقطه‌ای که اجزای مدار در آن نقطه به هم متصل شده‌اند) می‌رسند، برابر مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه خارج می‌شوند (این قاعده از اصل پایستگی بار نتیجه می‌شود). در شکل ۳۲-۳،  $I_1$  و  $I_2$  به نقطه‌ی A وارد و  $I_3$  از آن نقطه خارج می‌شود یا  $I_3$  به نقطه‌ی B وارد و  $I_1$  و  $I_2$  از آن نقطه خارج می‌شوند. اگر P گره در مدار وجود داشته باشد، این قانون را برای ۱ - P گره می‌توان نوشت:



شکل ۳۲-۳

با به قانون شدت جریان‌ها

$$I_3 = I_1 + I_2$$

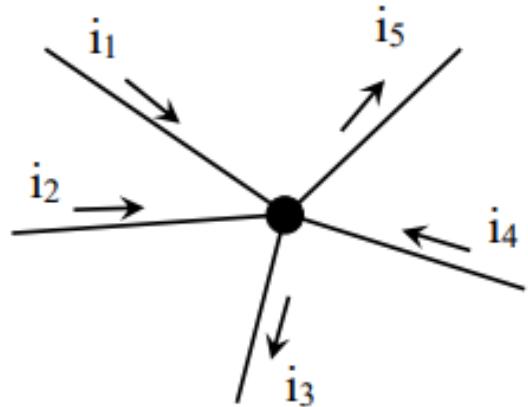
جريانهایی که به گره وارد میشوند را با علامت منفی و جريانهایی که از گره خارج میشوند پت علامت مثبت در نظر میگیریم

## قانون جریان (KCL)

جمع جبری جریان‌های خروجی از هر گره برابر با صفر است.

$$\sum I_{\text{out}} = 0$$

برای مثال، برای گره زیر با توجه به قانون جریان می‌توان نوشت:



$$\text{KCL : } (-i_1) + (-i_2) + i_3 + (-i_4) + i_5 = 0$$

# قانون جریان (KCL)

قانون جریان را می‌توان به گونه‌های دیگری نیز بیان کرد:

$$\sum I_{in} = 0$$

▪ جمع جبری جریان‌های ورودی به هر گره برابر با صفر است.

$$i_1 + i_2 + (-i_3) + i_4 + (-i_5) = 0$$

برای مثال اسلاید قبل می‌توان نوشت:

▪ مجموع جریان‌های ورودی به یک گره با مجموع جریان‌های خروجی از یک گره برابر است.

$$\text{مجموع جریان‌های خروجی} = \text{مجموع جریان‌های ورودی}$$

برای مثال اسلاید قبل می‌توان نوشت:

$$i_1 + i_2 + i_4 = i_3 + i_5$$

# قانون جریان (KCL)

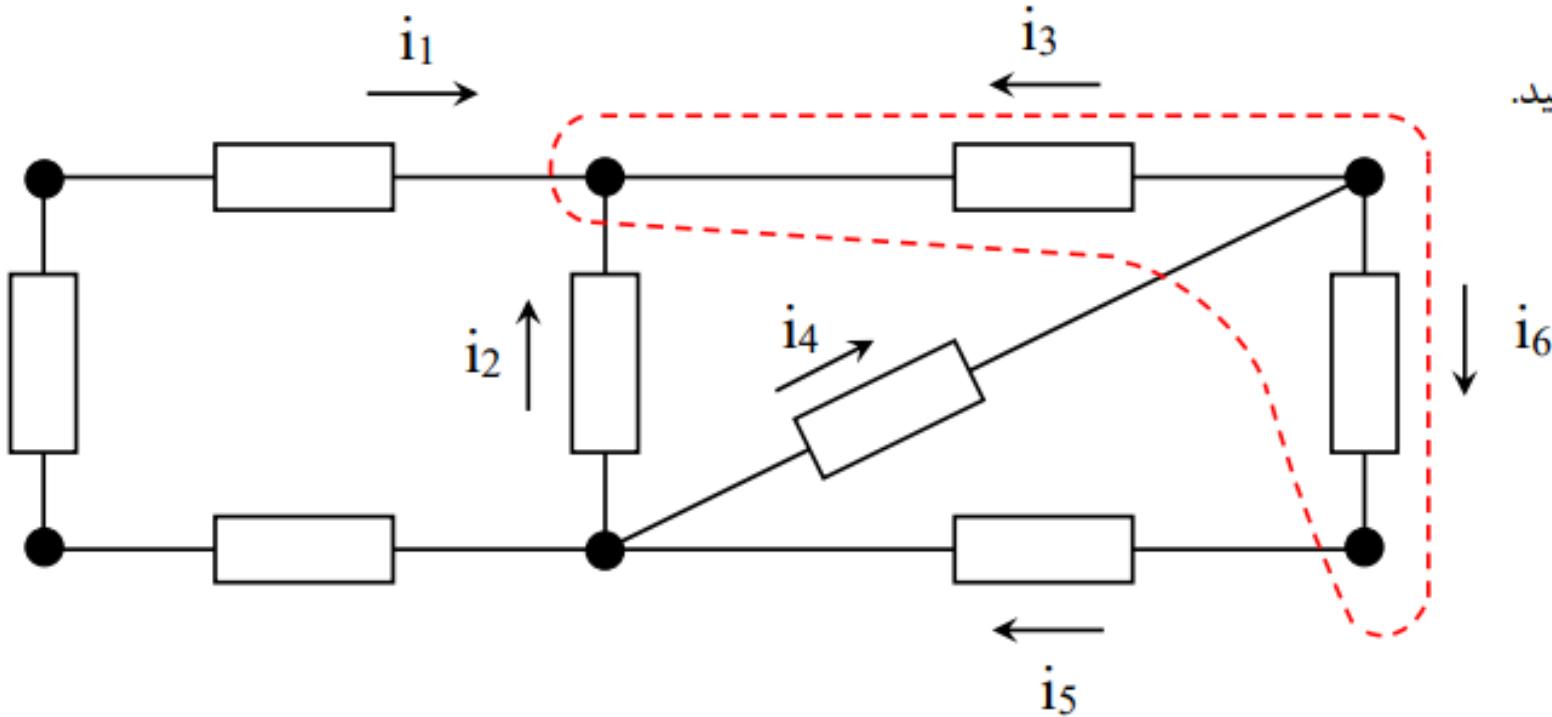
نکته 1 : KCL اصل بقای بار الکتریکی در هر گره را بیان می کند. KCL می گوید بار الکتریکی در هیچ گرهای جمع نمی شود.

نکته 2 : KCL به ماهیت عناصر مدار (خطی یا غیرخطی بودن و تغییر ناپذیر با زمان یا تغییر پذیر با زمان بودن) بستگی ندارد و همیشه صادق است.

نکته 3 : KCL نه تنها در هر گره ساده بلکه در هر گره مرکب نیز برقرار است.

**گره مرکب یا سوپر گره یا ابر گره:** گرهای است که از در نظر گرفتن دو یا چند گره با هم به عنوان یک گره حاصل می شود.

## مثال



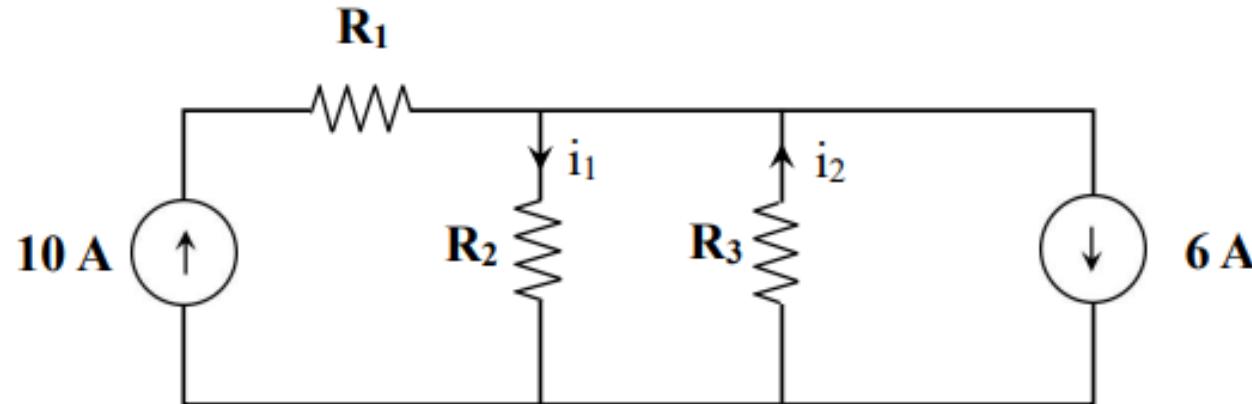
KCL را برای گره مركب نشان داده شده بنويسيد.

جمع جبری جریان‌های خروجی از این گره مركب برابر با صفر خواهد بود.

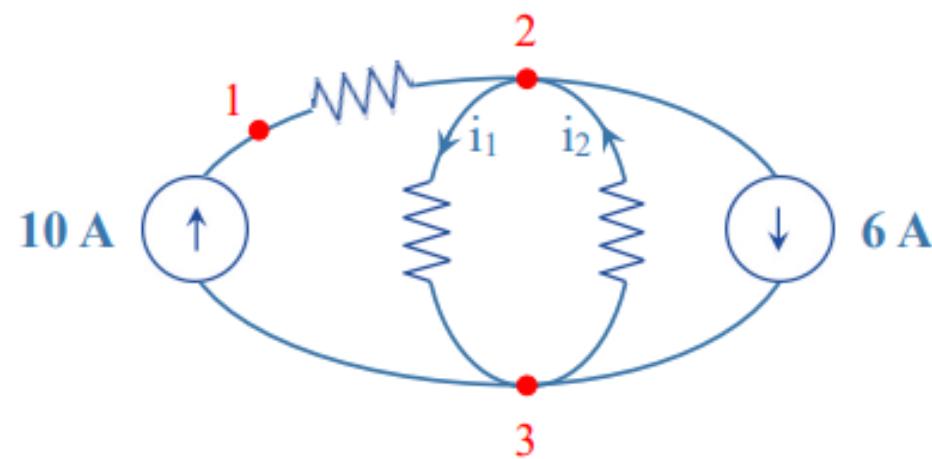
$$KCL : (-i_1) + (-i_2) + (-i_4) + i_5 = 0$$

شاخه‌هایی که داخل گره مركب قرار می‌گیرند نقشی در نوشتن معادله KCL ندارند.

# مثال



اگر  $i_1 = -3\text{ A}$  باشد، مقدار  $i_2$  را به دست آورید.



$$\begin{aligned} \text{در گره 2 KCL} : \quad & -10 + i_1 - i_2 + 6 = 0 \\ & -10 - 3 - i_2 + 6 = 0 \end{aligned}$$

$$i_2 = -7\text{ A}$$

## قانون ولتاژ (KVL)

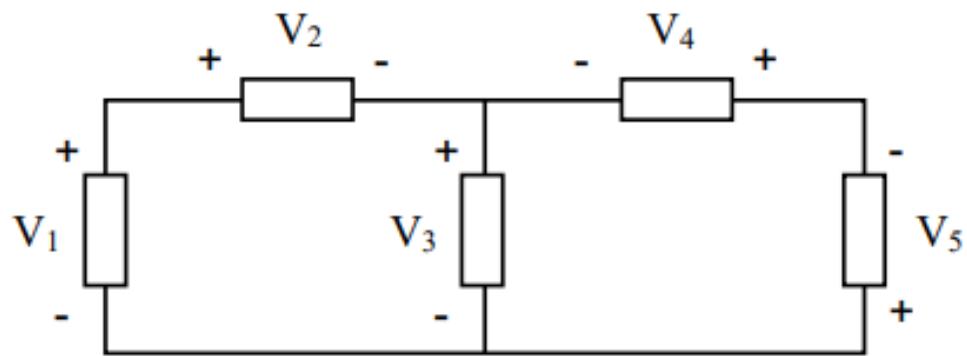
جمع جبری ولتاژهای عناصر در هر حلقه (مسیر بسته) برابر با صفر است.

ما در این درس KVL را به صورت زیر اعمال می‌کنیم:

روی مسیر بسته در جهت ساعتگرد حرکت می‌کنیم و ولتاژ تمام عناصری که از آنها عبور می‌کنیم را می‌نویسیم. اگر از سر علامت + وارد عنصر شدیم، ولتاژ آن را مثبت و اگر از سر علامت - وارد عنصر شدیم، ولتاژ آن را منفی قید می‌کنیم.

## قانون ولتاژ (KVL)

برای مثال، در مدار زیر قانون ولتاژ را می‌توان به صورت زیر نوشت:



$$\text{در حلقه سمت چپ KVL} : (-V_1) + V_2 + V_3 = 0$$

$$\text{در حلقه سمت راست KVL} : (-V_3) + (-V_4) + (-V_5) = 0$$

$$\text{در حلقه بزرگ KVL} : (-V_1) + V_2 + (-V_4) + (-V_5) = 0$$

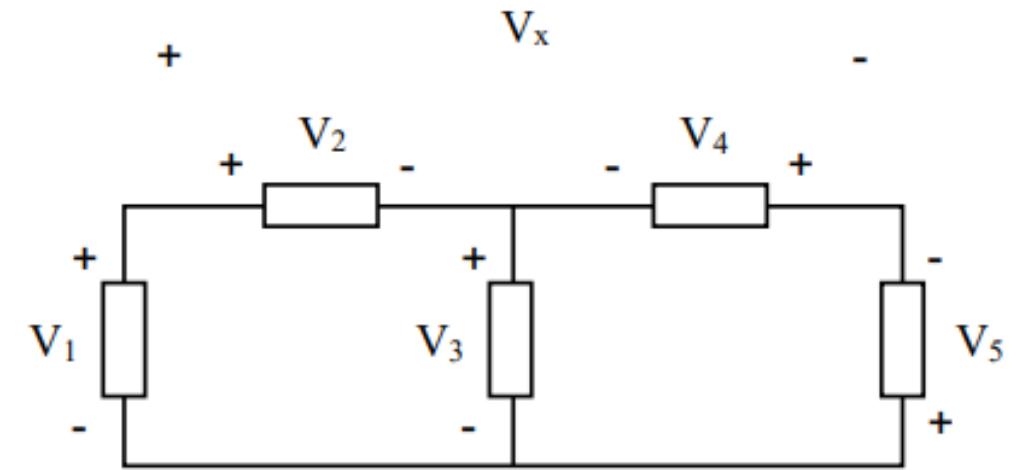
## ولتاژ هر مسیر از مدار

با استفاده از KVL می‌توان ولتاژ دو سر هر مسیری را به دست آورد.

ولتاژ دو سر هر مسیری برابر خواهد بود با جمع جبری ولتاژ‌های عناصر آن مسیر.

برای این کار از سر مثبت مسیر شروع می‌کنیم و ولتاژ تمام عناصری که از آنها عبور می‌کنیم تا به سر منفی مسیر بررسیم. هرگاه از سر علامت + وارد عنصری شدیم، ولتاژ آن را مثبت و هرگاه از سر علامت - وارد عنصری شدیم، ولتاژ آن را منفی قید می‌کنیم.

## مثال

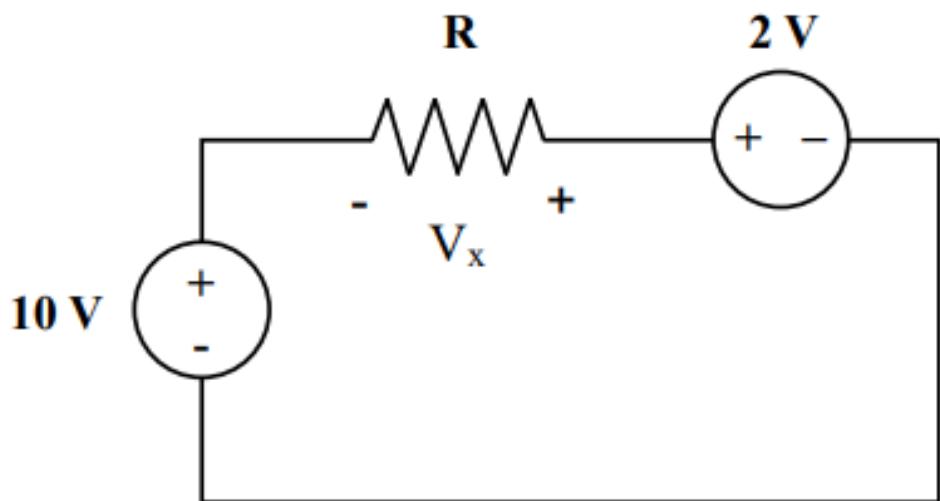


ولتاژ  $V_x$  را به دست آورید.

$$V_x = +V_2 - V_4$$

# مثال

ولتاژ  $V_x$  را محاسبه کنید. اگر  $R = 0.5 \Omega$  باشد، جریان گذرنده از مقاومت  $R$  چند آمپر است؟ جهت این جریان چیست؟



با نوشتن KVL در حلقه خواهیم داشت:

$$\text{KVL} : -10 - V_x + 2 = 0$$

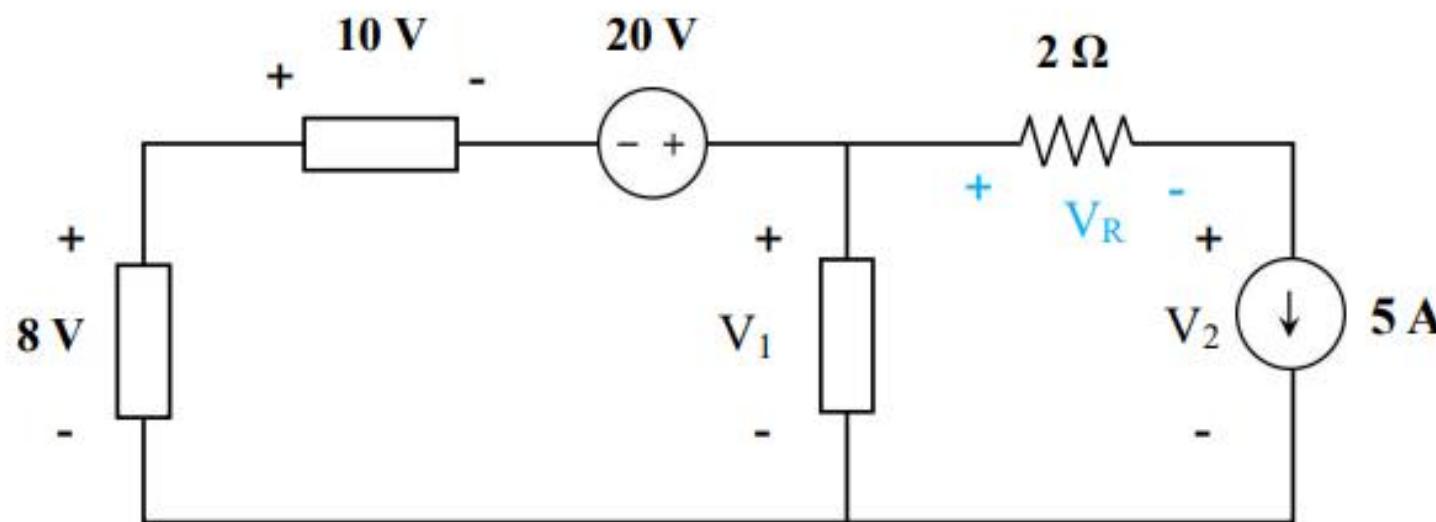
$$V_x = -8 \text{ V}$$

مقدار جریان گذرنده از مقاومت  $R$  طبق قانون اهم برابر است با:

$$I = \frac{V_x}{R} = \frac{-8}{0.5} = 16 \text{ A}$$

جریان همواره از ولتاژ بیشتر به ولتاژ کمتر جاری می شود. چون  $V_x = -8$  است پس ولتاژ سر مثبت  $V_x$  به میزان 8 ولت کمتر از ولتاژ سر منفی  $V_x$  می باشد. پس ولتاژ سمت چپ مقاومت  $R$  از ولتاژ سمت راست آن بیشتر است و جریان از چپ به راست خواهد بود. به عبارت دیگر جریان در این حلقه ساعتگرد خواهد بود.

## مثال



ولتاژ  $V_1$  و  $V_2$  را محاسبه کنید.

با نوشتن KVL در حلقه سمت چپ خواهیم داشت:

$$\text{KVL} : -8 + 10 - 20 + V_1 = 0$$

$$V_1 = +18 \text{ V}$$

با توجه به شکل می‌توان دریافت از مقاومت  $2\Omega$  2 جریانی به اندازه 5 A و از چپ به راست می‌گذرد. بنابراین، ولتاژی به نام  $V_R$  را به صورت نشان داده شده تعریف می‌کنیم. مقدار آن طبق قانون اهم برابر است با:

$$V_R = R I = 2 \times 5 = 10 \text{ V}$$

حال، با نوشتن KVL در حلقه سمت راست خواهیم داشت:

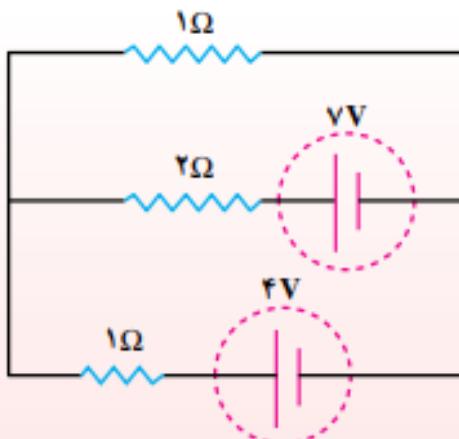
$$\text{KVL} : -V_1 + V_R + V_2 = 0$$

$$-18 + 10 + V_2 = 0$$

$$V_2 = +8 \text{ V}$$

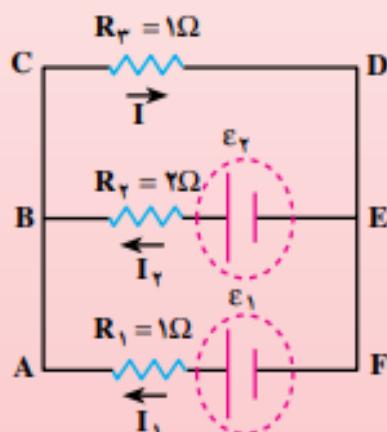
## مثال

در مدار شکل ۳۳-۳ شدت جریان را در هر یک از مقاومت‌ها حساب کنید  
(مقاومت درونی مولدها ناچیز است).



شکل ۳۳-۳

حل: ابتدا برای هر شاخه، جریانی در جهت دلخواه مطابق شکل ۳۴-۳ انتخاب می‌کنیم. با توجه به تعریف گره – همان‌طور که در شکل ۳۴-۳ دیده می‌شود – دو گره در این مدار وجود دارد ( نقطه‌های B و E).



شکل ۳۴-۳

در این صورت، بنا به قانون شدت جریان‌ها بین شدت جریان‌های رابطه‌ای به صورت زیر برقرار است.

$$I = I_1 + I_2 \quad (1)$$

بنا به قانون اختلاف پتانسیل‌ها در حلقه‌ی (مسیر بسته) CDFAC (شامل  $R_3$  و  $\epsilon_1$  و  $R_1$ ) می‌توان نوشت:

$$-IR_3 + \epsilon_1 - I_1R_1 = 0 \quad (2)$$

در حلقه‌ی CDEBC (شامل  $R_3$  و  $\epsilon_2$  و  $R_2$ ) نیز می‌توان نوشت:

$$-IR_3 + \epsilon_2 - I_2R_2 = 0 \quad (3)$$

از سه معادله‌ی ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب  $I_1$  و  $I_2$  و  $I$  را به دست می‌آوریم. برای حل کردن این معادله‌ها، در معادله‌های ۲ و ۳ به جای  $I$  مساوی آن – یعنی  $I_1 + I_2$  – را قرار می‌دهیم. درنتیجه، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} -2I_1 - I_2 = 4 \\ -I_1 - 3I_2 = 7 \end{cases}$$

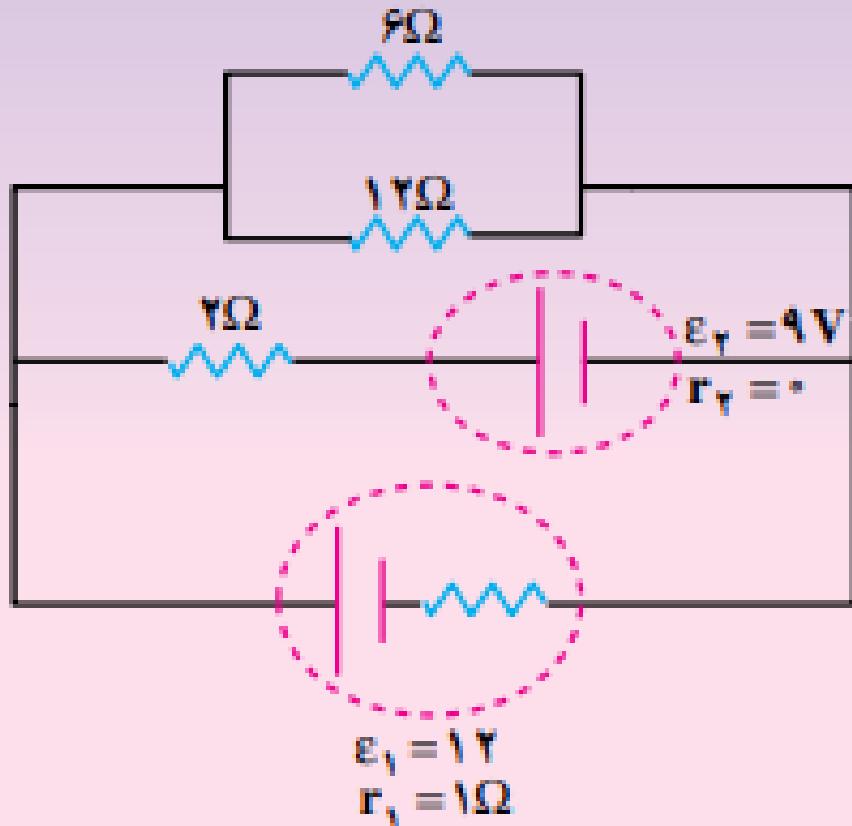
و از آنجا نتیجه می‌شود:

$$I_2 = 2A \quad \text{و} \quad I_1 = 1A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 1 = 3A$$

## تمرین

در مدار شکل ۳۵-۳ شدت جریان را در هر شاخه محاسبه کنید.



شکل ۳۵-۳

## مثال

در مدار شکل ۳۶-۳ شدت جریان در هر شاخه چند آمپر است؟

حل: در حلقه‌ی ۱ بنا به قاعده‌ی اختلاف پتانسیل‌ها می‌توان نوشت:

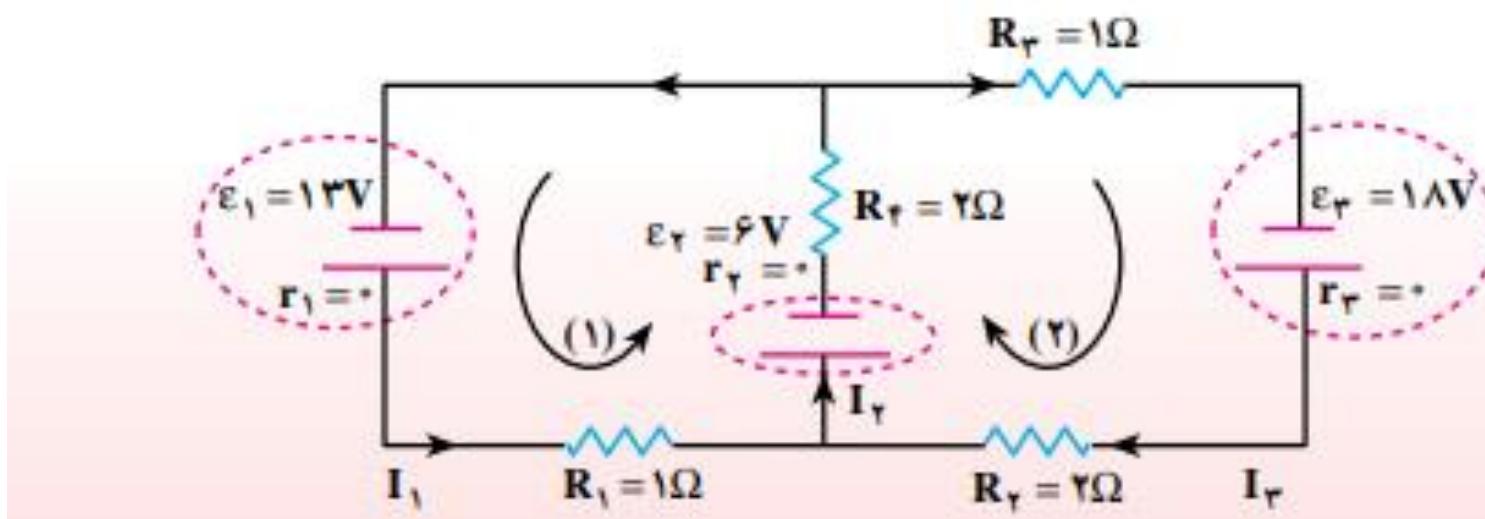
$$-I_1 R_1 - \epsilon_2 - I_2 R_4 + \epsilon_1 = 0$$

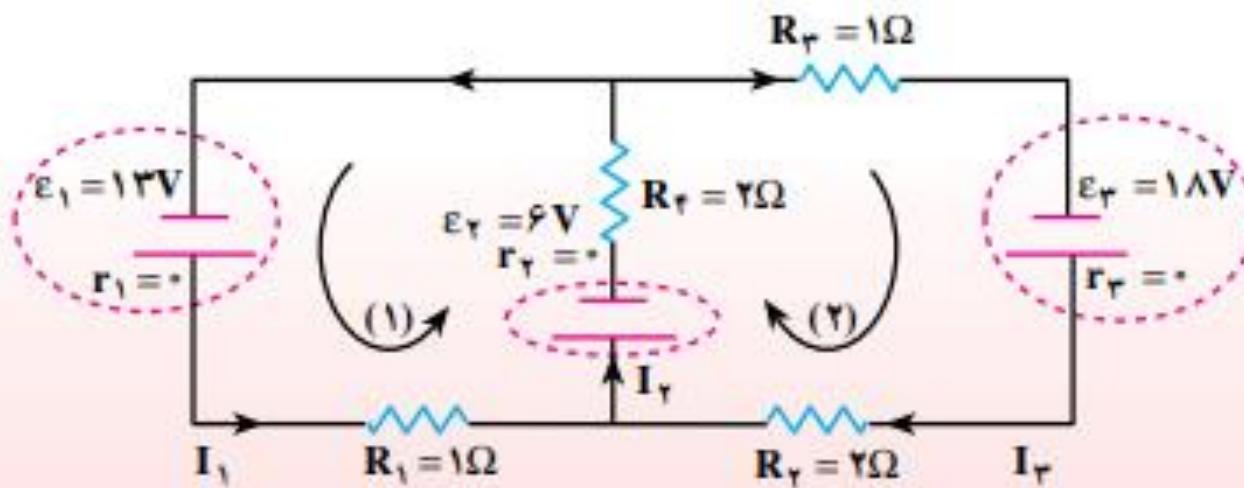
در حلقه‌ی ۲ می‌توان نوشت:

$$-I_2 R_2 - \epsilon_2 - I_2 R_4 - I_3 R_3 + \epsilon_3 = 0$$

و بنا به قاعده‌ی شدت جریان‌ها

$$I_2 = I_1 + I_3$$





شکل ۳-۳

: یا

$$\begin{cases} -1 \times I_1 - 6 - 2 \times I_2 + 13 = 0 \\ -2 \times I_2 - 6 - 2I_3 - 1 \times I_1 + 18 = 0 \end{cases}$$

$$-I_1 - 6 - 2(I_1 + I_2) + 13 = 0 \Rightarrow 3I_1 - 2I_2 + 7 = 0$$

$$-2I_2 - 6 - 2(I_1 + I_2) - I_3 + 18 = 0 \Rightarrow 2I_1 - 5I_2 + 12 = 0$$

از حل دو معادله اخیر نتیجه می شود :

$$I_2 = 2A \quad I_1 = 3A \quad \text{و} \quad I_3 = 1A$$

## مثال

شکل ۳۷-۳ قسمتی از یک مدار را نشان می‌دهد.  $V_A - V_B$  را حساب کنید.

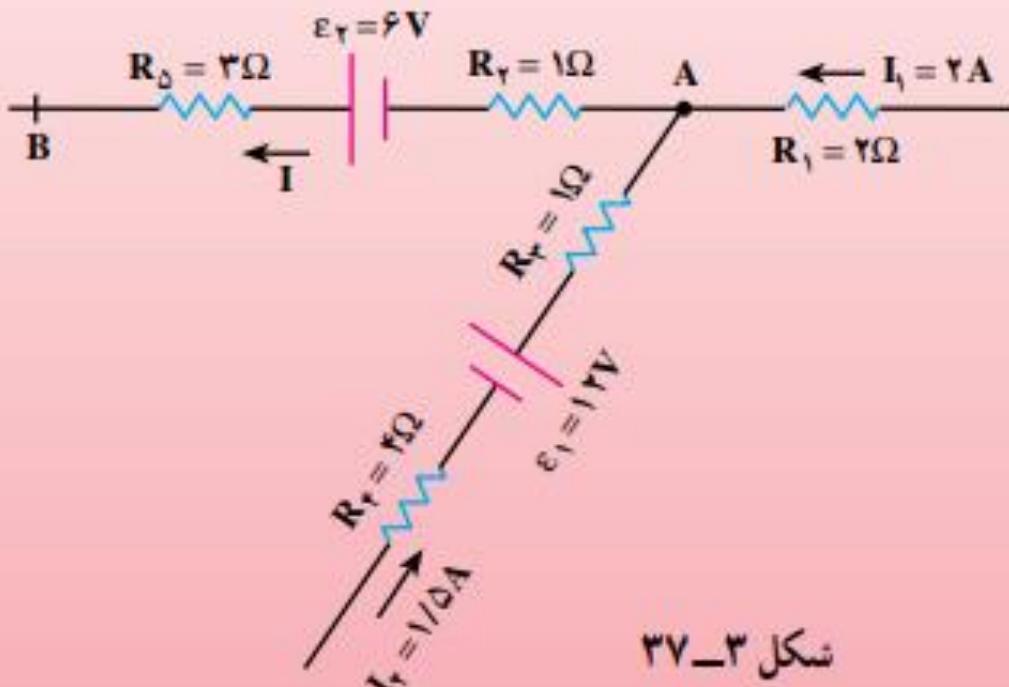
حل: همان‌طور که در شکل ۳۷-۳ دیده می‌شود،  $I_1$  و  $I_2$  به نقطه‌ی A تزدیک و

از آن نقطه دور می‌شود بنابراین:

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 1/5 = 3/5 \text{ A}$$

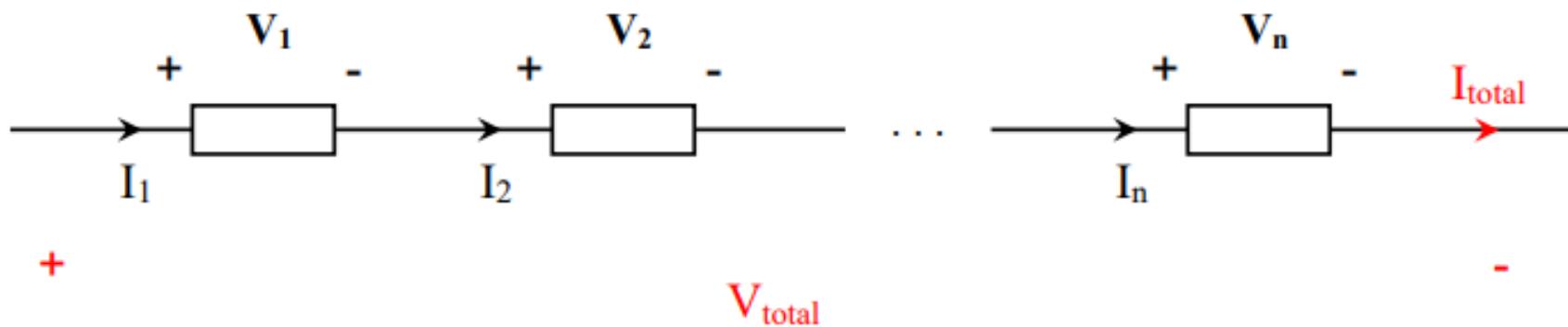
$$V_A - IR_2 + \varepsilon_2 - IR_5 = V_B \quad \text{از طرفی}$$

$$V_A - V_B = 3/5 \times 1 - 6 + 3/5 \times 3 = 8 \text{ V}$$



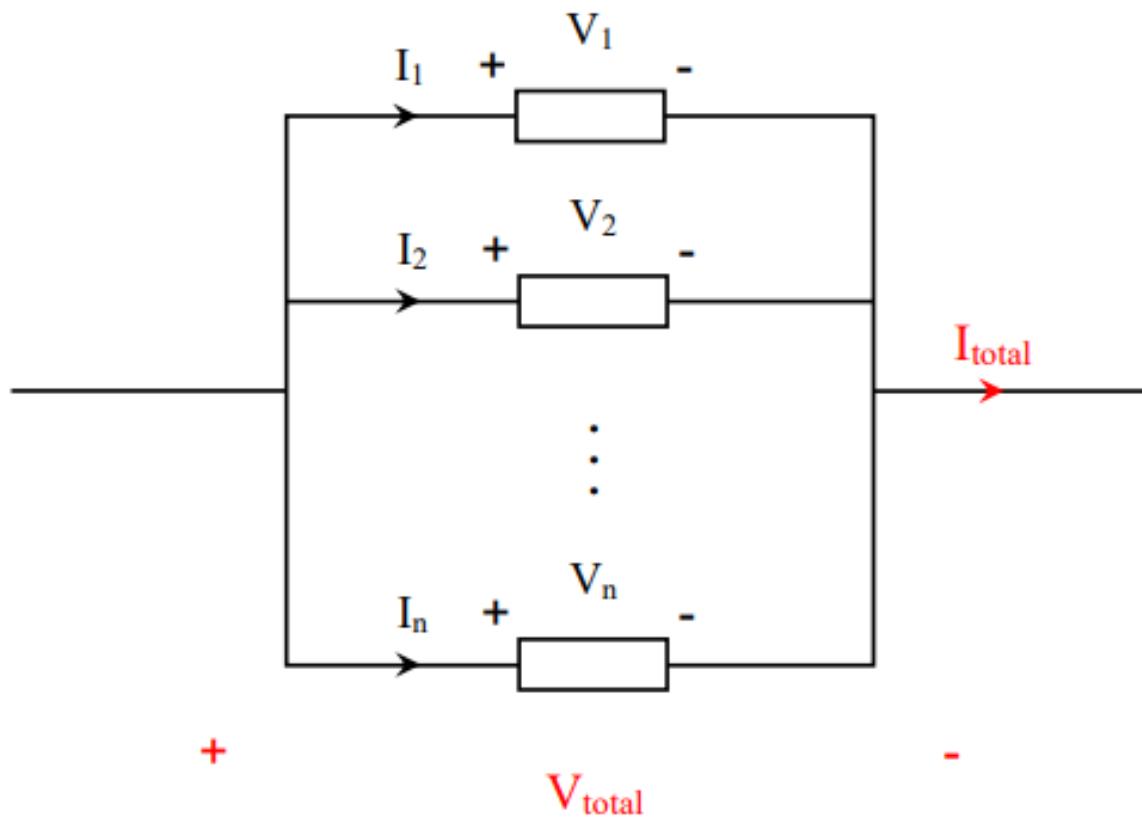
شکل ۳۷-۳

## اتصال سری المان‌ها



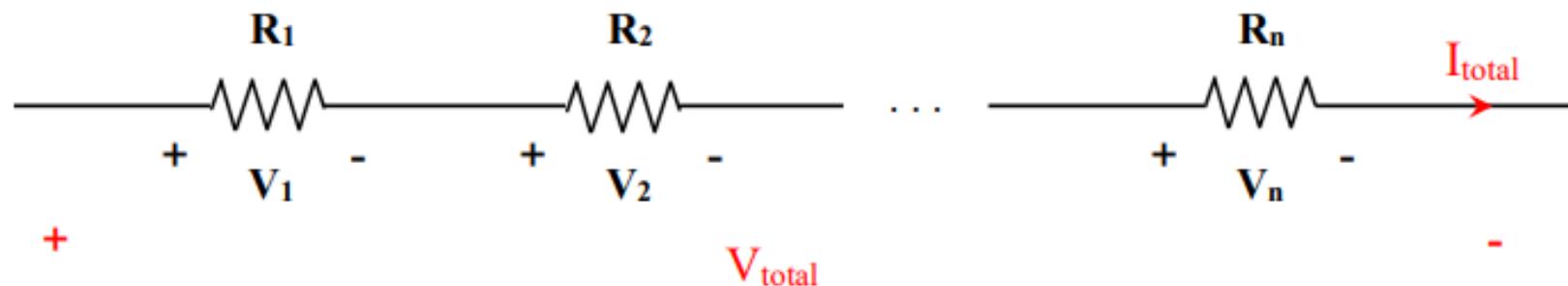
$$\begin{cases} I_{total} = I_1 = I_2 = \dots = I_n \\ V_{total} = V_1 + V_2 + \dots + V_n \end{cases}$$

## اتصال موازى الممانوها



$$\left\{ \begin{array}{l} V_{total} = V_1 = V_2 = \dots = V_n \\ I_{total} = I_1 + I_2 + \dots + I_n \end{array} \right.$$

## اتصال سری مقاومت‌ها

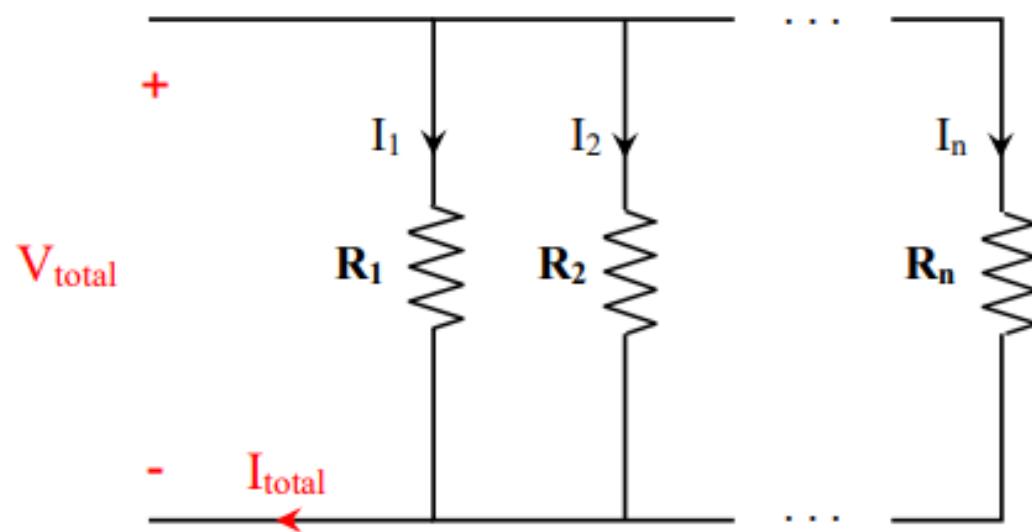


$$I_{\text{total}} = I_1 = I_2 = \dots = I_n$$

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

## اتصال موازی مقاومت‌ها

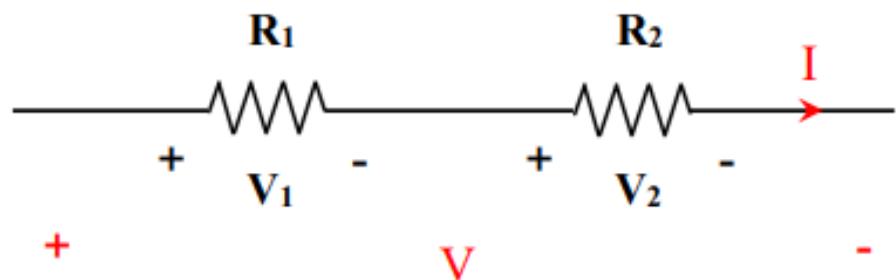


$$V_{\text{total}} = V_1 = V_2 = \dots = V_n$$

$$I_{\text{total}} = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

## اتصال سری دو مقاومت



$$I = I_1 = I_2$$

$$V = V_1 + V_2$$

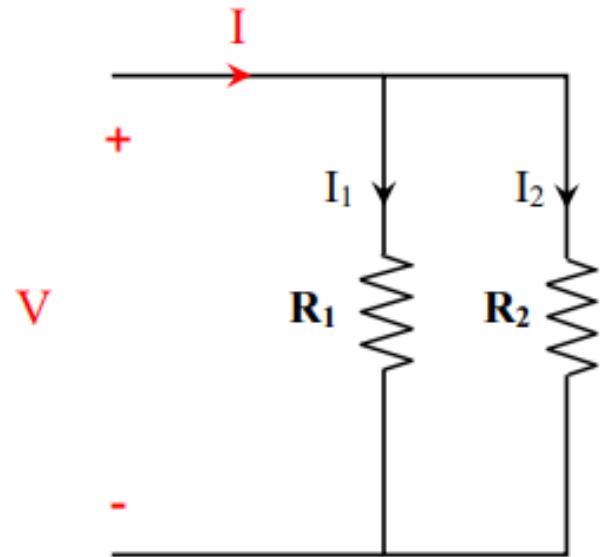
$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$$

