

Roll No. ....

Total No. of Questions : 11 [Total No. of Printed Pages : 15]

**RJ-189****B.Sc. 5th Semester (NEW/ATKT)****Examination-2018****LINEAR ALGEBRA, NUMERICAL ANALYSIS****(NEW/ATKT)****Paper-Maths.**

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 125/150

नोट : इस प्रश्न पत्र के तीन खण्ड हैं प्रत्येक खण्ड के सभी प्रश्न करना अनिवार्य है।

Note : There are **three** sections in the question paper. All questions from each section will be compulsory.

**खण्ड-अ****Section-A****वस्तुनिष्ठ प्रश्न****Objective Type Questions**

नोट : वस्तुनिष्ठ प्रकार के 10 प्रश्न (3 अंक प्रत्येक)  $10 \times 3 = 30$

Note : Objective type 10 Questions of 3 marks each.

 $10 \times 3 = 30$ 

1. सही उत्तर चुनिये :

Choose the correct answer :

(i) यदि K क्षेत्र F का उपक्षेत्र हो तो निम्न बीजीय संरचनाओं में से कौन सदिश समष्टि नहीं है ?

(अ) F (K)

(ब) F (F)

(स) K (F)

(द) इनमें से कोई नहीं

**RJ-189**

( 1 )

Turn Over

Let F be a field and K be a subfield, then which of the following algebraic structures is not a vector space

(a) F (K)

(b) F (F)

(c) K (F)

(d) None of these

(ii) यदि दो सदिश रैखिकतः परतन्त्र हैं तो -

(अ) एक दूसरे का अदिश गुणज है

(ब) एक दूसरे का सदिश गुणज है

(स) दोनों सदिशों का योग शून्य सदिश है

(द) इनमें से कोई नहीं

If the two vectors are linearly dependent, then -

(a) One is scalar multiple of the other

(b) One is vector multiple of the other

(c) Sum of two vectors is zero vectors

(d) None of these

(iii) एक n विमीय समष्टि का (n + 1) अथवा उससे अधिक सदिशों वाला समुच्चय -

(अ) रैखिकतः स्वतन्त्र होता है

(ब) रैखिकतः परतन्त्र होता है

(स) रैखिकतः स्वतन्त्र एवं परतन्त्र दोनों

(द) इनमें से कोई नहीं

**RJ-189**

( 2 )

An n-dimensional vector space, each set containing (n + 1) or more vectors is -

- (a) Linearly independent
- (b) Linearly dependent
- (c) Linearly dependent and independent both
- (d) None of these

http://www.onlinebu.com

- (iv) यदि प्रतिचित्रण  $f: V_1 \rightarrow V_2$  एकैकी तथा आच्छादक रैखिक प्रतिचित्रण हो तो प्रतिचित्रण  $f^{-1}: V_2 \rightarrow V_1$

- (अ) एकैकी होगा परन्तु रैखिक नहीं।
- (ब) आच्छादक परन्तु रैखिक नहीं।
- (स) रैखिक होगा।
- (द) रैखिक नहीं होगा।

If the mapping  $f: V_1 \rightarrow V_2$  is one-one and onto linear mapping then the mapping  $f^{-1}: V_2 \rightarrow V_1$  is

- (a) one one but not linear
- (b) onto but not linear
- (c) linear
- (d) not linear

- (v) यदि  $T_1, T_2 \in L(U, V)$  तब

- (अ)  $T_1 T_2 = T_2 T_1$  (ब)  $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$
- (स)  $T_1 - T_2 = T_2 - T_1$  (द) इनमें से कोई नहीं

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

If  $T_1, T_2 \in L(U, V)$  Then,

- (a)  $T_1 T_2 = T_2 T_1$  (b)  $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$
- (c)  $T_1 - T_2 = T_2 - T_1$  (d) None of these

- (vi) यदि एक व्युत्क्रमणीय रूपान्तरण  $T$  का अभिलाक्षणिक मान  $\lambda$  है तो  $T^{-1}$  का अभिलाक्षणिक मान है -

- (अ)  $\lambda$  (ब) 0
- (स)  $\lambda^{-1}$  (द) इनमें से कोई नहीं

If  $\lambda$  is the eigen value of an invertible transformation  $T$ , then eigen value of  $T^{-1}$  is -

- (a)  $\lambda$  (b) 0
- (c)  $\lambda^{-1}$  (d) None of these

- (vii) द्विभाजन विधि में  $x^3 - 4x - 9 = 0$  के मूल का प्रथम सन्निकटन है :

