

Árboles de Expresión

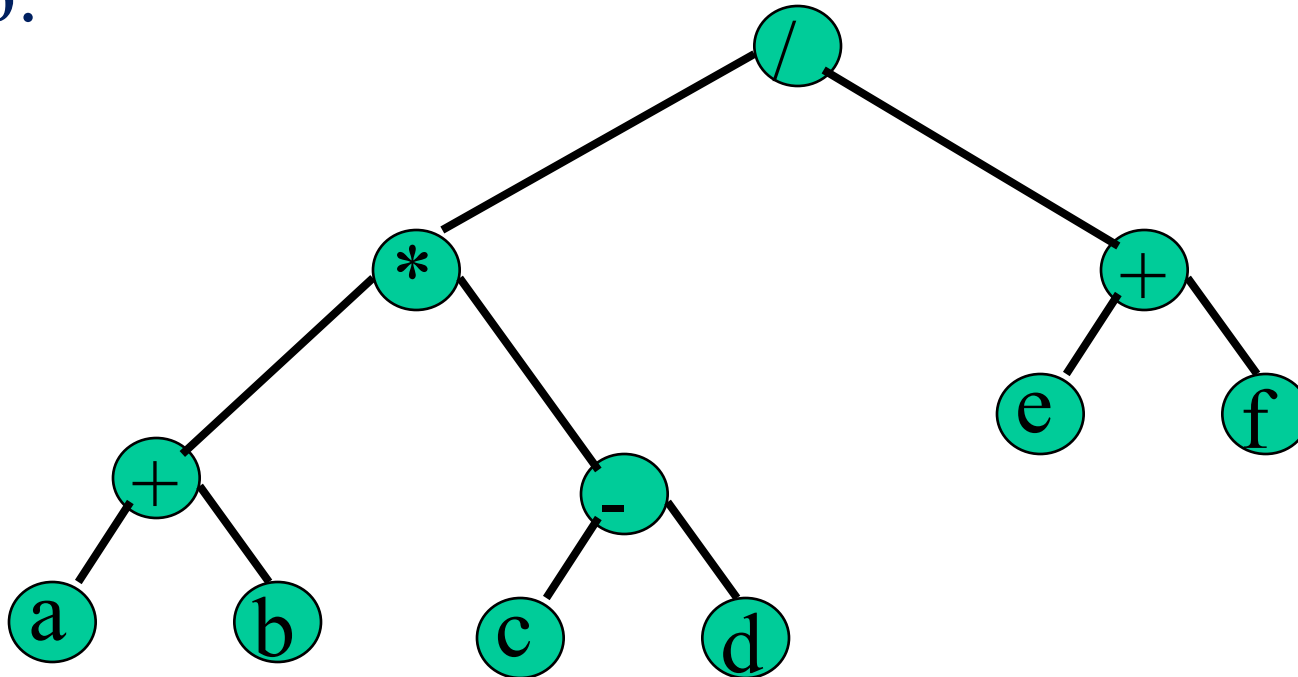
Árbol de Expresión

Es un árbol binario asociado a una expresión aritmética

- Nodos internos representan operadores
- Nodos externos (hojas) representan operandos

Árbol de Expresión

Ejemplo:



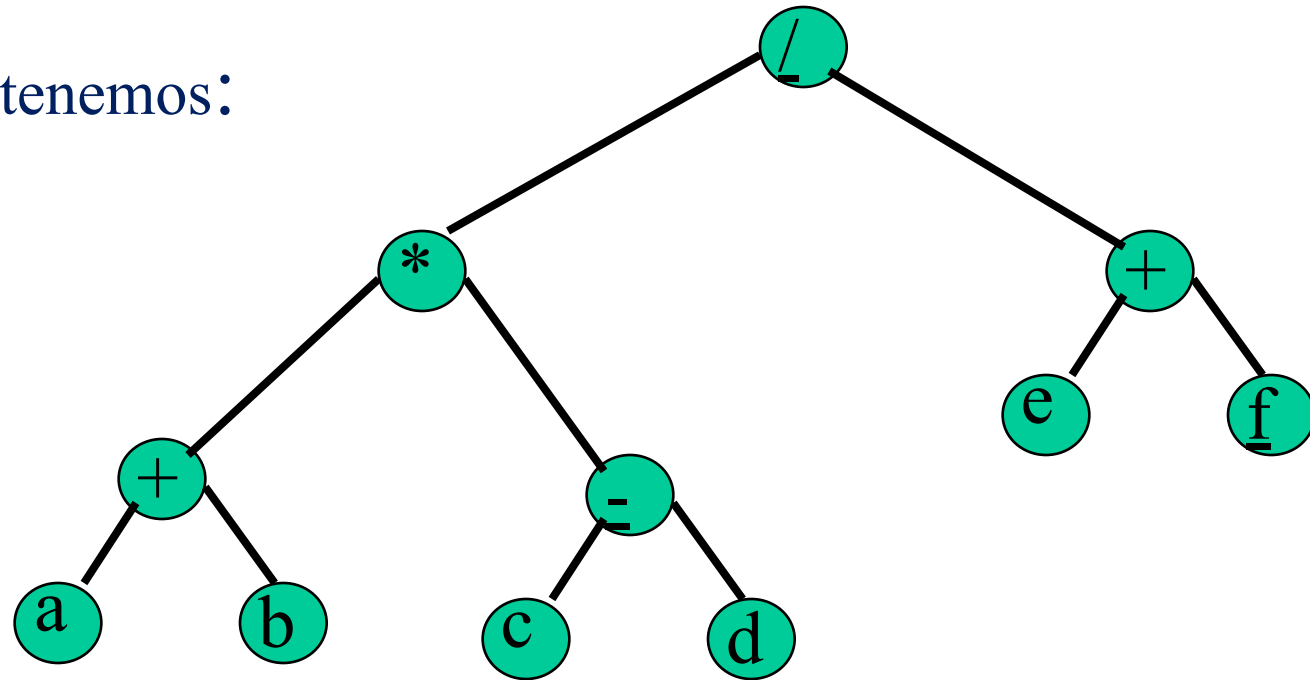
Árbol de Expresión

Aplicaciones:

- En compiladores para analizar, optimizar y traducir los códigos fuente
- Evaluar expresiones algebraicas o lógicas
 - No se necesita el uso de paréntesis
- Traducir expresiones a notación sufija, prefija e infija
- En base de datos pueden representar consultas complejas, permitiendo optimizar la ejecución
- En Inteligencia artificial, los árboles de expresión se utilizan en algoritmos de aprendizaje automático y en la representación de conocimiento