طبق قانون تقسیم ولتاژ خواهیم داشت:

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V$$

$$V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V$$

## اتصال موازی دو مقاومت



$$V = V_1 = V_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

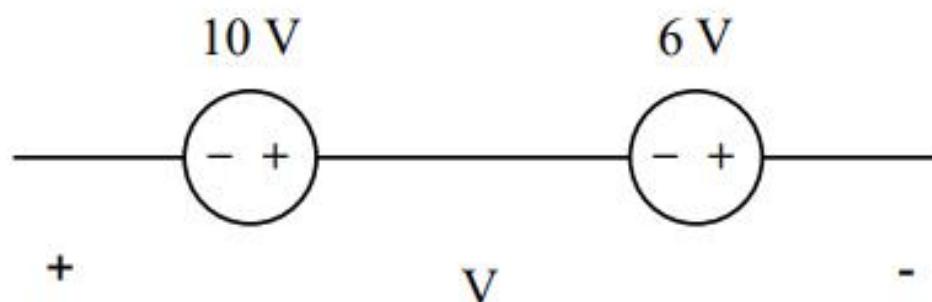
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

طبق قانون تقسیم جریان خواهیم داشت:

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

## اتصال سری منابع ولتاژ

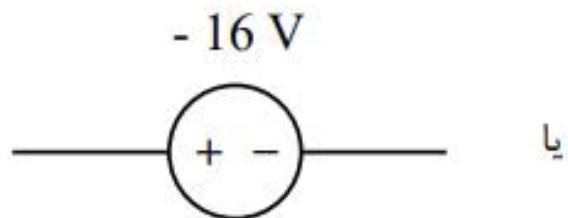


برای مثال دو منبع ولتاژ زیر را در نظر بگیرید:

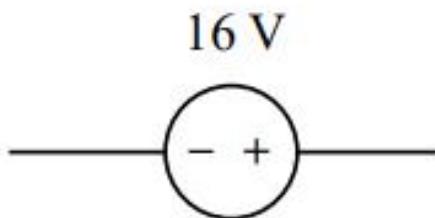
$$V = -10 - 6 = -16 \text{ V}$$

ولتاژ  $V$  برابر است با:

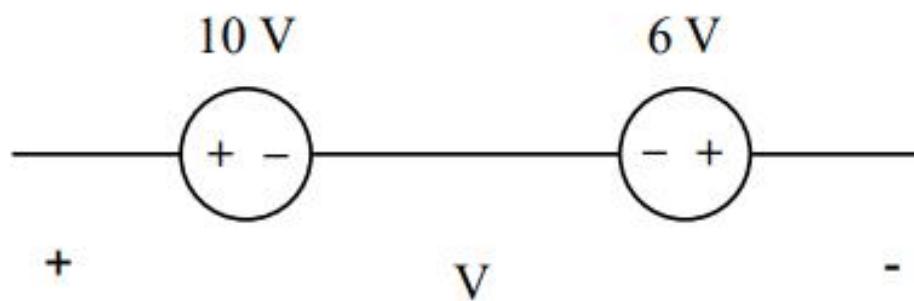
بنابراین، دو منبع ولتاژ سری بالا را می‌توان به صورت زیر معادل کرد:



یا



## اتصال سری منابع ولتاژ



حال دو منبع ولتاژ زیر را در نظر بگیرید:

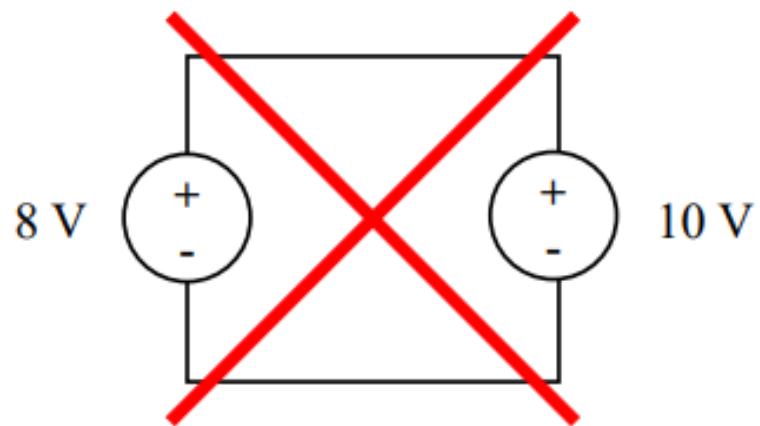
$$V = +10 - 6 = 4 \text{ V}$$

ولتاژ  $V$  برابر است با:

بنابراین، دو منبع ولتاژ سری بالا را می‌توان به صورت زیر معادل کرد:



## اتصال موازی منابع ولتاژ

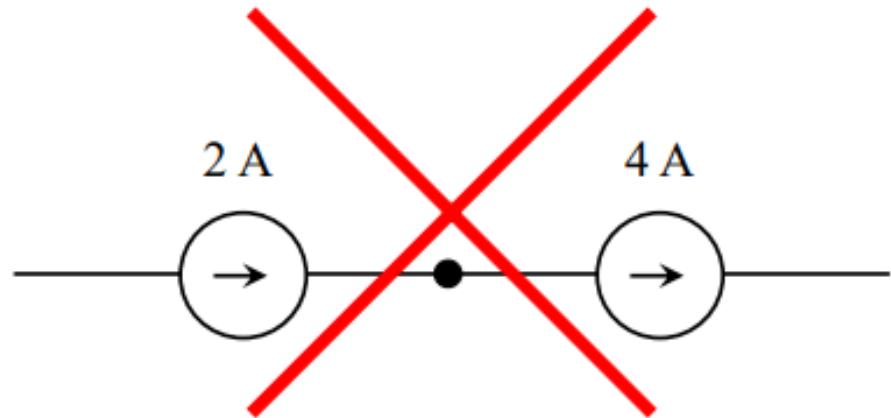


دو منبع ولتاژ زیر را در نظر بگیرید:

به هم بستن منابع ولتاژ به صورت موازی نادرست است چون KVL نقض می شود.

$$-8 + 10 \neq 0$$

## اتصال سری منابع جریان

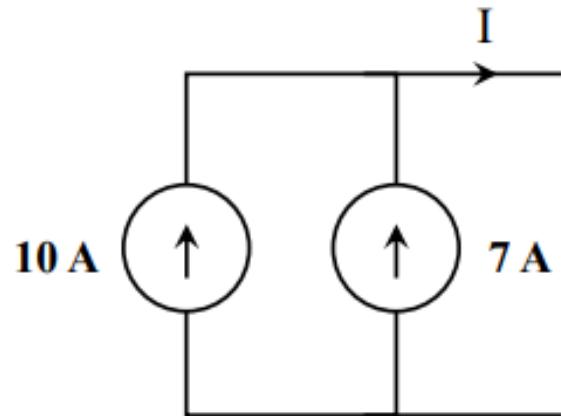


دو منبع جریان زیر را در نظر بگیرید:

به هم بستن منابع جریان به صورت سری نادرست است چون KCL در گره مشخص شده نقض می‌شود.

$$-2 + 4 \neq 0$$

## اتصال موازی منابع جریان



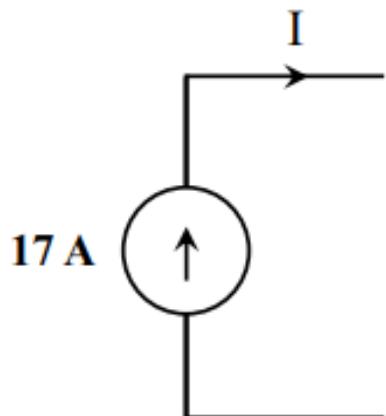
برای مثال دو منبع جریان زیر را در نظر بگیرید:

با اعمال KCL جریان  $I$  به صورت زیر به دست می‌آید:

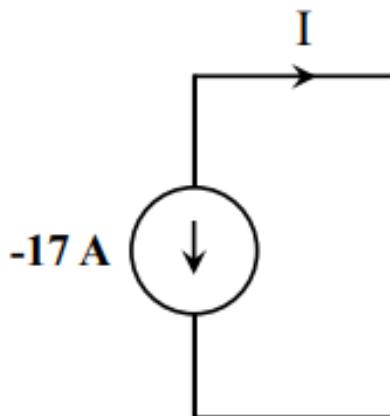
$$-10 - 7 + I = 0$$

$$I = 17$$

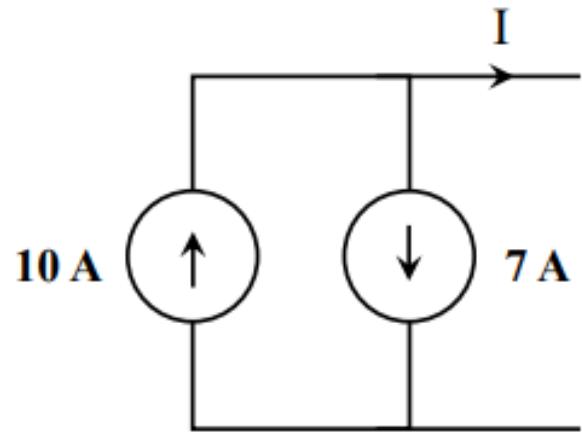
بنابراین، دو منبع جریان موازی بالا را می‌توان به صورت‌های زیر معادل کرد:



یا



## اتصال موازی منابع جریان



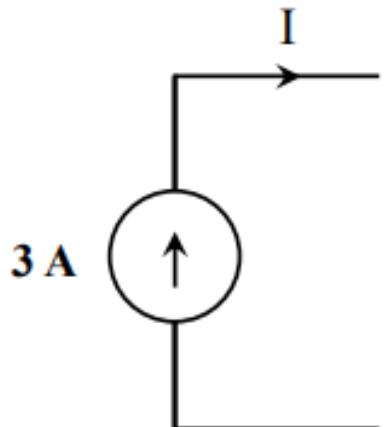
حال دو منبع جریان زیر را در نظر بگیرید:

با اعمال KCL جریان  $I$  به صورت زیر به دست می‌آید:

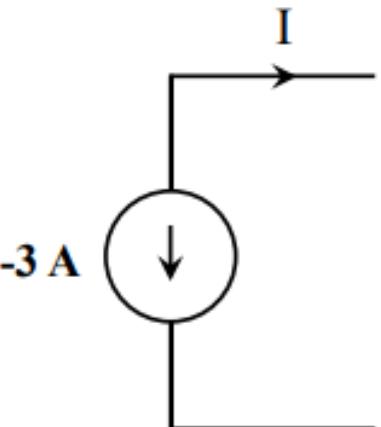
$$-10 + 7 + I = 0$$

$$I = 3$$

بنابراین، دو منبع جریان موازی بالا را می‌توان به صورت‌های زیر معادل کرد:



یا

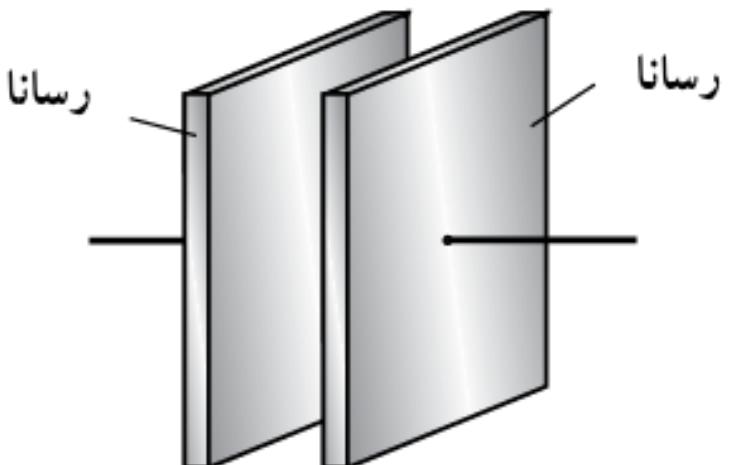


## خازن

خازن یک قطعه‌ی الکتریکی است که می‌تواند مقداری بار الکتریکی و انرژی الکتریکی را در خود ذخیره کند و هر زمان که لازم باشد، آن را در مدار تخلیه کند. هر خازن از دو رسانا که به یک دیگر اتصال الکتریکی ندارند، تشکیل می‌شود.

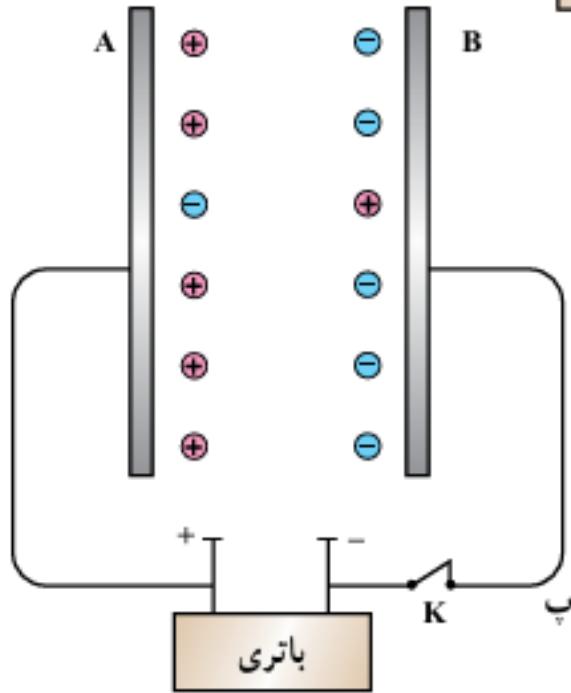
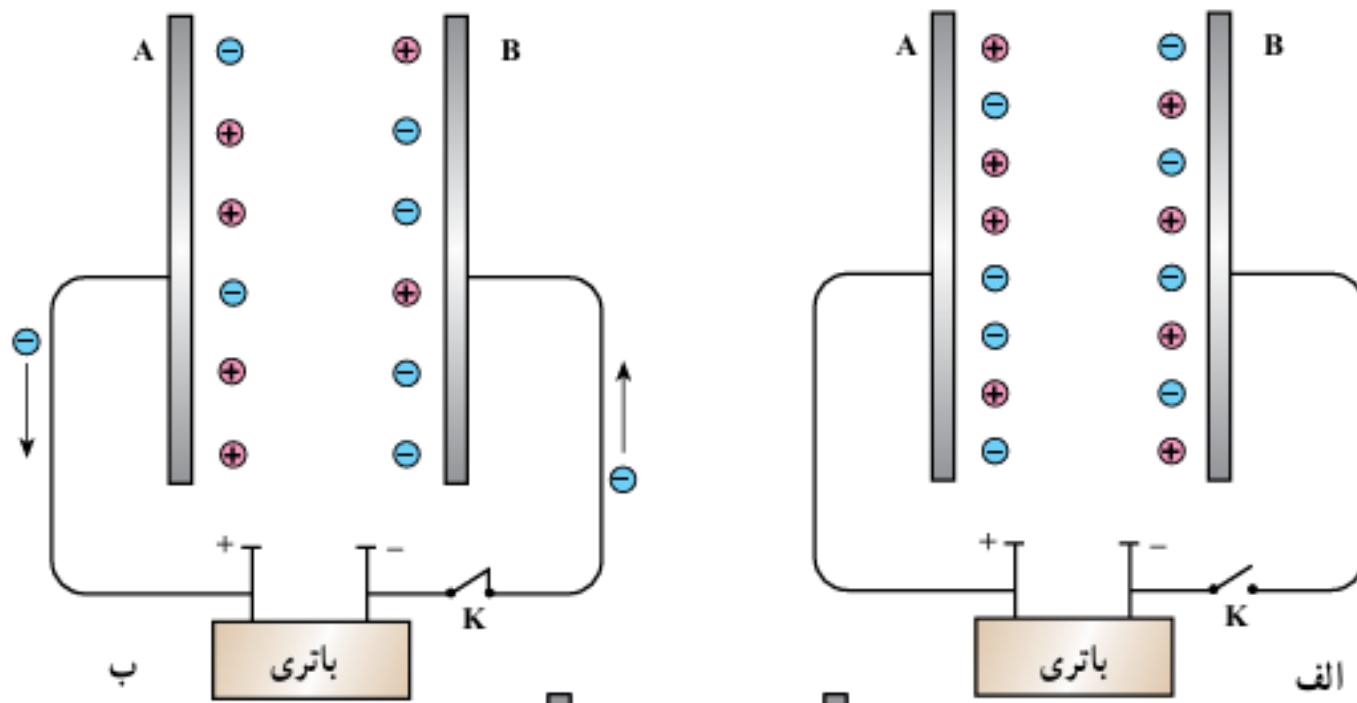
خازن را به شکل‌های مختلف و برای مصرف‌های متفاوتی می‌سازند. در مدار لامپ‌های مهتابی (فلوئورستن)، بلندگو، دلکوی ماشین، رادیو، تلویزیون، رایانه و ... از خازن استفاده می‌شود. برای آشنایی با چگونگی عمل خازن در مدار، ساده‌ترین شکل خازن را بررسی می‌کنیم. به این خازن، خازن تخت یا مسطح گفته می‌شود. رساناهای خازن

تخت، دو صفحه‌ی فلزی موازی یک دیگرند. به همین دلیل به این خازن، خازن با صفحه‌های موازی نیز گفته می‌شود. خازن تخت را در مدارها با نماد «—|—» نشان می‌دهیم.



خازن تخت

ذخیره‌ی بارالکتریکی در خازن : وقتی به یک خازن مقداری بارالکتریکی داده شود، می‌گوییم در خازن بارالکتریکی ذخیره شده است. برای ذخیره‌ی بارالکتریکی در خازن، به مولدی مانند یک باتری نیاز است. ابتدا دو صفحه‌ی خازن را مطابق شکل ۲ - ۴۰ الف با سیم‌های رابط و یک کلید به پایانه‌های مولد وصل می‌کنیم. با بستن کلید، باتری بارالکتریکی «q -» را روی صفحه‌ی متصل به پایانه‌ی منفی انباشته می‌کند. بار «q -»، بارالکتریکی «q +» را روی صفحه‌ی مقابل القا می‌کند. بارهای منفی را نده شده از این صفحه، به مولد برمی‌گردند. برای روشن شدن موضوع به ساز و کار ذخیره‌ی بار در خازن می‌پردازم.



## ظرفیت خازن

آزمایش نشان می‌دهد که هرچه اختلاف پتانسیل بین پایانه‌های مولد بیشتر باشد، بار ذخیره شده در خازن نیز بیشتر می‌شود. به عبارتی نسبت بار الکتریکی خازن ( $q$ ) به اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی آن ( $V$ )، یعنی نسبت  $\frac{q}{V}$ ، در آزمایش‌های مختلف ثابت می‌ماند. این نسبت را که به اندازه‌ی بار الکتریکی خازن و نیز به اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد، با نماد «C» نشان می‌دهیم و به آن ظرفیت خازن می‌گوییم. بنابراین، ظرفیت خازن برابر نسبت بار ذخیره شده در آن به اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی آن است.

$$C = \frac{q}{V} \quad (16-2)$$

به پاس خدمات مايكل فارادی، دانشمند انگلیسي، يكاي ظرفیت فاراد نامیده شده است. در رابطه‌ی ۱۶-۲ بار الکتریکی بر حسب کولن، اختلاف پتانسیل بر حسب ولت و ظرفیت بر حسب فاراد (F) است. فاراد يكاي بسیار بزرگی است و ظرفیت خازن‌های تخت از حدود چند میکروفاراد تجاوز نمی‌کند.

## مثال

صفحه‌های خازن تختی را به پایانه‌های مولدی به اختلاف پتانسیل ۲۴۷ وصل می‌کنیم. اگر بار  $C = ۱۲\text{ }\mu\text{F}$  روی هر صفحه‌ی خازن ذخیره شود، ظرفیت خازن را محاسبه کنید. اگر این خازن را به اختلاف پتانسیل ۳۶ ولت وصل کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن چه اندازه می‌شود؟

حل: با استفاده از رابطه‌ی ۱۶-۲ داریم:

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{۱/۲ \times ۱\text{ }\mu\text{C}}{۲۴}$$

با استفاده از این رابطه، داریم:

$$C = ۵ \times ۱\text{ }\mu\text{F} = ۵\text{ }\mu\text{F}$$

رابطه‌ی (۱۶) را می‌توان به صورت  $V = C \cdot q$  نوشت. با استفاده از این

$$q = ۵ \times ۳۶ = ۱۸\text{ }\mu\text{C}$$

رابطه، داریم:

## عامل‌های مؤثر بر ظرفیت خازن تخت

ظرفیت خازن به بار الکتریکی خازن و اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد. ظرفیت خازن تخت از مشخصات ساختمانی خازن است و به عامل‌های زیر بستگی دارد.

۱- با مساحت سطح مشترک صفحه‌های خازن که روی روی یک‌دیگر قرار دارند، نسبت مستقیم دارد.

$$C \propto A$$

۲- با فاصله‌ی دو صفحه از یک‌دیگر نسبت وارون دارد.

$$C \propto \frac{1}{d}$$

اگر بین دو صفحه‌ی خازن خلاً باشد، ظرفیت خازن تخت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید :

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (17-2)$$

در رابطه‌ی ۱۷-۲،  $\epsilon_0$  ضریب گذردهی الکتریکی خلاً است. در این رابطه، A بر حسب مترمربع، d بر حسب متر و C بر حسب فاراد (F) است.

اگر يك دىالكتريک (نارسانا) مانند شيشه يا پارافين فضای بين دو صفحه‌ی خازن تختی را پُر کند، ظرفیت خازن افزایش می‌يابد. در این صورت، ظرفیت خازن از رابطه‌ی زیر به دست می‌آيد :

$$C = k \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad (18-2)$$

در رابطه‌ی ۱۸-۲،  $k$  ضریبی بدون یکاست که به آن ثابت دیالكتريک گفته می‌شود. ثابت دیالكتريک به جنس دیالكتريک بستگی دارد. اگر بين دو صفحه خلاً باشد،  $k = 1$  است.  $k$  برای سایر دیالكتريک‌ها بزرگ‌تر از يك است ( $k > 1$ ).

## مثال

هر یک از صفحه‌های خازن تختی، به شکل مستطیلی به طول  $6\text{ cm}$  و عرض  $2\text{ cm}$  است که بین آن‌ها از دی‌الکتریکی به ضخامت  $1/5\text{ mm}$  و ثابت دی‌الکتریک  $10^{-12}\text{ F/m}$  بُر شده است. ظرفیت این خازن را محاسبه کنید.

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}^2} \times 2 \times 6 \times 10^{-4} = 1.08 \times 10^{-12} \text{ F}$$

حل: با استفاده از رابطه‌ی ۱۸-۲ داریم:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = 10^{-12} \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 6 \times 10^{-4}}{1/5 \times 10^{-3}}$$

$$C = V/2 \times 10^{-9} \text{ F} = V/2 \text{ nF}$$

## انرژی خازن

در بخش ۱-۸ دیدیم که وقتی دو بار الکتریکی (هم‌نام یا غیرهم‌نام) در مجاورت یک‌دیگر قرار گیرند، مجموعه‌ی بارها دارای انرژی پتانسیل الکتریکی می‌شوند. خازن پوشیده نیز به همین علت دارای انرژی پتانسیل الکتریکی است. در واقع، انرژی‌ای که مولد برای بُر کردن خازن مصرف می‌کند، به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در خازن ذخیره می‌شود. این انرژی را خازن در هنگام تخلیه در یک مدار، پس می‌دهد. انرژی ذخیره شده در خازن را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد :

$$U = \frac{1}{2}qV \quad V = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C}$$

## مثال

خازنی به ظرفیت  $6\mu F$  را به ولتاژ  $200$  وصل می‌کنیم. بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه کنید.

حل: با استفاده از رابطه‌های  $Q=CV$  و  $E=\frac{1}{2}CV^2$  داریم:

$$q = CV$$

$$q = 6 \times 10^{-6} \times 200$$

$$q = \frac{1}{2} \times 10^{-6} C = \frac{1}{2} mC$$

$$U = \frac{1}{2} qV$$

$$U = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 200 = 0.12 J$$

الف - به هم بستن موازی خازن‌ها: اگر خازن‌های  $C_1$  و  $C_2$  و ... را مطابق شکل ۴۶-۲ به یک دیگر وصل کنیم، می‌گوییم خازن‌ها را به‌طور موازی به هم وصل کرده‌ایم. اگر ولتاژ  $V$  را به دو سر مجموعه وصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر هر خازن برابر  $V$  می‌شود. بار الکتریکی هر یک از خازن‌ها برابر است با :

بار الکتریکی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها برابر  $q = q_1 + q_2 + q_3$  است. اگر خازن معادل به ظرفیت  $C_T$  را به همین ولتاژ وصل کنیم، بار ذخیره شده در آن  $q = C_T V$  می‌شود. درنتیجه، داریم :

$$q = C_T V$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = C_T V$$

$$(C_1 + C_2 + C_3)V = C_T V$$

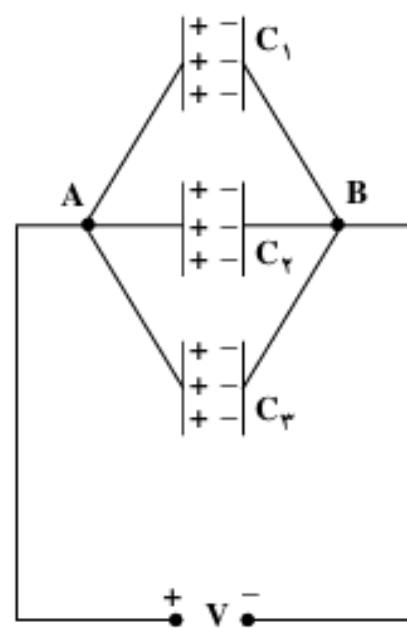
$$C_T = C_1 + C_2 + C_3 \quad (۴۶-۲)$$

بنابراین، ظرفیت خازن معادل مجموعه‌ای از خازن‌ها که به‌طور موازی به یک دیگر وصل شده‌اند، برابر مجموع ظرفیت خازن‌هاست و ظرفیت خازن معادل از ظرفیت هر یک از خازن‌ها بیشتر است.

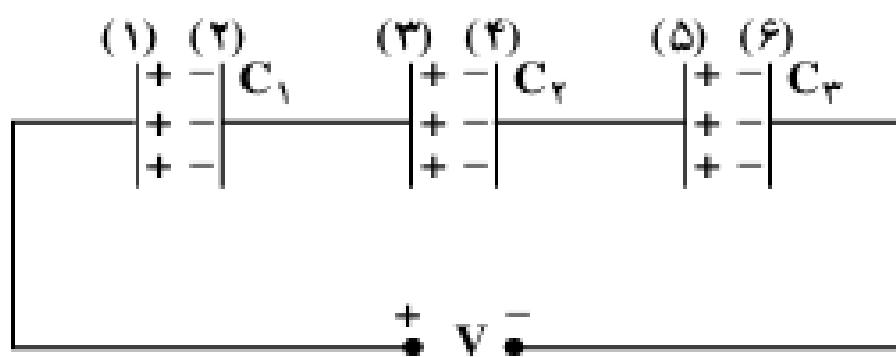
$$q_1 = C_1 V$$

$$q_2 = C_2 V$$

$$q_3 = C_3 V$$



ب - به هم بستن متواالی خازن‌ها: در شکل ۴۷-۲ سه خازن به طور متواالی به یک دیگر وصل شده‌اند. وقتی خازن‌ها به طور متواالی به یک ولتاژ وصل می‌شوند، هیچ کدام از آن‌ها به طور مستقل به ولتاژ  $V$  وصل نیستند. اگر روی صفحه‌ی ۱ بار  $q$



شکل ۴۷-۲

انباشته شود، بار  $q$ - روی صفحه‌ی ۲ القا می‌گردد. مجموع بار صفحه‌های ۲ و ۳ برابر صفر است (چرا؟)؛ بنابراین، بار  $q$ + روی صفحه‌ی ۳ انباشته می‌شود و به همین ترتیب، بار هر خازن برابر  $q$  می‌شود. بار ذخیره شده روی مجموعه‌ی خازن‌ها نیز برابر  $q$  است. اگر ولتاژ خازن‌ها به ترتیب  $V_1$  و  $V_2$  باشد، ولتاژ دو سر مدار برابر مجموع ولتاژ دو سر خازن‌هاست.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

ولتاژ دو سر مدار برابر مجموع ولتاژ دو سر خازن‌هاست.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

اگر به جای  $V_1$  و  $V_2$  و  $V_3$  مساوی آن‌ها را از رابطه‌های  $V_1 = \frac{q}{C_1}$  و  $V_2 = \frac{q}{C_2}$

و  $V_3 = \frac{q}{C_3}$  قرار دهیم، نتیجه می‌شود:

$$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

اگر  $C_T$  ظرفیت خازن معادل باشد، وقتی به ولتاژ  $V$  وصل شود، بار آن برابر  $q$  می‌شود و

در نتیجه،  $V = \frac{q}{C_T}$  است. با قرار دادن  $\frac{q}{C_T}$  به جای  $V$  نتیجه می‌شود:

$$\frac{q}{C_T} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

و یا: (۲۱-۲)

بنابراین، وقتی خازن‌ها به طور متوالی به یک دیگر وصل می‌شوند، بار هر یک از خازن‌ها برابر با بار خازن معادل آن‌ها و وارون ظرفیت معادل، برابر مجموع وارون ظرفیت خازن‌هاست و ظرفیت معادل از کوچک‌ترین ظرفیت نیز کوچک‌تر است.

## مثال

به دو سر مجموعه‌ی سه خازن به ظرفیت‌های  $6\mu F$ ،  $3\mu F$  و  $2\mu F$  که به طور متوالی به یک دیگر وصل‌اند، اختلاف باتansیل  $15^{\circ}$  را وصل می‌کنیم. الف – ظرفیت خازن معادل، ب – بار الکتریکی هر خازن و پ – ولتاژ دو سر هر خازن را حساب کنید.

حل: الف – با استفاده از رابطه‌ی ۲۱-۲ داریم :

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1+2+3}{6}$$

$$C_T = 1\mu F$$

ب – بار الکتریکی هر خازن، برابر با بار خازن معادل آن‌هاست.

$$q = CV$$

$$q = 1 \times 15^{\circ} = 15^{\circ} \mu C$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = q = 15^{\circ} \mu C$$

پ – با استفاده از رابطه‌ی  $q = CV$  داریم :

$$V = \frac{q}{C}$$

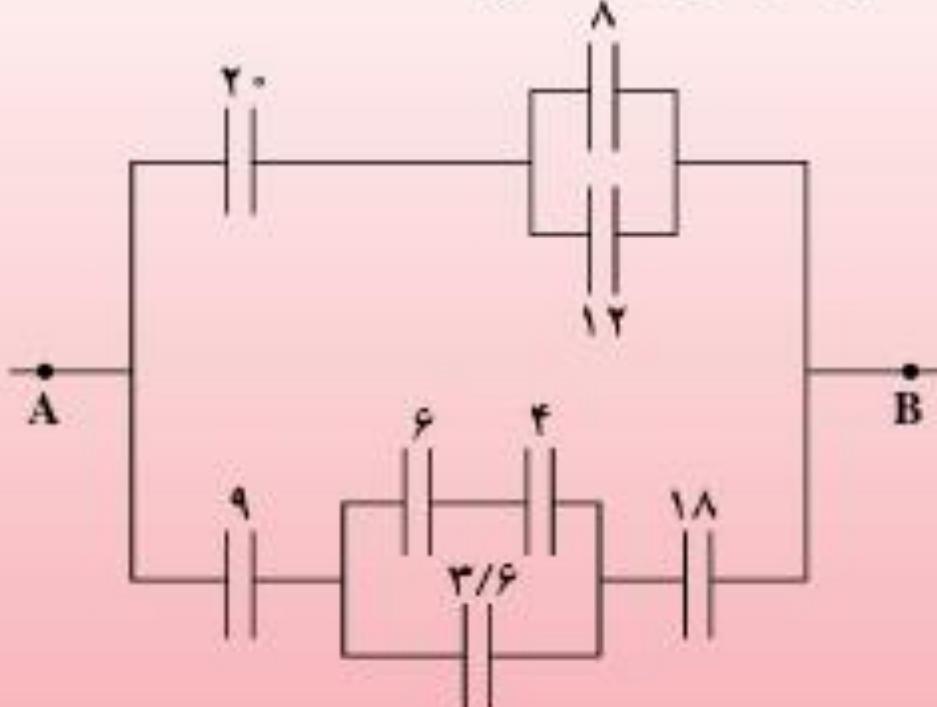
$$V_1 = \frac{15^{\circ}}{6} = 25 V$$

$$V_2 = \frac{15^{\circ}}{3} = 5^{\circ} V$$

$$V_3 = \frac{15^{\circ}}{2} = 75 V$$

## مثال

ظرفیت معادل بین دو نقطه‌ی A و B را در شکل ۴۸-۲ محاسبه کنید. ظرفیت هر خازن بر حسب میکروفاراد روی شکل داده شده است.

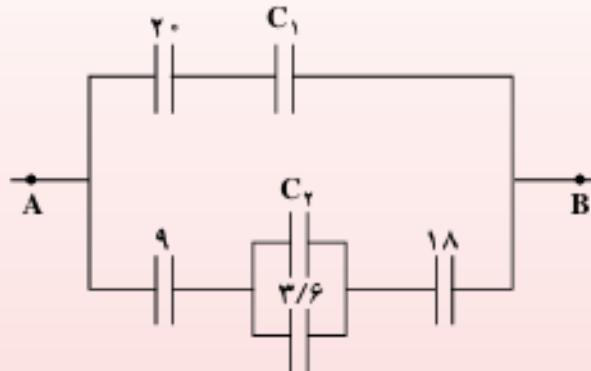


شکل ۴۸-۲

حل: دو خازن  $8\mu F$  و  $12\mu F$  با یکدیگر موازی و خازن  $4\mu F$  با  $6\mu F$  به طور متواالی به یکدیگر وصل شده‌اند. اگر به جای آن‌ها خازن معادل آن‌ها را قرار دهیم، مدار به صورت شکل ۲-۴۹ ساده می‌شود.

$$C_1 = 12 + 8 = 20 \mu F$$

$$C_2 = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4 \mu F$$

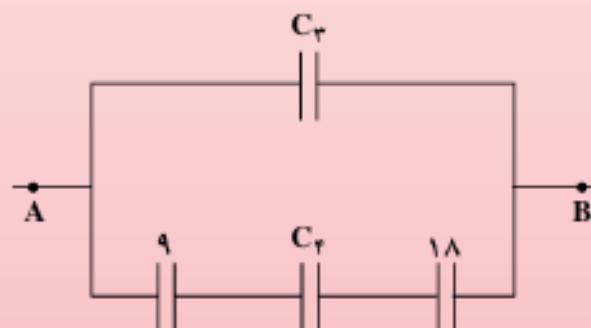


شکل ۲-۴۹

اکنون خازن‌های  $20\mu F$  میکروفارادی با یکدیگر متواالی‌اند و خازن  $C_2$  با خازن  $3/6\mu F$  میکروفارادی موازی است. مدار به صورت شکل ۲-۵۰ ساده می‌شود.

$$C_3 = \frac{20}{2} = 10 \mu F$$

$$C_4 = 2.4 + 3/6 = 6 \mu F$$



شکل ۲-۵۰

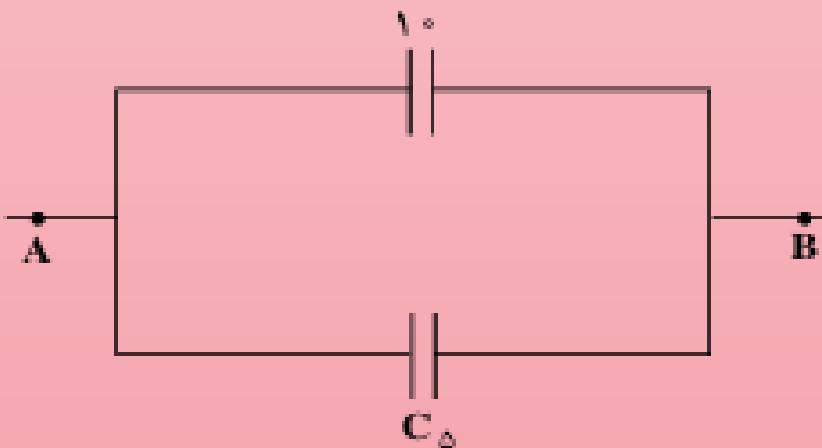
اگر خازن معادل سه خازن  $C_1 = 9\mu F$ ،  $C_2 = 6\mu F$  و  $C_3 = 18\mu F$  را که متواالی‌اند را با  $C_5$  نشان دهیم، مدار به صورت شکل ۲-۵۱ ساده می‌شود.

$$\frac{1}{C_5} = \frac{1}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{1}{C_5} = \frac{2 + 3 + 1}{18}$$

$$C_5 = \frac{18}{6} = 3\mu F$$

$$C_T = 1 + 3 = 13\mu F$$



شکل ۲-۵۱

## مثال

دو خازن به ظرفیت  $C_1 = 2\mu F$  و  $C_2$  را به یک دیگر وصل می‌کنیم و ولتاژ  $100V$  را به دو سر مجموعه‌ی آن‌ها می‌بندیم. اگر انرژی ذخیره شده در مجموعه‌ی خازن‌ها برابر  $25$  میلی‌ژول شود، تعیین کنید که خازن‌ها چگونه به یک دیگر وصل شده‌اند.  
ظرفیت  $C_2$  را نیز محاسبه کنید.