- (अ) 3.5 (ब) 2
- (स) 2.5 (द) कोई नहीं

The first approximation to the root of  $x^3 - 4x - 9 = 0$  using bisection method is :

- (a) 3.5 (b) 2
- (c) 2.5 (d) None

- (viii) केन्द्रीय अंतर संकारक का मान है :

- (अ)  $E^{1/2} + E^{-1/2}$  (ब)  $\frac{E^{1/2} - E^{-1/2}}{2}$
- (स)  $E^{1/2} - E^{-1/2}$  (द) इनमें से कोई नहीं

The central difference operators equals :

(a)  $E^{1/2} + E^{-1/2}$  (b)  $\frac{E^{1/2} - E^{-1/2}}{2}$

(c)  $E^{1/2} - E^{-1/2}$  (d) None of these

(ix) विश्रान्ति विधि में विश्रान्ति प्राचल  $W$  है। समीकरण निकाय के अभिसरण के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध है :

(अ)  $w < 1$  (ब)  $w = 1$   
(स)  $w \in (0, 2)$  (द) कोई भी नहीं

The necessary condition for convergence of a system of equation by relaxation method, relaxation parameter  $w$  is :

(a)  $w < 1$  (b)  $w = 1$   
(c)  $w \in (0, 2)$  (d) None of these

(x) अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ ,  $y(x_0) = y_0$  सहित,

के हल का मिलने-शोधक सूत्र है :

(अ)  $y_4 = y_2 + \frac{h}{3} (f_2 - f_3 + 2f_4)$

(ब)  $y_4 = y_0 + \frac{h}{3} (f_2 + 4f_3 + f_4)$

(स)  $y_4 = y_2 + \frac{h}{3} (f_2 + 4f_3 - 2f_4)$

(द) इनमें से कोई नहीं

RJ-189

(5)

Turn Over

Milne's corrector formula for the solution of differential equation  $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$  with  $y(x_0) = y_0$  is:

(a)  $y_4 = y_2 + \frac{h}{3} (f_2 - f_3 + 2f_4)$

(b)  $y_4 = y_0 + \frac{h}{3} (f_2 + 4f_3 + f_4)$

(c)  $y_4 = y_2 + \frac{h}{3} (f_2 + 4f_3 - 2f_4)$

(d) None of these

खण्ड-B

Section-B

लघु उत्तरीय प्रश्न

Short Answer Type Questions

नोट : लघु उत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (5 अंक प्रत्येक) आंतरिक विकल्प सहित।  $5 \times 7 = 35$

Note : Short answer type 5 questions of 5 marks each with Internal choice.  $5 \times 7 = 35$

2. सदिश समष्टि  $V(F)$  का एक अरिक्त उपसमुच्चय  $W$ , सदिश समष्टि  $V(F)$  का उपसमष्टि होगा यदि और केवल यदि  $\forall a, b \in F$  तथा  $\alpha, \beta \in W \Rightarrow \alpha a + b\beta \in W$

RJ-189

(6)

A non-empty subset  $W$  of a vector space  $V(F)$  is a subspace of  $V$  iff  $\forall a, b \in F$  and  $\alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$

अथवा/or

क्या सदिश  $\alpha = (1, -5, 3) \in V_3(R)$  सदिशों  $\alpha_1 = (1, -3, 2)$ ,  $\alpha_2 = (2, -4, -1)$  और  $\alpha_3 = (1, -5, 7)$  का एक रैखिक संघ है ?

Is the vector  $\alpha = (1, -5, 3) \in V_3(R)$  a linear combination of vectors  $\alpha_1 = (1, -3, 2)$ ,  $\alpha_2 = (2, -4, -1)$ ,  $\alpha_3 = (1, -5, 7)$  ?

3. यदि  $T : V_3(R) \rightarrow V_2(R)$  जो

$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$  से परिभाषित है दिखाओ कि  $T$  एक रैखिक रूपान्तरण है।

If  $T : V_3(R) \rightarrow V_2(R)$ , is defined as  $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2, x_1 + x_3)$  then show that  $T$  is a linear transformation.