Árbol de Expresión

Recorriendo el árbol, obtenemos:



Inorden: $((a + b) * (c - d)) / (e + f)$

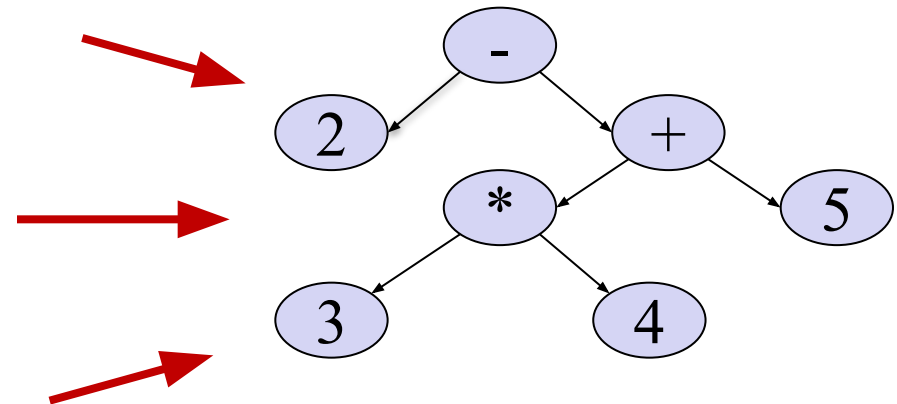
Preorden: /*+ab-cd+ef

Postorden: ab+cd-*ef+ /

Construcción de un árbol de expresión

A partir de una:

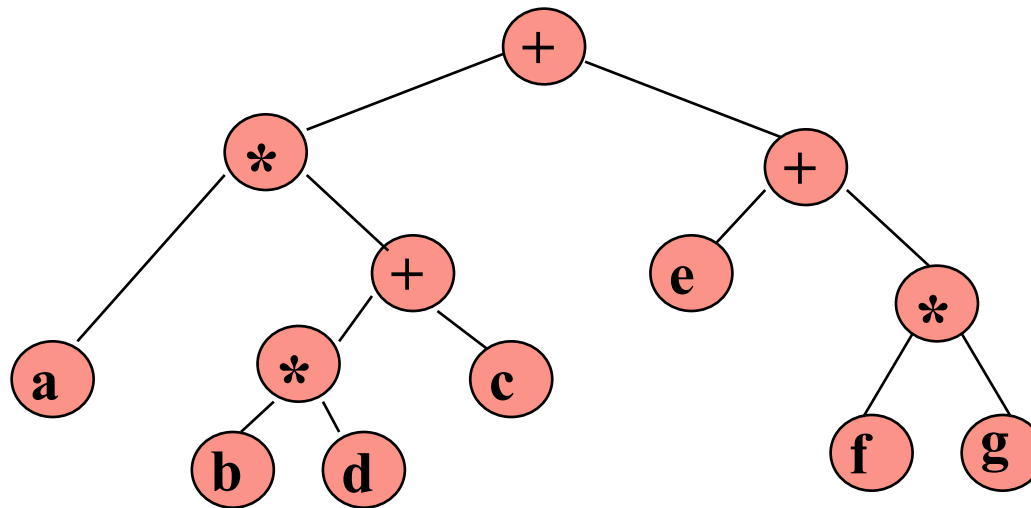
- 1) Expresión postfija
- 2) Expresión prefija
- 3) Expresión infija



Árboles binarios de expresión

Expresión algebraica :

$$a * (b * d + c) + (e + f * g)$$



Expresión **prefija** → + * a + * b d c + e * f g

Expresión **postfija** → a b d * c + * e f g * + +

Expresión **infija** → ((a * ((b * d) + c)) + (e + (f * g)))

1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Algoritmo:

*tomo un carácter de la expresión
mientras (existe carácter) hacer*

*si es un **operando** -> creo un nodo y lo apilo.*

*si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*

*-> - **creo** un nodo R,*

*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*

*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*

*- **apilo** R.*

tomo otro carácter

fin

1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ 

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

*si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.*

*si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)*

*-> **creo** un nodo R,*

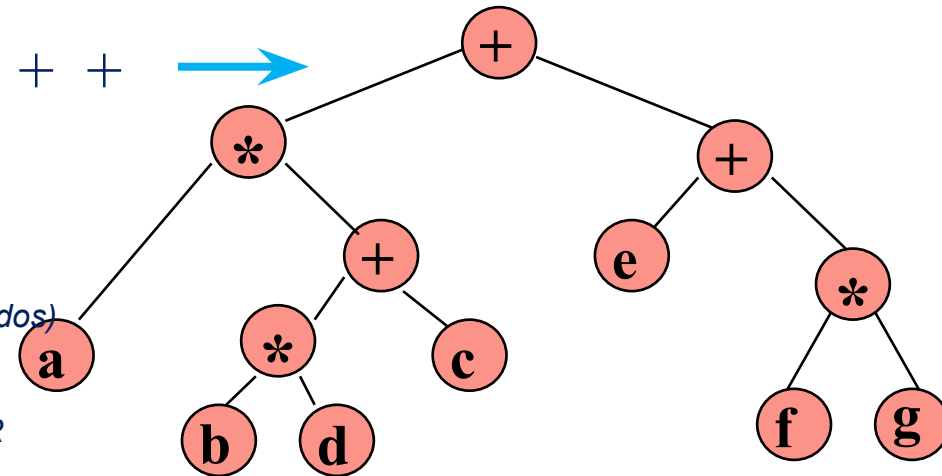
*- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R*

*- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R*

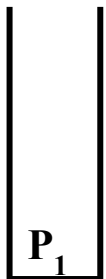
*- **apilo** R.*

tomo otro carácter

fin



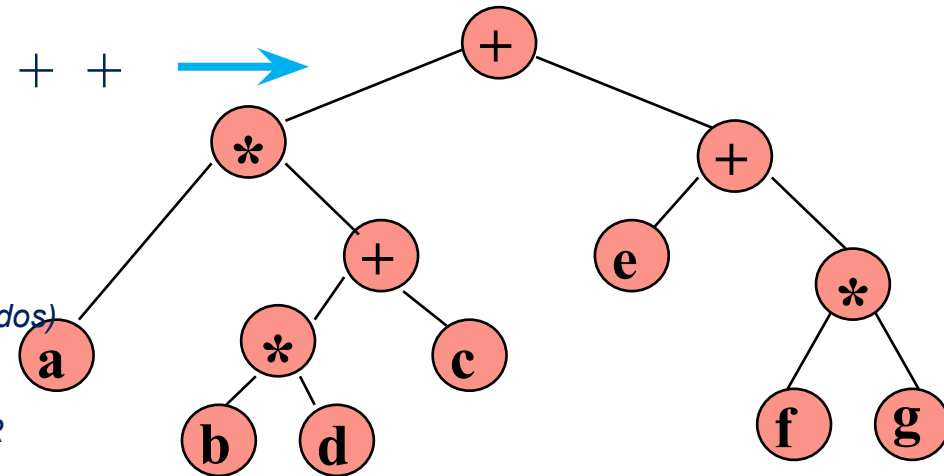
$a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$