حل: اگر ظرفیت معادل دو خازن برابر  $C_T$  باشد، داریم:

$$U = \frac{1}{2} C_T V^2$$

$$25 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} C_T \times 10^4$$

$$C_T = 5 \times 10^{-6} F = 5\mu F$$

چون ظرفیت معادل از  $C_1$  بزرگ‌تر است، دو خازن به طور موازی به یک دیگر وصل شده‌اند.

$$C_T = C_1 + C_2$$

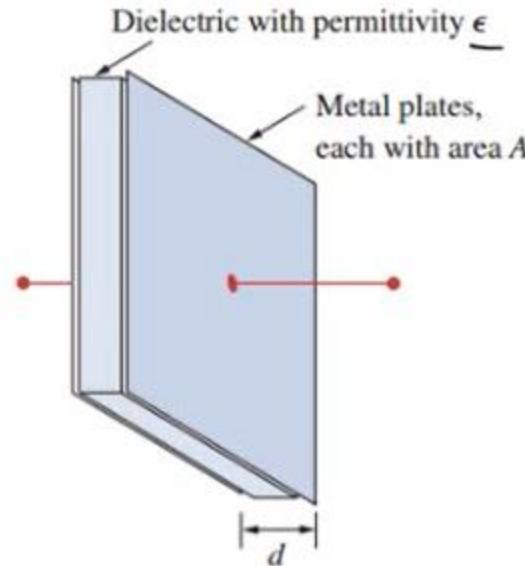
$$5 = 2 + C_2$$

$$C_2 = 3\mu F$$

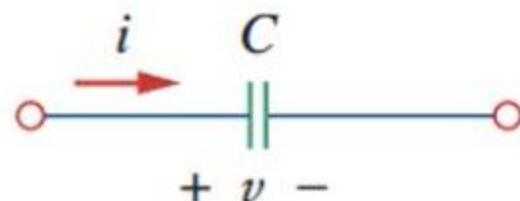
برگرفته از فیلمهای رایگان دکتر امید زندی

• **خازن:** ذخیره‌سازی انرژی در داخل میدان الکتریکی

• **ظرفیت خازن:** توانایی خازن در ذخیره بار الکتریکی



$$C = \frac{\epsilon A}{d} [F]$$



$$1 \text{ farad} = 1 \text{ coulomb/volt}$$

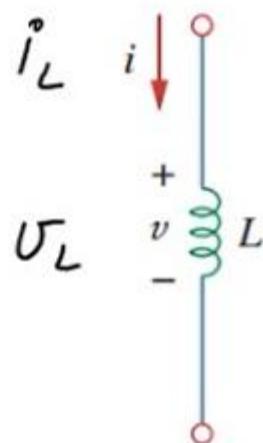
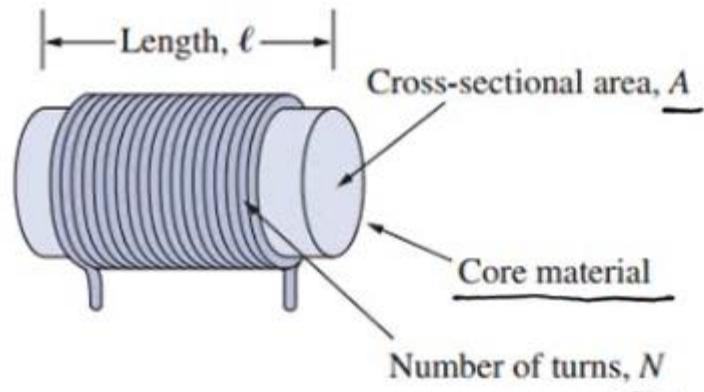
• بار ذخیره‌شده متناسب با ظرفیت خازن است.

$$i = C \frac{dv}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

$$q = C v$$

- **سلف:** ذخیره‌سازی انرژی در داخل میدان مغناطیسی

- **اندوكتانس سلف:** توانایی سلف در ذخیره انرژی



$$L = \frac{N^2 \mu A}{\ell}$$

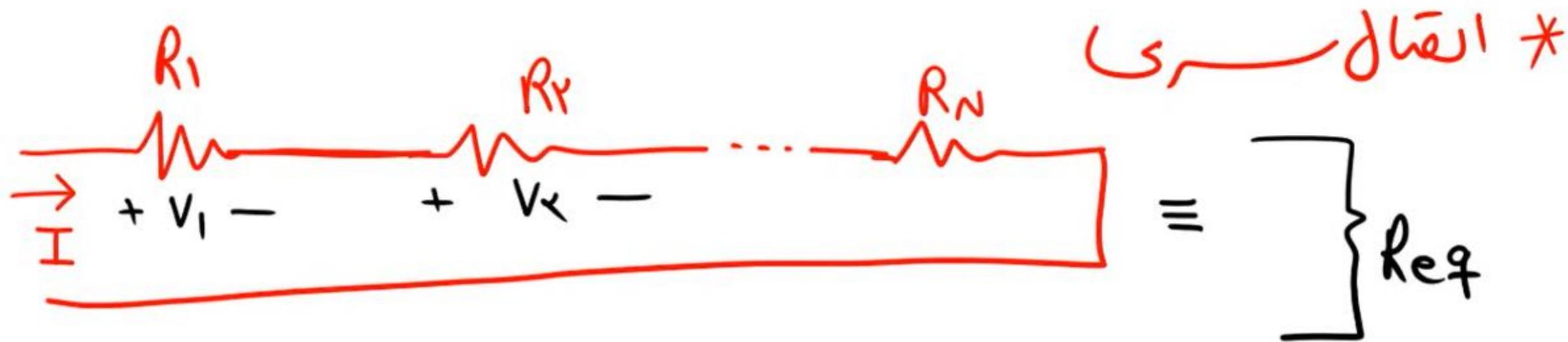
- شار مغناطیسی سلف متناسب با اندوکتانس آن است.

$$v = L \frac{di}{dt}$$

$$\varphi = L i$$

$$q = C U$$

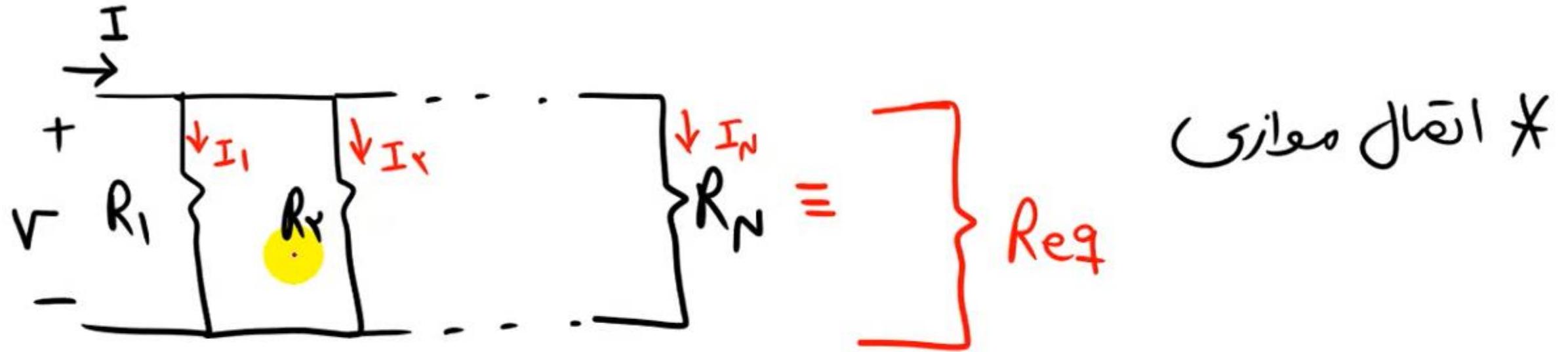
$$V = R_i i$$



$$R_{eq} = \sum R_i = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$\text{if } R_r > R_1 \rightarrow V_r > V_1$$

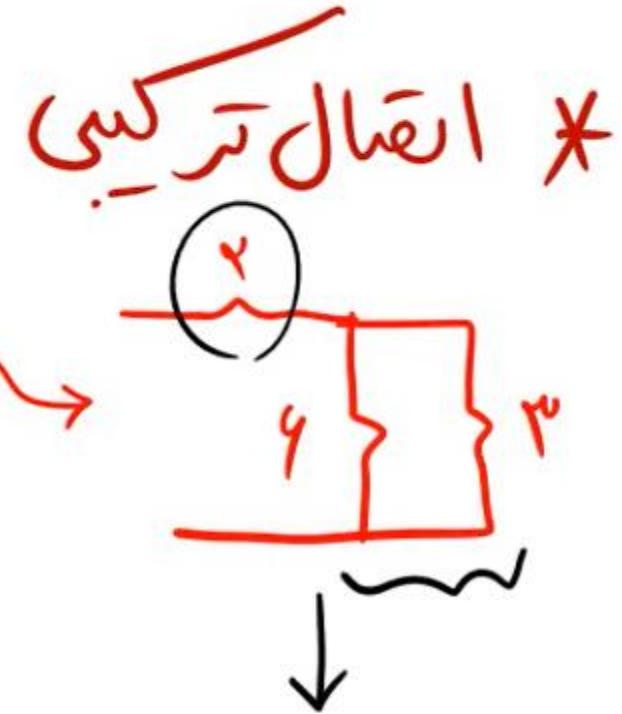
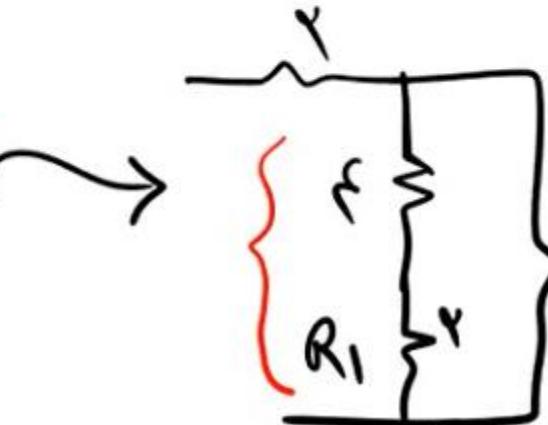
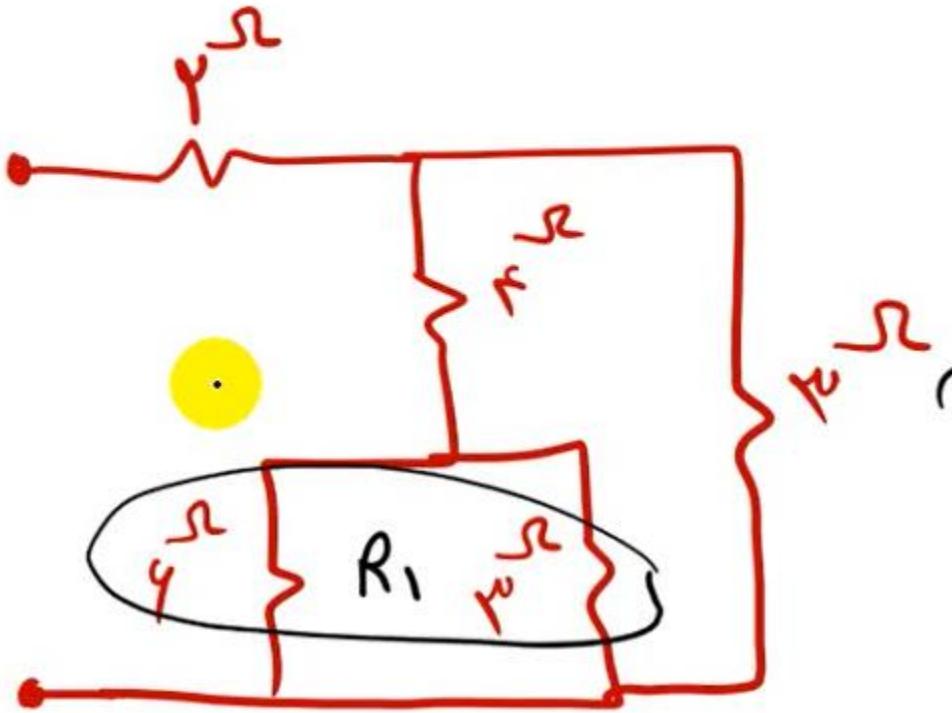
$$\text{if } R_1 > R_r \rightarrow V_1 > V_r$$



$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_x} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad \xrightarrow{n=2} \quad R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_x}{R_1 + R_x}$$

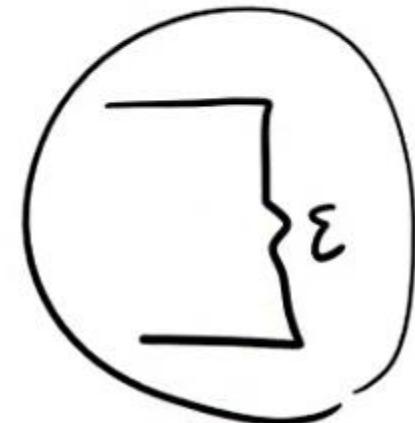
if  $R_1 < R_x \rightarrow I_1 > I_x$

در حالت موازی کوچکترین مقاومت بیشترین جریان را از خود عبور می‌دهد

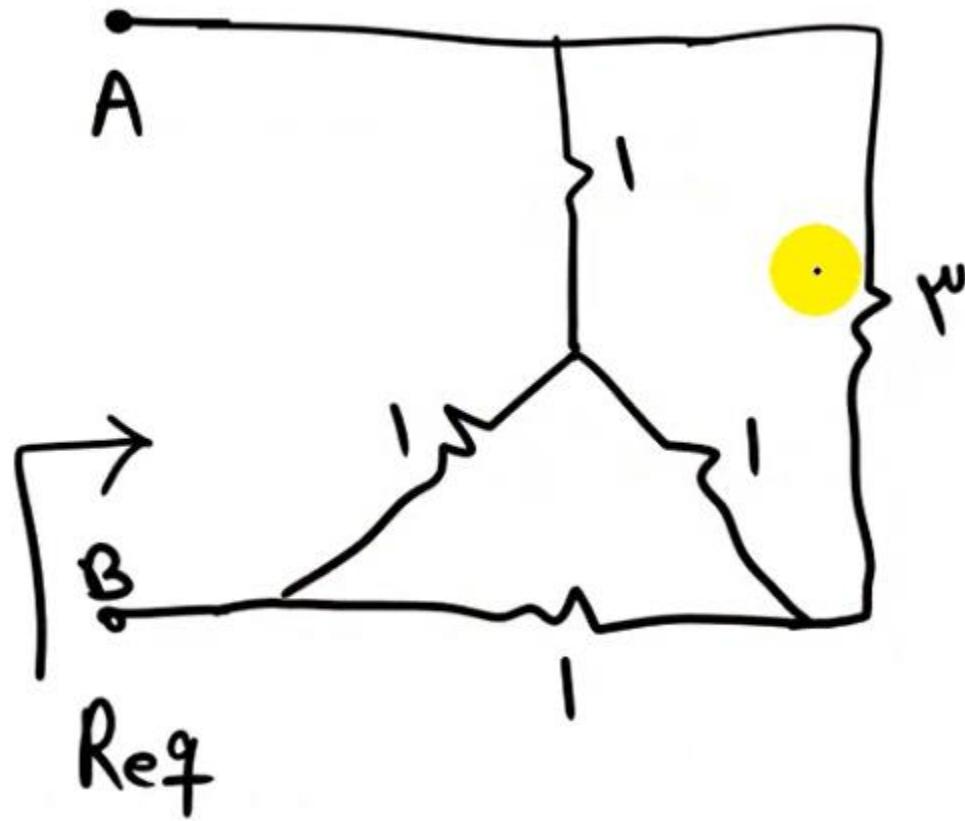


$$R_1 = \frac{r}{R_m} \parallel r = \frac{r \times R_m}{r + R_m} = r$$

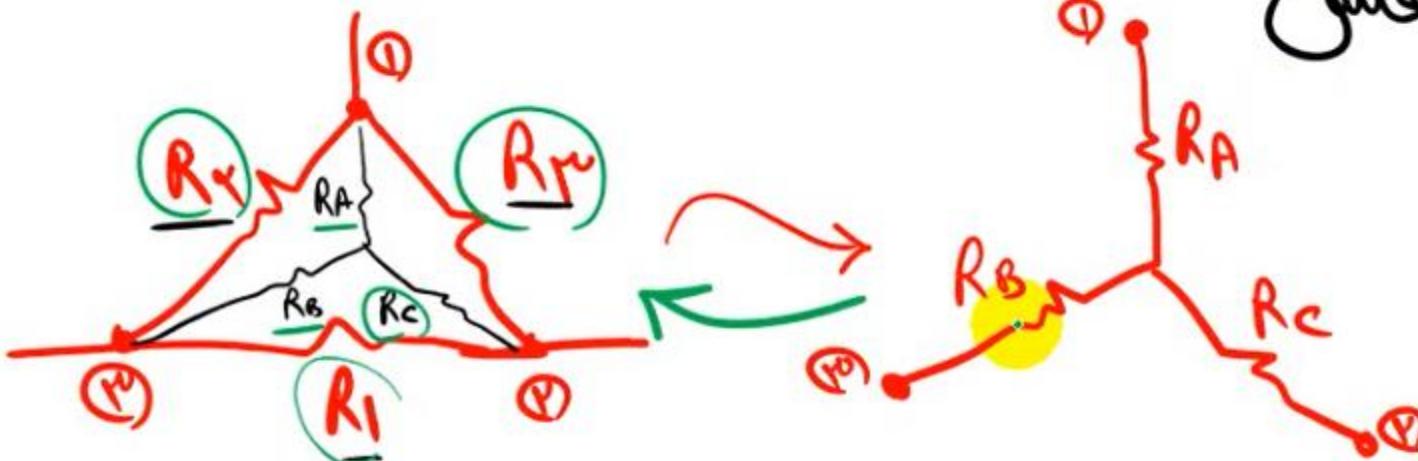
$$R_{\text{eq}} = R_1 + \mathcal{E} = r + \mathcal{E} = r$$



مقاومت معادل را حساب کنید



اتصال مُثلث



$$R_1 = \frac{\Delta}{R_A}$$

رو به روی کدام مقاومت قرار دارد

$$R_2 = \frac{\Delta}{R_C}$$

$$R_3 = \frac{\Delta}{R_B}$$

اتصال ستاره

اتصال ستاره به مُثلث یا بلعاس \*

در بین کدام دو مقاومت قرار میگیرد

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

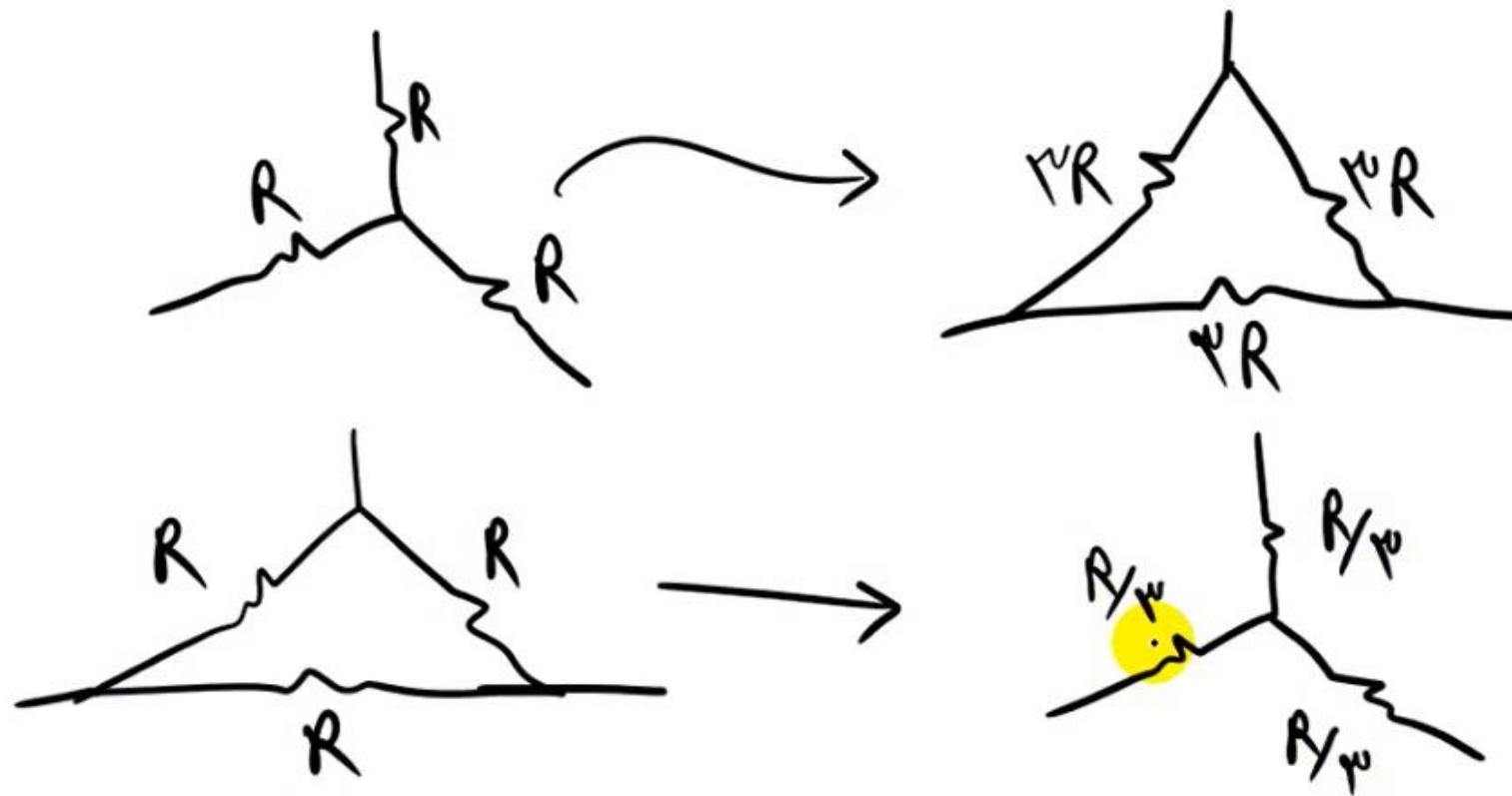
$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

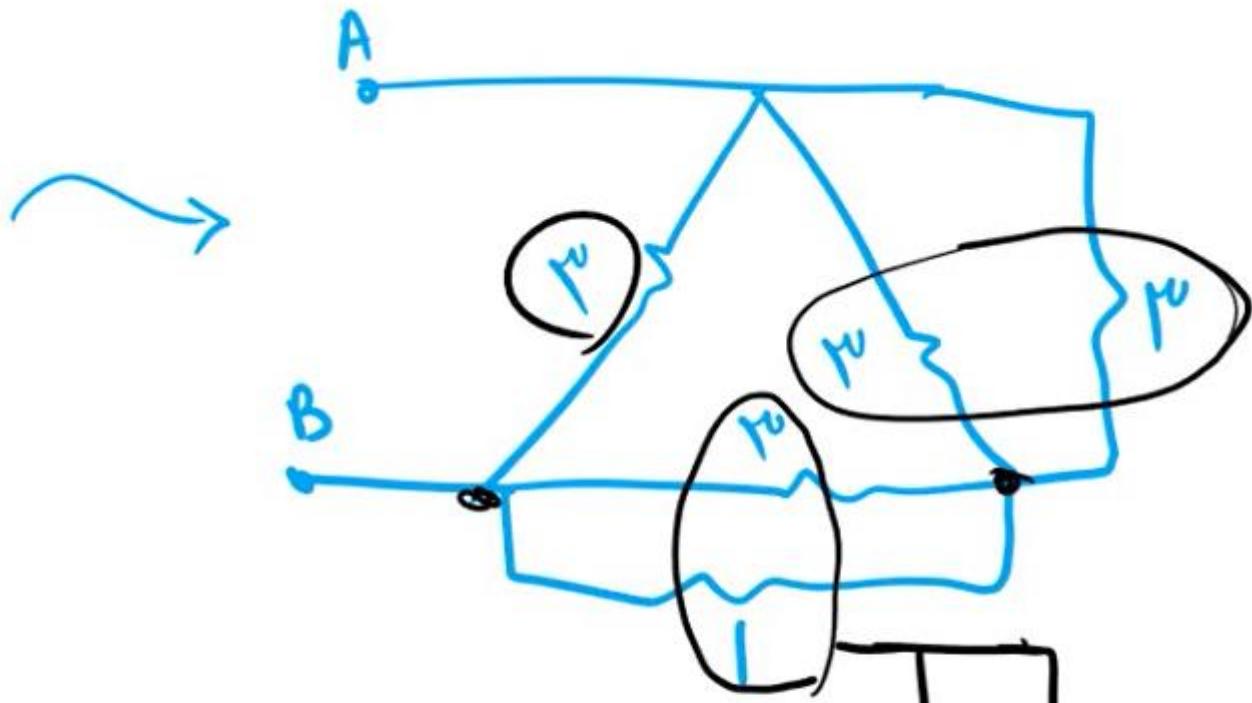
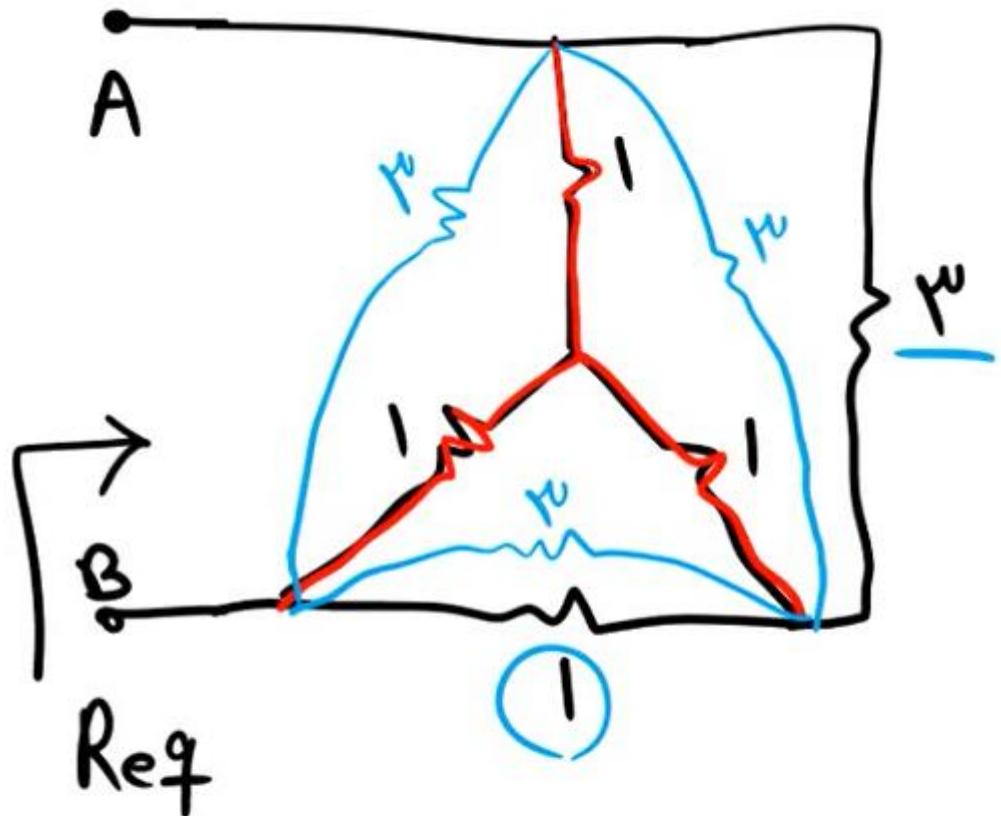
$$\Delta = R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C$$

حالت خاص تبدیل مثلث به ستاره و بر عکس

$$R_1 = R_2 = R_{\mu\nu} = R$$

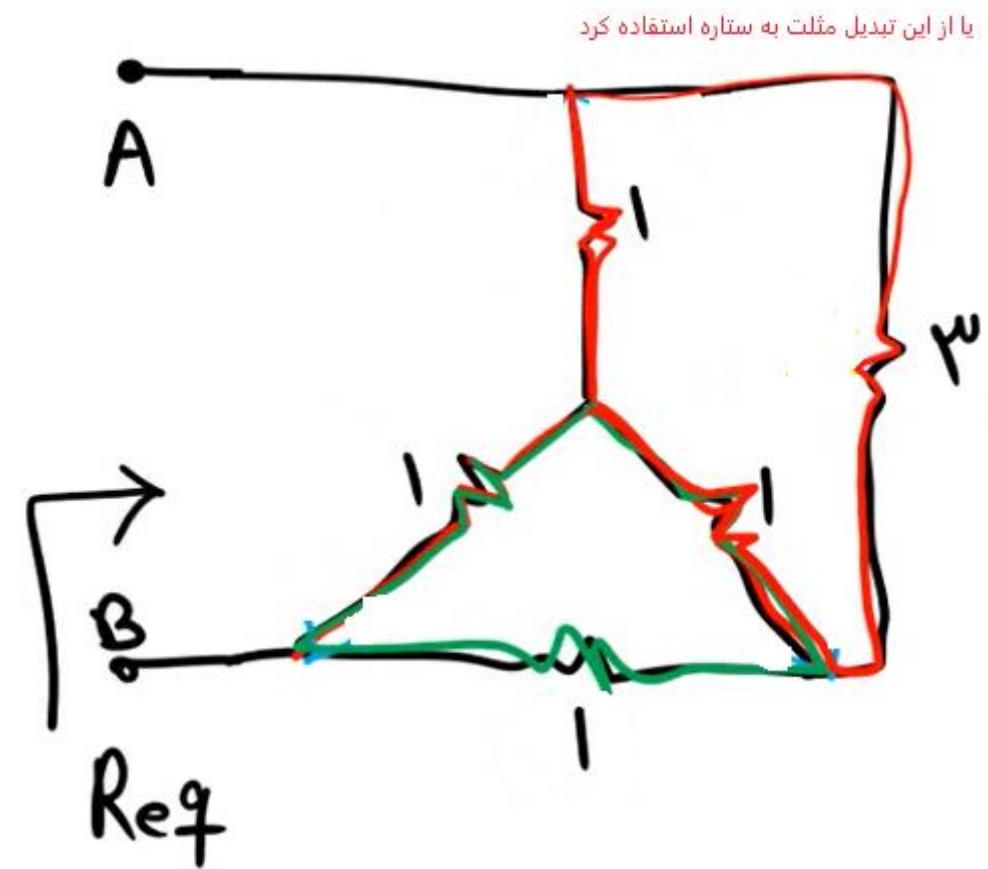
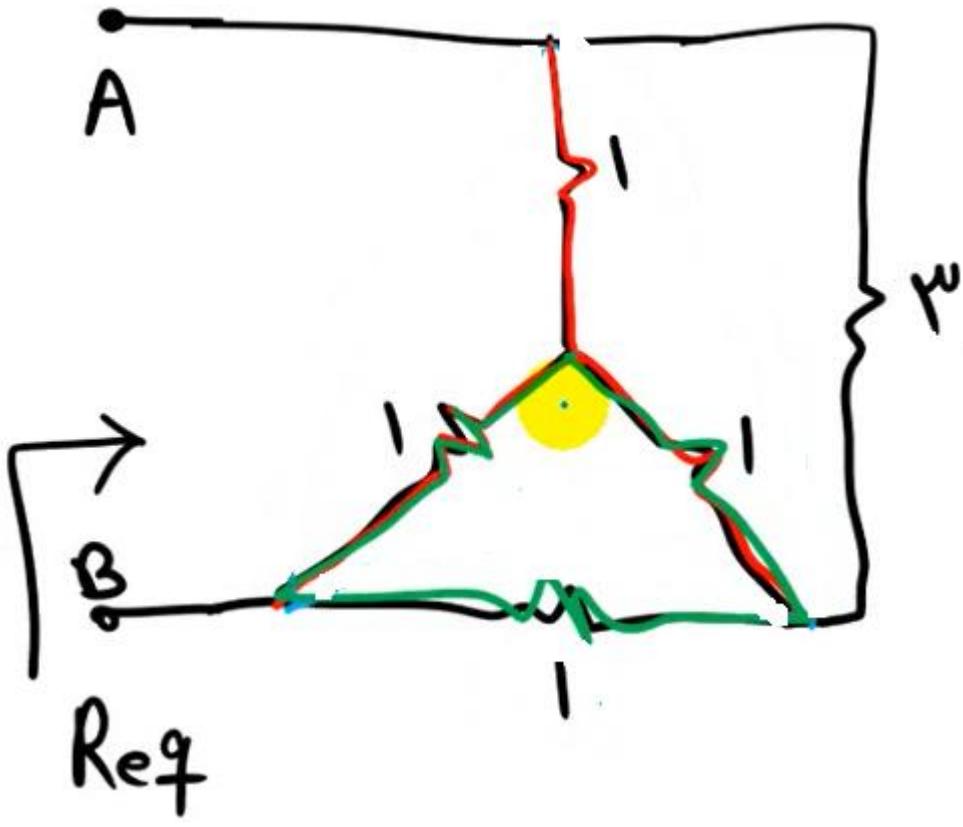
$$R_A = R_B = R_C$$





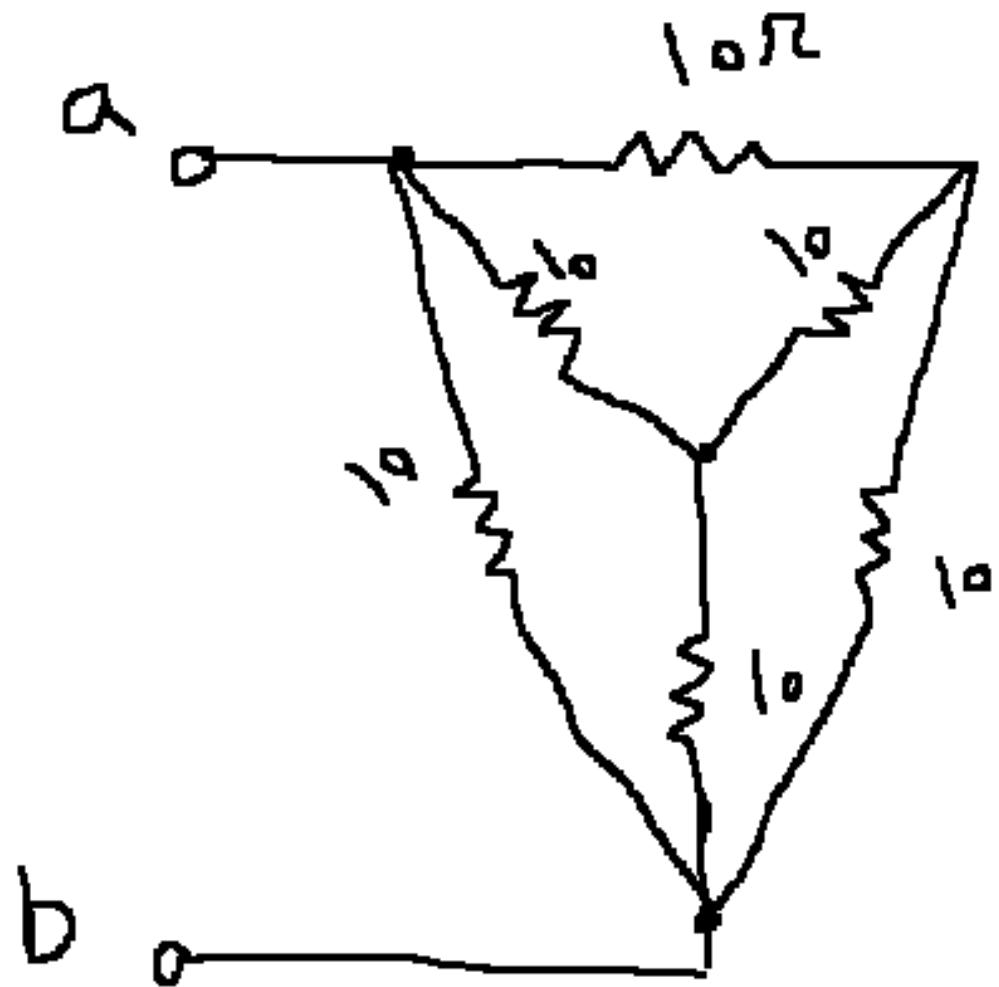
$$R_{eq} = r \parallel (l_1 \delta + o_1 v \delta) = r \parallel k_1 \gamma \delta = \frac{r \gamma \delta}{\delta + \gamma \delta} = \frac{r \gamma}{\gamma + 1} = \frac{r}{V} - R$$

نکته : میتوانیم همین مساله را یکبار با روش تبدیل مثلث به ستاره که با رنگ سبز مشخص شده نیز حل کنیم



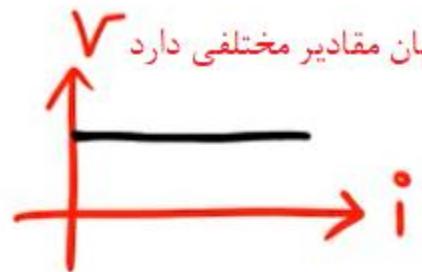
اگر در یک مدار تعدادی تبدیل ستاره یا مثلث وجود داشت آن تبدیلی را انتخاب کنید که مقادیر مقاومت آنها حالت خاص باشد تا بتوانید سریعتر محاسبات را انجام دهید

مثال

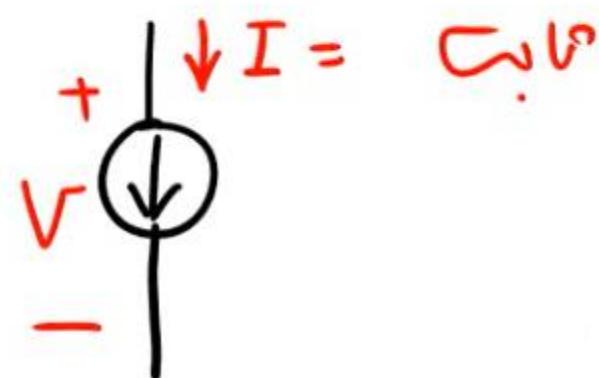
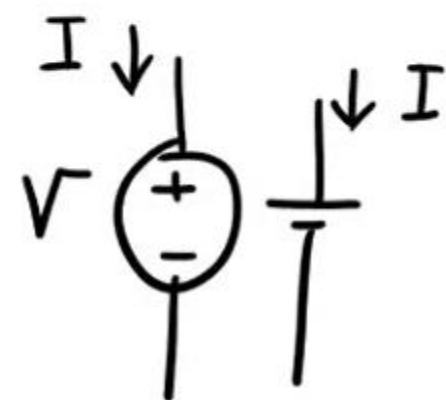


$$R_{eq} = ?$$

جريان مقادیر مختلفی دارد



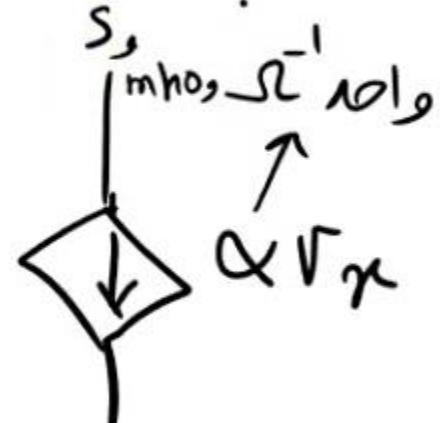
ولتاژ مقادیر مختلفی دارد ولی جریان ثابت است.



## \* منابع ولتاژ یا جریان

و مستقل

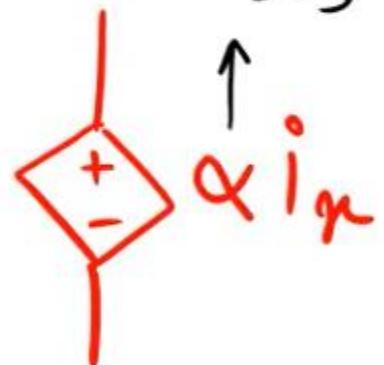
و اس



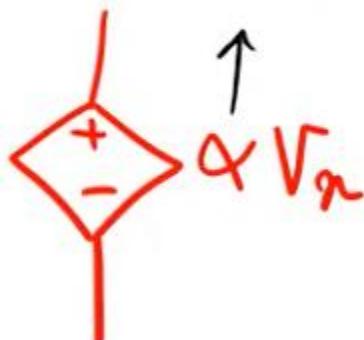
واحد ندارد

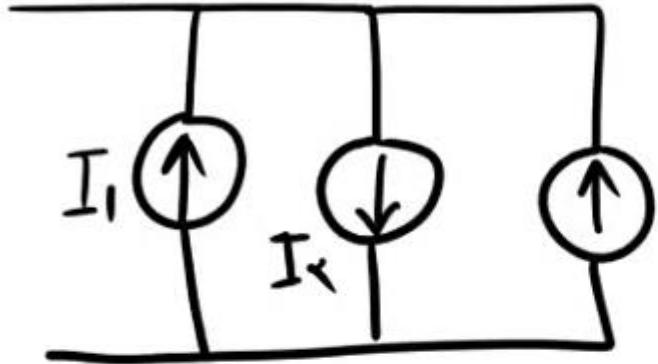


واحد ندارك



واحد ندارد

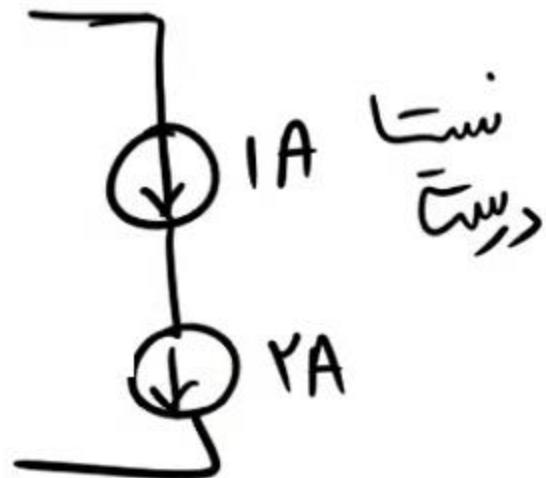




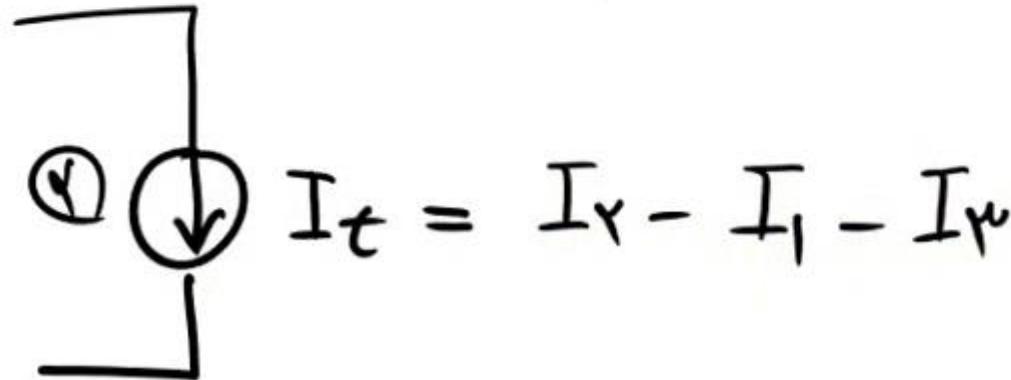
در این حالت جهت بالا را مثبت در نظر گرفته

\* معاری کردن منابع  $\leftarrow$  همچو علی

$$I_t = I_1 - I_2 + I_3$$

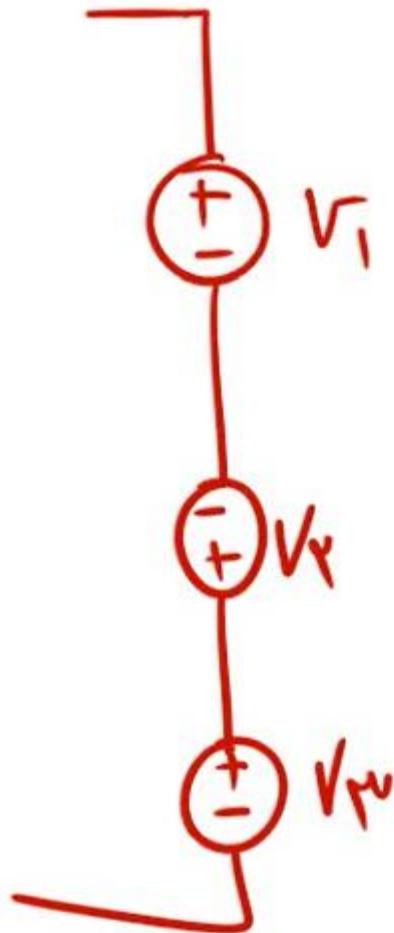


ست  
درست



در این حالت جهت پایین را مثبت در نظر گرفته

\* سری کردن منابع ولتاژ



$$V_{eq} = V_1 - V_R + V_{PP}$$

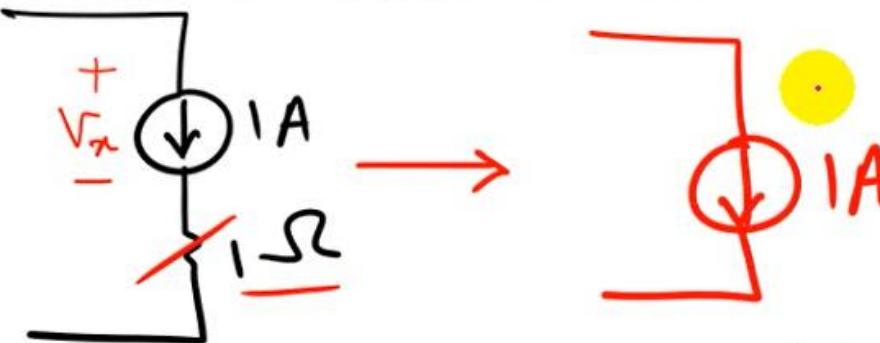
KVL

برای ساده‌سازی مدار می‌توانیم از دو نکته زیر استفاده کنیم به شرط اینکه بخواهیم پارامترهایی مانند ولتاژ و جریان در سایز شاخه‌ها را به دست بیاریم نه داخل شاخه‌های با نکات زیر

### ارتعال کوتاه

۱ المان‌های سری با منابع جریان قابل حذف هستند.

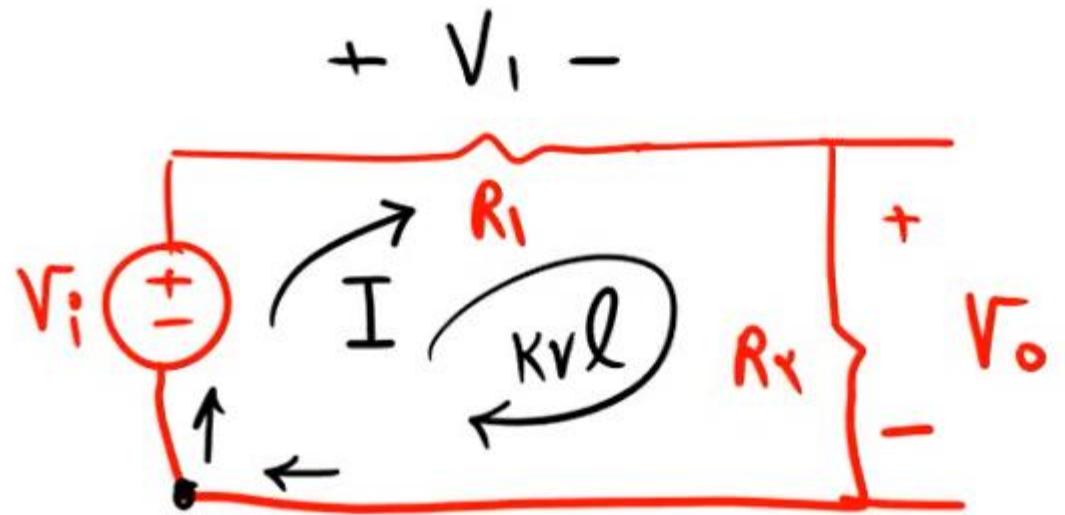
برای محاسبه ولتاژ منبع جریان شاخه مورد نظر نمی‌توان مقاومت یا هر المان سری شده را حذف کرد



۲ المان‌های معلقی با منابع ولتاژ قابل حذف هستند.



برای محاسبه جریان منبع ولتاژ شاخه مورد نظر نمی‌توان مقاومت یا هر المان موازی شده را حذف کرد

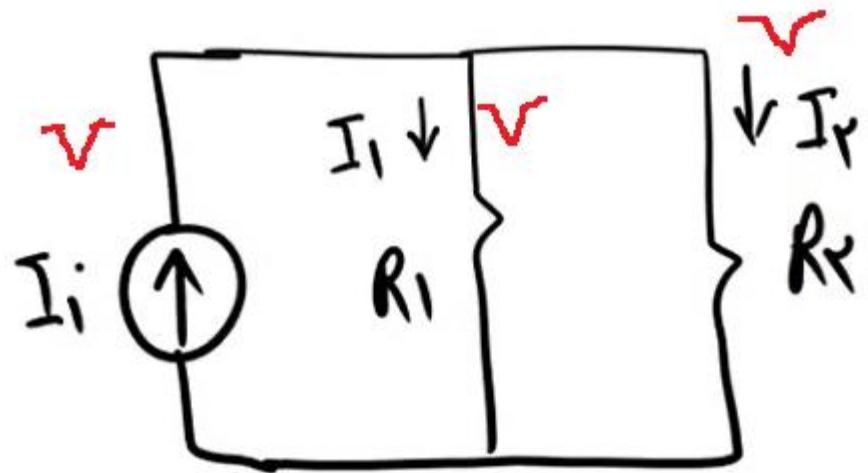


\* مفهوم کنیده ولتاژ

$$-V_i + R_1 I + R_x I = 0 \rightarrow I = \frac{V_i}{R_1 + R_x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_o = R_x I = \frac{R_x}{R_1 + R_x} V_i \quad V_o < V_i \\ V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_x} V_i \end{array} \right.$$

نکته: مقاومت کوچکتر جریان بیشتری را از خود عبور می دهد.