P_1

1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a \ b \ d \ * \ c \ + \ * \ e \ f \ g \ * \ + \ +$ 



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo un nodo y lo apilo.**

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo un nodo R ,**

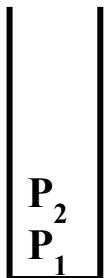
- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- *apilo R.*

tomo otro carácter

fin

$$\cancel{a} b d^* c +^* e f g^* + +$$


P₁



P₂

1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ 

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R ,

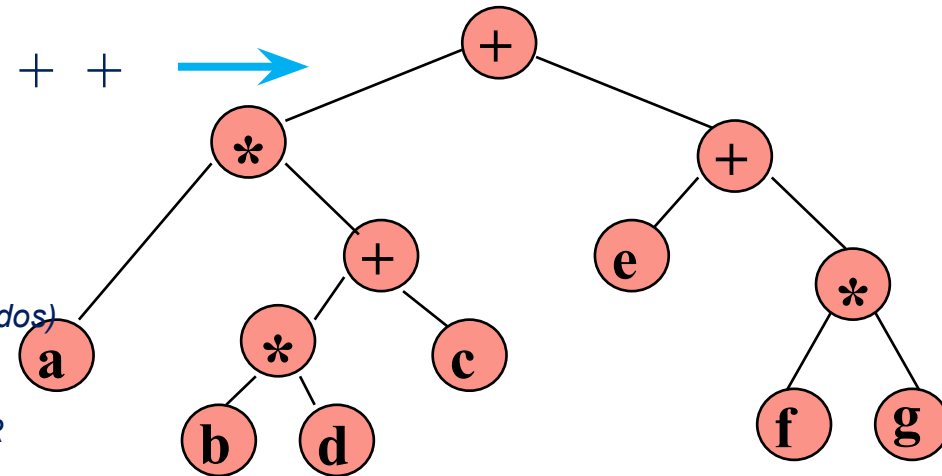
- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

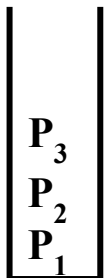
- **apilo** R .

tomo otro carácter

fin



~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ * c + * e f g * + +



a

P_1

b

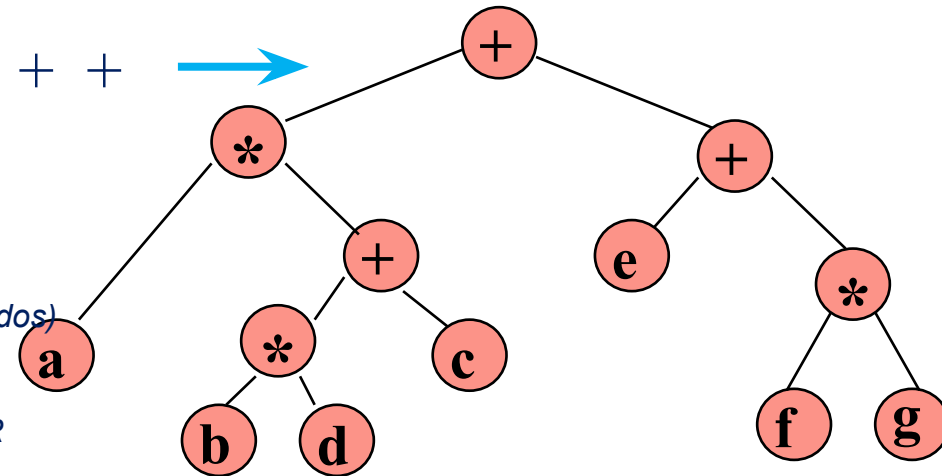
P_2

d

P_3

1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

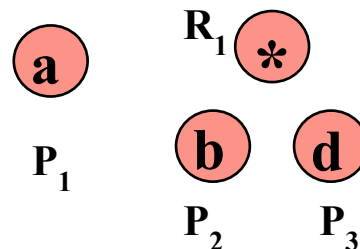
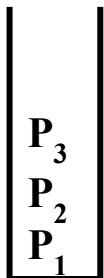
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R.

tomo otro carácter

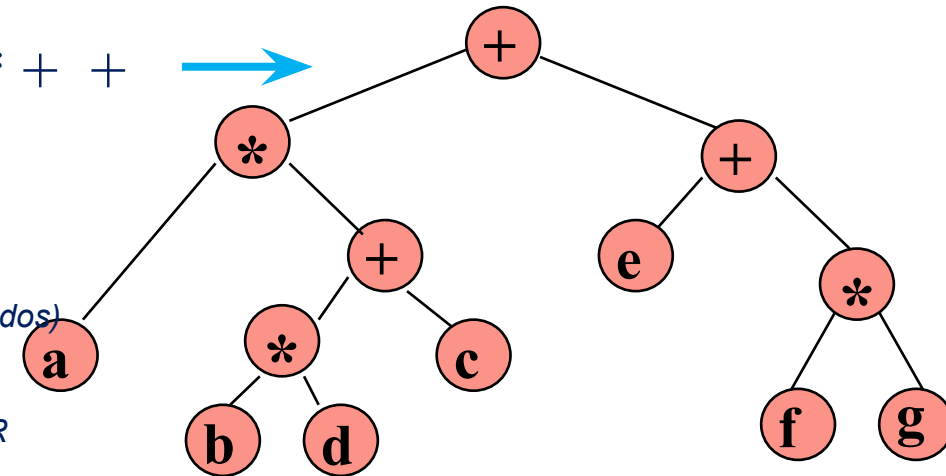
fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ * c + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