$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \frac{R_k}{R_1 + R_k} I_i \\ I_k = \frac{R_1}{R_1 + R_k} I_i \end{array} \right.$$

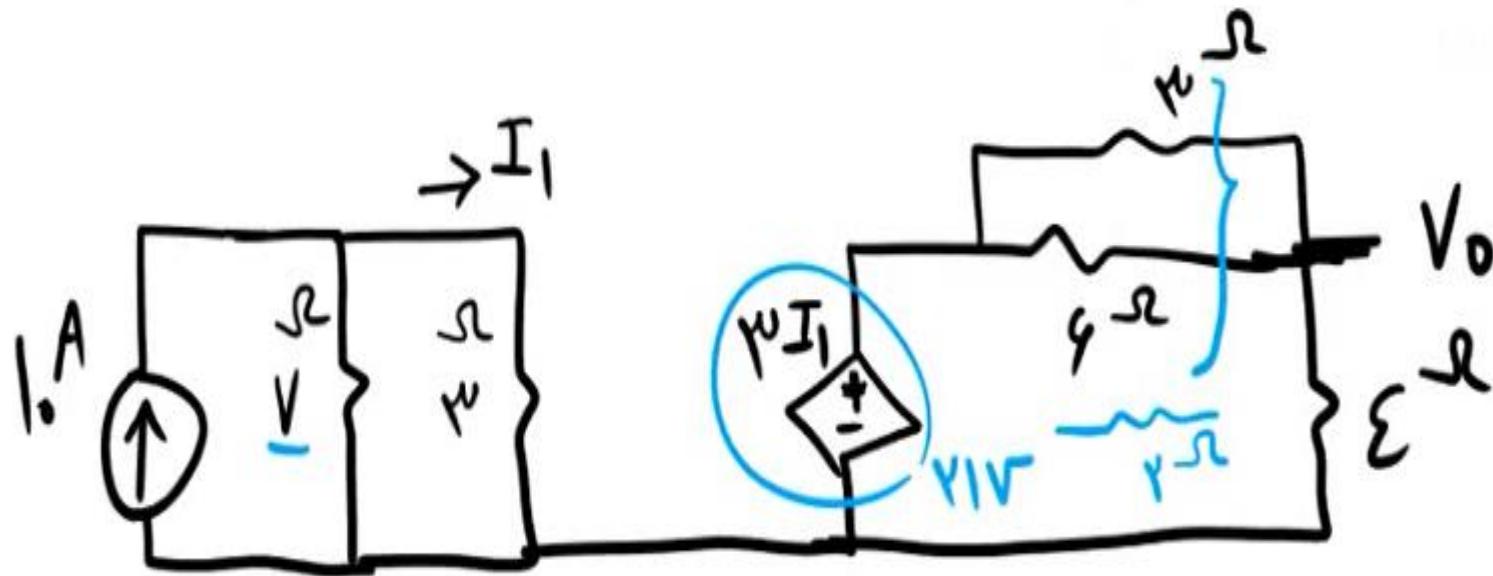
\* قسم لذتیه جریان

$$V = I_i \times R_{eq}$$

$$I_i \times \frac{R_1 \times R_k}{R_1 + R_k}$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{I_i \times \frac{R_1 \times R_k}{R_1 + R_k}}{\frac{R_1}{R_1 + R_k}} = \frac{R_k}{R_1 + R_k} \times I_i$$

# کاربرد تقسیم کننده ولتاژ و جریان

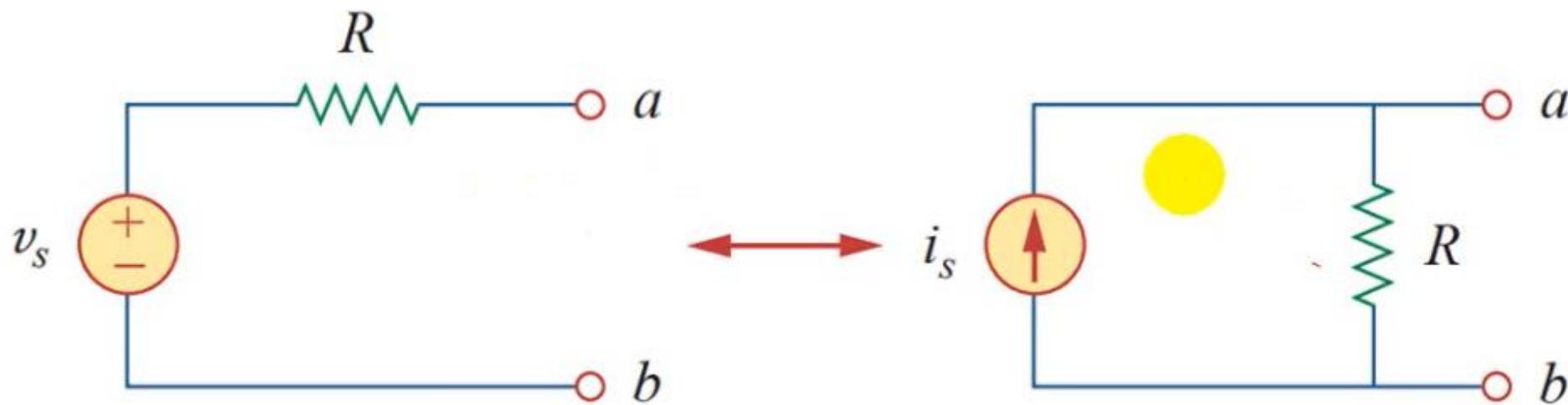


$$I_1 = \frac{V}{R+V} \times I_0 = V A$$

$$V_0 = V_1 \times \frac{\Sigma}{\Sigma + V} = V_1 \times \frac{R}{R+V} = I_0 \frac{R}{R+V}$$

## تبدیل منابع در مدار

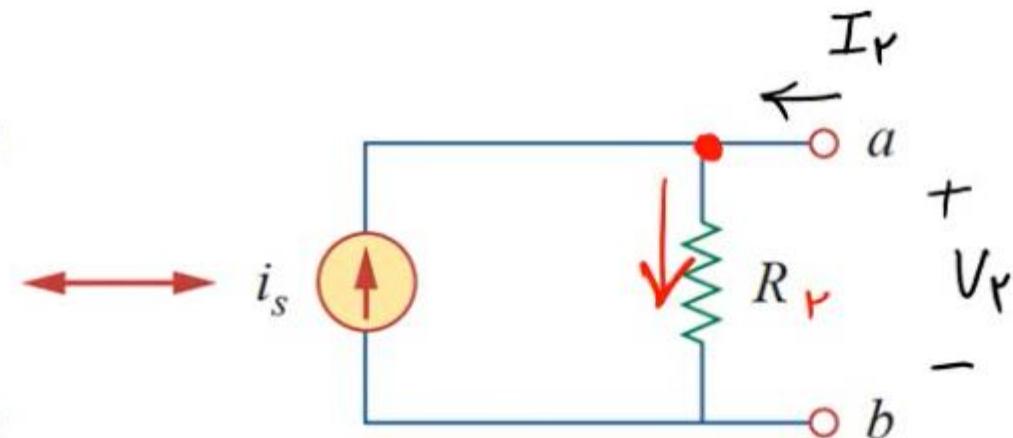
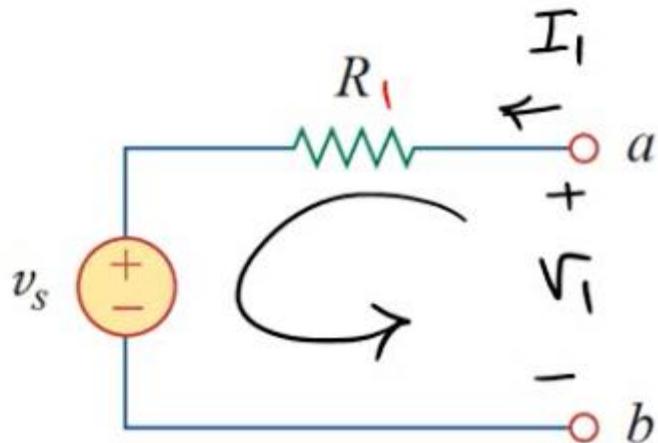
- تبدیل منابع یک تکنیک موثر برای سادهسازی مدارهای الکتریکی است.
- جایگزینی منبع ولتاژ سری با مقاومت با منبع جریان موازی با مقاومت و برعکس



این دو شکل معادل هستند اگر

تبديل منابع در مدار

$$\begin{cases} I_1 = I_r \\ V_1 = V_r \end{cases}$$



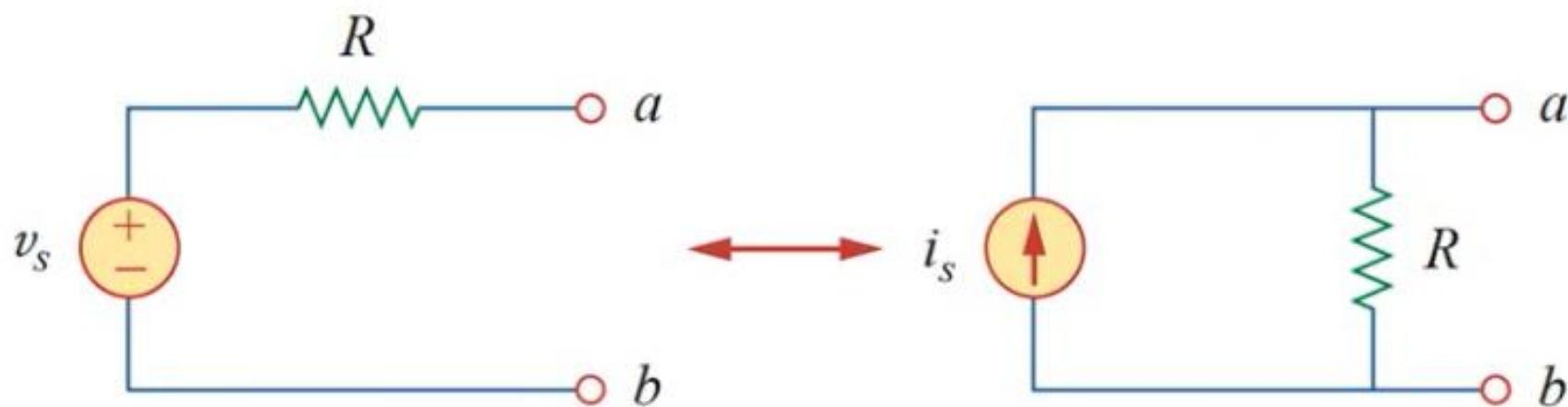
$$\begin{cases} V_1 = R_1 \underline{I_1} + V_s \\ V_1 = R_r \underline{I_1} + R_r \overset{\circ}{i_s} \end{cases}$$

$$I_r + \overset{\circ}{i_s} = \frac{V_r}{R_r}$$

$$\leftarrow U_r = R_r \overset{\circ}{i_s} + R_r I_r$$

$$R_1 = R_r, \quad V_s = R_r \overset{\circ}{i_s}$$

## تبديل منابع در مدار

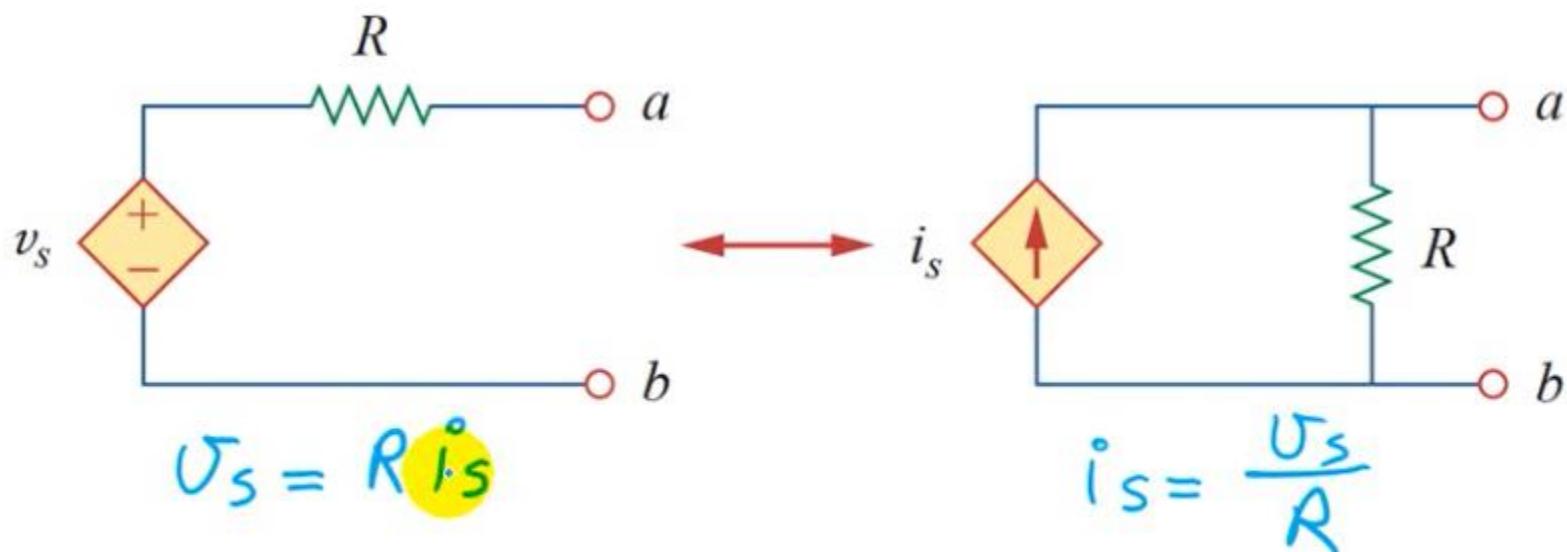


$$U_s = R \dot{i}_s$$

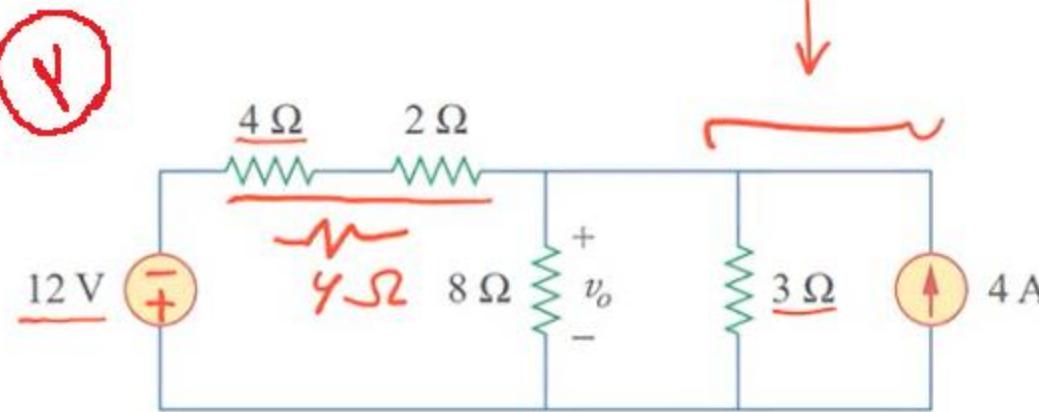
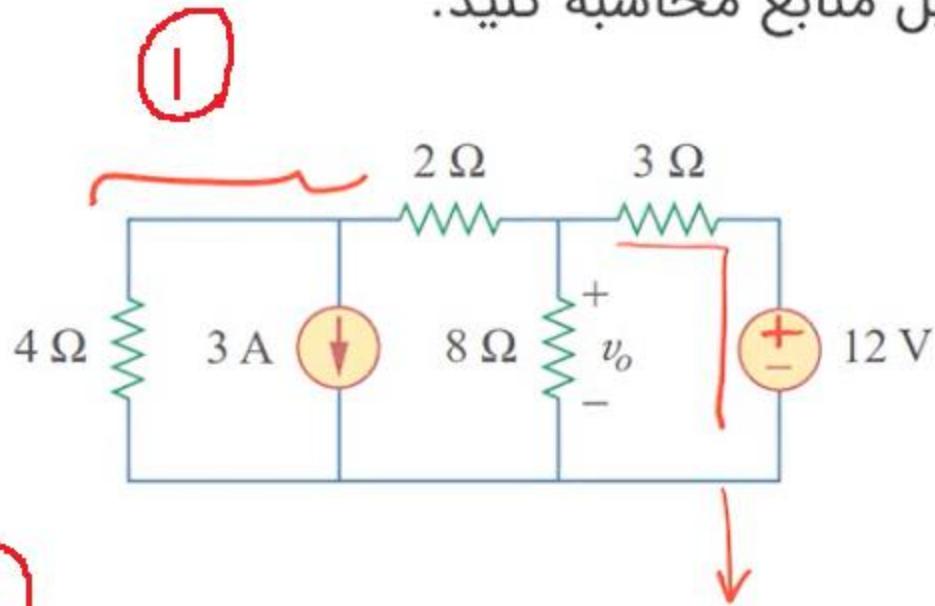
$$\dot{i}_s = \frac{U_s}{R}$$

## تبديل منابع در مدار

- قابل استفاده برای منابع مستقل و **وابسته**



• حل مثال: ولتاژ خروجی را با استفاده از قضیه تبدیل منابع محاسبه کنید.

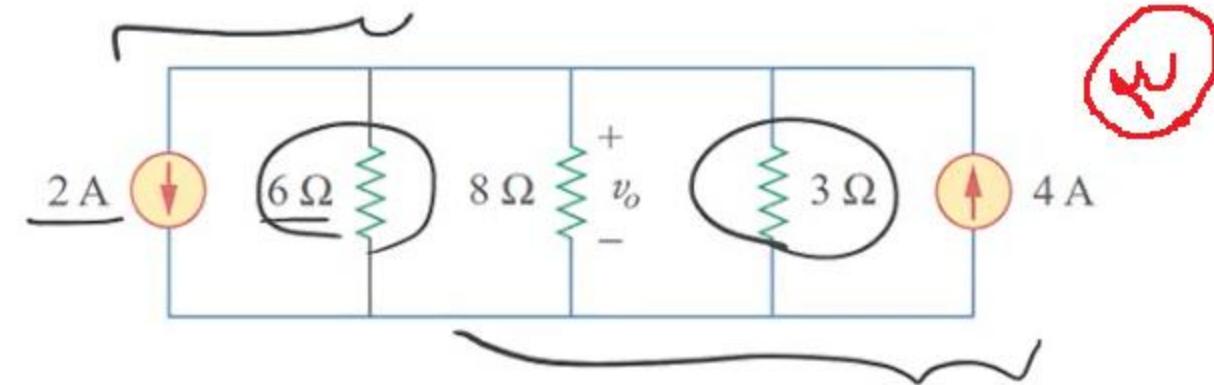


$$Y_{113} = \frac{4 \times 3}{4 + 3} = 2 \Omega$$

از روش تقسیم جریان

$$i = 2 \times \frac{2}{2+8} = 0.2 A$$

$$U_o = 12 V$$



# تحلیل مدارهای مقاومتی

دو روش استاندارد برای تحلیل مدارهای مقاومتی:

- روش تحلیل گره

- روش تحلیل مش

## روش تحلیل گره

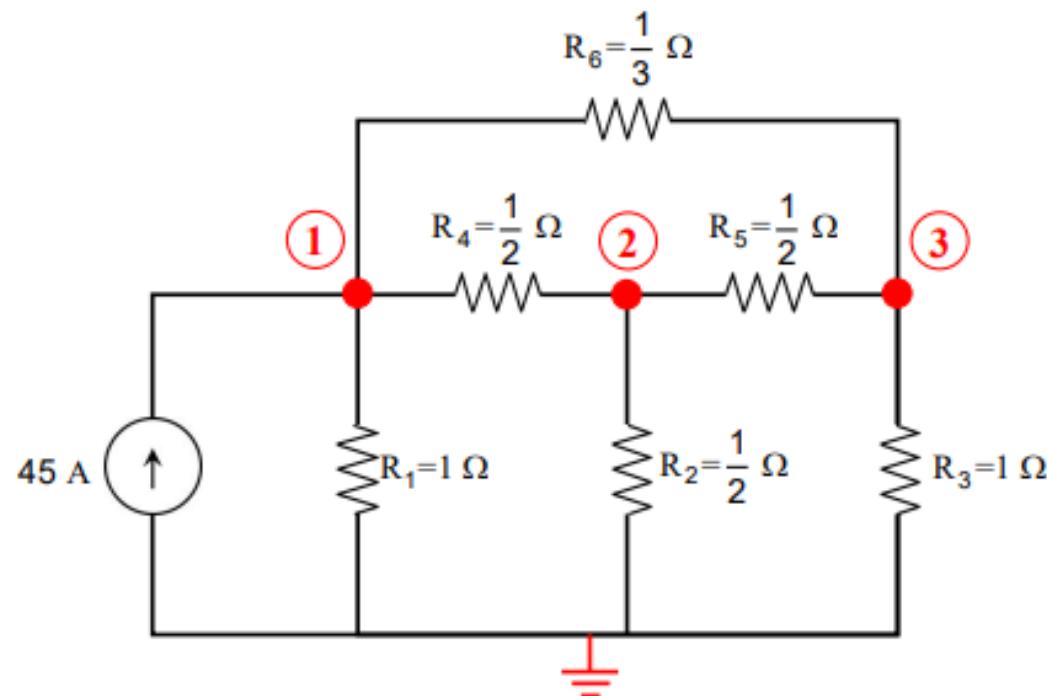
- **هدف:** به دست آوردن ولتاژ گرهها
- **روش کار:** KCL را در تمام گرهها به جز گره مبنا و گرهها با ولتاژ معلوم اعمال می‌کنیم.

## نکات مربوط به روش تحلیل گره

- ابتدا گره‌ای را به عنوان گره مبنا (زمین) انتخاب نموده و ولتاژ آن را صفر فرض می‌کنیم.
- همه گره‌های مدار را شماره‌گذاری می‌کنیم. گره مبنا را با شماره 0 نشان می‌دهیم.
- ولتاژ گره‌ها نسبت به گره مبنا را به عنوان متغیرهای مدار انتخاب می‌کنیم.
- KCL را در تمام گره‌ها (به جز گره مبنا و گره‌های با ولتاژ معلوم) می‌نویسیم.
- پس از اعمال KCL سعی می‌کنیم فقط متغیرهای ولتاژ گره‌ها در معادلات ظاهر شوند.
- به یک  $n$  معادله  $n$  مجهول خواهیم رسید که پس از حل آن ولتاژ گره‌ها به دست می‌آید.
- با مشخص شدن ولتاژ گره‌ها، همه پارامترهای مدار قابل به دست آمدن است. ولتاژ هر شاخه برابر با تفاضل ولتاژ گره‌های دو سر آن شاخه است و جریان هر شاخه با استفاده از رابطه اساسی آن شاخه به دست می‌آید.
- **نکته مهم:** در آنالیز گره تمام منابع باید بصورت جریان باشند.

# مثال

مدار زیر را به روش تحلیل گره، تحلیل کنید و ولتاژ گره‌ها را به دست آورید. مقدار جریان گذرنده از مقاومت‌ها و جهت آن را مشخص کنید.



یک ۳ معادله ۳ مجهول به دست می‌آید که مجهول‌ها  
و  $V_3$ ،  $V_2$ ،  $V_1$  باشند.

ابتدا گره مبنا و باقی گره‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

هدف ما در این تحلیل گره، به دست آوردن  $V_1$ ،  $V_2$  و  $V_3$  می‌باشد.

KCL را در گره‌ها اعمال می‌کنیم.

$$1 \text{ در گره 1} : -45 + \frac{V_1 - 0}{1} + \frac{V_1 - V_2}{1/2} + \frac{V_1 - V_3}{1/3} = 0$$

$$2 \text{ در گره 2} : \frac{V_2 - V_1}{1/2} + \frac{V_2 - 0}{1/2} + \frac{V_2 - V_3}{1/2} = 0$$

$$3 \text{ در گره 3} : \frac{V_3 - V_2}{1/2} + \frac{V_3 - 0}{1} + \frac{V_3 - V_1}{1/3} = 0$$

# مثال

$$\left\{ \begin{array}{l} -45 + V_1 + 2V_1 - 2V_2 + 3V_1 - 3V_3 = 0 \\ 2V_2 - 2V_1 + 2V_2 + 2V_2 - 2V_3 = 0 \\ 2V_3 - 2V_2 + V_3 + 3V_3 - 3V_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 6V_1 - 2V_2 - 3V_3 = 45 \\ -2V_1 + 6V_2 - 2V_3 = 0 \\ -3V_1 - 2V_2 + 6V_3 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{V_1 = 16}, \boxed{V_2 = 9}, \boxed{V_3 = 11}$$

با توجه به ولتاژهای به دست آمده، و با توجه به اینکه جهت جریان همواره از ولتاژ بیشتر به ولتاژ کمتر است، خواهیم داشت:

جریان مقاومت R1 از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$$I_{R1} = \frac{V_1 - 0}{1} = 16 \text{ A}$$

جریان مقاومت R2 از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$$I_{R2} = \frac{V_2 - 0}{1/2} = 18 \text{ A}$$

$$I_{R3} = \frac{V_3 - 0}{1} = 11 \text{ A}$$

جریان مقاومت R3 از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$$I_{R4} = \frac{V_1 - V_2}{1/2} = 14 \text{ A}$$

جریان مقاومت R4 از چپ به راست خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$$I_{R5} = \frac{V_3 - V_2}{1/2} = 4 \text{ A}$$

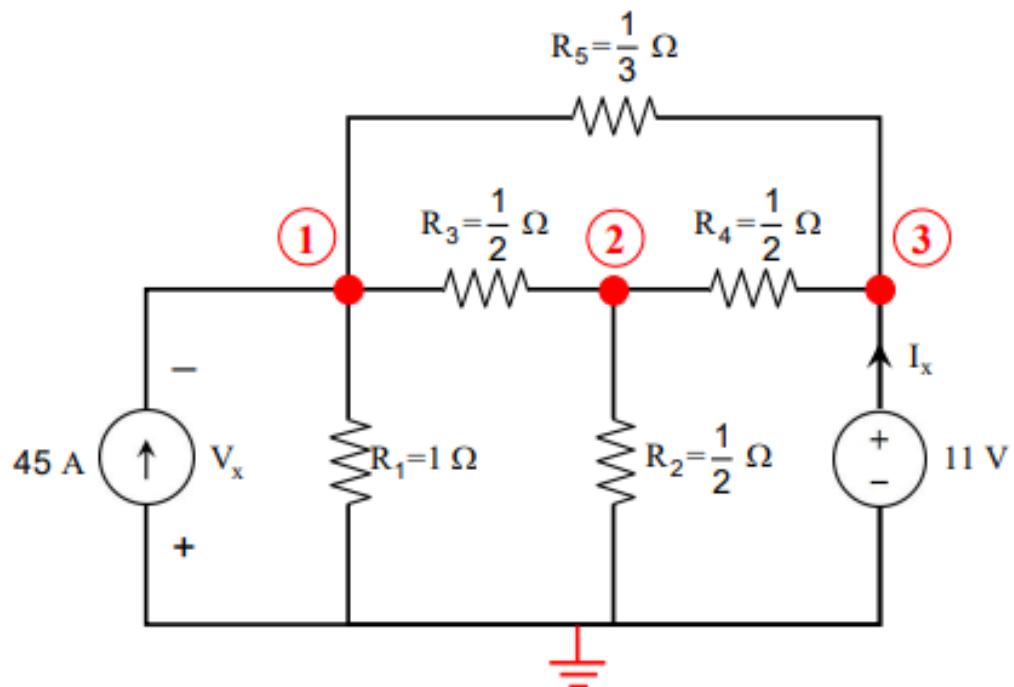
جریان مقاومت R5 از راست به چپ خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$$I_{R6} = \frac{V_1 - V_3}{1/3} = 15 \text{ A}$$

جریان مقاومت R6 از چپ به راست خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

# مثال

مدار زیر را به روش تحلیل گره، تحلیل کنید. ولتاژ  $V_x$  و جریان  $I_x$  را به دست آورید.



یک ۲ معادله ۲ مجهول به دست می‌آید که مجهول‌ها  $V_2$  و  $V_1$  می‌باشند.

ابتدا گره مبنا و باقی گره‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

هدف ما در این تحلیل گره، به دست آوردن  $V_1$ ،  $V_2$  و  $V_3$  می‌باشد.

با دقت در مدار متوجه می‌شویم ولتاژ گره ۳ معلوم و برابر با  $V_3 = 11 \text{ V}$  می‌باشد.

بنابراین، KCL را در تمام گره‌ها به جز گره ۳ اعمال می‌کنیم.

$$\text{KCL در گره ۱} : -45 + \frac{V_1 - 0}{1} + \frac{V_1 - V_2}{1/2} + \frac{V_1 - 11}{1/3} = 0$$

$$\text{KCL در گره ۲} : \frac{V_2 - V_1}{1/2} + \frac{V_2 - 0}{1/2} + \frac{V_2 - 11}{1/2} = 0$$

## مثال

$$\begin{cases} -45 + V_1 + 2V_1 - 2V_2 + 3V_1 - 33 = 0 \\ 2V_2 - 2V_1 + 2V_2 + 2V_2 - 22 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6V_1 - 2V_2 = 78 \\ -2V_1 + 6V_2 = 22 \end{cases} \Rightarrow \boxed{V_1 = 16}, \boxed{V_2 = 9}$$

با توجه به ولتاژهای به دست آمده خواهیم داشت:

$$V_x = 0 - V_1 = 0 - 16 = -16$$

3 در گره KCL :

$$\frac{V_3 - V_2}{1/2} - I_x + \frac{V_3 - V_1}{1/3} = 0 \Rightarrow 4 - I_x - 15 = 0 \Rightarrow I_x = -11$$

## تحلیل گره

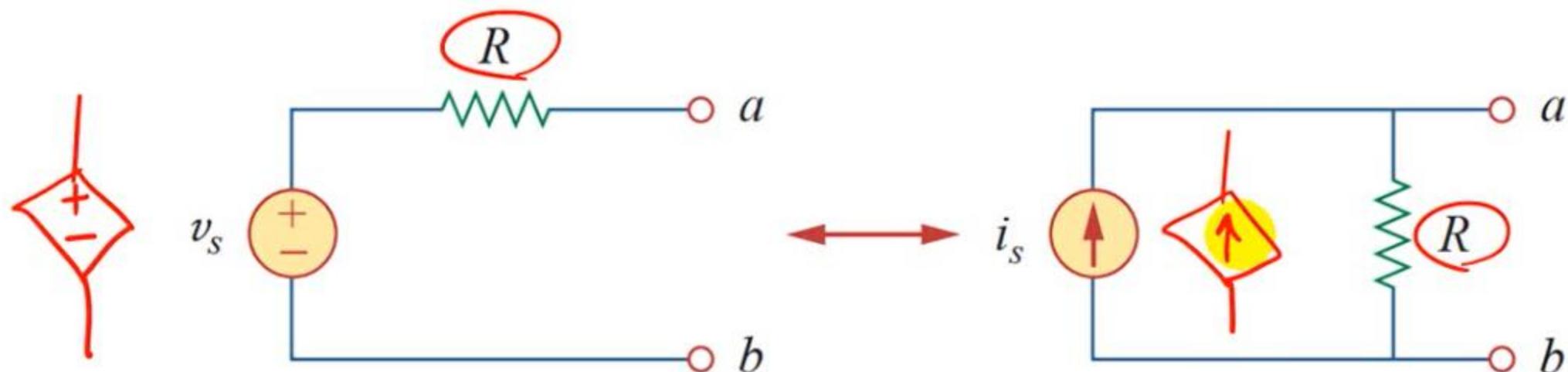
- الگوریتمی عمومی برای تحلیل مدارهای الکتریکی بر اساس ولتاژ گرهها و قانون KCL

$$U_n = 0$$

- الگوریتم تحلیل گره:

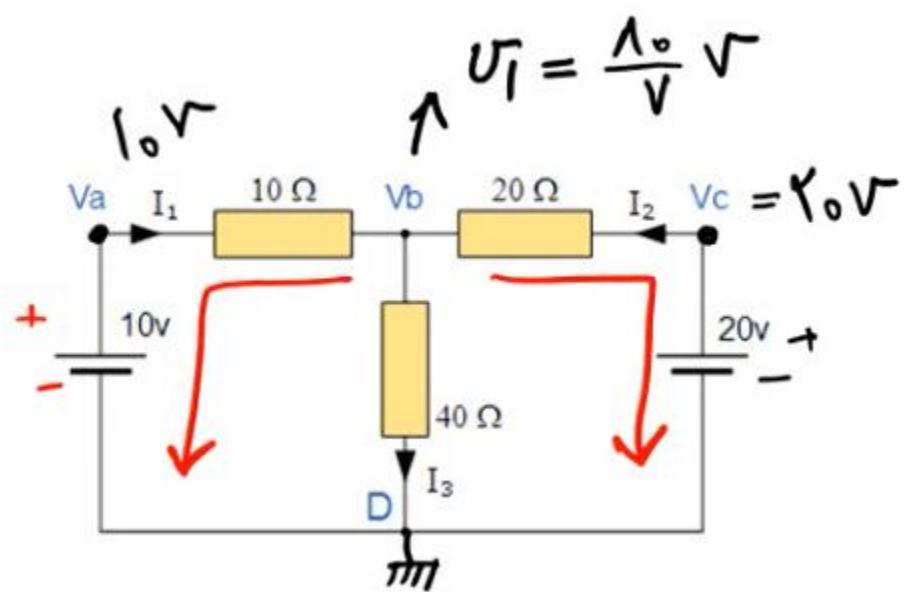
- تعیین تمام گرههای مدار (یکی از گرهها به دلخواه به عنوان مرجع به زمین متصل شود)
- اسم‌گذاری ولتاژ تمام گرهها  $U_1, U_2, \dots, U_{n-1}$
- قانون KCL برای تمام گرهها نوشته شود.
- با حل معادلات ولتاژ گرهها تعیین خواهد شد.
- نکته مهم: در آنالیز گره تمام منابع باید بصورت جریان باشند.

• نکته مهم: در آنالیز گره تمام منابع باید بصورت جريان باشند.

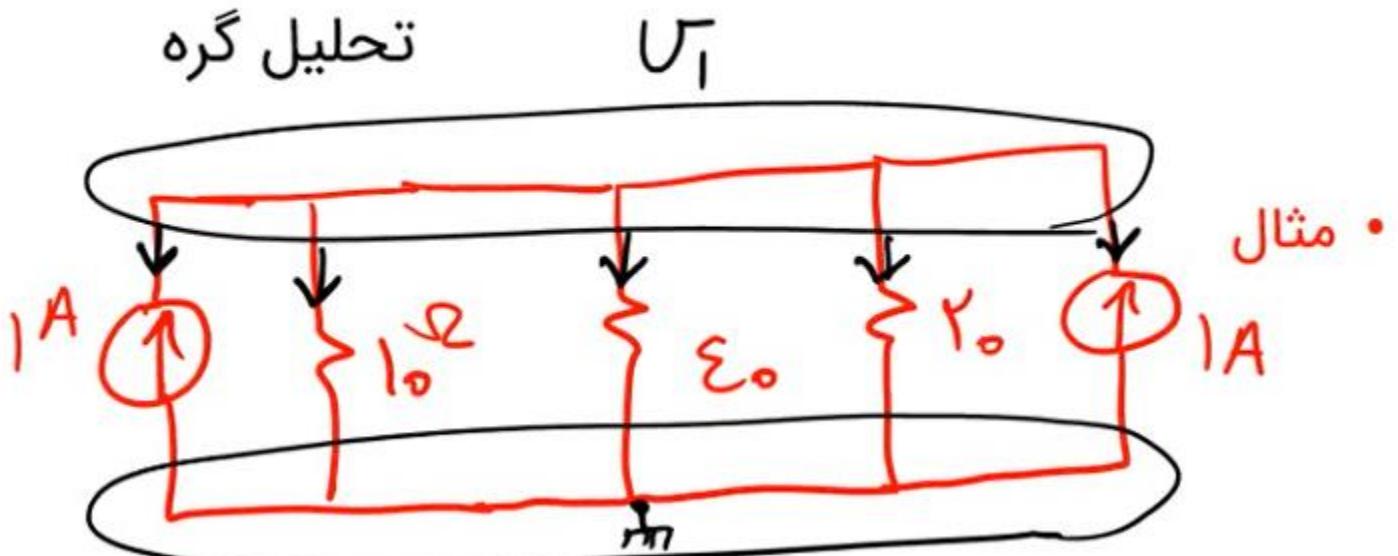


$$i_s = \frac{v_s}{R}$$

این قضیه برای منابع مستقل و وابسته برقرار است



تحليل گره



$$-I + \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{\varepsilon_0} + \frac{U_1}{R_0} - I = 0$$

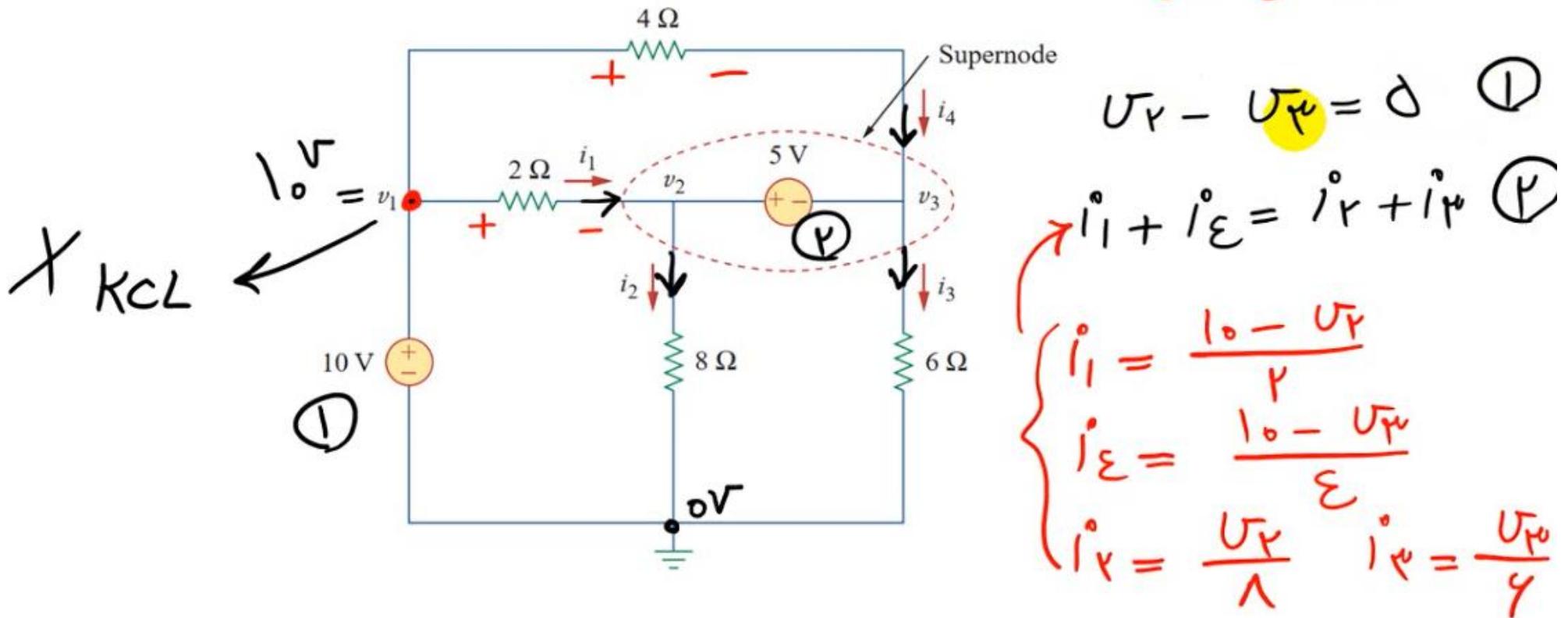
$$\frac{V}{\varepsilon_0} U_1 = I \Rightarrow U_1 = \frac{I_0}{V} V$$

$$I_R = \frac{R_0 - \frac{I_0}{V}}{R_0} = 1 - \frac{\varepsilon}{V} = \frac{V}{V} A$$

$$I_1 = \frac{\frac{I_0}{V} - \frac{I_0}{V}}{R_1} = -\frac{1}{V} A$$

# تحلیل گره ← پس از کردن این دعا

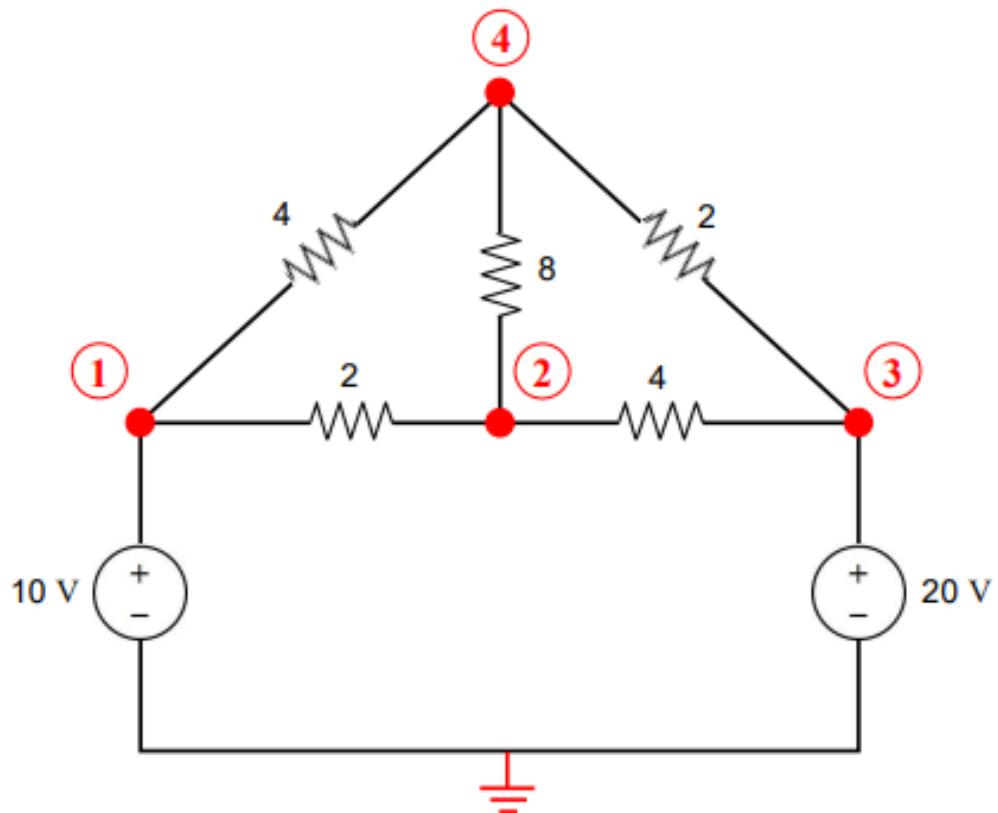
• حالات خاص:



در این مساله سه نکته وجود دارد: ۱- برای منبع ولتاژ ۱۰ ولت گره  $v_1$  نیازی به KCL ندارد و مقدار ۱۰ ولت دارد. ۲- برای منبع ولتاژ ۵ ولت که بین گره  $v_2$  و  $v_3$  هست میتوانیم از معادله ۱ استفاده کنیم و سپس این دو گره را ابرگره گرفته و قانون KCL مانند معادله ۲ بنویسیم. ۳- فرمول جریانهای  $i_1$  تا  $i_4$  را برحسب ولتاژ دو سر هر مقاومت نوشته و داخل معادله ۲ جایگزین میکنیم، در نهایت دو معادله و دو مجهول به دست می آید که قابل حل است.

## مثال

مدار زیر را به روش تحلیل گره، تحلیل کنید. جریان عبوری از مقاومت 8 اهمی و جهت آن را مشخص کنید.



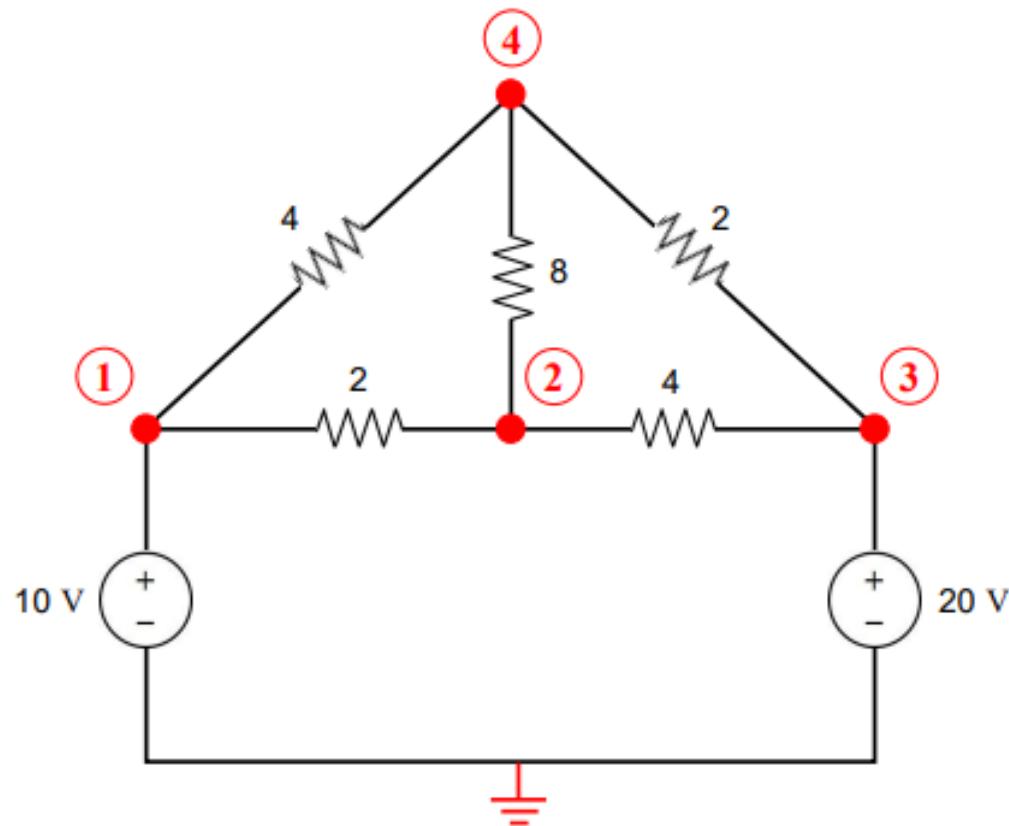
ابتدا گره مبنا و باقی گره‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

هدف ما در این تحلیل گره، به دست آوردن  $V_1$  ،  $V_2$  ،  $V_3$  و  $V_4$  می‌باشد.

با دقت در مدار متوجه می‌شویم ولتاژ گره‌های 1 و 3 معلوم است.

$$V_1 = 10 \quad , \quad V_3 = 20$$

## مثال



KCL را در تمام گره‌ها به جز گره 1 و گره 3 اعمال می‌کنیم.

$$\text{KCL در گره 2} : \frac{V_2 - 10}{2} + \frac{V_2 - V_4}{8} + \frac{V_2 - 20}{4} = 0$$

$$\text{KCL در گره 4} : \frac{V_4 - 10}{4} + \frac{V_4 - V_2}{8} + \frac{V_4 - 20}{2} = 0$$

با حل این 2 معادله 2 مجهول خواهیم داشت:

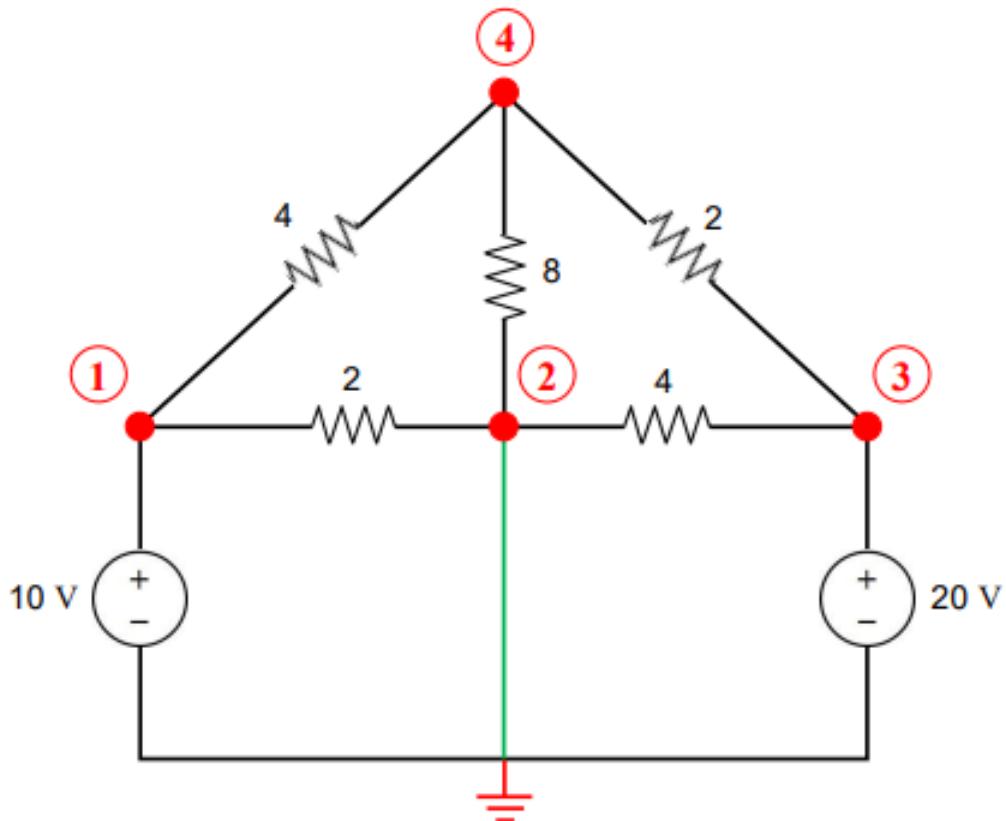
با توجه به ولتاژهای به دست آمده، و با توجه به اینکه جهت جریان همواره از ولتاژ بیشتر به ولتاژ کمتر است، خواهیم داشت:

$$I = \frac{V_4 - V_2}{8} = \frac{16.25 - 13.75}{8} = 0.3125 \text{ A}$$

جريان مقاومت 8 اهمی از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

# مثال

اگر در مدار مثال قبل تغییر زیر را به وجود آوریم، ولتاژ گره‌ها چقدر خواهند شد؟ چه جریانی و با چه جهتی از سیم اضافه شده می‌گذرد؟



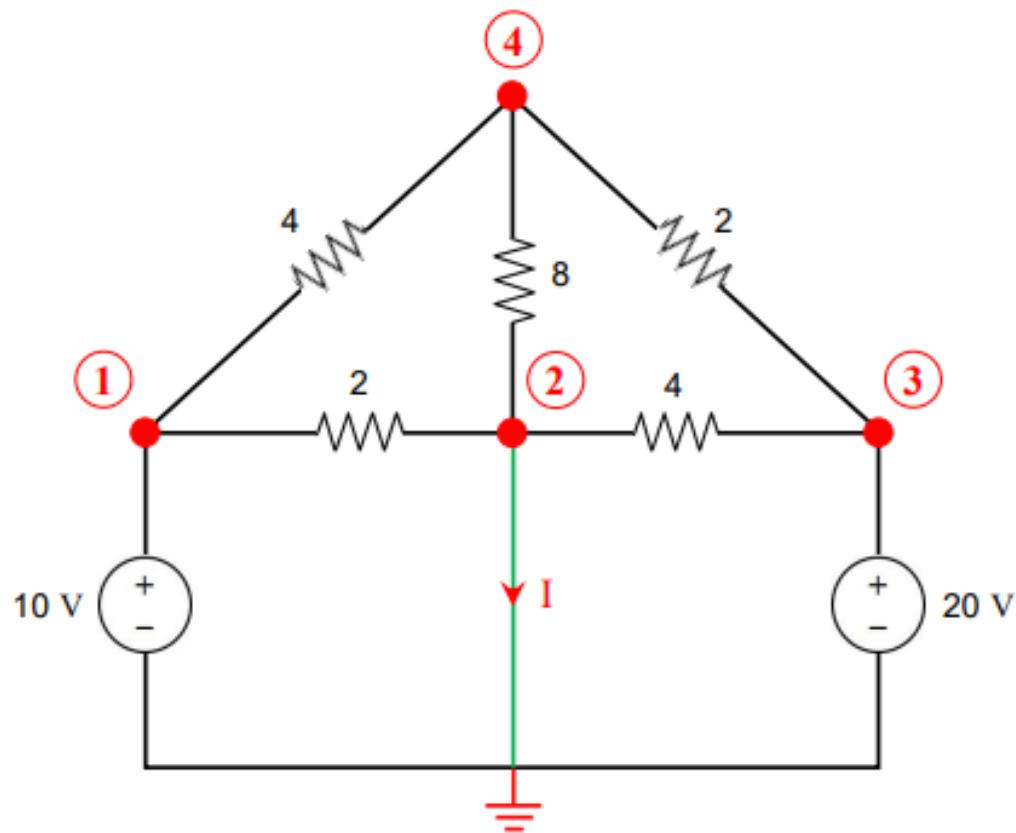
ابتدا گره مبنا و باقی گره‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

هدف ما در این تحلیل گره، به دست آوردن  $V_1$  ،  $V_2$  ،  $V_3$  و  $V_4$  می‌باشد.

با دقت در مدار متوجه می‌شویم ولتاژ گره‌های ۱ ، ۲ و ۳ معلوم است.

$$V_1 = 10 \quad , \quad V_2 = 0 \quad , \quad V_3 = 20$$

## مثال



برای سیم مورد نظر یک جریان فرضی به نام  $I$  به صورت نشان داده شده در نظر می‌گیریم.

با توجه به ولتاژهای به دست آمده و با اعمال KCL در گره 2 خواهیم داشت:

$$I + \frac{0 - V_1}{2} + \frac{0 - V_3}{4} + \frac{0 - V_4}{8} = 0 \quad \Rightarrow \quad I + \frac{0 - 10}{2} + \frac{0 - 20}{4} + \frac{0 - \frac{100}{7}}{8} = 0 \quad \Rightarrow \quad I = 11.78 \text{ A}$$

با توجه به مثبت به دست آمدن  $I$ ، پس جریان  $I$  هم جهت با فرض اولیه است. بنابراین، در این سیم جریان با مقدار 11.78 آمپر از بالا به پایین جریان دارد.

KCL را تنها در گره 4 اعمال می‌کنیم.

$$\text{4 KCL در گره 4 : } \frac{V_4 - 10}{4} + \frac{V_4 - 0}{8} + \frac{V_4 - 20}{2} = 0$$

$$V_4 = \frac{100}{7} \text{ V} \quad \text{با حل این 1 معادله 1 مجھول خواهیم داشت:}$$

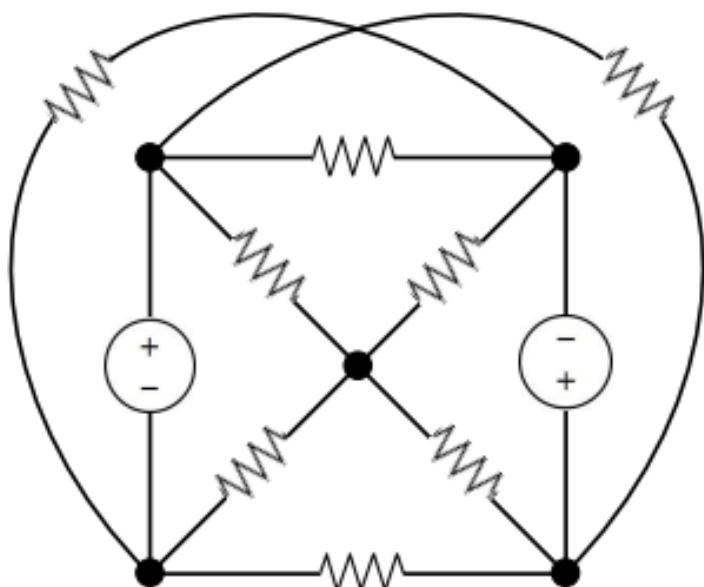
## روش تحلیل مش

- **هدف:** به دست آوردن جریان مش‌ها
- **روش کار:** KVL را در تمام مش‌ها به جز مش‌ها با جریان معلوم اعمال می‌کنیم.

# روش تحلیل مش

از روش تحلیل مش تنها می‌توان برای تحلیل مدارهای مسطح استفاده کرد.

**مدارهای مسطح:** مدارهایی که بتوان شکل آنها را روی کاغذ به صورتی رسم کرد که هیچ دو شاخه‌ای از روی هم عبور نکند.  
(همدیگر را قطع نکنند)



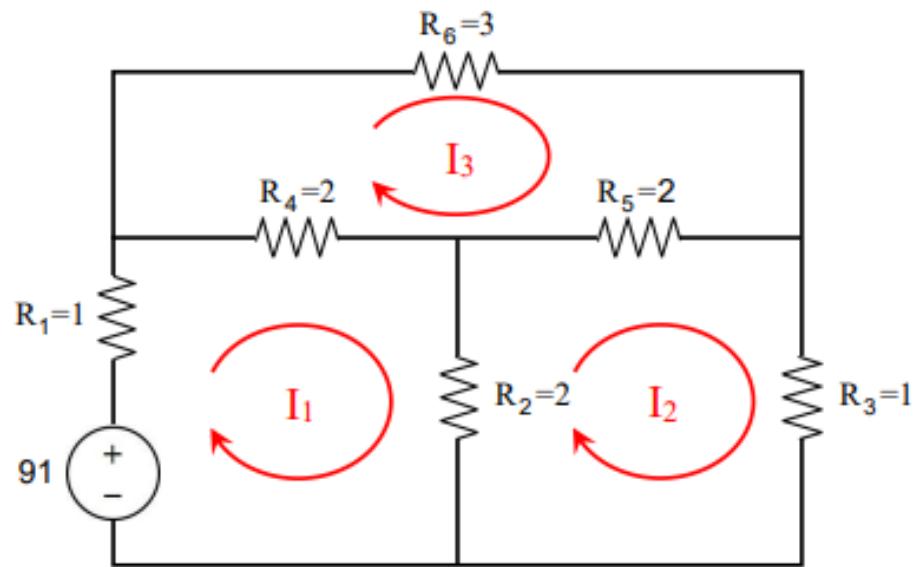
برای مثال مدار رو به رو مسطح نیست.

## نکات مربوط به روش تحلیل مش

- مش‌های مدار را شماره‌گذاری می‌کنیم و جریان آنها را در جهت ساعتگرد به عنوان متغیرهای مدار انتخاب می‌کنیم.
- KVL را در تمام مش‌ها (به جز مش‌های با جریان معلوم) می‌نویسیم.
- پس از اعمال KVL سعی می‌کنیم فقط متغیرهای جریان مش‌ها در معادلات ظاهر شوند.
- به یک  $n$  معادله  $n$  مجھول خواهیم رسید که پس از حل آن جریان مش‌ها به دست می‌آید.
- با مشخص شدن جریان مش‌ها، همه پارامترهای مدار قابل به دست آمدن است. جریان شاخه‌ای که فقط متعلق به یک مش است برابر با جریان آن مش می‌باشد. جریان شاخه‌ای که بین دو مش مشترک است برابر با تفاضل جریان‌های آن دو مش است. با به دست آمدن جریان هر شاخه، ولتاژ آن شاخه نیز قابل محاسبه است.

# مثال

مدار زیر را به روش تحلیل مش، تحلیل کنید و جریان مش‌ها را به دست آورید. مقدار جریان گذرنده از مقاومت‌ها و جهت آن را مشخص کنید.



ابتدا مش‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

هدف ما در این تحلیل مش، به دست آوردن  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می‌باشد.

KVL را در مش‌ها اعمال می‌کنیم.

$$1 \text{ KVL} : -9 + 1 \times I_1 + 2 \times (I_1 - I_3) + 2 \times (I_1 - I_2) = 0$$

$$2 \text{ KVL} : 2 \times (I_2 - I_1) + 2 \times (I_2 - I_3) + 1 \times I_2 = 0$$

$$3 \text{ KVL} : 3 \times I_3 + 2 \times (I_3 - I_2) + 2 \times (I_3 - I_1) = 0$$

یک ۳ معادله ۳ مجهول به دست می‌آید که مجهول‌ها

$I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می‌باشند.

## مثال

$$\left\{ \begin{array}{l} -91 + I_1 + 2I_1 - 2I_3 + 2I_1 - 2I_2 = 0 \\ 2I_2 - 2I_1 + 2I_2 - 2I_3 + I_2 = 0 \\ 3I_3 + 2I_3 - 2I_2 + 2I_3 - 2I_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5I_1 - 2I_2 - 2I_3 = 91 \\ -2I_1 + 5I_2 - 2I_3 = 0 \\ -2I_1 - 2I_2 + 7I_3 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{I_1 = 31}, \boxed{I_2 = 18}, \boxed{I_3 = 14}$$

با توجه به جریان‌های به دست آمده خواهیم داشت:

$I_{R1} = I_1 = 31 \text{ A}$  جریان مقاومت R1 از پایین به بالا خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$I_{R2} = I_1 - I_2 = 31 - 18 = 13 \text{ A}$  جریان مقاومت R2 از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$I_{R3} = I_2 = 18 \text{ A}$  جریان مقاومت R3 از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

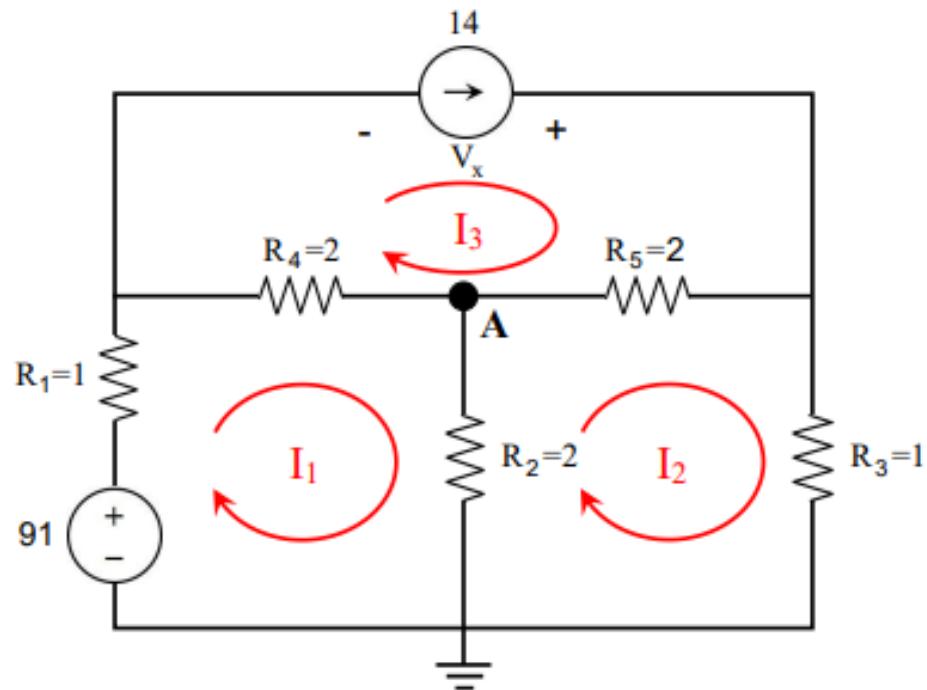
$I_{R4} = I_1 - I_3 = 31 - 14 = 17 \text{ A}$  جریان مقاومت R4 از چپ به راست خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$I_{R5} = I_2 - I_3 = 18 - 14 = 4 \text{ A}$  جریان مقاومت R5 از چپ به راست خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

$I_{R6} = I_3 = 14 \text{ A}$  جریان مقاومت R6 از چپ به راست خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

# مثال

مدار زیر را به روش تحلیل مش، تحلیل کنید. با توجه به صفر بودن ولتاژ گره زمین، ولتاژ گره A و ولتاژ  $V_x$  را به دست آورید.



یک ۲ معادله ۲ مجهول به دست می‌آید که مجهول‌ها  $I_1$  و  $I_2$  می‌باشند.

ابتدا مش‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

هدف ما در این تحلیل مش، به دست آوردن  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می‌باشد.

با دقت در مدار متوجه می‌شویم جریان مش ۳ معلوم و برابر با  $I_3 = 14 \text{ A}$  می‌باشد.

بنابراین، KVL را در تمام مش‌ها به جز مش ۳ اعمال می‌کنیم.

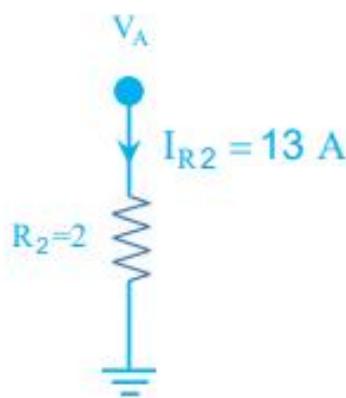
$$\text{مش ۱ KVL} : -91 + 1 \times I_1 + 2 \times (I_1 - 14) + 2 \times (I_1 - I_2) = 0$$

$$\text{مش ۲ KVL} : 2 \times (I_2 - I_1) + 2 \times (I_2 - 14) + 1 \times I_2 = 0$$

## مثال

$$\begin{cases} 5I_1 - 2I_2 = 119 \\ -2I_1 + 5I_2 = 28 \end{cases} \Rightarrow I_1 = 31, I_2 = 18$$

با توجه به جریان‌های به دست آمده خواهیم داشت:



$$I_{R2} = I_1 - I_2 = 31 - 18 = 13 \text{ A}$$

$$I_{R2} = \frac{V_A - 0}{2} = 13 \Rightarrow V_A = 26 \text{ V}$$

جریان مقاومت  $R_2$  از بالا به پایین خواهد بود و مقدار آن برابر است با:

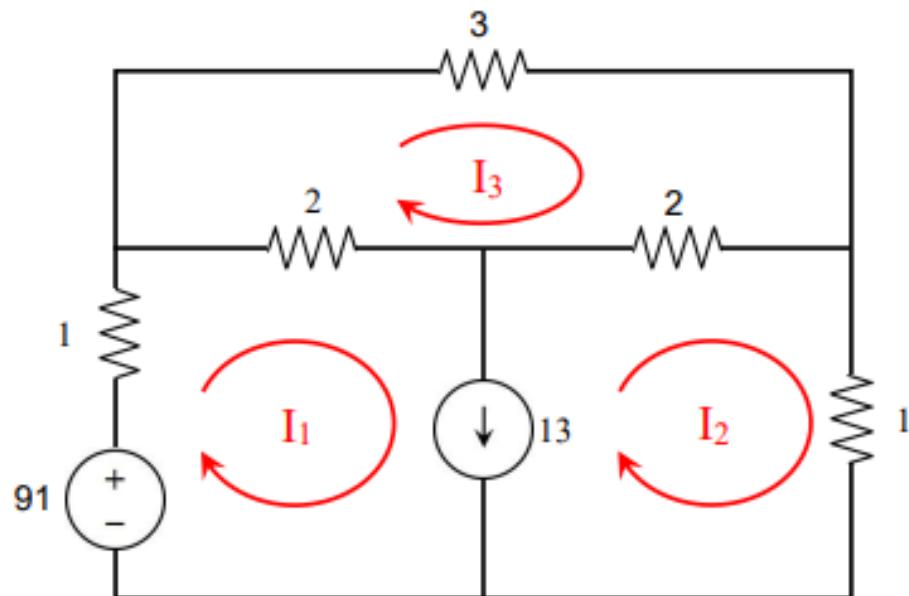
قانون اهم را برای مقاومت  $R_2$  می‌نویسیم:

$$-V_x + 2 \times (I_3 - I_2) + 2 \times (I_3 - I_1) = 0 \Rightarrow V_x = -42$$

برای به دست آوردن  $V_x$  در مش 3 را می‌نویسیم.

# مثال

مدار زیر را به روش تحلیل مش، تحلیل کنید.



ابتدا مشهای مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

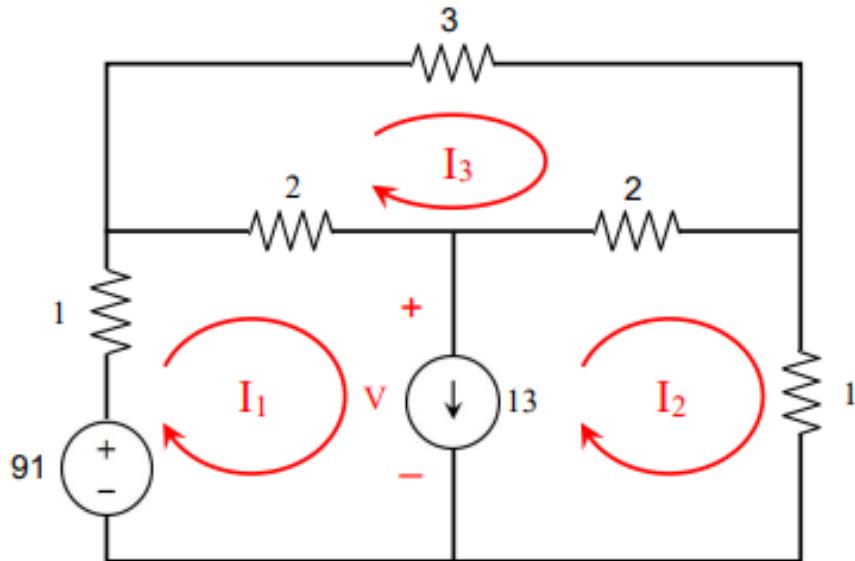
هدف ما در این تحلیل مش، به دست آوردن  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می‌باشد.

# مثال

روش اول:

KVL را در مش ها اعمال می کنیم.

برای شاخه منبع جریان یک ولتاژ فرضی  $V$  به صورت نشان داده شده در نظر می گیریم.



یک 4 معادله 4 مجهول به دست می آید که مجهول ها

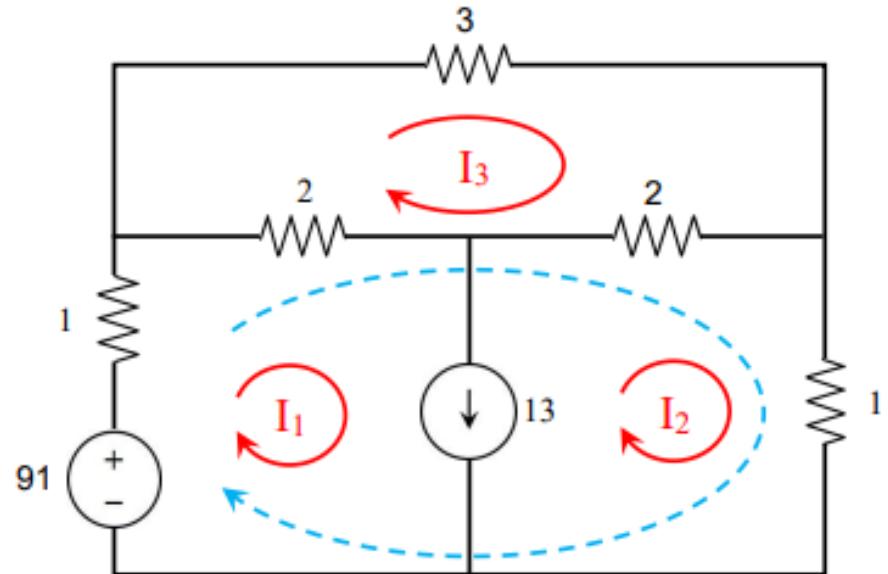
و  $V$  ،  $I_3$  ،  $I_2$  ،  $I_1$  می باشند.

با توجه به مدار می توان این معادله را برای مش 1 و مش 2 نوشت.

$$I_1 - I_2 = 13$$

# مثال

## روش ساده‌تر



روش دوم: استفاده از مش مركب

از ترکیب مش 1 و مش 2 یک مش مركب تشکیل می‌دهیم.

KVL را در مش مركب 1 و 2 و مش 3 اعمال می‌کنیم.

$$-91 + I_1 + 2(I_1 - I_3) + 2(I_2 - I_3) + I_2 = 0$$

$$3I_3 + 2(I_3 - I_2) + 2(I_3 - I_1) = 0$$

يك 3 معادله 3 مجهول به دست می‌آيد که مجهول‌ها

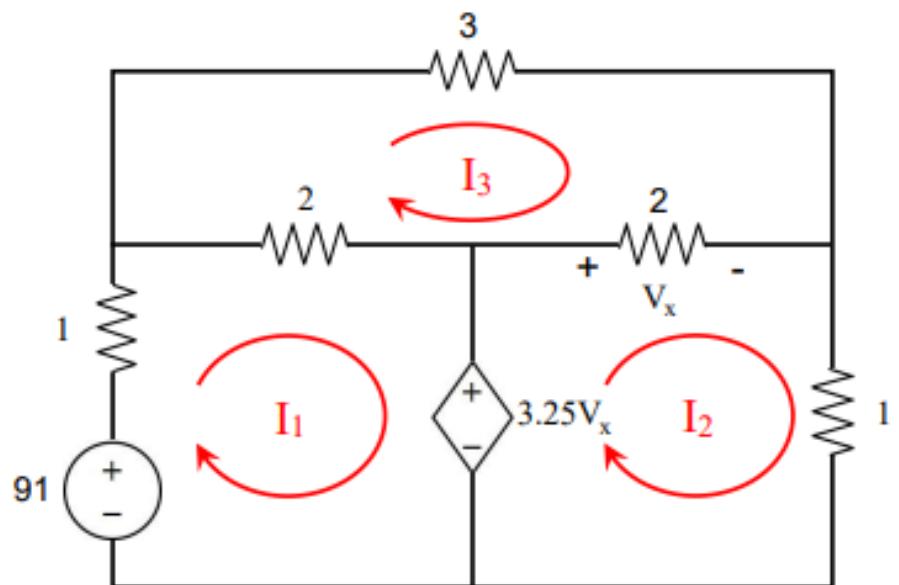
I<sub>1</sub>، I<sub>2</sub> و I<sub>3</sub> می‌باشند.

با توجه به مدار می‌توان اين معادله را برای مش 1 و مش 2 نوشت.

$$I_1 - I_2 = 13$$

# مثال

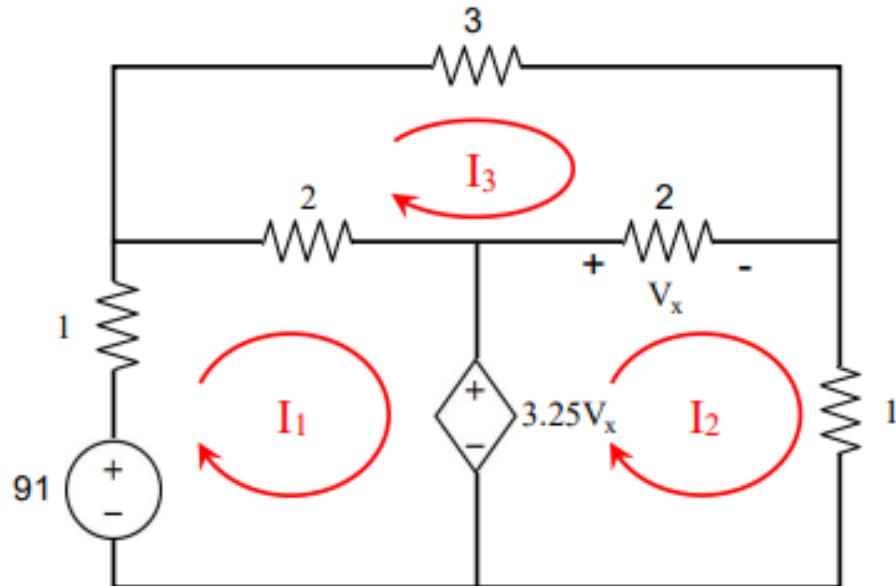
مدار زیر را به روش تحلیل مش، تحلیل کنید.



ابتدا مش های مدار را مشخص و شماره گذاری می کنیم.

هدف ما در این تحلیل مش، به دست آوردن  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می باشد.

# مثال



KVL را در مش‌ها اعمال می‌کنیم.

$$1 \text{ در مش KVL : } -91 + I_1 + 2(I_1 - I_3) + 3.25 V_x = 0$$

$$2 \text{ در مش KVL : } -3.25 V_x + 2 \times (I_2 - I_3) + 1 \times I_2 = 0$$

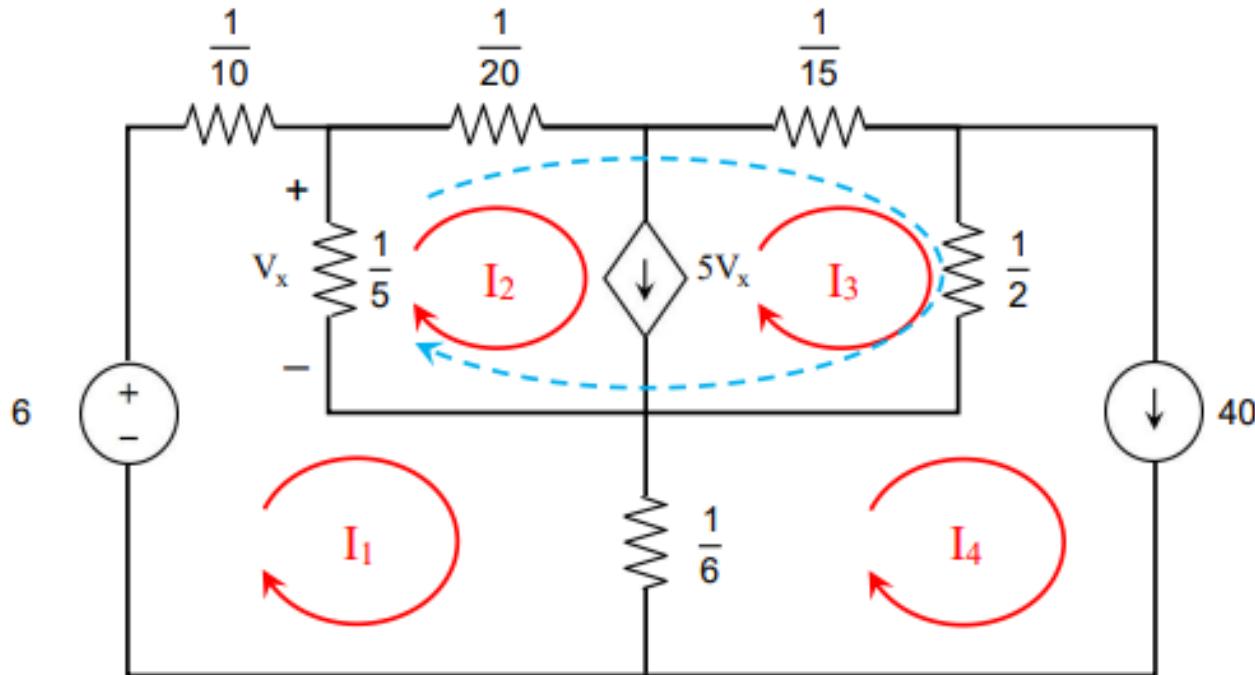
$$3 \text{ در مش KVL : } 3 \times I_3 + 2 \times (I_3 - I_2) + 2 \times (I_3 - I_1) = 0$$

$$V_x = 2(I_2 - I_3)$$

با توجه به مدار برای  $V_x$  خواهیم داشت:

با جایگذاری  $V_x$  در معادله اول و دوم، به یک ۳ معادله ۳ مجهول خواهیم رسید که مجهول‌ها  $I_1$ ،  $I_2$  و  $I_3$  می‌باشند.

# مثال



مدار زیر را به روش تحلیل مش، تحلیل کنید.

ابتدا مش‌های مدار را مشخص و شماره‌گذاری می‌کنیم.

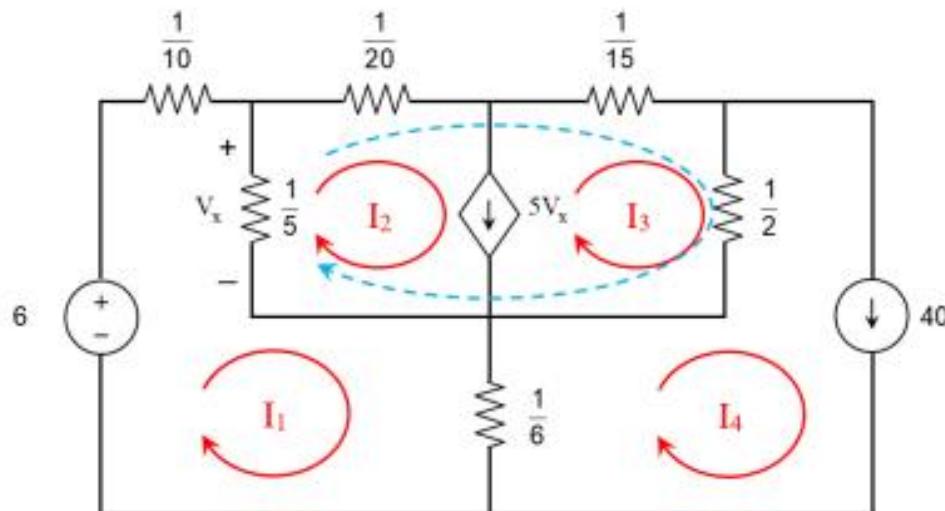
هدف ما در این تحلیل مش، به دست آوردن  $I_1$ ،  $I_2$ ،  $I_3$  و  $I_4$  می‌باشد.

با دقت در مدار متوجه می‌شویم جریان مش 4 معلوم و برابر با  $I_4 = 40 \text{ A}$  می‌باشد. بنابراین، برای مش 4، KVL نویسیم.

با دقت در مدار متوجه می‌شویم، بین مش 2 و مش 3 منبع جریان قرار دارد، پس از ترکیب مش 2 و مش 3 یک مش مرکب تشکیل می‌دهیم و برای این

مش مرکب KVL نویسیم.

# مثال



با توجه به توضیحات داده شده خواهیم داشت:

$$1 \text{ در مش 1 KVL} : -6 + \frac{1}{10}I_1 + \frac{1}{5}(I_1 - I_2) + \frac{1}{6}(I_1 - 40) = 0$$

$$3 \text{ در مش مرکب 2 و 3 KVL} : \frac{1}{5}(I_2 - I_1) + \frac{1}{20}I_2 + \frac{1}{15}I_3 + \frac{1}{2}(I_3 - 40) = 0$$

$$2 \text{ و مش 3 معادله مربوط به مش} : I_2 - I_3 = 5V_x$$

$$4 \text{ با توجه به مدار برای } V_x \text{ خواهیم داشت: } V_x = \frac{1}{5}(I_1 - I_2)$$

5 با جایگذاری  $V_x$  در معادله سوم، به یک 3 معادله 3 مجهول خواهیم رسید که مجهول‌ها  $I_1$ ,  $I_2$  و  $I_3$  می‌باشند.

6 با حل این 3 معادله 3 مجهول مقدار  $I_3 = 30 \text{ A}$ ,  $I_2 = 20 \text{ A}$ ,  $I_1 = 10 \text{ A}$  به دست خواهد آمد.

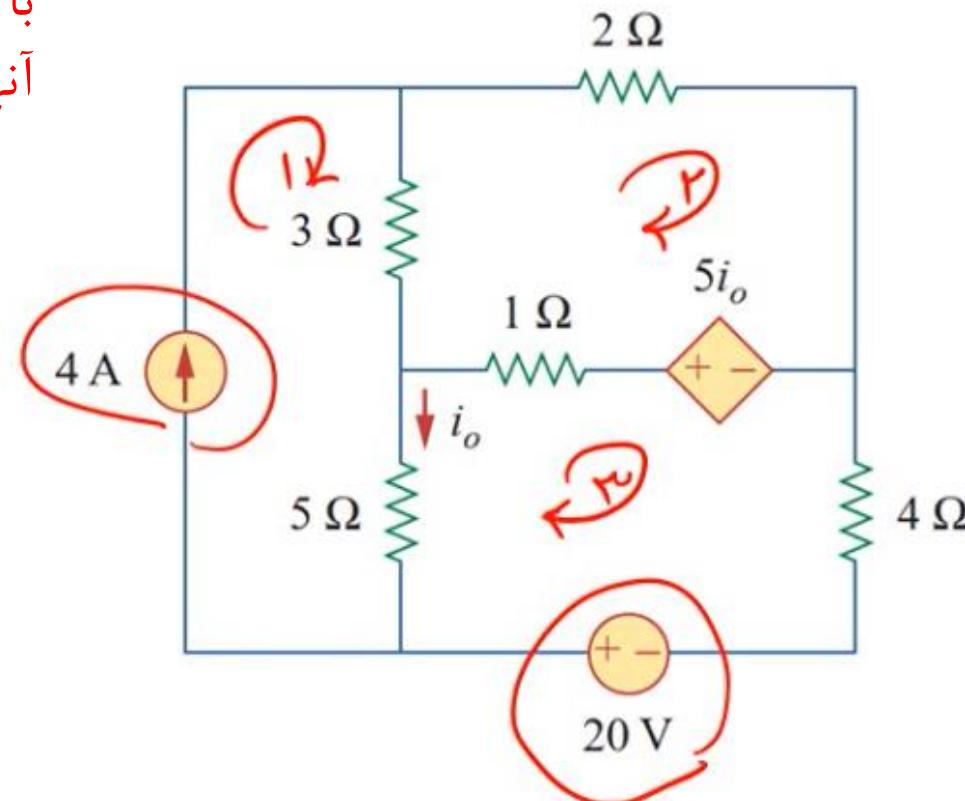
## نکاتی در مورد تحلیل مدارهای مقاومتی

- همانطوریکه گفته شد، تنها برای مدارهای مسطح می‌توان از روش تحلیل مش استفاده کرد، ولی برای هر مداری می‌توان از روش تحلیل گره استفاده کرد.
- در مداری که گره‌های کمتری دارد، استفاده از روش تحلیل گره مناسب‌تر و در مداری که مش‌های کمتری دارد، استفاده از روش تحلیل مش مناسب‌تر است.

## قضیه جمع آثار

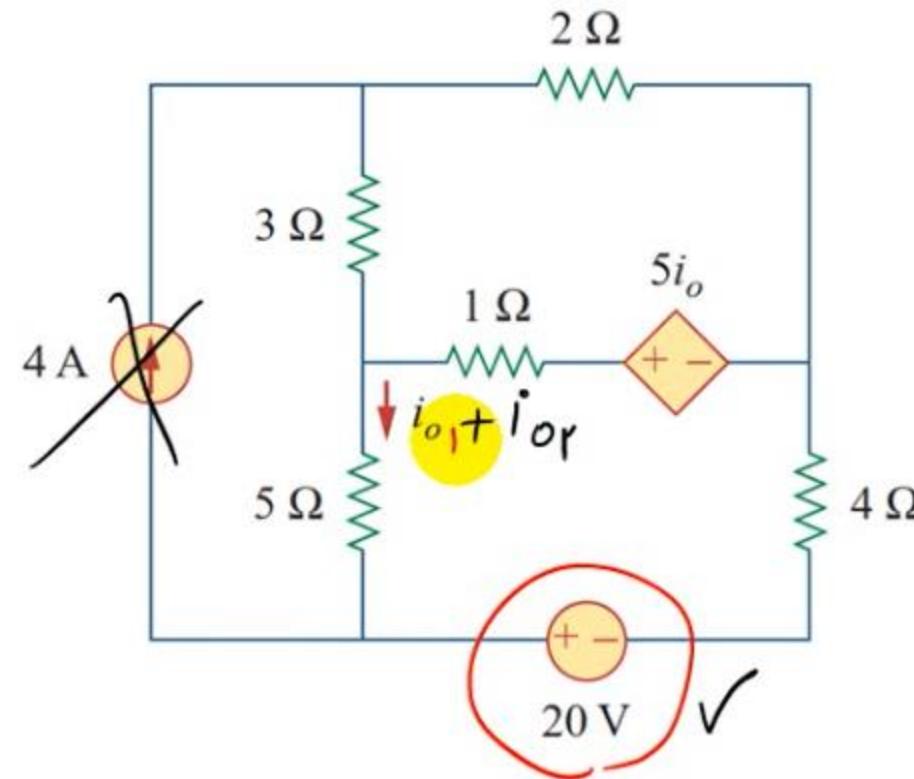
- اگر یک مدار الکتریکی شامل چندین منبع مستقل مجزا باشد، راه حل مستقیم برای تحلیل مدار استفاده از آنالیز گره و مش است.

با افزایش تعداد گره ها و مش ها حل آنها سخت می شود.