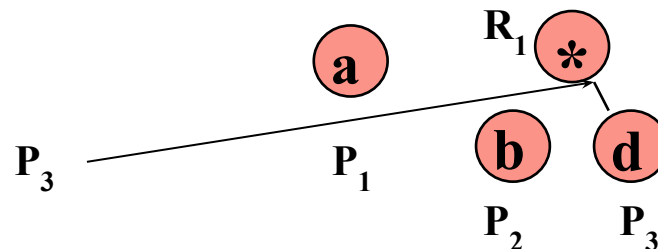
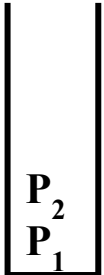
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R.

tomo otro carácter

fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ * c + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ 

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

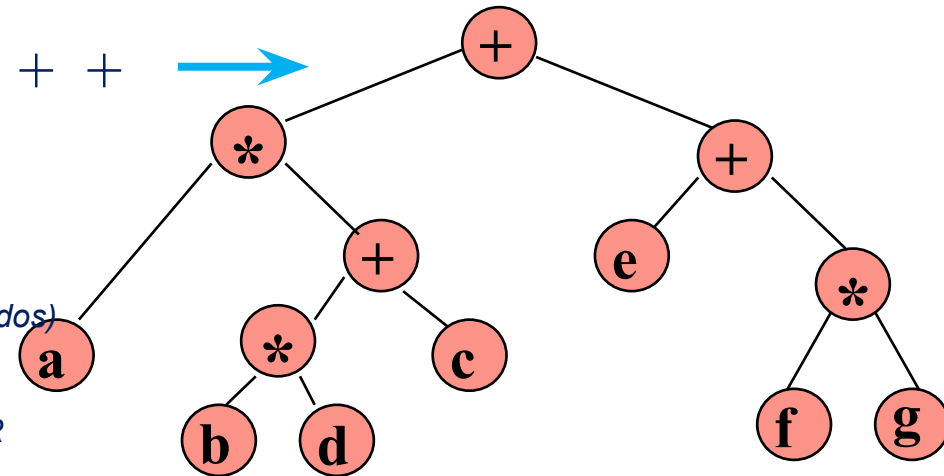
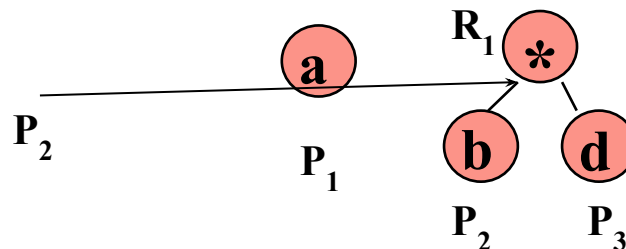
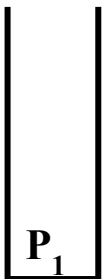
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

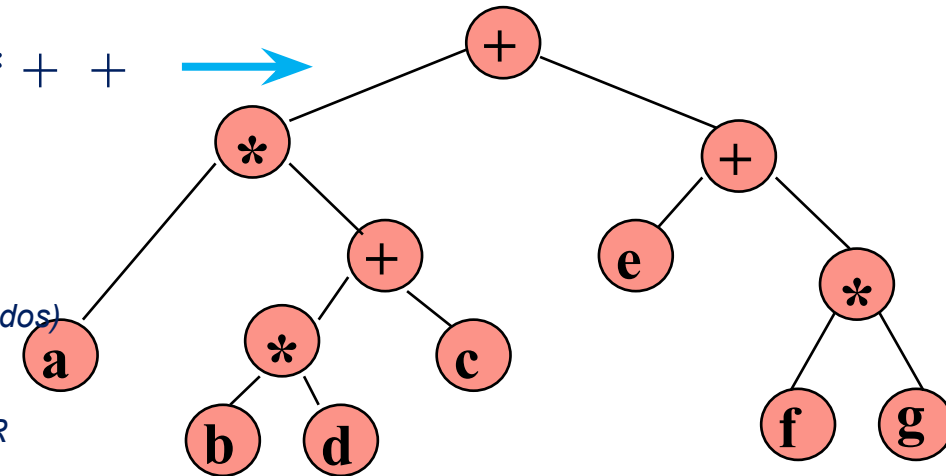
fin

~~$a\ b\ d$~~ $\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

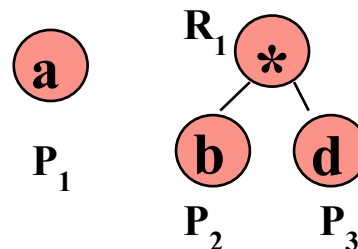
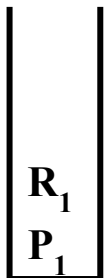
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

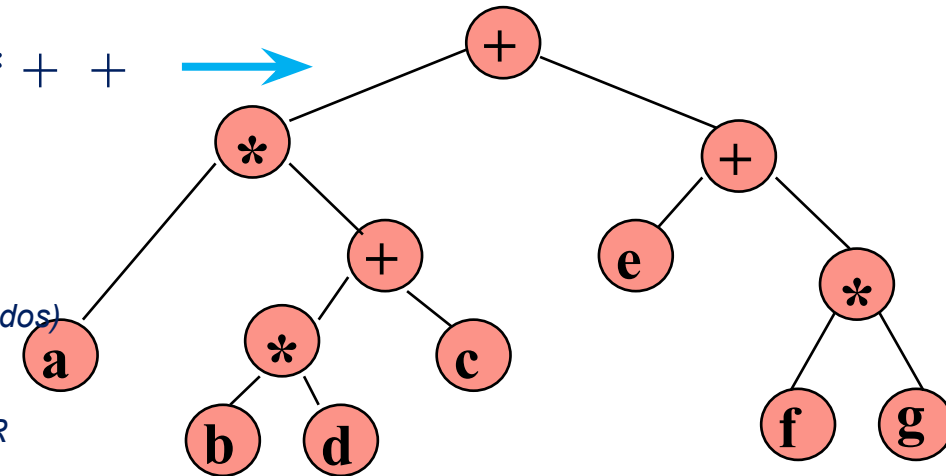
fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ * c + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

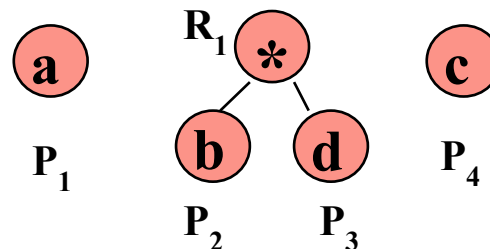
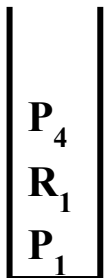
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R.

tomo otro carácter

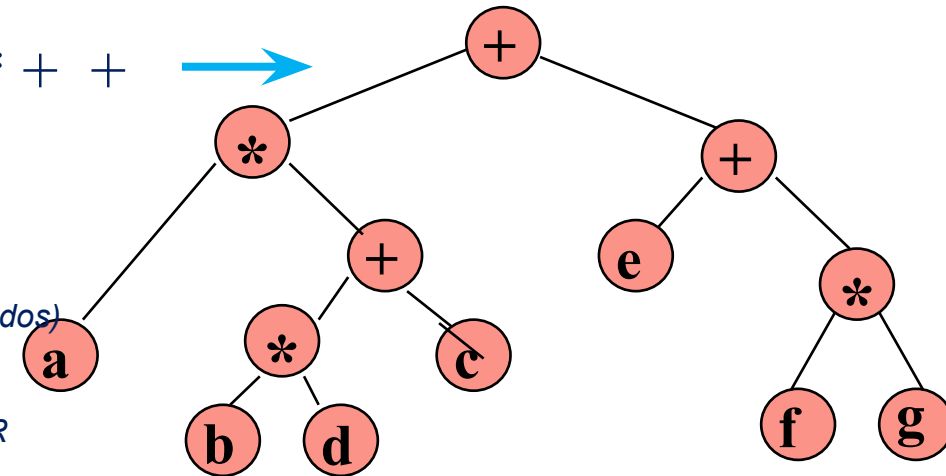
fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ * c + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** \rightarrow **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

\rightarrow **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

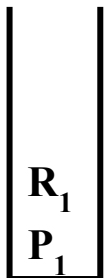
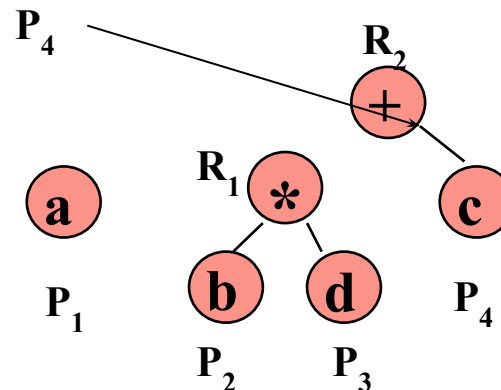
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

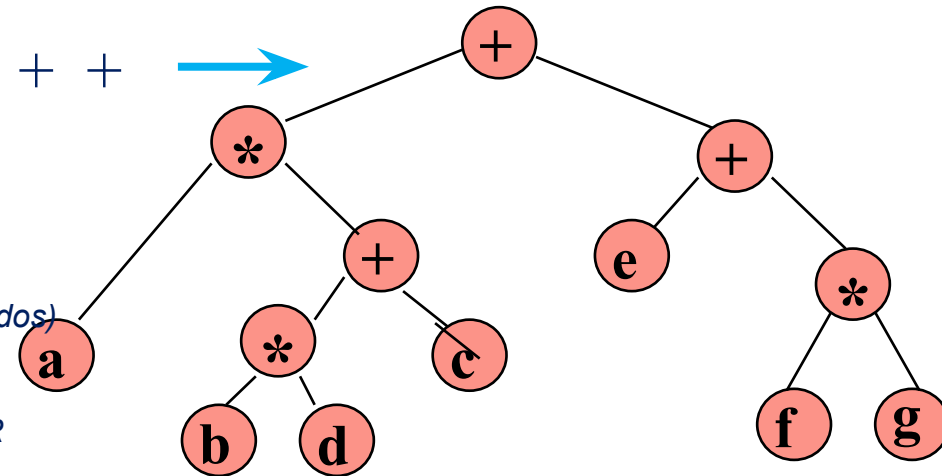
fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ ~~*~~ ~~c~~ + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** -> **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

-> **creo** un nodo R,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

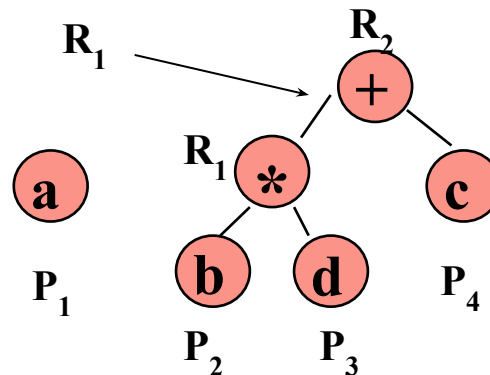
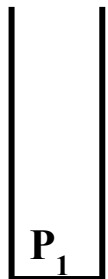
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R.

tomo otro carácter

fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ ~~*~~ ~~c~~ + * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** \rightarrow **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

\rightarrow **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

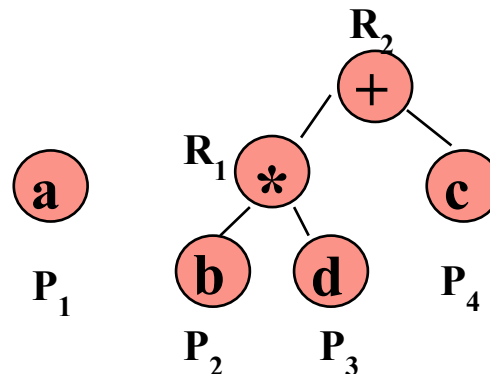
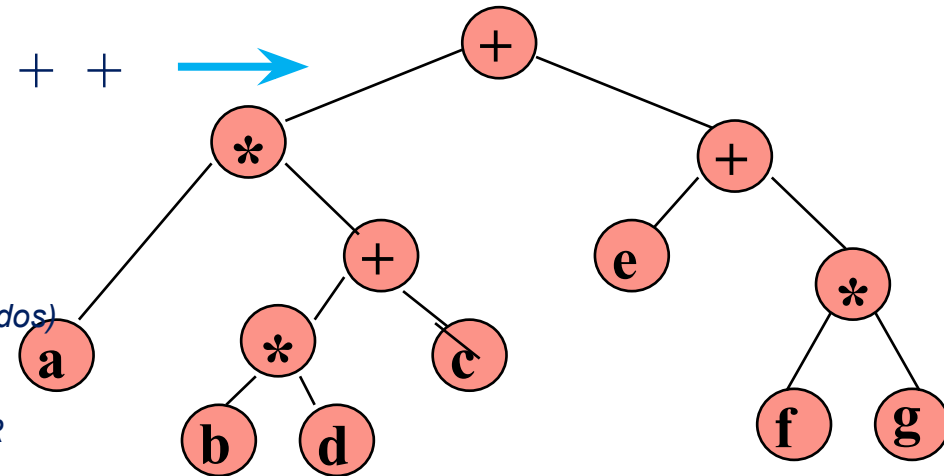
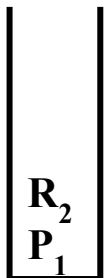
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