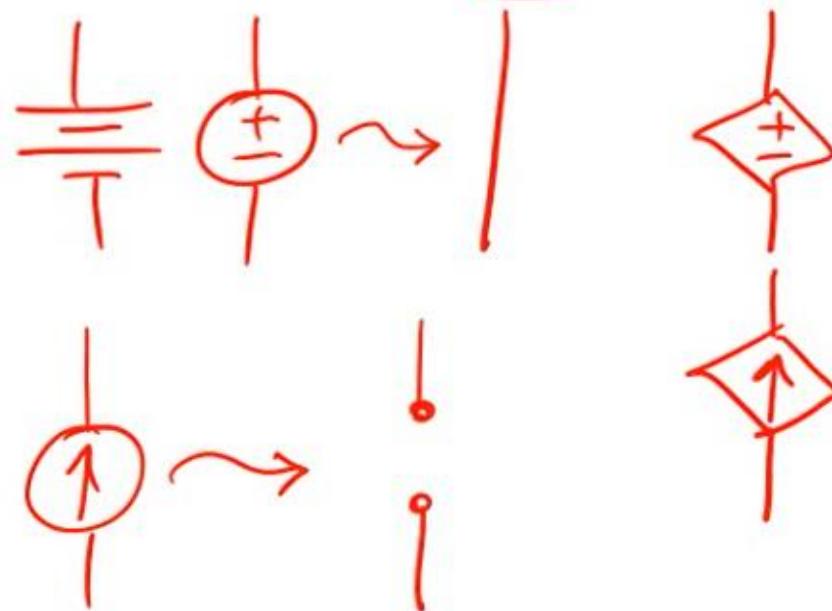
## قضیه جمع آثار

- راه حل دوم و بهتر: استفاده از قضیه جمع آثار
- به کمک این قضیه منابع مستقل یک به یک به مدار اعمال و آثار خروجی جمع می‌شوند.



## قضیه جمع آثار

- قضیه جمع آثار: برای یک مدار خطی که شامل چندین منبع مستقل است، ولتاژها و جریان‌های شاخه‌ها برابر است با جمع ولتاژها و جریان‌های ناشی از اعمال جداگانه منابع مستقل
- در این قضیه در هر زمان فقط یک منبع مستقل به مدار اعمال و سایر منابع صفر می‌شوند.



- منابع وابسته بدون تغییر در مدار باقی می‌مانند.
- این قضیه برای توان المان‌ها برقرار نیست.

$$\text{غیرخطی} \cdot \rho_s =$$

## قضیه جمع آثار

تعداد منابع مستقل

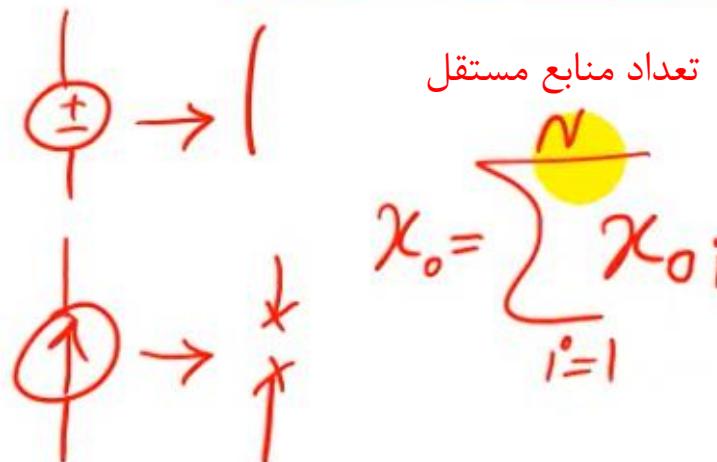
$$\chi_0 = \sum_{i=1}^N \chi_{0i}$$

### • الگوریتم استفاده از قضیه جمع آثار

- ✓ تمام منابع مستقل مدار به جز یک منبع صفر شوند.
- ✓ اثر منبع بر روی پارامتر خروجی محاسبه شود.
- ✓ گام‌های اول و دوم برای تمام منابع مستقل دیگر تکرار شود.
- ✓ اثرات تمام منابع با هم جمع شوند.

## حل مثال از قضیه جمع آثار

- **قضیه جمع آثار:** برای یک مدار خطی که شامل چندین منبع مستقل است، ولتاژها و جریان‌های شاخه‌ها برابر است با جمع ولتاژها و جریان‌های ناشی از اعمال  جداگانه منابع مستقل



✓ تمام منابع مستقل مدار به جز یک منبع صفر شوند.

✓ اثر منبع بر روی پارامتر خروجی محاسبه شود.

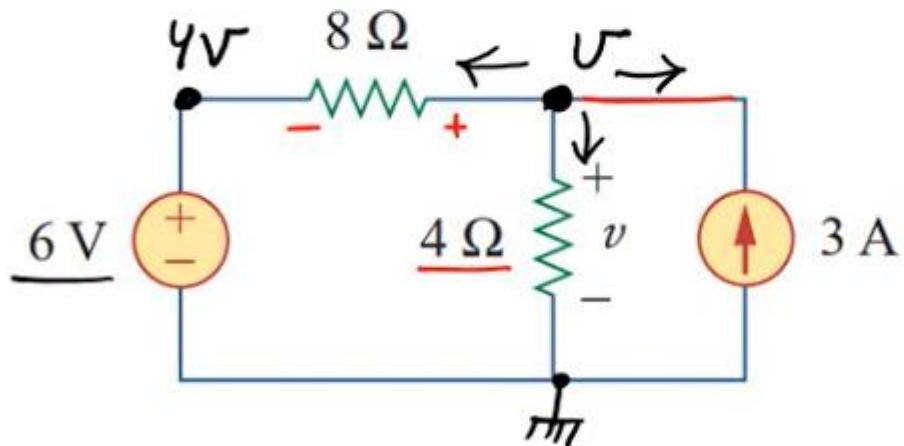
✓ گام‌های اول و دوم برای تمام منابع مستقل دیگر تکرار شود.

✓ اثرات تمام منابع با هم جمع شوند.

منابع وابسته بدون تغییر در مدار باقی می‌مانند.

## قضیه جمع آثار

• مثال: ولتاژ  $v$  را به روش مستقیم و با استفاده از قضیه جمع آثار محاسبه کنید.



$$KCL: \frac{v-4}{4} + \frac{v}{8} + (-3) = 0 \quad (+\circlearrowright)$$

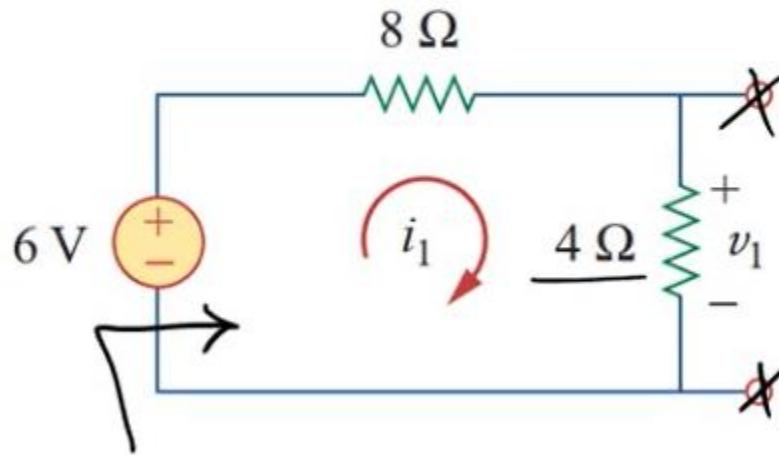
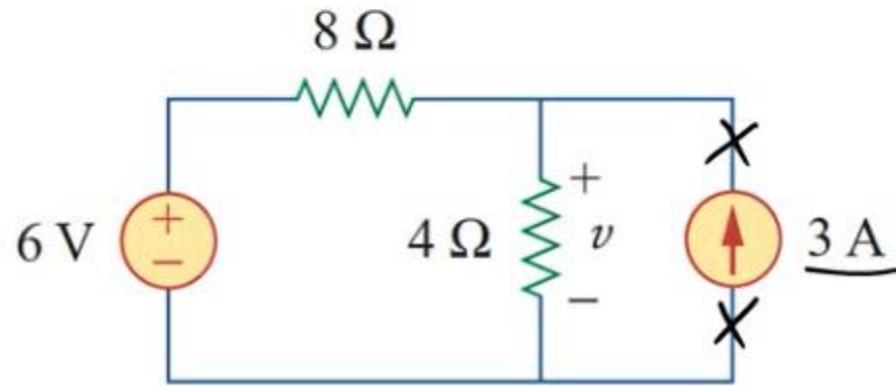
$$v - 4 + 2v = 24$$

$$3v = 28 \rightarrow v = 10 \text{ V}$$

\* **حليل مستقيم**  
آنالیز گره

## قضیه جمع آثار

- مثال: ولتاژ  $v$  را به روش مستقیم و با استفاده از قضیه جمع آثار محاسبه کنید.



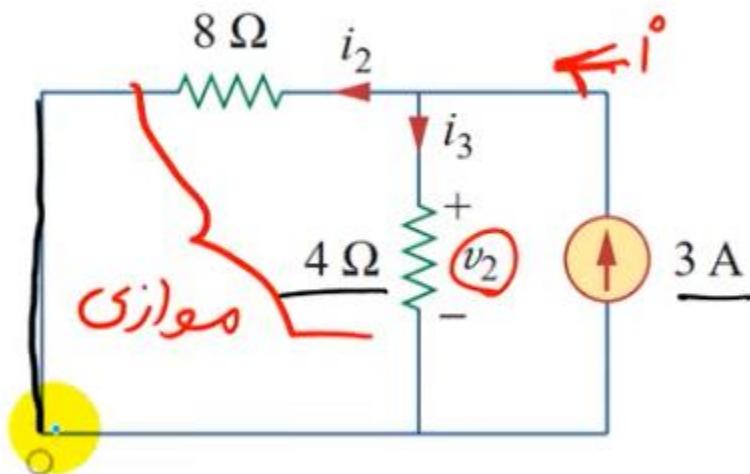
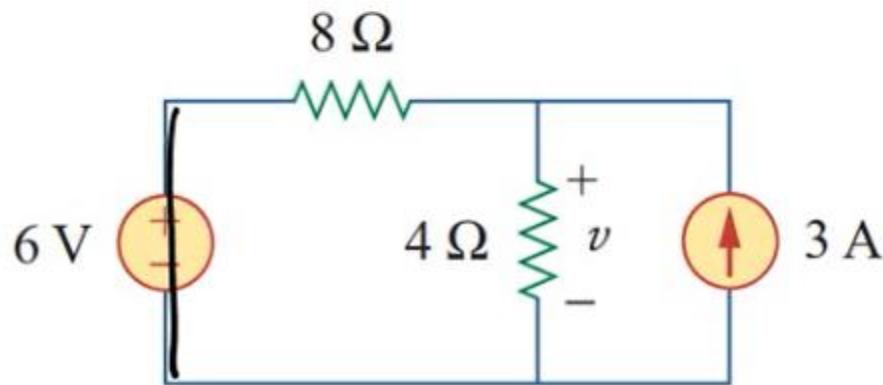
- اثر منبع ولتاژ

$$i_1^o = \frac{\epsilon}{R + \epsilon}$$

$$v_1 = \epsilon i_1^o = \frac{\epsilon \times \epsilon}{R + \epsilon} = \epsilon V$$

## قضیه جمع آثار

- مثال: ولتاژ  $v$  را به روش مستقیم و با استفاده از قضیه جمع آثار محاسبه کنید.



- اثر منبع جریان

$$i_v = \frac{\Lambda}{\Lambda + \Sigma} \times 3 = 2A$$

\* معنی جریان

روش اول

$$U_R = \Sigma i_v = \Sigma \times 2 = 1V$$

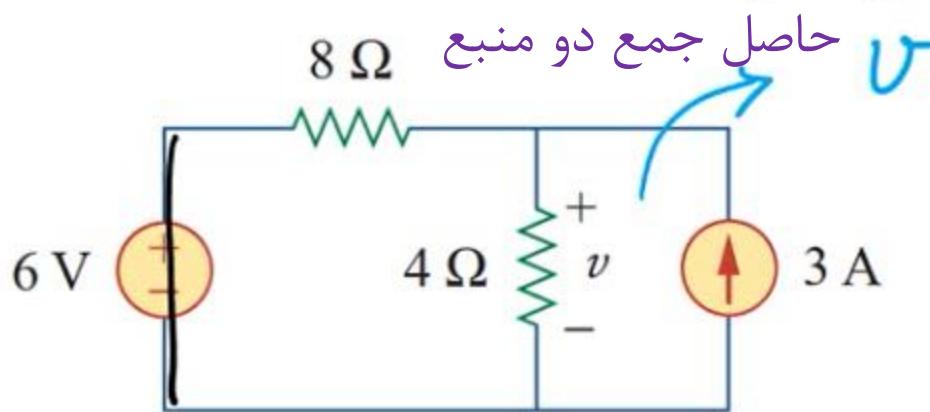
$$R_E = \Lambda // \Sigma = \frac{\Lambda \times \Sigma}{\Lambda + \Sigma} = \frac{1}{2} \Omega$$

$$U_R = R_E i^* = \frac{1}{2} \times 2 = 1V$$

روش دوم

## قضیه جمع آثار

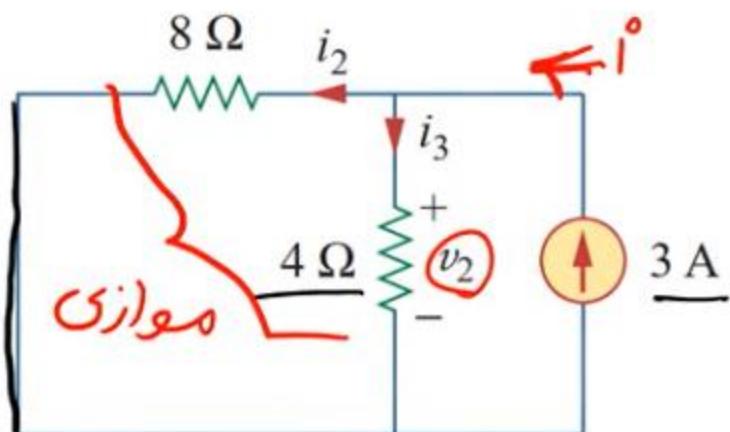
- مثال: ولتاژ  $v$  را به روش مستقیم و با استفاده از قضیه جمع آثار محاسبه کنید.



- اثر منبع جریان

$$i_{\text{in}} = \frac{\Sigma}{R + \Sigma} \times 3 = 2 \text{ A}$$

\* معنی جریان



$$U_2 = \Sigma i_{\text{in}} = \Sigma \times 2 = 1 \text{ V}$$

$$R_{\text{eq}} = R \parallel \Sigma = \frac{R \times \Sigma}{R + \Sigma} = \frac{1}{3} \Omega$$

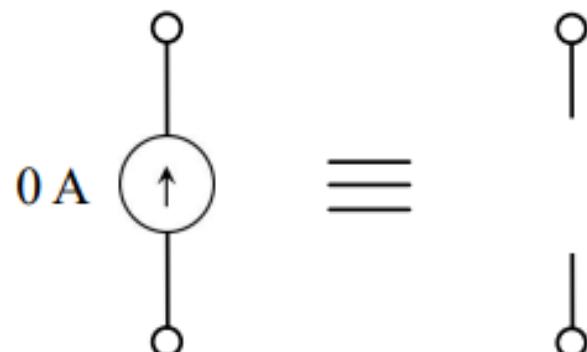
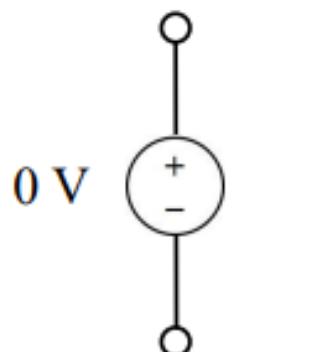
$$U_2 = R_{\text{eq}} i = \frac{1}{3} \times 3 = 1 \text{ V}$$

جمع آثار باعث میشود تا نقش هر منبع در خروجی مشخص شود.

## قضیه جمع آثار (اصل بر هم نهی)

پاسخ (جریان یا ولتاژ) یک نقطه از مدار خطی که بیش از یک منبع مستقل دارد، برابر خواهد بود با مجموع پاسخهای حاصل از اعمال هر یک از منابع مستقل به تنها یی، به شرط آنکه دیگر منابع مستقل موجود در مدار برابر با صفر قرار داده شوند.

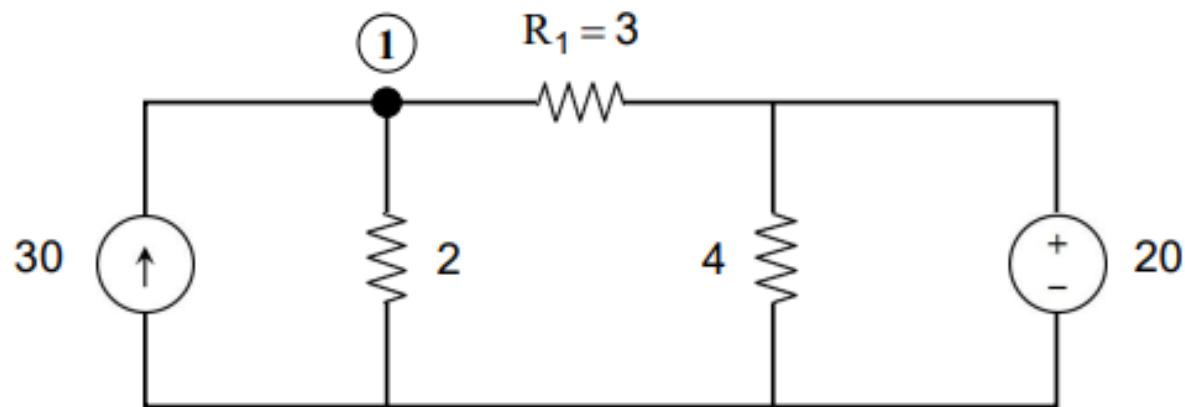
قضیه جمع آثار یکی از مهمترین قضایای مدارهای خطی است.



یادآوری:

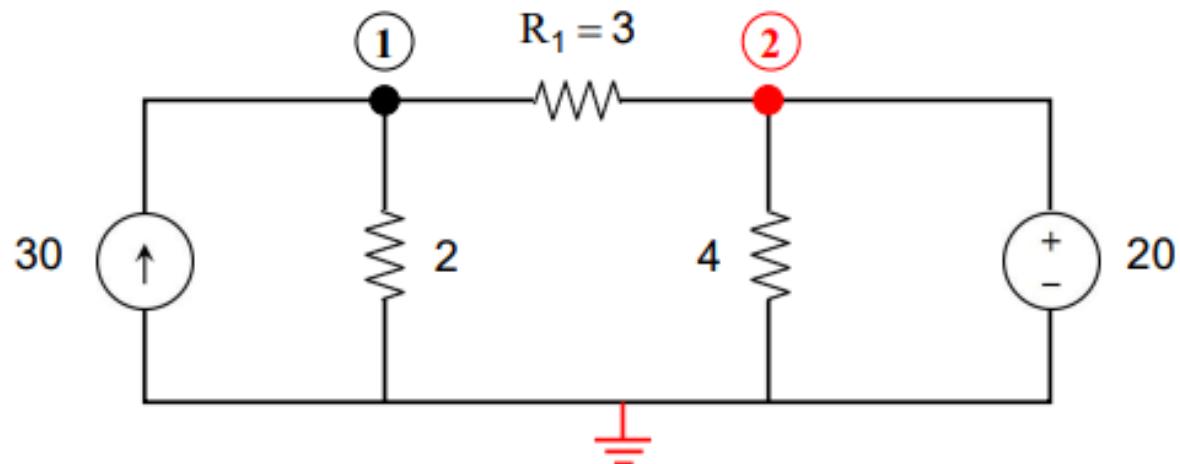
## مثال:

جريان گذرنده از مقاومت  $R_1$  و ولتاژ گره 1 را



(a) در حالت کلی به دست آورید.

(b) با استفاده از قضیه جمع آثار به دست آورید.

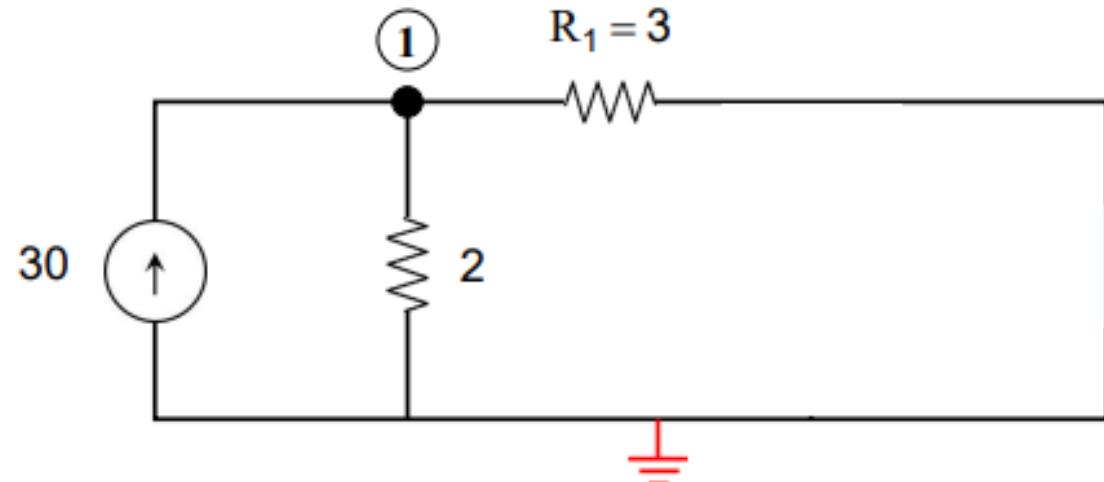


(a)

از روش تحلیل گره استفاده می کنیم.

ولتاژ گره 2 معلوم است  $V_2 = 20$

$$\text{در گره KCL} : -30 + \frac{V_1 - 0}{2} + \frac{V_1 - 20}{3} = 0 \Rightarrow V_1 = 44 \Rightarrow I_{R1} = \frac{V_1 - V_2}{3} = \frac{44 - 20}{3} = 8 \text{ A} \rightarrow$$



(b)

ابتدا منبع ولتاژ را صفر می‌کنیم و تأثیر منبع جریان به تنها یی را محاسبه می‌کنیم.

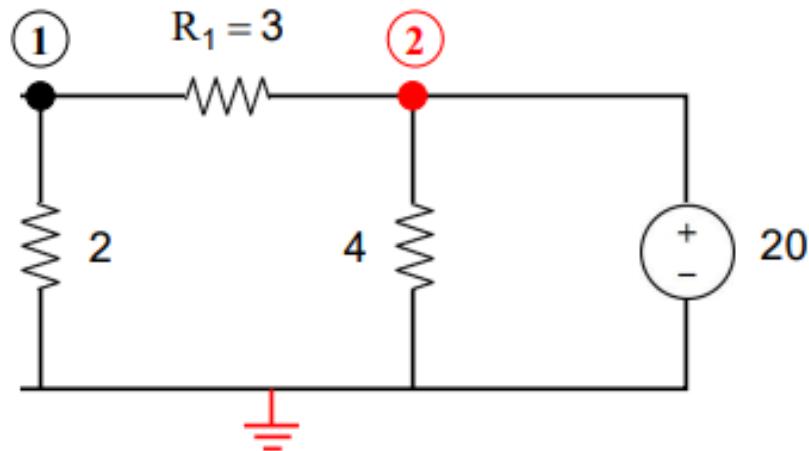
دو سر مقاومت ۴ اهمی با یک سیم به یکدیگر متصل شده است. بنابراین، مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه می‌شود و حذف می‌شود. از روش تحلیل گره استفاده می‌کنیم.

$$1 \text{ در گره KCL} : -30 + \frac{V'_1 - 0}{2} + \frac{V'_1 - 0}{3} = 0 \Rightarrow V'_1 = 36 \text{ V} \Rightarrow I'_{R1} = \frac{V'_1 - 0}{3} = \frac{36 - 0}{3} = 12 \text{ A} \rightarrow$$

(b)

این بار منبع جریان را صفر می‌کنیم و تأثیر منبع ولتاژ به تنها بی را محاسبه می‌کنیم.

از روش تحلیل گره استفاده می‌کنیم.



ولتاژ گره 2 معلوم است  $V_2'' = 20$

در این حالت مقاومت 3 اهمی و 2 اهمی با یکدیگر سری می‌شوند. بنابراین، جریانی که از گره 2 به سمت چپ خارج می‌شود برابر است با:

$$I_{R1}'' = \frac{V_2'' - 0}{3+2} = \frac{20-0}{5} = 4 \text{ A} \leftarrow$$

اگر قانون اهم را برای مقاومت  $R_1$  بنویسیم، خواهیم داشت:

$$I_{R1}'' = \frac{V_2'' - V_1''}{3} = \frac{20 - V_1''}{3} = 4 \quad \Rightarrow \quad V_1'' = 8 \text{ V}$$

(b)

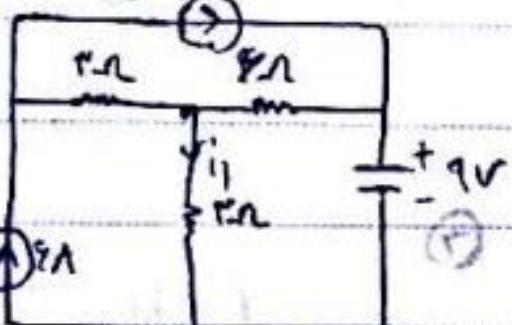
حال با توجه به قضیه جمع آثار خواهیم داشت:

$$V_1 = V'_1 + V''_1 = 36 + 8 = 44 \text{ V}$$

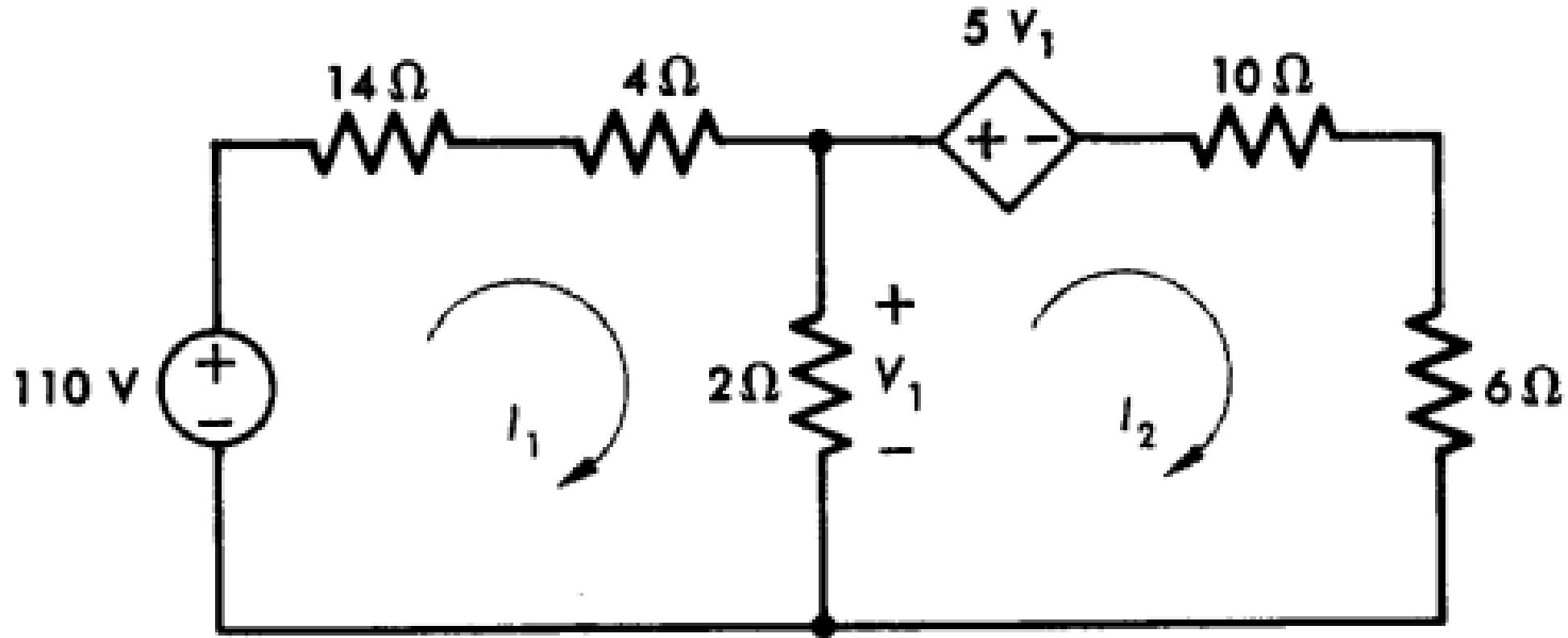
$$I_{R1} = I'_{R1} + I''_{R1} = 12 \rightarrow + 4 \leftarrow = 8 \text{ A} \rightarrow$$

همانطوریکه مشاهده می شود، نتایج به دست آمده از قسمت a و قسمت b با یکدیگر برابر است.

مثال: با استفاده از اصل جمع آثار، جریان  $i_1$  را بدست آورید.



• با تحلیل مش حل کنید

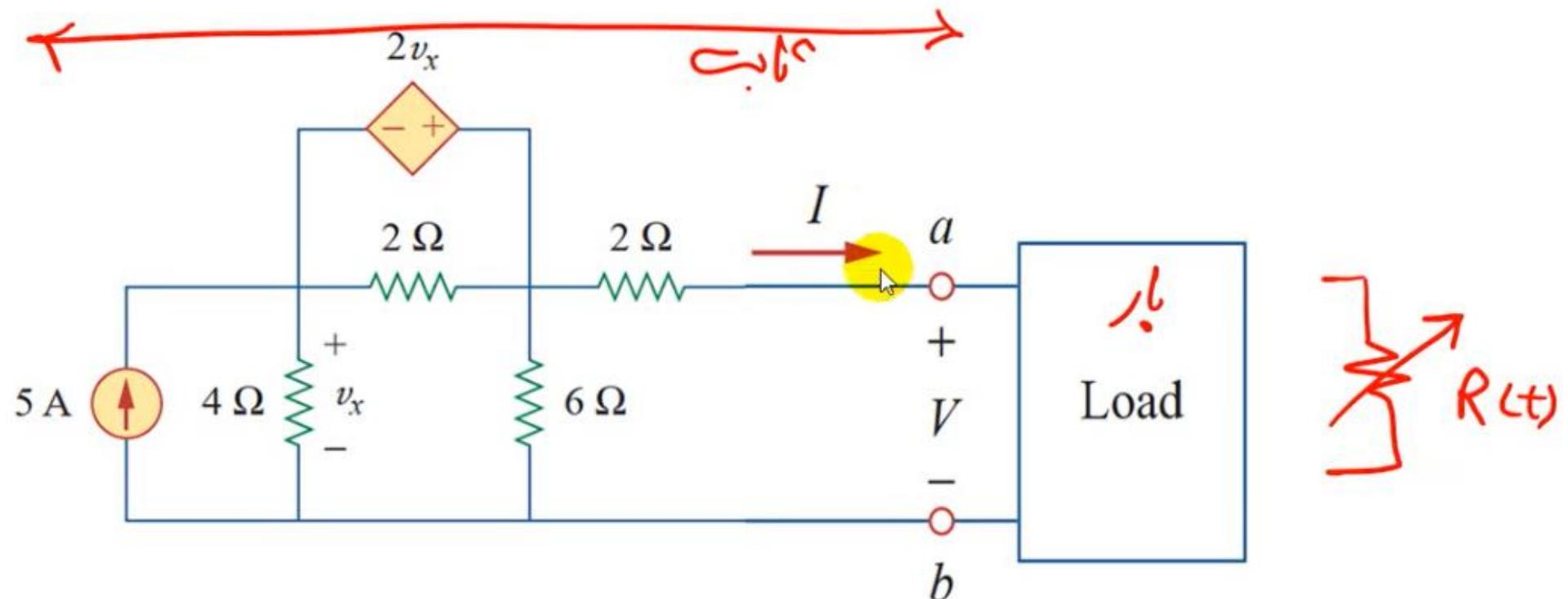


# قضیه مدارهای معادل نورتن و تونن



## قضیه نورتن

- قضیه نورتن به منظور معادل‌سازی بخش ثابت مدارهای الکتریکی استفاده می‌شود.
- به کمک قضیه نورتن می‌توان تحلیل بار شبکه را به ازای بارهای مختلف سریع‌تر انجام داد.

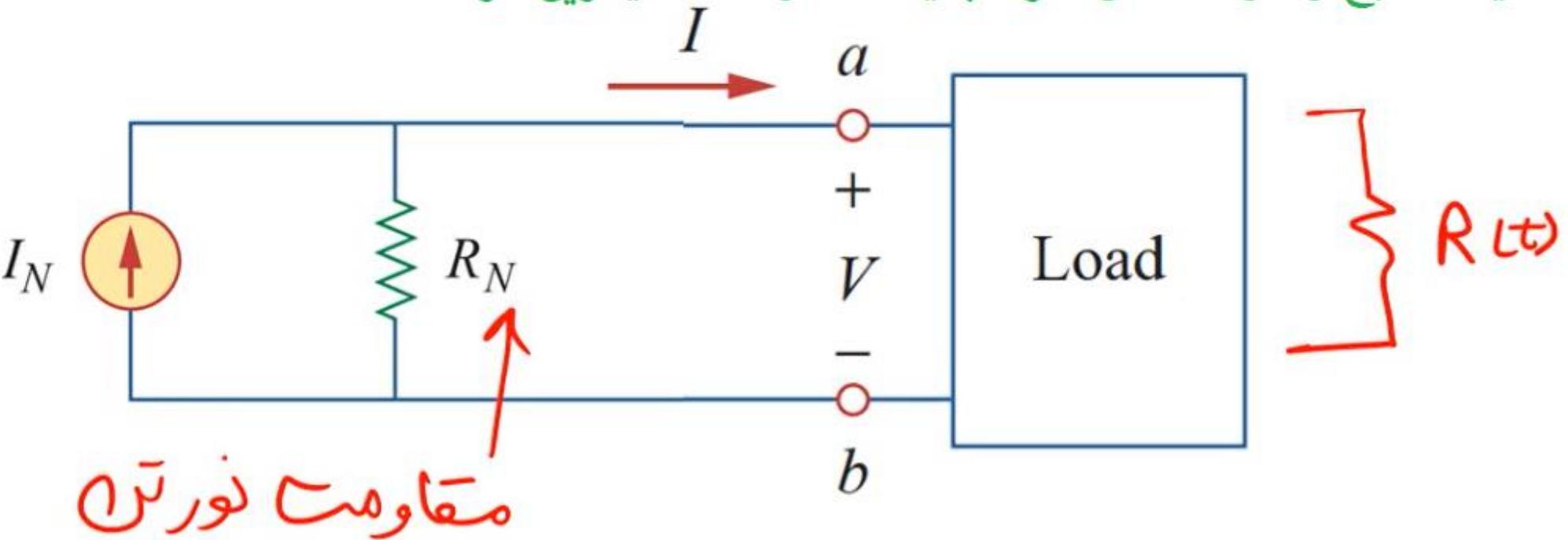


# قضیه مدارهای معادل نورتن و تونن

قضیه تونن

- قضیه نورتن: هر مدار خطی متشکل از منابع مستقل، وابسته و مقاومت‌های خطی را می‌توان با یک منبع جریان مستقل موازی با یک مقاومت جایگزین کرد.
- یک منبع ولتاژ مستقل سری با یک مقاومت جایگزین کرد.

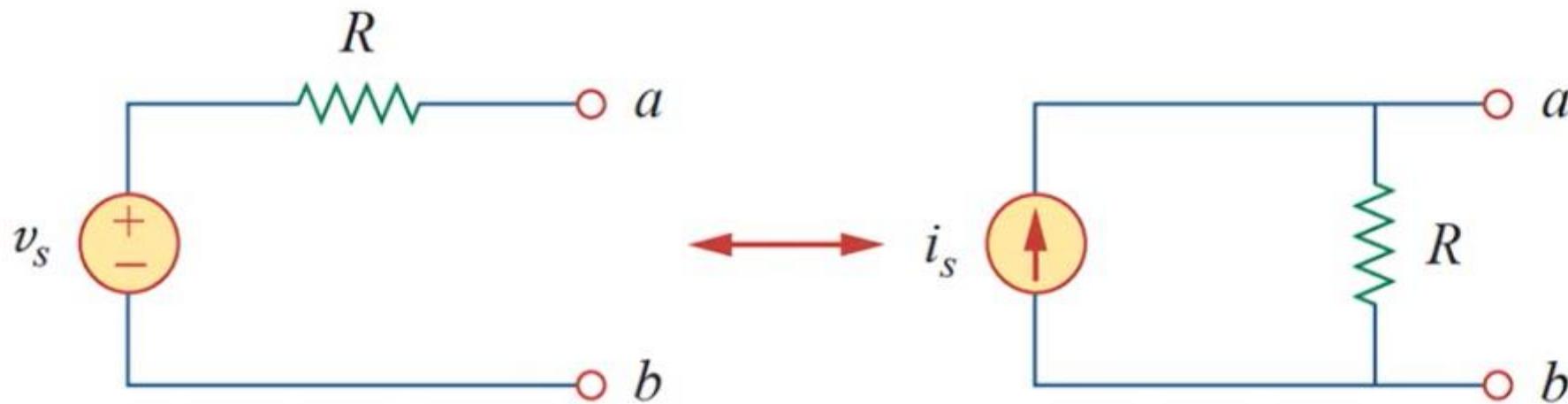
جریان نورتن



مقاومت نورتن

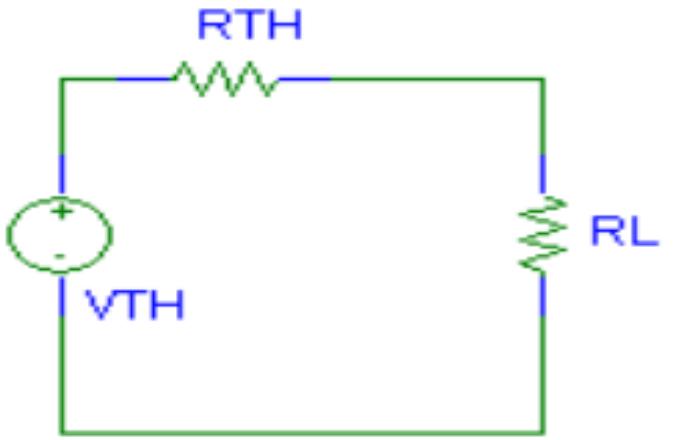
## ارتباط قضیه نورتن و تونن

- قضیه تبدیل منابع

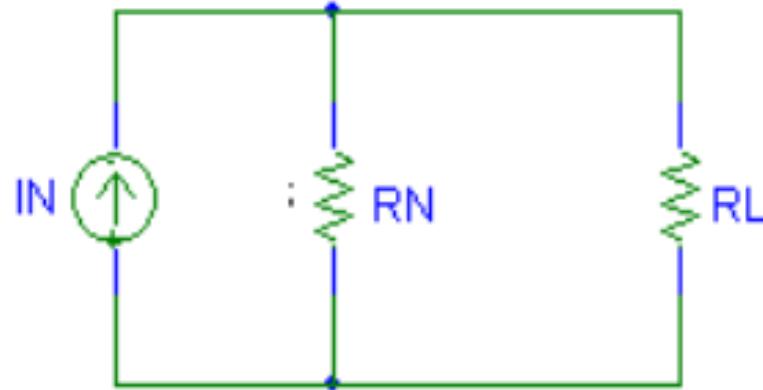


$$U_S = R i_s$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{Th} = R_n \\ I_n = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} \end{array} \right.$$



مدار معادل تونن

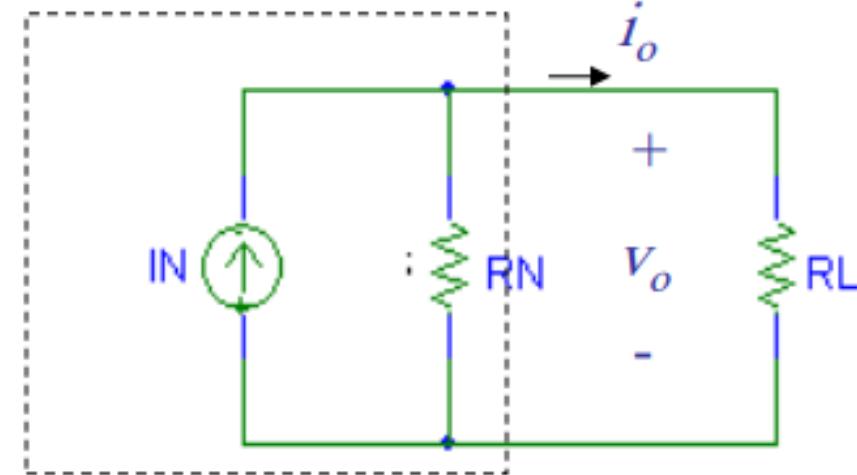
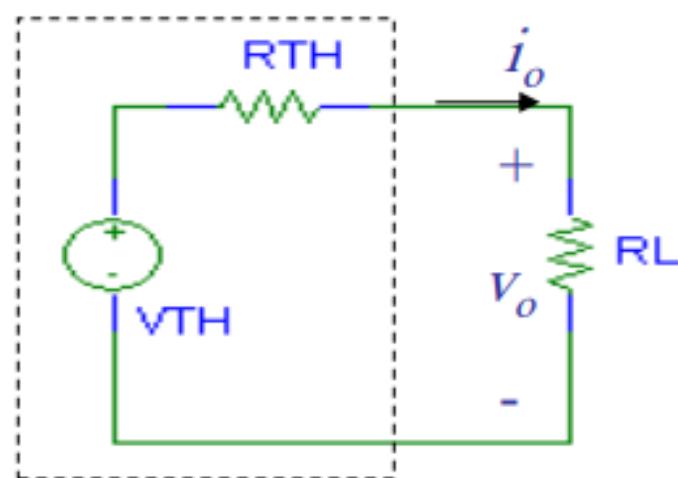
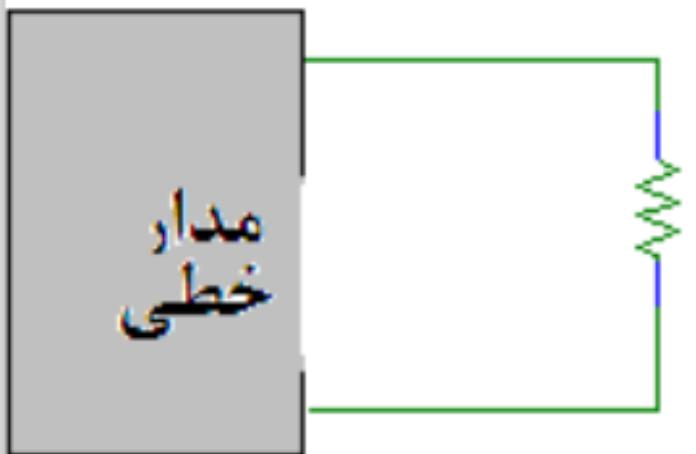


مدار معادل نورتن

$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

■ مدارهای معادل نورتن و تونن تکنیکهایی برای ساده سازی بعضی از مدارهای الکتریکی هستند.

■ همه مدارهای خطی (عناصر خطی و منابع نابسته) را میتوان بفرم معادل نورتن یا تونن تبدیل کرد.



۱- فرض بر مدار باز بودن بار ■

$$-V_{Th} + R_{Th}i + V_0 = 0 \rightarrow i = 0 \rightarrow V_o = V_{Th}$$

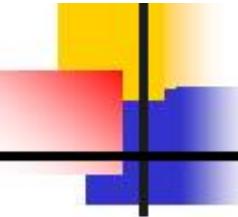
$$V_{Th} = V_{oc}$$

۲- فرض اتصال کوتاه بودن بار ■

$$i_o = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

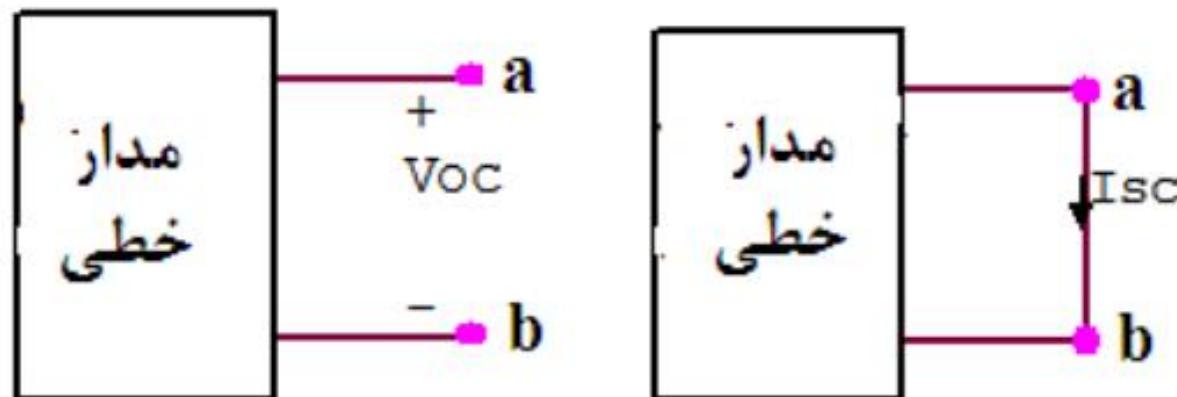
$$i_o = I_{SC} = I_N$$

# مدار معادل تونن



یکی از روشها برای یافتن مدار معادل تونن به اینصورت است که:

- ابتدا با فرض مدار باز بودن ترمینالهای  $a$  و  $b$ ، ولتاژ بین آن دو  $V_{ab}$  را محاسبه میکنیم.
- سپس با اتصال کوتاه کردن ترمینالهای  $a$  و  $b$ ، جریان اتصال کوتاه  $I_{SC}$  محاسبه میشود.