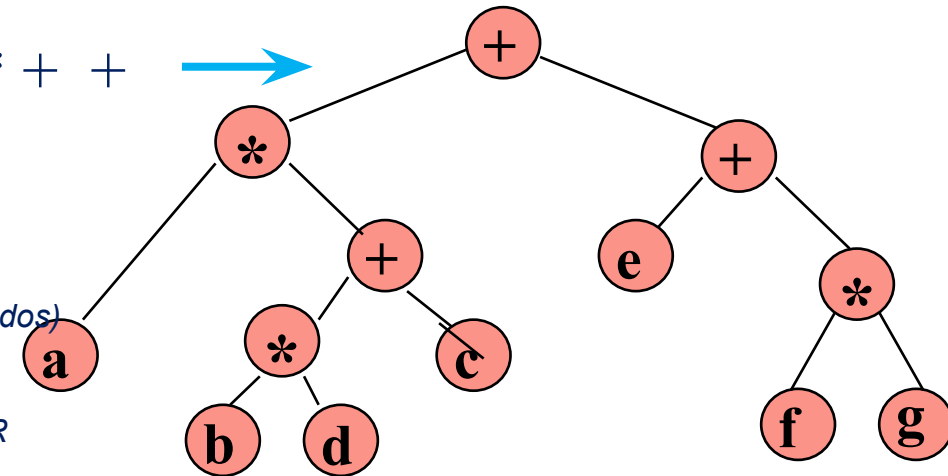
fin

~~$a\ b\ d\ *\ c$~~ $+ \ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** \rightarrow **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

\rightarrow **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

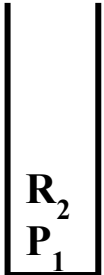
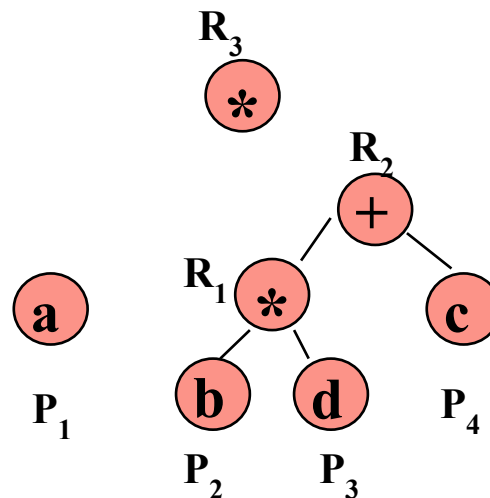
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

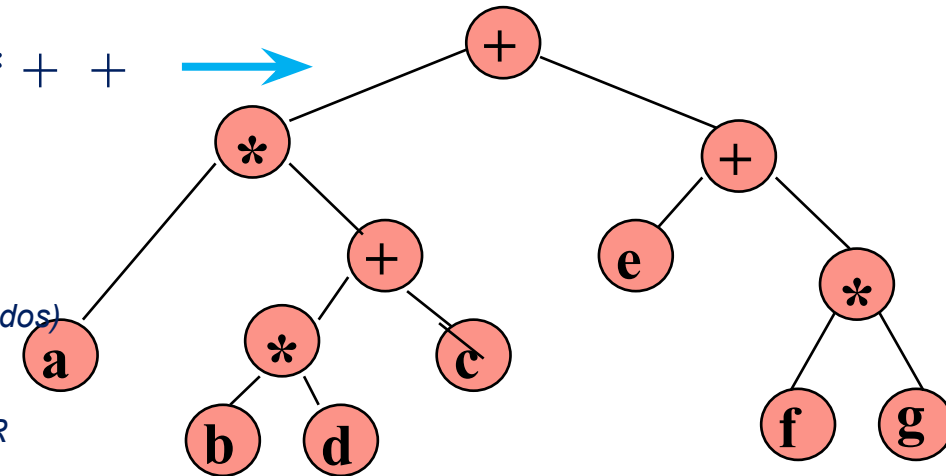
fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ ~~*~~ ~~c~~ ~~+~~ * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow



Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** \rightarrow **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

\rightarrow **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

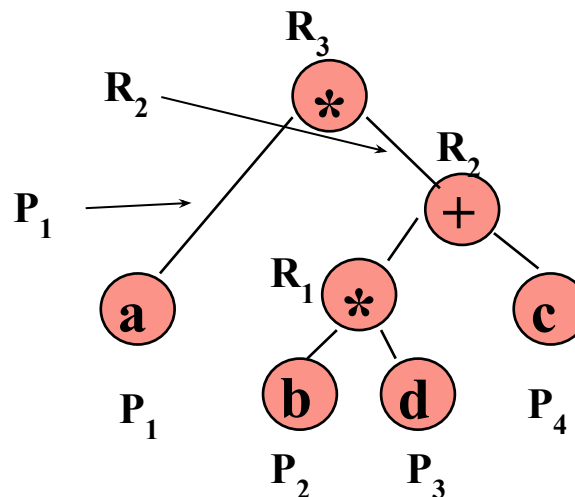
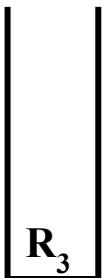
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

fin

~~a~~ ~~b~~ ~~d~~ ~~*~~ ~~c~~ ~~+~~ * e f g * + +



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** \rightarrow **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

\rightarrow **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

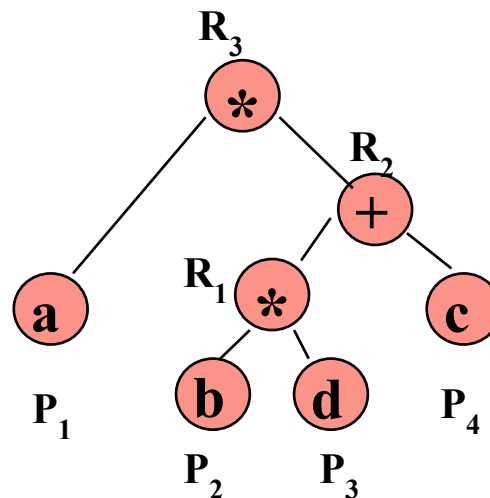
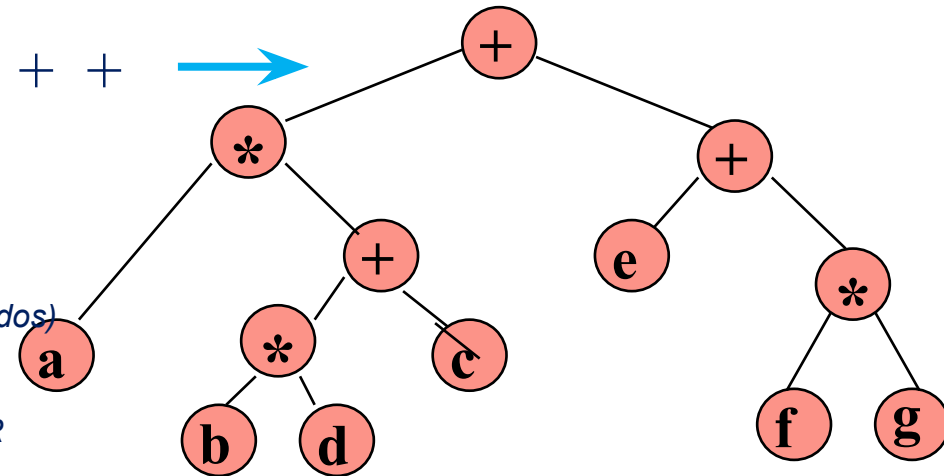
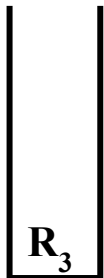
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

fin

~~$a\ b\ d\ *\ c\ +\ *$~~ $e\ f\ g\ *\ +\ +$



1) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión postfija

Expresión postfija: $a\ b\ d\ *\ c\ +\ *\ e\ f\ g\ *\ +\ +$ \rightarrow

Algoritmo:

tomo un carácter de la expresión

mientras (existe carácter) hacer

si es un **operando** \rightarrow **creo** un nodo y lo apilo.

si es un **operador** (lo tomo como la raíz de los dos últimos nodos creados)

\rightarrow **creo** un nodo R ,

- **desapilo** y lo agrego como hijo derecho de R

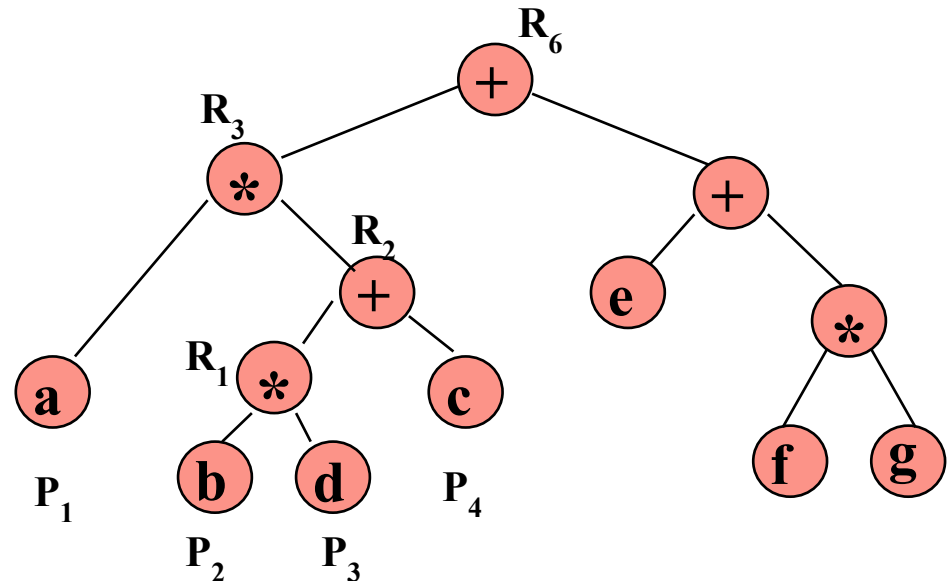
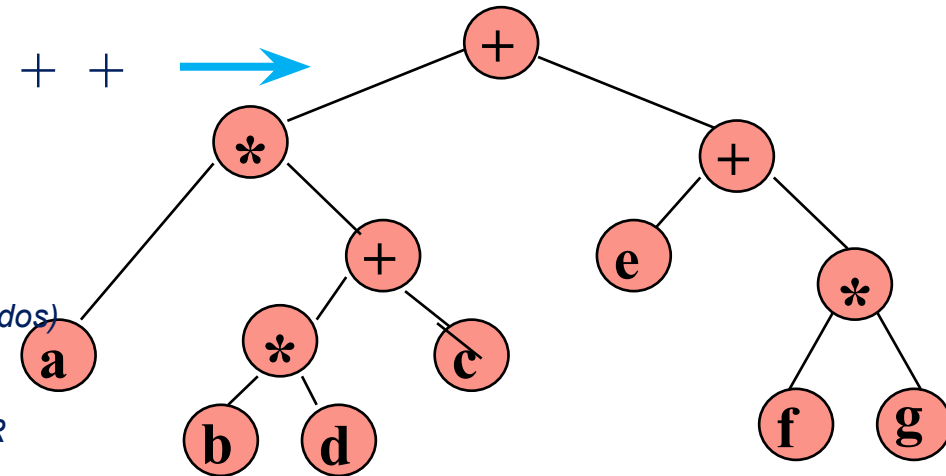
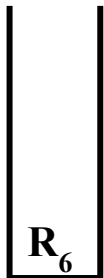
- **desapilo** y lo agrego como hijo izquierdo de R

- **apilo** R .

tomo otro carácter

fin

~~$a\ b\ d\ *\ c\ +\ *$~~ $e\ f\ g\ *\ +\ +$



2) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión prefija

Algoritmo:

ArbolExpresión (A: ArbolBin, exp: string)

si exp nulo -> nada.

si es un operador -> - creo un nodo raíz R

*- ArbolExpresión (subArbolIzq de R, exp
 (sin 1° carácter))*

*- ArbolExpresión (subArbolDer de R, exp
 (sin 1° carácter))*

si es un operando -> creo un nodo (hoja)

3) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión infija

Expresión infija

(i)



Se usa una pila y se tiene en cuenta la precedencia de los operadores

Expresión postfija

2+5*3+1



253*+1+

3) Construcción de un árbol de expresión a partir de una expresión infija

Expresión infija

(i)



Se usa una pila y se tiene en cuenta la precedencia de los operadores

Expresión postfija

(ii)



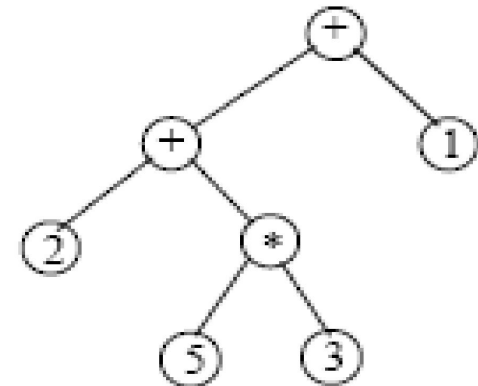
Se usa la estrategia 1)

Árbol de Expresión

2+5*3+1



253*+1+



Convertir una expresión infija en árbol de expresión

se debe convertir la expresión infija en postfija (i) y a partir de ésta, construir el árbol de expresión (ii).