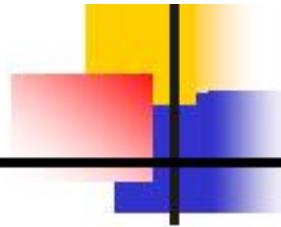
■ با تقسیم کردن ولتاژ  $V_{ab}$  بر  $I_{SC}$  مقدار مقاومت تونن که همان  $R_{Th}$  میباشد ، بدست میآید.

■ مقدار ولتاژ منبع ولتاژ در مدار معادل تونن همان ولتاژ مدار باز  $V_{ab}$  میباشد.

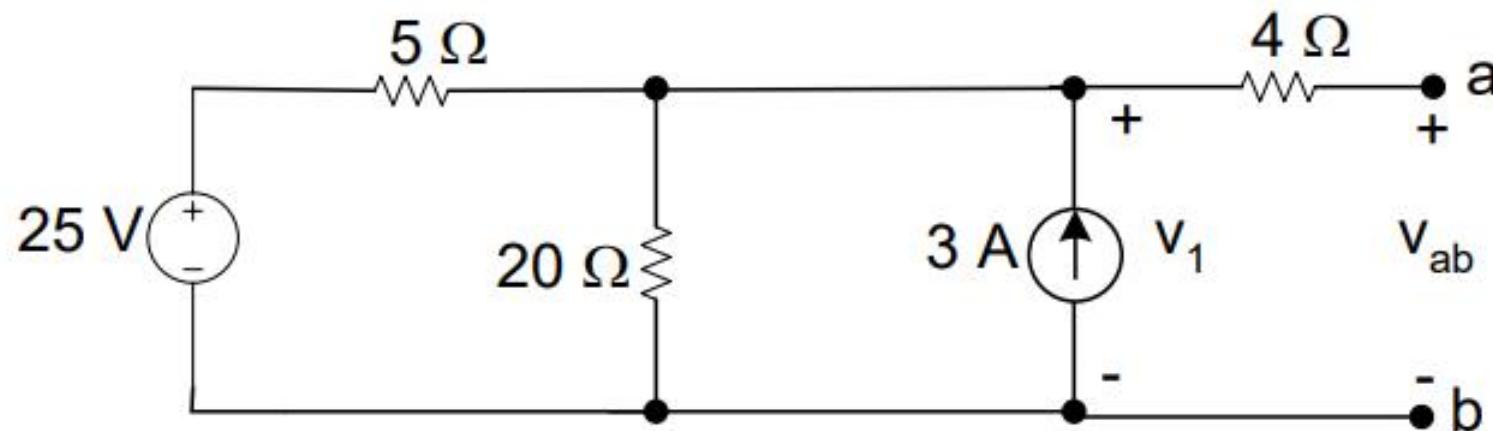
$$R_{Th} = V_{ab} / I_{SC}$$

$$V_{Th} = V_{ab}$$

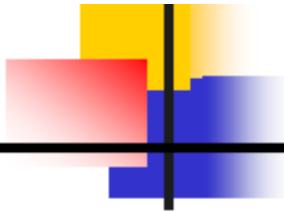
## مثال



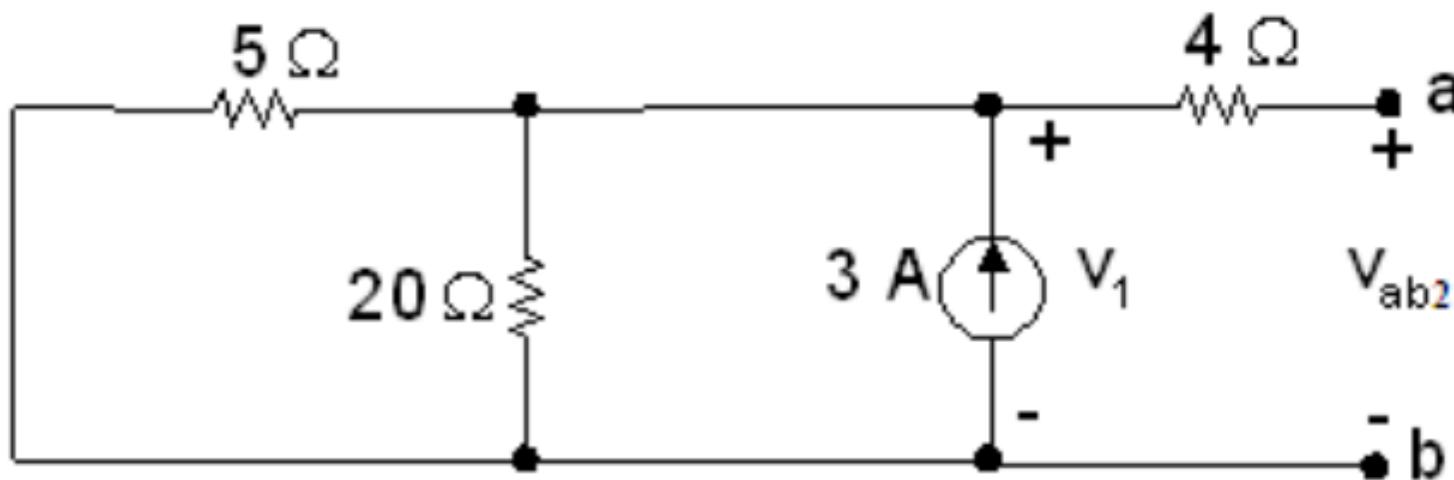
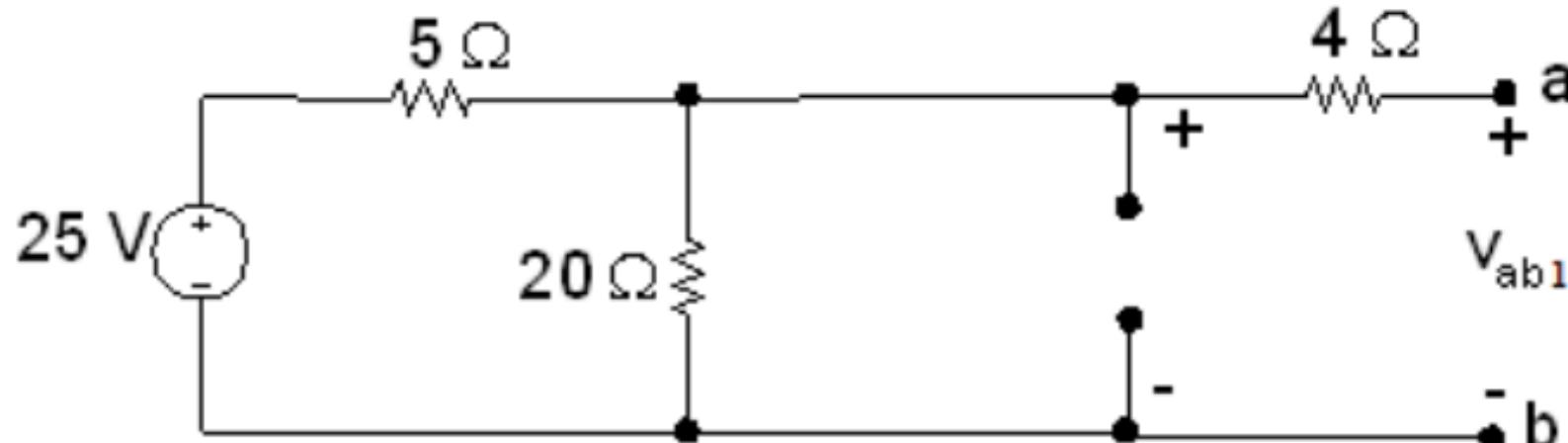
■ مدار معادل تونن مدار زیر را بدست آورید.



حل

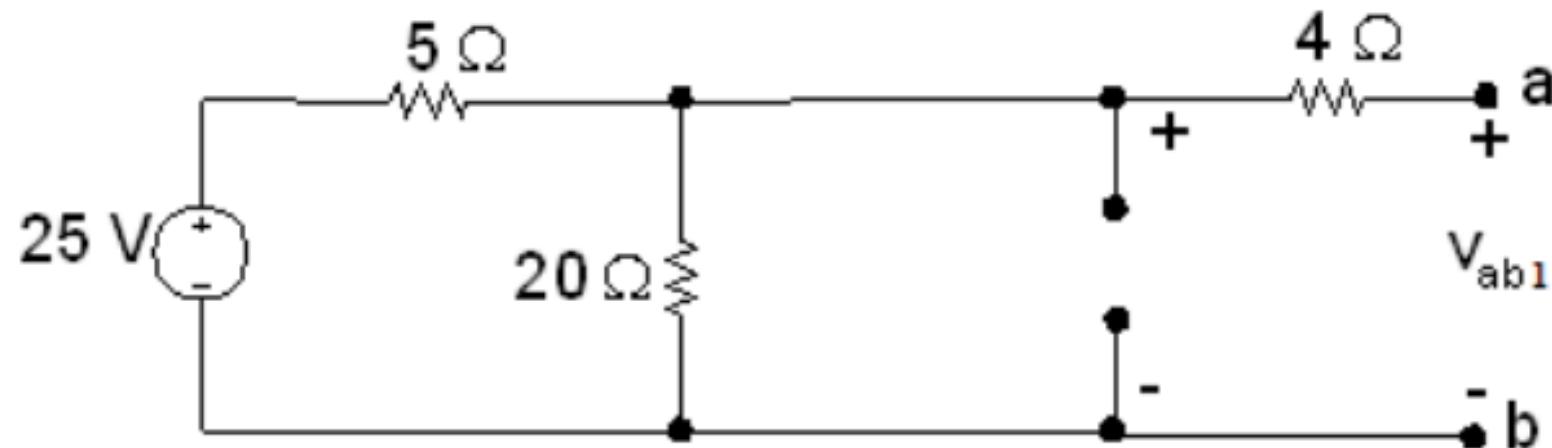


برای حل مسأله از اصل جمع آثار استفاده می کنیم:



از آنجا که مقاومت ۴ اهمی از طرف پایانه a مدار باز است از آن جریانی عبور نمیکند.  
بنابراین با استفاده از روابط تقسیم کننده ولتاژ داریم:

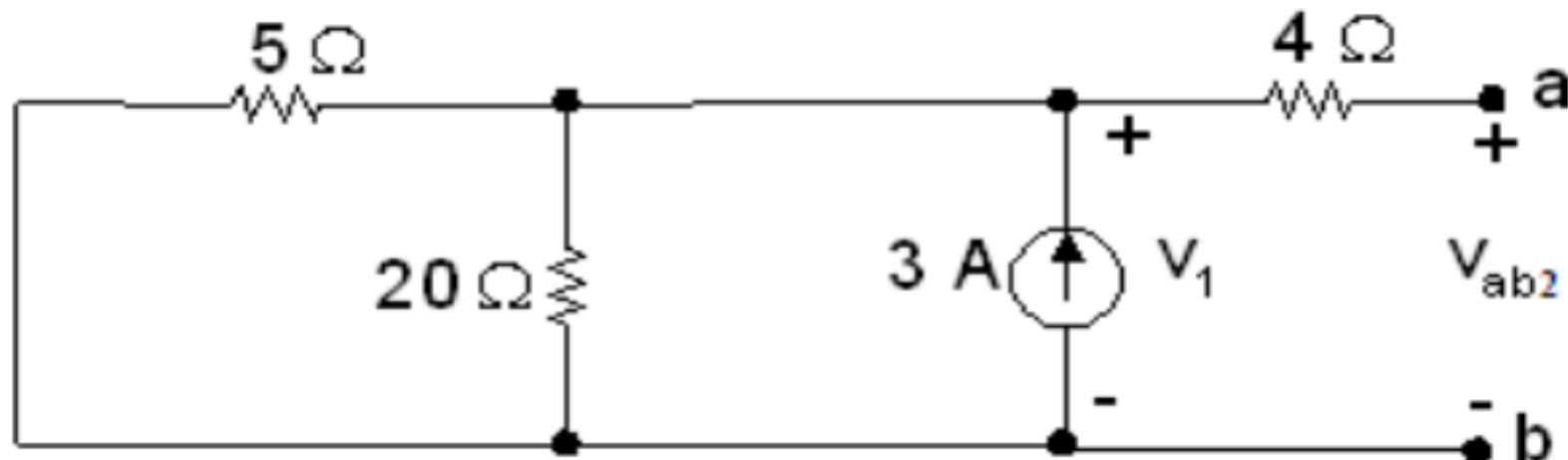
$$V_{ab1} = 25 * 20 / (20 + 5) = 20 \text{ V}$$



اینبار با صفر کردن منبع ولتاژ ، مقدار ولتاژ  $V_{ab2}$  محاسبه میشود:

$$R = R_1 \parallel R_2 = 5 * 20 / (5 + 20) = 4\Omega$$

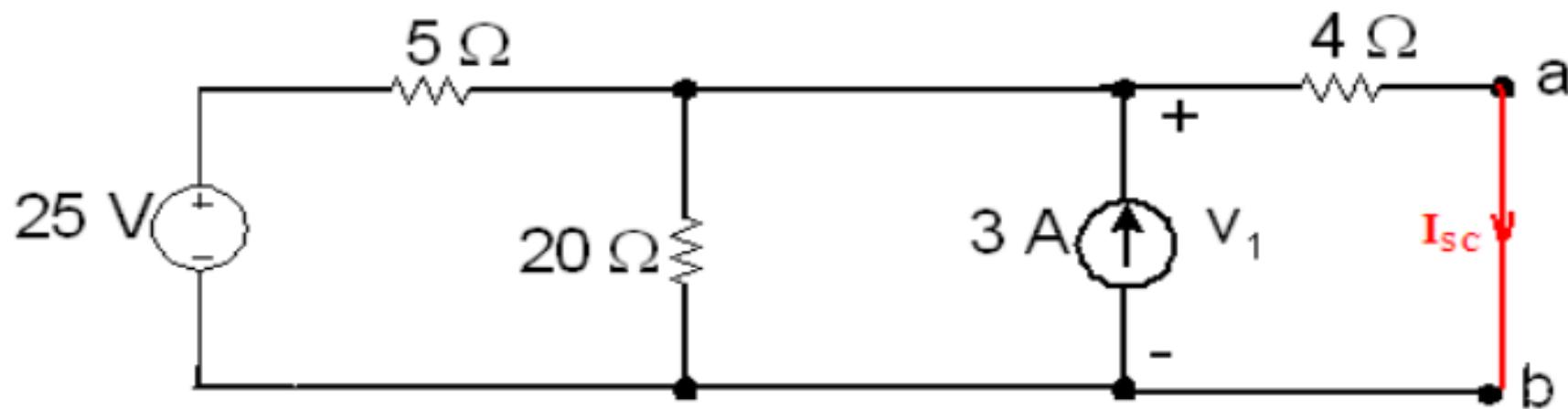
$$V_{ab2} = 3 * 4 = 12V$$

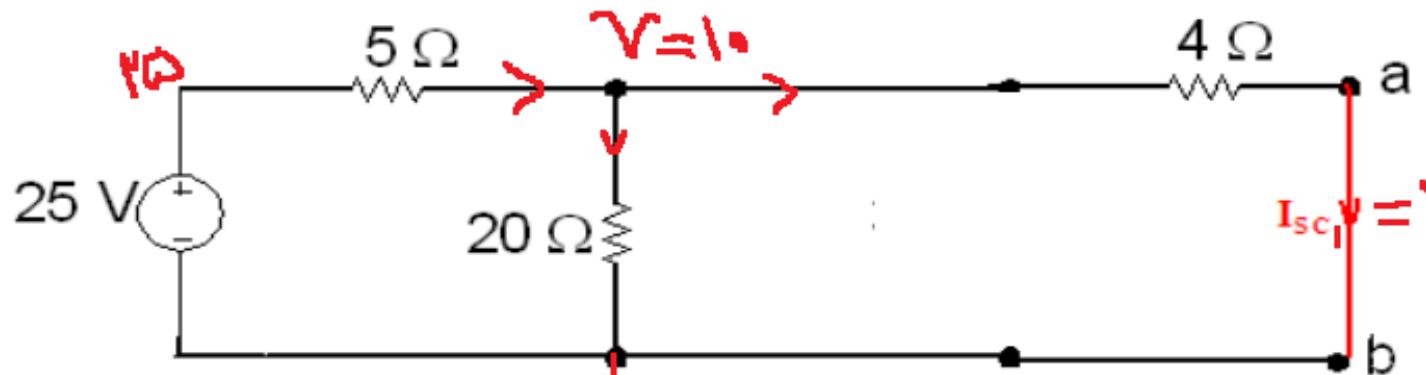


بنابراین مقدار  $V_{ab}$  برابر خواهد شد با:

$$V_{ab} = V_{ab1} + V_{ab2} = 20 + 12 = 32V$$

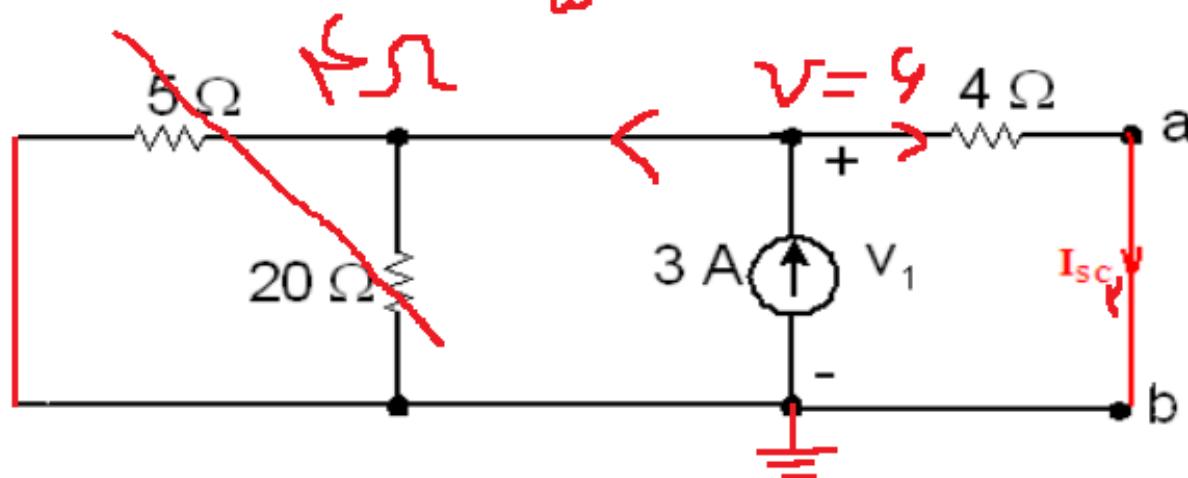
حال با فرض اتصال کوتاه بودن ترمینالهای a و b مقدار جریان اتصال کوتاه محاسبه می‌شود:





روش تحلیل گره

$$kcl \quad -\frac{(25-V)}{5} + \frac{V}{20} + \frac{V}{4} = 0 \quad V = 10 \quad \frac{10}{4} = 2.5A$$



$$kcl \quad \frac{V}{5} - \frac{V}{20} + \frac{V}{4} = 0 \quad V = 4$$

$$I_{sc2} = \frac{4}{4} = 1A$$

$$I_{sc} = 2.5 + 1 = 3.5A$$

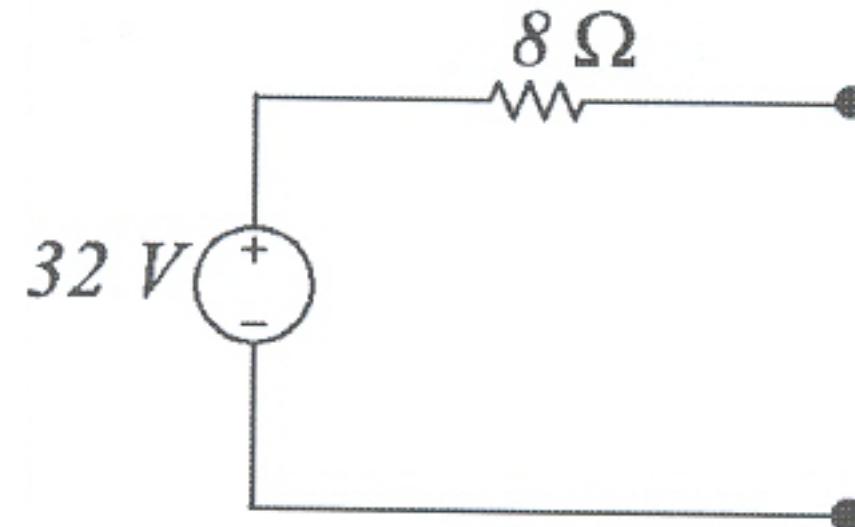
با استفاده از اصل جمع آثار مقدار جریان اتصال کوتاه برابر ۴ آمپر بدست می‌آید

$$I_{SC} = 4A$$

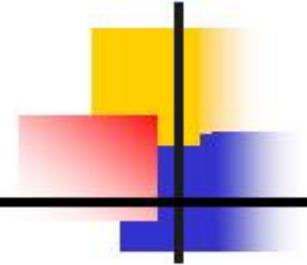
مقادیر منبع ولتاژ و مقاومت تونن بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$V_{Th} = V_{ab} = 32V$$

$$R_{Th} = V_{ab} / I_{SC} = 32 / 4 = 8\Omega$$



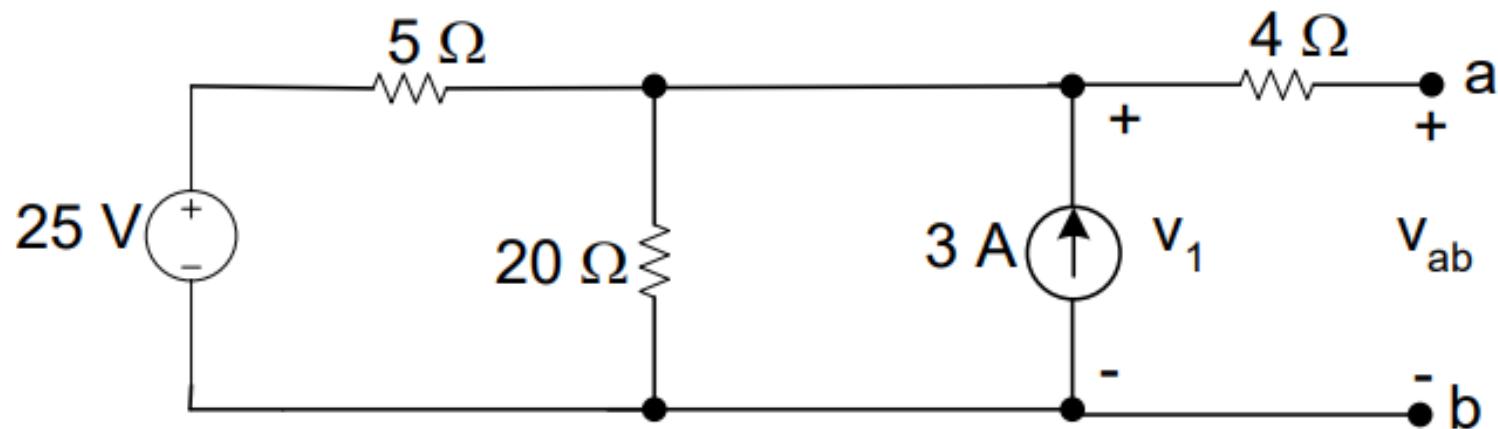
## روش دوم محاسبه مدار معادل تونن



- برای بدست آوردن مقاومت تونن می‌توان به این صورت عمل کرد که ابتدا تمام منابع ولتاژ و جریان مستقل را صفر کرده و مقاومت معادل دیده شده از دو سر  $a$  و  $b$  محاسبه می‌شود. این مقاومت همان مقاومت معادل تونن  $V_{Th}$  می‌باشد.
- مقدار ولتاژ منبع ولتاژ معادل تونن  $V_{Th}$  مشابه حالت قبل محاسبه می‌شود و همان  $V_{ab}$  با فرض مدار باز بودن دو سر  $a$  و  $b$  می‌باشد.

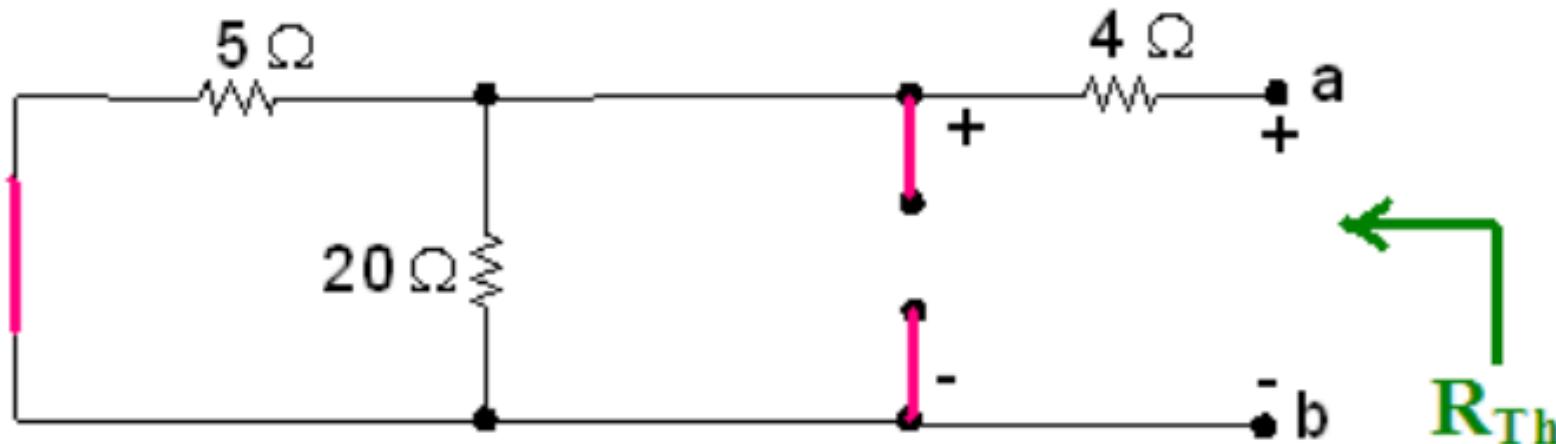
مثال

- برای مدار زیر مدار معادل تونن را بدست آورید (همان مدار مثال قبلی).



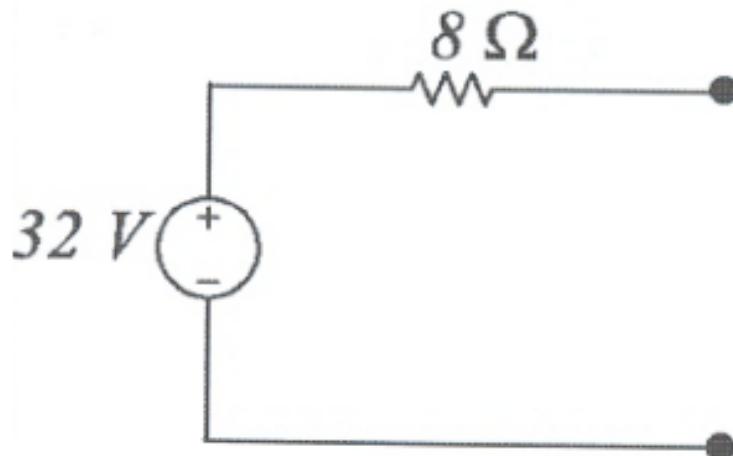
حل

- نحوه محاسبه ولتاژ  $V_{Th}$  مشابه مثال قبلی است و مقدار آن برابر با  $32V$  میباشد.
- برای محاسبه  $R_{Th}$ ، ابتدا تمام منابع مستقل را صفر میکنیم و مدار زیر حاصل میشود.  
سپس مقدار مقاومت معادل دیده شده از دو سر  $a$  و  $b$  را محاسبه میکنیم:

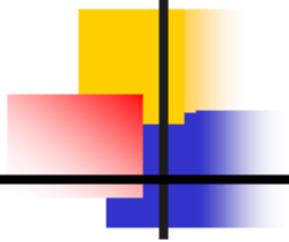


از آنجا که مقاومتهای ۵ و ۲۰ اهمی با هم موازی و مجموعه آنها با مقاومت ۴ اهمی سری هستند، مقاومت معادل کل از رابطه زیر بدست می‌آید:

- $R = (5 \parallel 20) + 4 = 5 \cdot 20 / (5 + 20) + 4$
- $R = 4 + 4 = 8\Omega$
- $R_{Th} = 8\Omega$



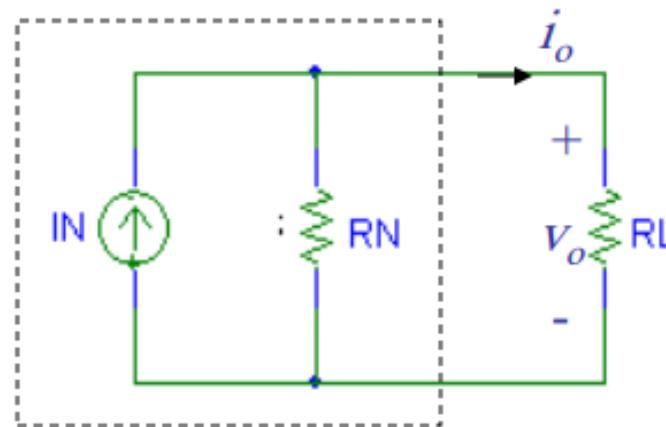
# نحوة محاسبة مدار معادل نورتن



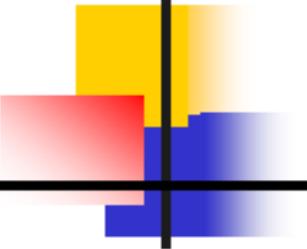
شامل دو مرحله است:

۱- یافتن مقاومت نورتن

۲- یافتن مقدار منبع جریان نورتن

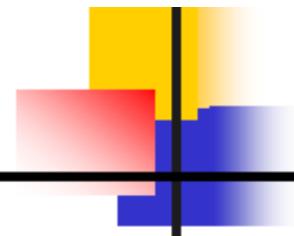


## مقاومت نورتن



- مقدار مقاومت نورتن و تونن با هم برابرند.
- روش محاسبه مقاومت معادل مشابه قبل می باشد :
- روش اول :
  - به کمک ولتاژ مدار باز و جریان اتصال کوتاه
  - روش دوم:
  - تمامی منابع مستقل ولتاژ و جریان برابر با صفر قرار داده می شود ، سپس مقاومت معادل محاسبه می شود در صورتی که منبع وابسته موجود بود از منبع تست استفاده کنم.

## منبع جریان نورتن

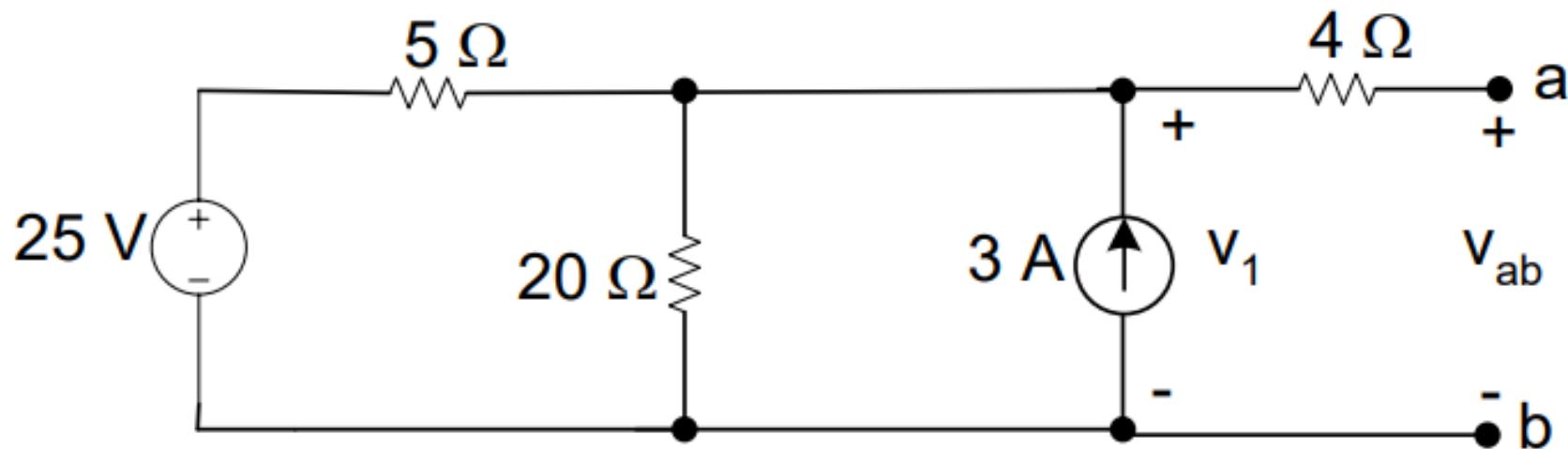


- مقدار جریان منبع جریان نورتن ، برابر است با همان جریان اتصال کوتاه ترمینالهای خروجی .
- توضیح: در صورتیکه مدار معادل تونن موجود باشد ، از رابطه زیر هم می توان جریان منبع را بدست آورد:

$$I_N = V_{Th} / R_{Th}$$

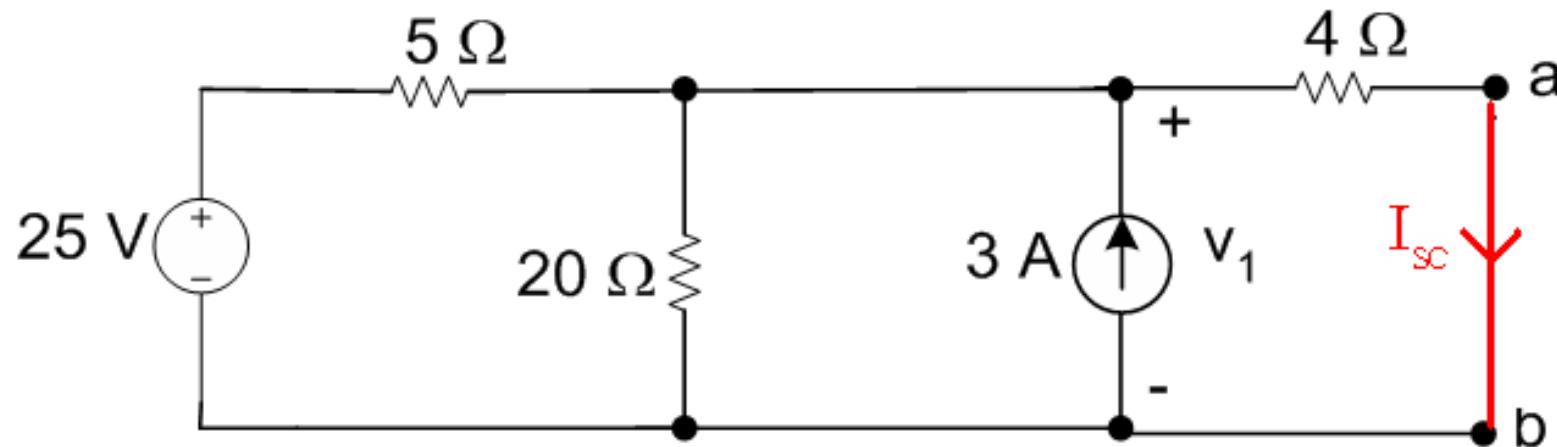
مثال

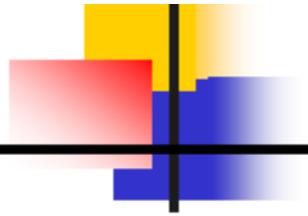
■ مدار معادل نورتن مدار زیر را بدست آورید:



حل

■ ابتدا جریان اتصال کوتاه را محاسبه می‌کنیم:

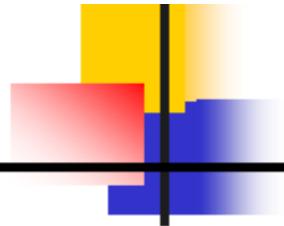




- 
- با استفاده از اصل جمع آثار مقدار جریان ۴ آمپر بدست می آید.

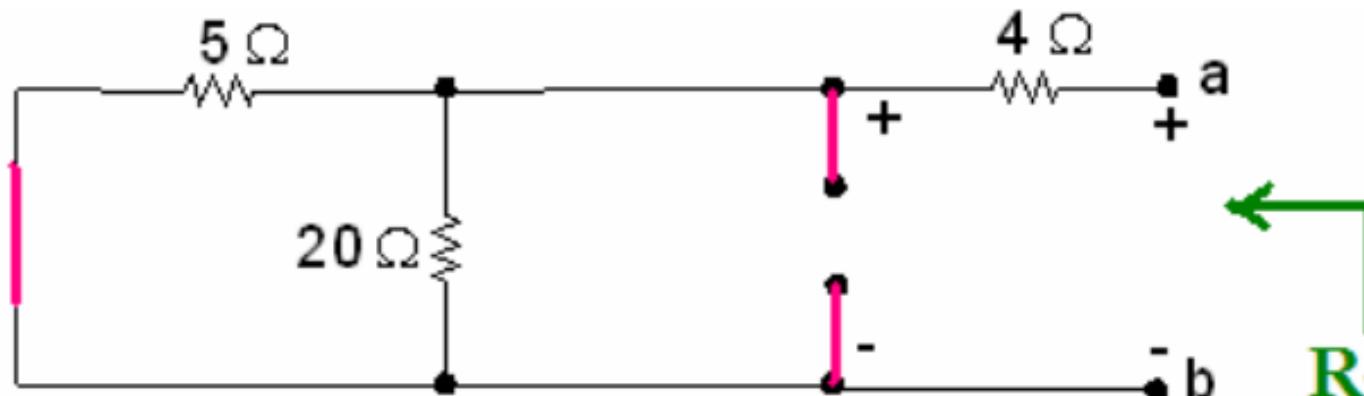
$$I_{SC}=4A$$

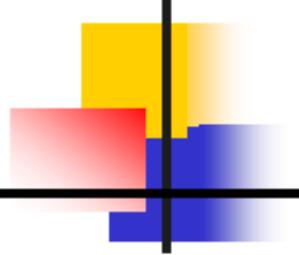
## مقاومت نورتن



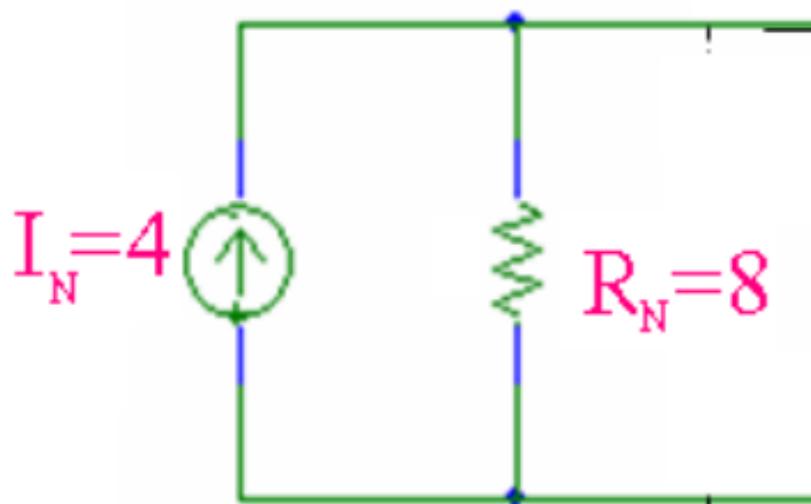
برای یافتن مقاومت نورتن منابع مستقل را صفر کرده مقاومت دیده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$R = 4 + (5 \parallel 20) = 4 + 4 = 8$$

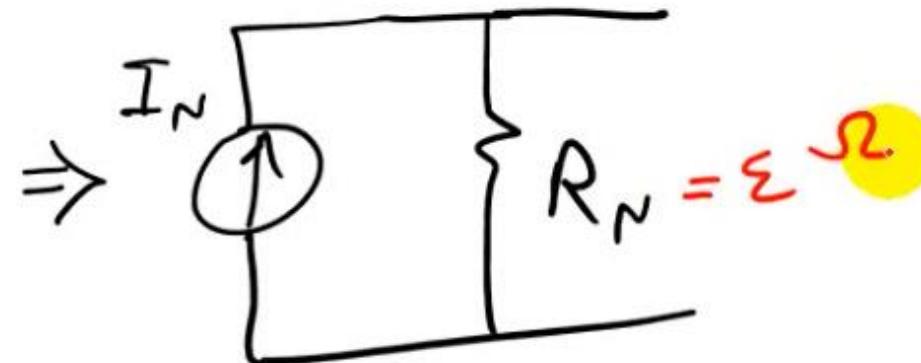
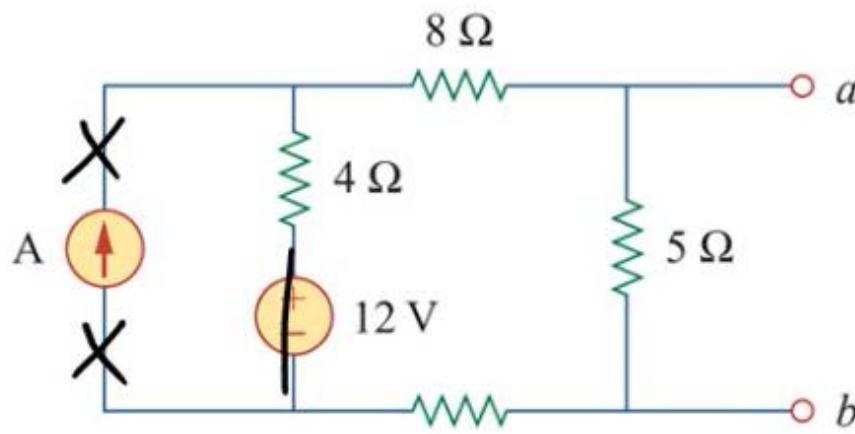




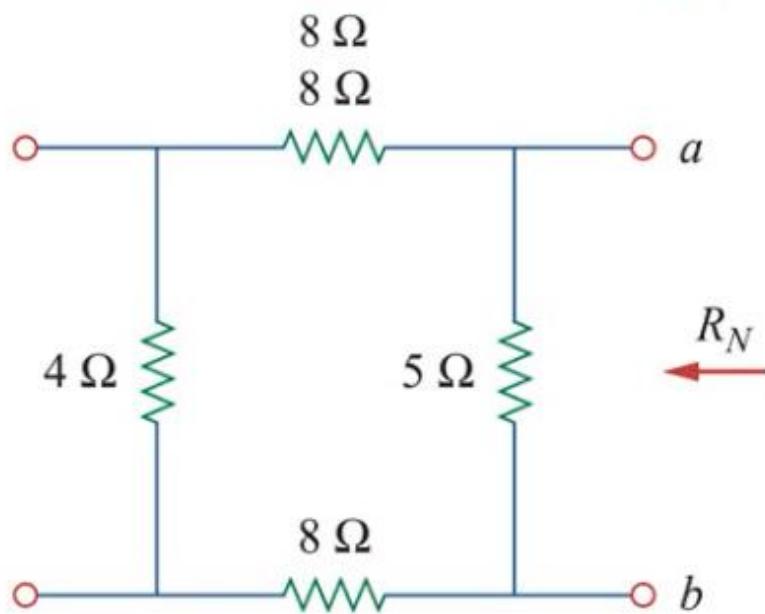
بنابراین مدار معادل نورتن بشكل زیر است:



## حل مثال از مدار معادل نورتن



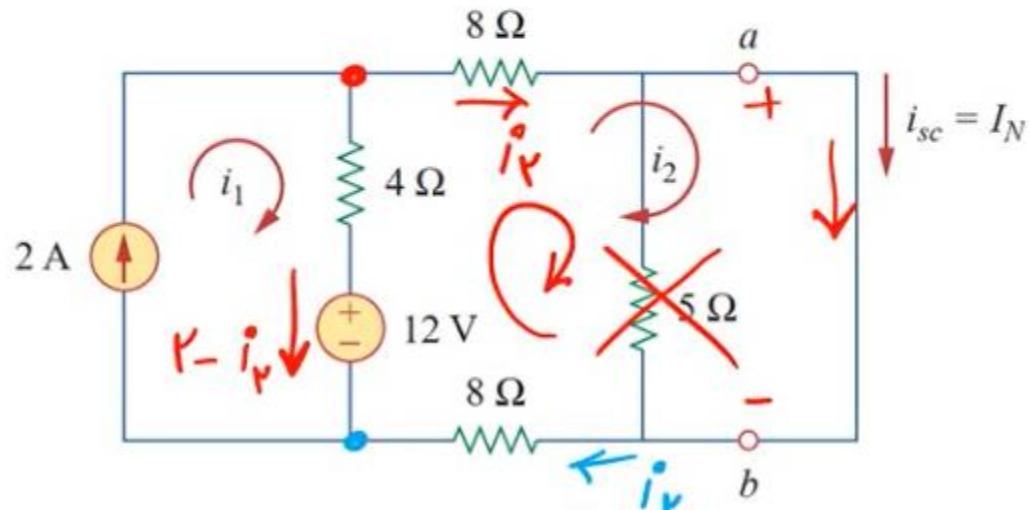
• شماتیک مدار



• محاسبه مقاومت نورتن

$$\begin{aligned}
 R_N &= (\gamma + \varepsilon + \gamma) \parallel \delta \\
 &= \gamma_0 \parallel \delta = \frac{\gamma_0 \times \delta}{\gamma_0 + \delta} = \varepsilon \Omega
 \end{aligned}$$

## حل مثال از مدار معادل نورتن



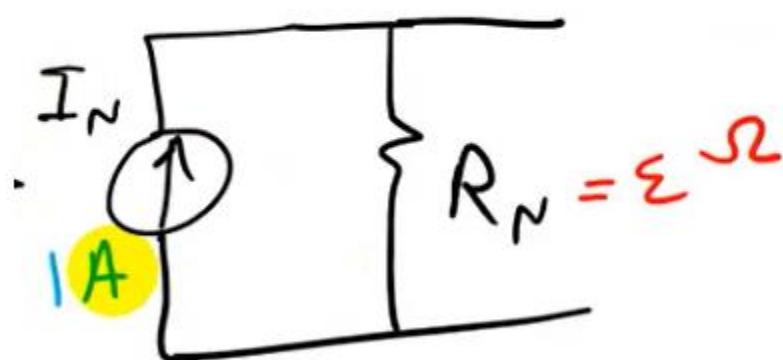
• محاسبه جریان نورتن

$$I_N = i_2$$

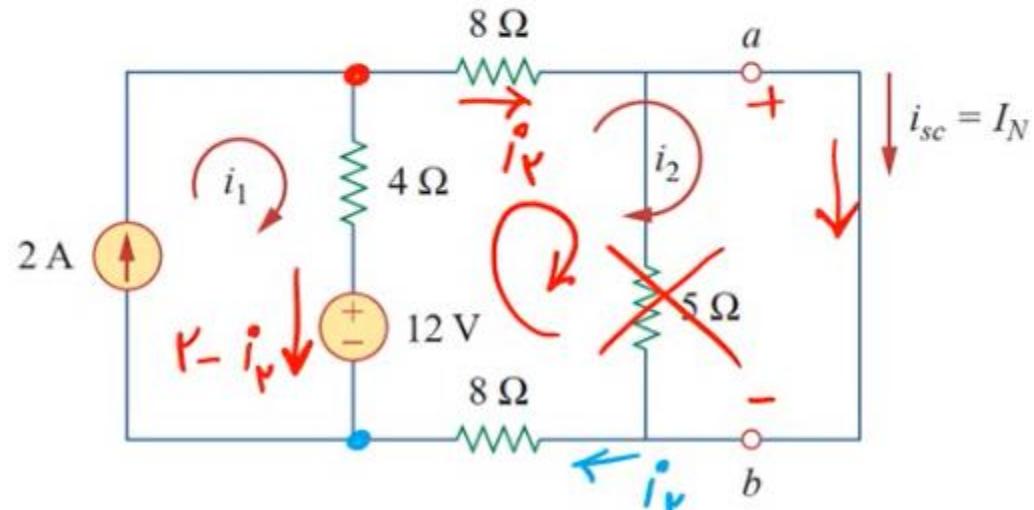
$$i_1 = 2A$$

$$-12 - \varepsilon(2 - i_2) + 1i_1 + 1i_2 = 0 \Rightarrow 2i_2 = 2 + \varepsilon$$

$$i_2 = I_N = 1A$$



## حل مثال از مدار معادل نورتن



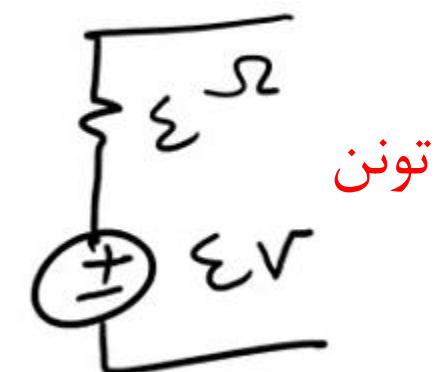
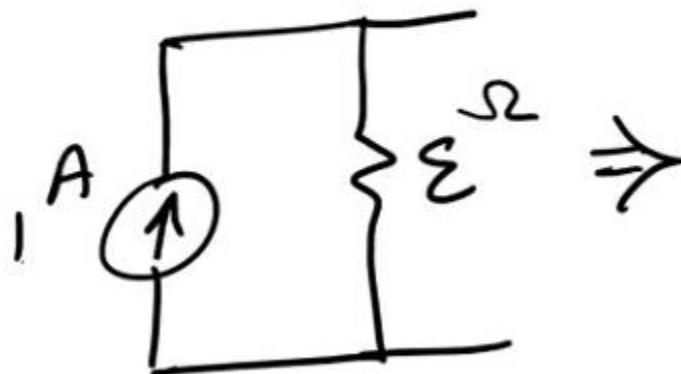
$$I_N = i_2$$

$$i_1 = 2A$$

• محاسبه جریان نورتن

$$-12 - \varepsilon(2 - i_2) + 8i_1 + 8i_2 = 0 \Rightarrow 20i_2 = 20$$

$$i_2 = I_N = 1A$$



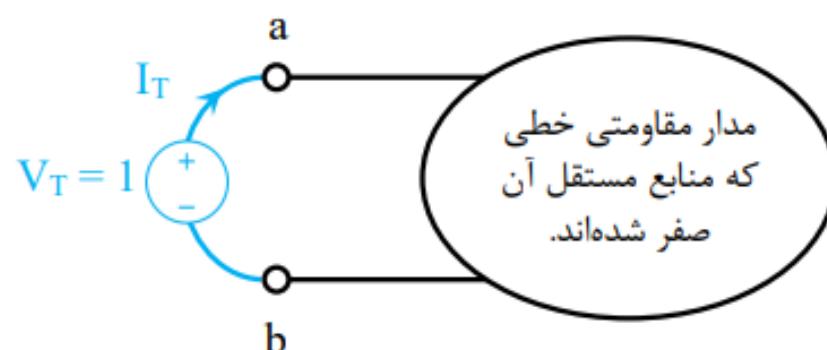
تون

برای محاسبه مقاومت معادل در مدارهای شامل منبع وابسته از دو روش زیر باید استفاده کرد.

## روش سریع به دست آوردن مقاومت معادل ( $R_{eq}$ )

روش اول:

- ابتدا تمامی منابع مستقل را صفر می‌کنیم.
- سپس یک منبع ولتاژ آزمایشی  $V_T = 1\text{ V}$  را در دو سر مدار قرار می‌دهیم و با تحلیل مدار جریان خارج شونده از منبع ولتاژ ( $I_T$ ) را به دست می‌آوریم.



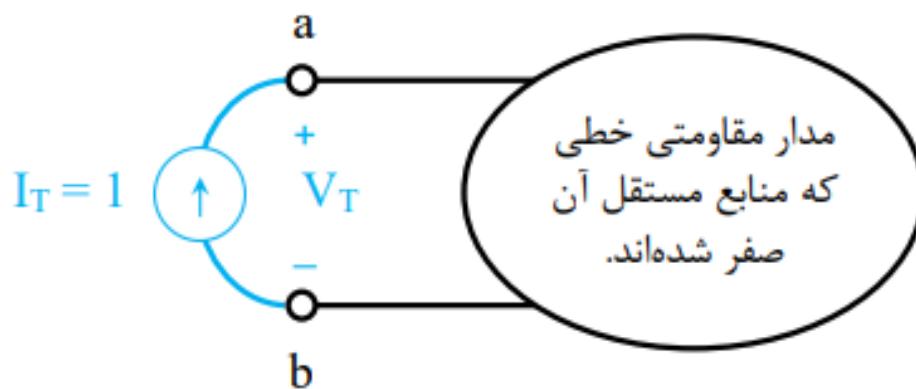
$$R_{eq} = \frac{V_T}{I_T} = \frac{1}{I_T}$$

- حال خواهیم داشت:

## روش سریع به دست آوردن مقاومت معادل ( $R_{eq}$ )

روش دوم:

- ابتدا تمامی منابع مستقل را صفر می‌کنیم.
- سپس یک منبع جریان آزمایشی  $I_T = 1 \text{ A}$  را در دو سر مدار قرار می‌دهیم و با تحلیل مدار ولتاژ دو سر منبع جریان ( $V_T$ ) را به دست می‌آوریم.

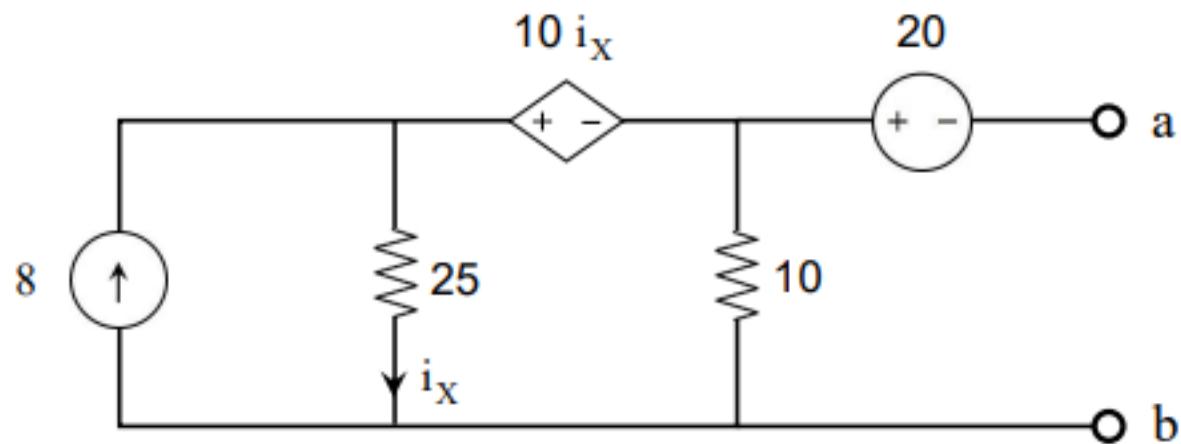


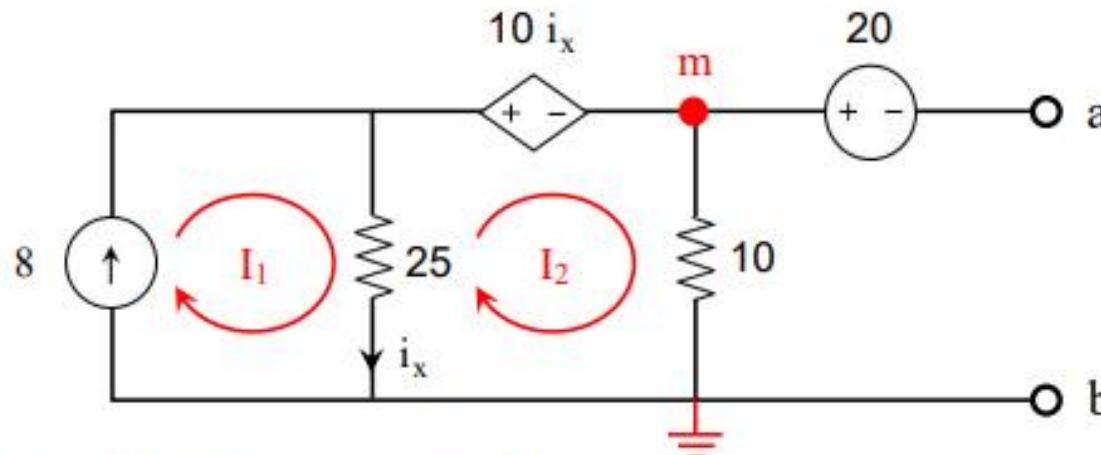
- حال خواهیم داشت:

$$R_{eq} = \frac{V_T}{I_T} = V_T$$

## مثال:

در مدار زیر هر یک از پارامترهای  $V_{OC}$  ،  $I_{SC}$  و  $R_{eq}$  را به صورت جداگانه محاسبه کنید و درستی رابطه  $V_{OC} = R_{eq} \times I_{SC}$  را بررسی کنید.





جريان مش 1 معلوم است

$$I_1 = 8$$

محاسبه  $V_{OC}$

دو سر a و b را اتصال باز می‌کنیم و  $V_{ab}$  را به دست می‌آوریم.  
مدار را به روش مش تحلیل می‌کنیم.

$$\text{در مش 2 KVL} : \quad 25(I_2 - 8) + 10 i_x + 10I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad 25I_2 - 200 + 80 - 10I_2 + 10I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{120}{25} = 4.8 \text{ A}$$

$$i_x = 8 - I_2$$

گره b را گره مینا فرض می‌کنیم.

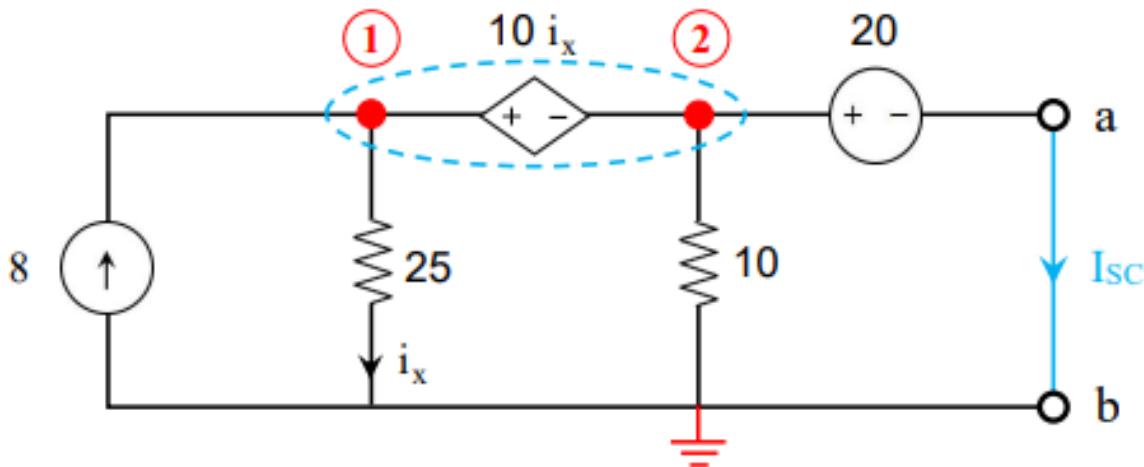
$$I = \frac{V_m - V_b}{R} \Rightarrow 4.8 = \frac{V_m - 0}{10} \Rightarrow V_m = 48 \text{ V} \quad \text{با توجه به قانون اهم در مقاومت 10 اهمی ولتاژ گره m} (V_m) \text{ برابر است با:}$$

$$V_m - V_a = 20 \Rightarrow 48 - V_a = 20 \Rightarrow V_a = 28$$

بنابراین، ولتاژ گره a ( $V_a$ ) برابر است با:

$$V_{OC} = V_{ab} = V_a - V_b \quad \Rightarrow \quad V_{OC} = 28 \text{ V}$$

بنابراین،  $V_{OC}$  برابر است با:



ولتاژ گره 2 معلوم است  $V_2 = 20$

:  $I_{SC}$  محاسبه

دو سر a و b را اتصال کوتاه می‌کنیم و  $I_{ab}$  که همان  $I_{SC}$  است را به دست می‌آوریم.  
مدار را به روش گره تحلیل می‌کنیم.

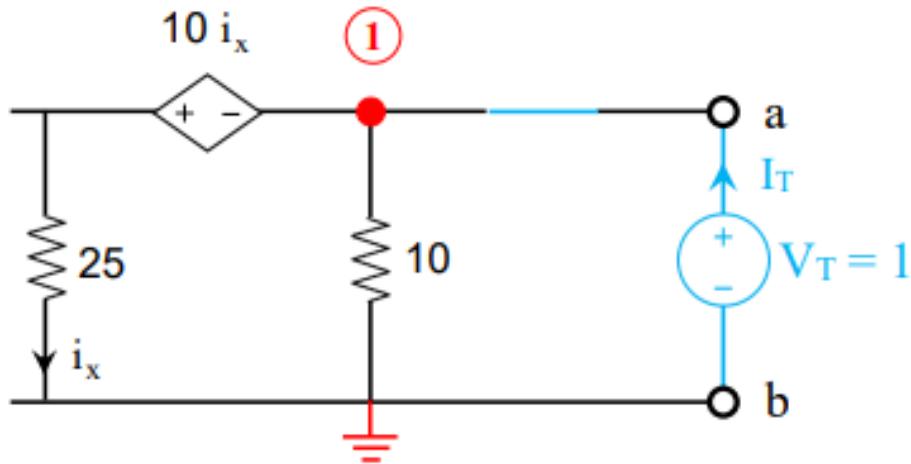
$$: \text{رابطه گره 1 و گره 2} \quad V_1 - V_2 = 10 i_x \Rightarrow V_1 - 20 = \frac{10V_1}{25} \Rightarrow V_1 = \frac{100}{3} \text{ V}$$

$$i_x = \frac{V_1 - 0}{25}$$

برای به دست آوردن  $I_{SC}$  باید KCL را در گره مركب 1 و 2 اعمال کنیم.

$$: \text{KCL در گره مركب 1 و 2} \quad -8 + \frac{\frac{100}{3} - 0}{25} + \frac{20}{10} + I_{SC} = 0$$

$$I_{SC} = \frac{14}{3} \text{ A}$$



ولتاژ گره 1 معلوم است  $V_1 = 1$

محاسبه  $R_{eq}$ :

- ابتدا منابع مستقل مدار را صفر می کنیم.
- سپس یک منبع ولتاژ آزمایشی  $V_T = 1$  V را در دو سر مدار قرار می دهیم و با تحلیل مدار، جریان خارج شونده از منبع ولتاژ ( $I_T$ ) را به دست می آوریم.

مدار را به روش گره تحلیل می کنیم.

برای به دست آوردن  $I_T$  باید KCL را در گره 1 اعمال کنیم.

$$\text{در گره 1 KCL: } \frac{(1+10i_x)-0}{25} + \frac{1-0}{10} - I_T = 0$$

$$I_T = \frac{1}{6} \text{ A}$$

$$i_x = \frac{(1+10i_x)-0}{25} \Rightarrow 25i_x = 1+10i_x \Rightarrow i_x = \frac{1}{15}$$

بنابراین،  $R_{eq}$  برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{V_T}{I_T} = \frac{1}{\frac{1}{6}} \Rightarrow R_{eq} = 6 \Omega$$

با توجه به مقادیر به دست آمده برای پارامترهای  $V_{OC}$  ،  $I_{SC}$  و  $R_{eq}$  مشخص است که رابطه  $V_{OC} = R_{eq} \times I_{SC}$  درست می باشد.

$$V_{OC} = 28 \text{ V}$$

$$I_{SC} = \frac{14}{3} \text{ A}$$

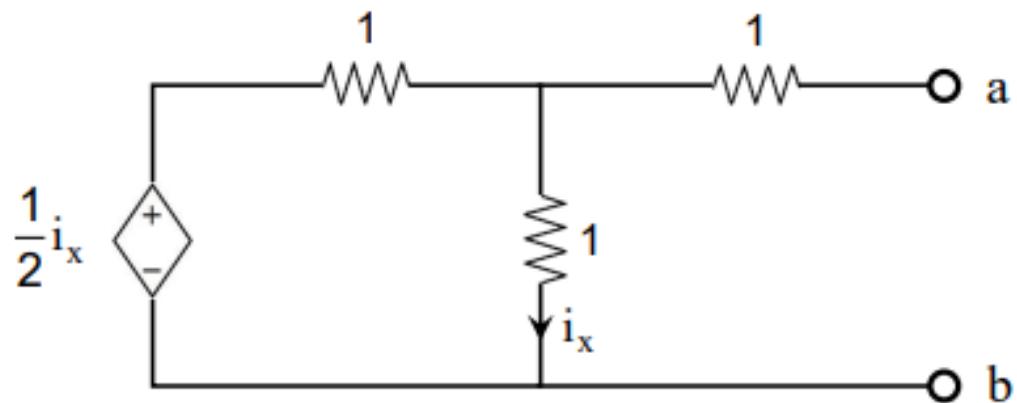
$$R_{eq} = 6 \Omega$$

$$V_{OC} = R_{eq} \times I_{SC}$$

$$28 = 6 \times \frac{14}{3}$$

## مثال:

مدار معادل تونن و مدار معادل نورتن دیده شده از سرهای a و b را به دست آورید.



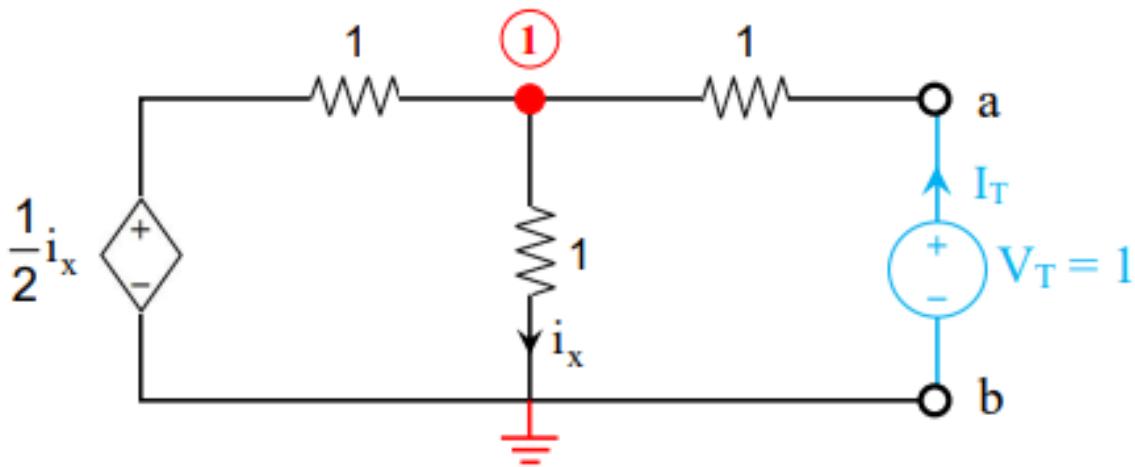
نکته مهم:

مداری که دارای هیچ منبع مستقلی نباشد، تمامی جریان‌ها و ولتاژهای آن برابر با صفر خواهد بود.

بنابراین، برای چنین مداری  $V_{OC} = I_{SC} = 0$  می‌باشد و مدار معادل آن یک مدار مقاومتی مغض خواهد بود.

در چنین مداری تنها به محاسبه  $R_{eq}$  می‌پردازیم.

محاسبه :  $R_{eq}$



- ابتدا باید منابع مستقل مدار را صفر می کنیم که در این مدار منبع مستقلی وجود ندارد.

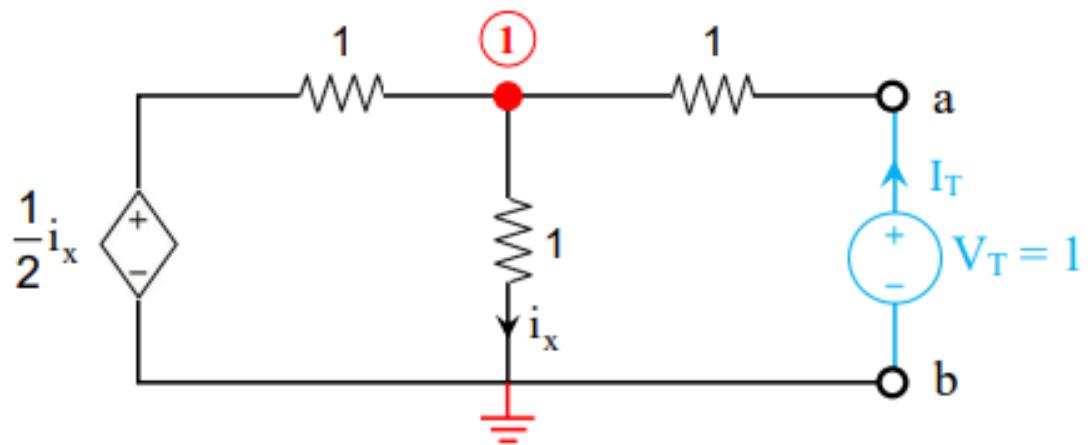
- سپس یک منبع ولتاژ آزمایشی  $V_T = 1$  V را در دو سر مدار قرار می دهیم و با تحلیل مدار، جریان خارج شونده از منبع ولتاژ ( $I_T$ ) را به دست می آوریم.

مدار را به روش گره تحلیل می کنیم.

$$1 \text{ در گره 1} \quad \text{KCL} : \frac{V_1 - \frac{1}{2}i_x}{1} + \frac{V_1 - 0}{1} + \frac{V_1 - 1}{1} = 0$$

$$i_x = \frac{V_1 - 0}{1}$$

$i_x$  را در معادله KCL جایگذاری می کنیم و یک معادله یک مجهول به دست آمده را حل کرده و مقدار  $V_1$  را به دست می آوریم.



: محاسبه  $R_{eq}$

$$\frac{V_1 - \frac{1}{2}V_1}{1} + \frac{V_1 - 0}{1} + \frac{V_1 - 1}{1} = 0 \Rightarrow V_1 = \frac{2}{5} V$$

برای به دست آوردن  $I_T$  با توجه به قانون اهم خواهیم داشت:

$$I_T = \frac{V_a - V_1}{1} = \frac{1 - \frac{2}{5}}{1} = \frac{3}{5} A$$

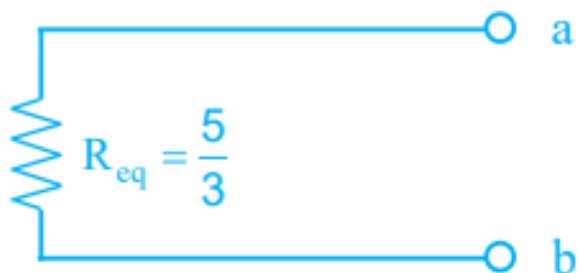
$$R_{eq} = \frac{V_T}{I_T} = \frac{1}{\frac{3}{5}} \Rightarrow R_{eq} = \frac{5}{3}$$

بنابراین،  $R_{eq}$  برابر است با:

بنابراین، مدار معادل تونن و مدار معادل نورتن این مدار پیچیده به صورت زیر می‌باشد:

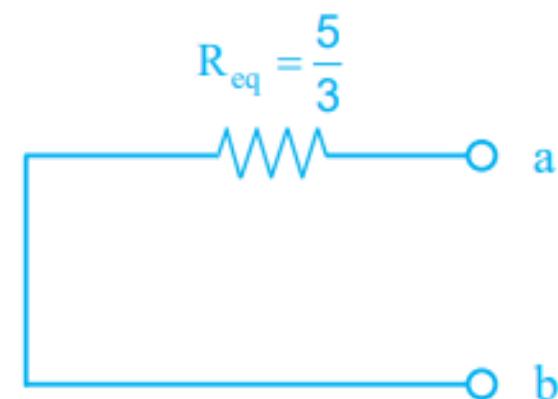
مدار معادل نورتن :

$$\begin{cases} I_N = I_{SC} = 0 \\ R_{eq} = \frac{5}{3} \end{cases}$$



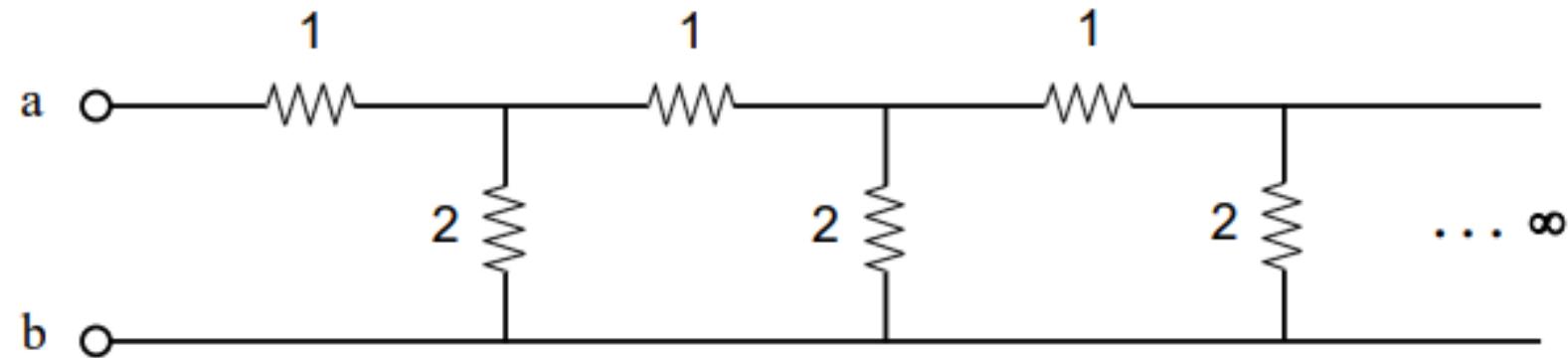
مدار معادل تونن :

$$\begin{cases} V_{TH} = V_{OC} = 0 \\ R_{eq} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

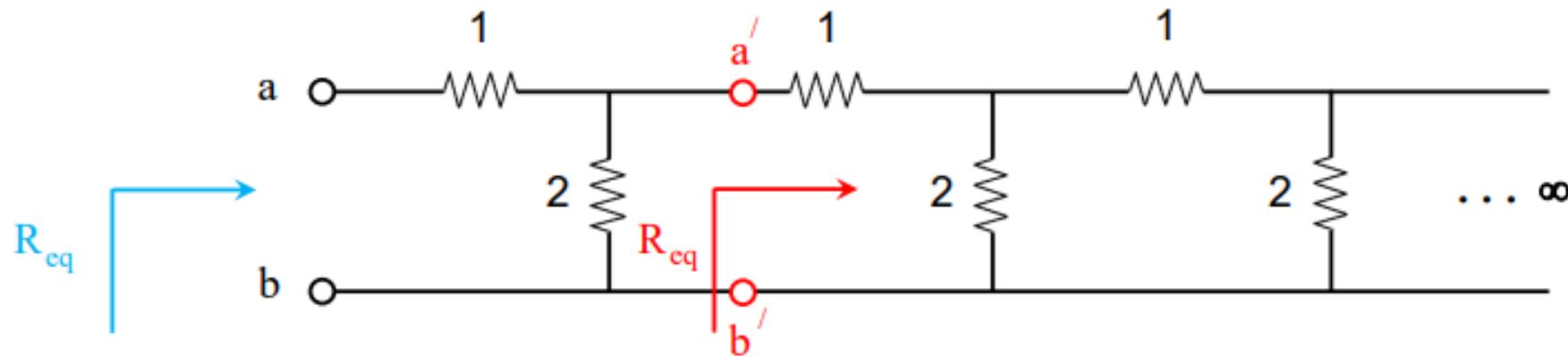


مثال:

مقاومت معادل دیده شده از دو سر a و b را به دست آورید.

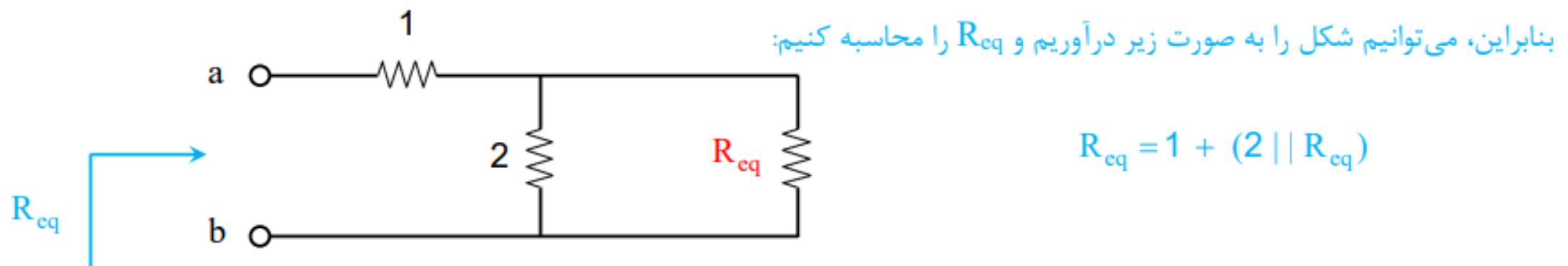


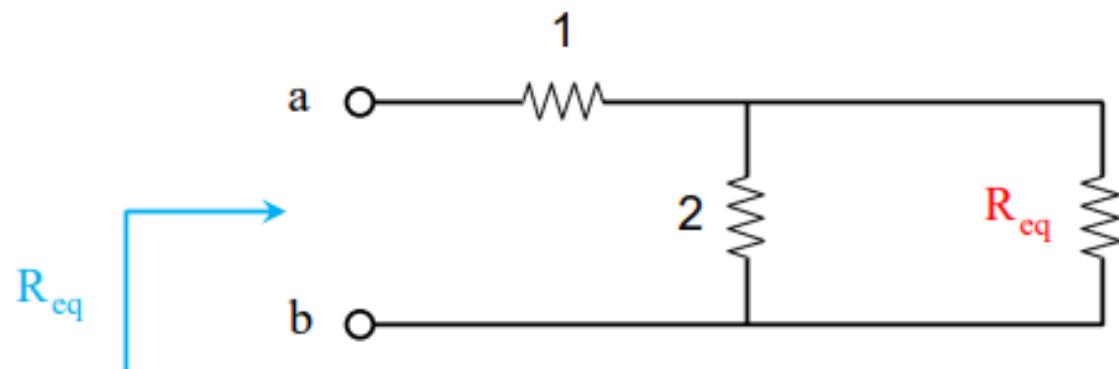
قصد داریم مقاومت معادل از دو سر a و b را به دست آوریم:



با توجه به بینهایت بار تکرار شدن این الگو، می‌توان به صورت بالا عمل کرد.

واضح است مقاومت معادلی که از دو سر a' و b' دیده می‌شود با مقاومت معادل دیده شده از دو سر a و b برابر است.





$$R_{eq} = 1 + (2 \parallel R_{eq})$$

$$R_{eq} = 1 + \frac{2R_{eq}}{2+R_{eq}} \Rightarrow (R_{eq}-1)(2+R_{eq})=2R_{eq}$$

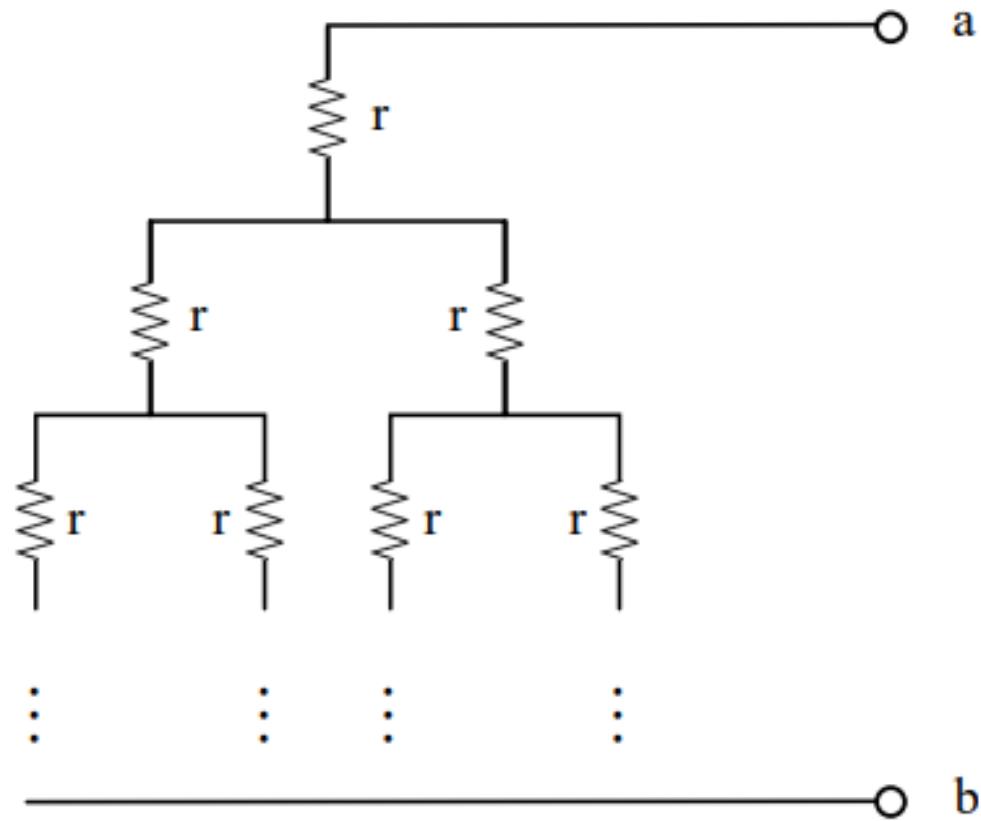
$$\Rightarrow R_{eq}^2 - R_{eq} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow R_{eq} = 2 \Omega$$

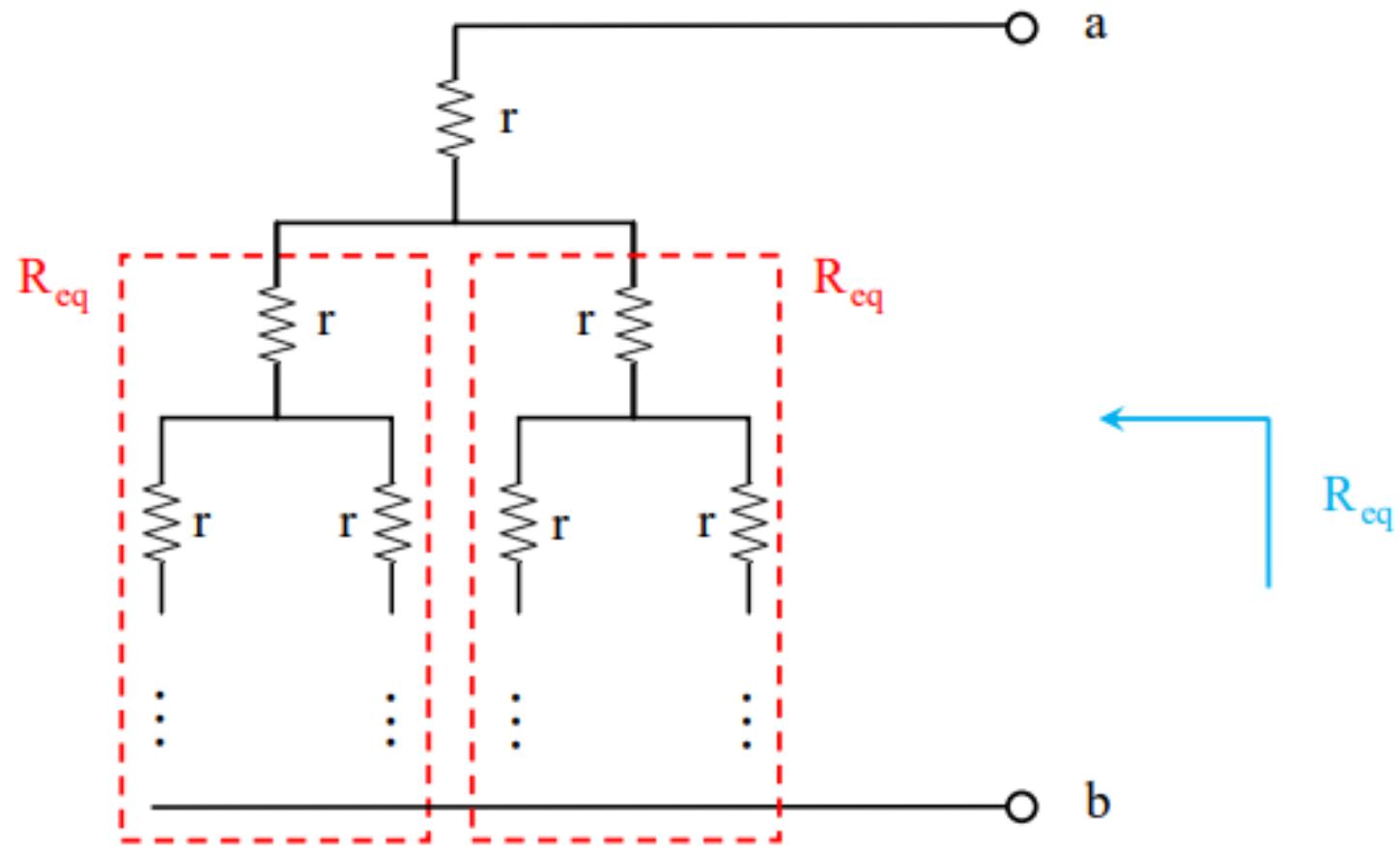
$$R_{eq} \cancel{=} -1 \Omega$$

## مثال:

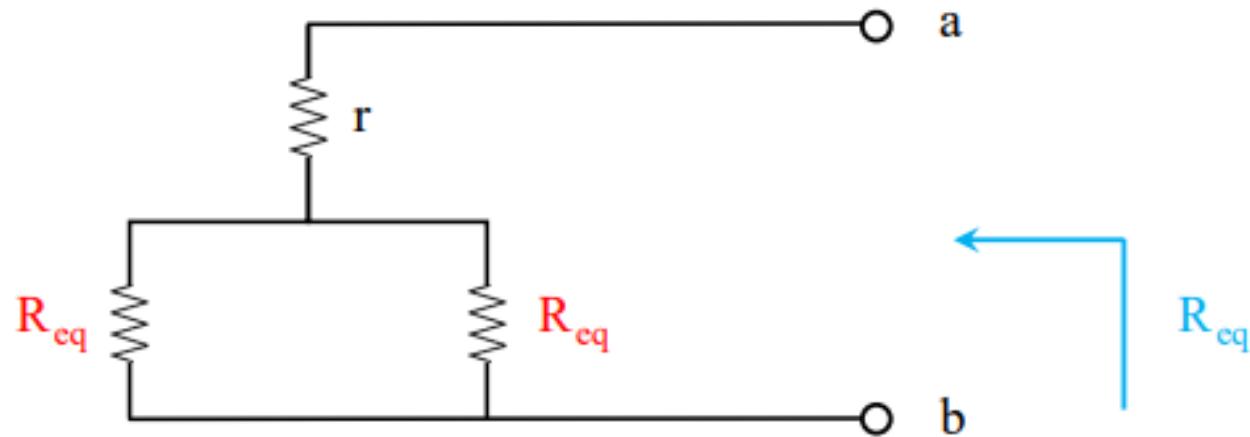
مقاومت معادل دیده شده از دو سر a و b را به دست آورید.



قصد داریم مقاومت معادل از دو سر a و b را به دست آوریم:



با توجه به بی نهایت بار تکرار شدن این الگو می توانیم شکل را به صورت زیر درآوریم و  $R_{eq}$  را محاسبه کنیم:



$$R_{eq} = r + (R_{eq} \parallel R_{eq})$$

$$R_{eq} = r + \frac{R_{eq} R_{eq}}{R_{eq} + R_{eq}} = r + \frac{R_{eq}}{2} \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 2r$$