(i) Estrategia del Algoritmo para convertir exp. infija en postfija :

a) si es un operando -> se coloca en la salida.

b) si es un operador -> se maneja una pila según la prioridad del operador en relación al tope de la pila

operador con > prioridad que el tope -> se apila

operador con <= prioridad que el tope -> se desapila elemento colocándolo en la salida.

Se vuelve a comparar el operador con el tope de la pila

c) si es un “(“ , “)” -> “(“ se apila

“)” se desapila todo hasta el “(“, incluido éste

d) cuando se llega al final de la expresión, se desapilan todos los elementos llevándolos a la salida, hasta que la pila quede vacía.

Operadores ordenados de mayor a menor según su prioridad:

\wedge (potencia)

$*, /$ (multiplicación y división)

$+, -$ (suma y resta)

Los “ (“ siempre se apilan como si tuvieran la mayor prioridad y se desapilan sólo cuando aparece un “) ” .

Evaluar un árbol de expresión

Algoritmo:

EvaluarAE (A: ArbolBin)

*si dato es **operador** ->*

*EvaluarAE (subArbolIzq de A) **operador** EvaluarAE (subArbolDer de A)*

si es un operando -> Retornar el dato del nodo (hoja)

Evaluar un árbol de expresión

Algoritmo:

Integer EvaluarAE (A: ArbolBin)

si dato es **operador** //

valorIzq = EvaluarAE (subArbIzq de A)

valorDer = EvaluarAE (subArbDer de A)

*según el valor **operador** {*

“+” : retornar valorIzq + valorDer

“-” : retornar valorIzq - valorDer

“” : retornar valorIzq * valorDer*

“/” : retornar valorIzq / valorDer }

si es un **operando** -> Retornar el dato del nodo (hoja)

Evaluar una expresión postfija

¿Cómo evaluar una expresión postfija?

mientras (existe carácter) hacer

si es un operando -> se apila

si es un operador -> se desapila el tope (O2)

se desapila el tope (O1)

$R1 = O1 \text{ **operador** } O2$

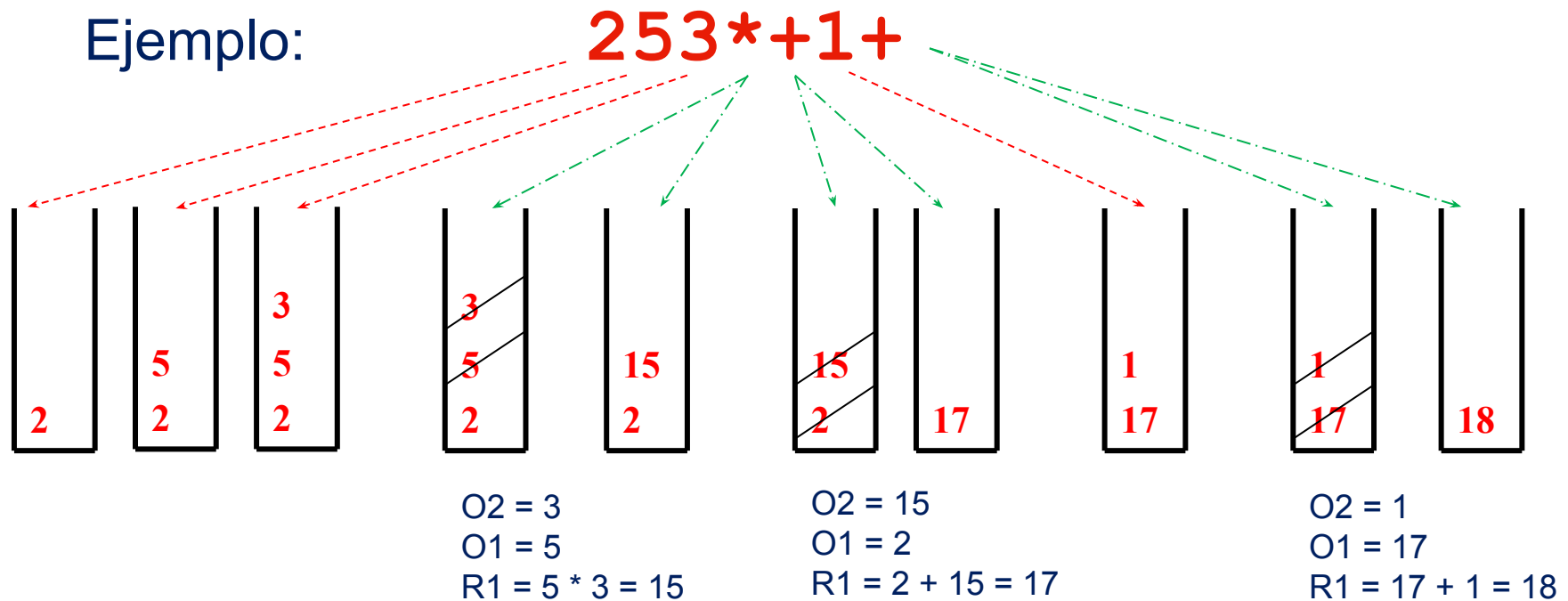
se apila R1

fin

Evaluar una expresión postfija

¿Cómo evaluar una expresión postfija?

Ejemplo:



Ejercitación

Árbol binario de expresión

Ejercicio 1.

- ✓ Dada la siguiente expresión postfija : $IJK++AB* C-*$, dibuje su correspondiente árbol binario de expresión
- ✓ Convierta la expresión $((a+b)+c*(d+e)+f)*(g+h)$ en expresión prefija

Ejercicio 2.

- ✓ Dada la siguiente expresión prefija : $*+I+JK-C*AB$, dibuje su correspondiente árbol binario de expresión
- ✓ Convierta la expresión $((a+b)+c*(d+e)+f)*(g+h)$ en expresión postfija