अथवा/or

माना कि  $U(F)$  और  $V(F)$  दो सदिश समष्टि है तथा  $T, U$  से  $V$  पर रैखिक रूपान्तरण है, तो सिद्ध कीजिए कि  $T$  का परास,  $V$  का उपसमष्टि होगा।

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

Let  $U(F)$  and  $V(F)$  be two vector spaces and  $T$  is a linear transformation from  $U$  to  $V$ . Then prove that the range of  $T$  is a subspace of  $V$ .

4. समद्विभाजन विधि से तीन पुनरावृत्ति का उपयोग कर समीकरण  $f(x) = x^3 - 5x - 4 = 0$  के धनात्मक मूल की गणना कीजिए।  
Perform three iterations of the bisection method to compute the positive root of the equation  $f(x) = x^3 - 5x - 4 = 0$ .

अथवा/or

संकारकों के बीच संबंध ज्ञात कीजिए।

(अ)  $\Delta$  तथा  $E$  (ब)  $\Delta$  तथा  $E^{-1}$

Find the relation between operators.

(a)  $\Delta$  and  $E$  (b)  $\Delta$  and  $E^{-1}$

5. गाउस जार्डन विधि से निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए  
 $10x + y + z = 12, 2x + 10y + z = 13, x + y + 5z = 7$   
Apply Gauss-Jordan method to find the solution of the following system of equations :

$$10x + y + z = 12, 2x + 10y + z = 13, x + y + 5z = 7$$

अथवा/or

विभाजित अन्तर से  $f'(8)$  का मान ज्ञात कीजिए। दिया गया है :  
 $f(6) = 1.556, f(7) = 1.690, f(9) = 1.908, f(12) = 2.158$

Using divided difference, find the value of  $f'(8)$ , given that :

$$f(6) = 1.556, f(7) = 1.690, f(9) = 1.908, f(12) = 2.158$$

6.  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  का मान समलम्बी नियम से ज्ञात कीजिए, जबकि  $h = 0.2$  है। इससे  $\pi$  के सन्निकटन मान को प्राप्त कीजिए। क्या अन्य कोई सूत्र भी लागू होगा ?

Evaluate  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  using Trapezoidal rule with  $h = 0.2$ .

Hence obtain an approximate value of  $\pi$ . Can you use other formulae in this case ?

अथवा/or

अवकल समीकरण  $y' = y - x^2$ ;  $y(0) = 1$  को पिकार्ड विधि से तृतीय सन्निकटन तक हल कीजिए तथा इससे  $y(0.1)$ ;  $y(0.2)$  के मान भी ज्ञात कीजिए।

Solve  $y' = y - x^2$ ;  $y(0) = 1$ , by Picard's method upto the third approximation. Hence, find the value  $y(0.1)$ ;  $y(0.2)$

खण्ड-स

### Section-C

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

### Long Answer Type Questions

नोट : दीर्घ उत्तरीय प्रकार के 5 प्रश्न (12 अंक प्रत्येक) आंतरिक विकल्प सहित।  $5 \times 12 = 60$

Note : Long answer type 5 questions of 12 marks each with Internal choice.  $5 \times 12 = 60$

7. सिद्ध कीजिए कि सदिश  $\alpha_1 = (1, 0, -1)$ ,  $\alpha_2 = (1, 2, 1)$  तथा  $\alpha_3 = (0, -3, 2)$   $V_3(R)$  के मानक आधार का निर्माण करते हैं। मानक आधार सदिशों में से प्रत्येक को  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  के रेखीय संघ के रूप में व्यक्त कीजिए।

Show that the vectors  $\alpha_1 = (1, 0, -1)$ ,  $\alpha_2 = (1, 2, 1)$  and  $\alpha_3 = (0, -3, 2)$  form a basis for  $V_3(R)$ . Express each of the standard basis vectors as linear combinations of  $\alpha_1, \alpha_2$  and  $\alpha_3$ .

अथवा/or

माना कि  $V(F)$  एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है जिसके

$W_1$  एवं  $W_2$  दो उपसमष्टि हैं तो दिखाइए कि

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

Let  $V(F)$  be a finite dimensional vector space and  $W_1$  and  $W_2$  be two subspaces of  $V(F)$ . Then show that

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

8. माना  $R^3$  पर  $T$  रैखिक संकारक है जो

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_1 - x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_3)$$

से परिभाषित है। क्रमित आधार  $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  जहाँ  $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ ;  $\alpha_2 = (0, 1, 1)$ ;  $\alpha_3 = (1, 0, 1)$  के सापेक्ष  $T$  का आव्यूह ज्ञात कीजिए।

Let  $T$  be the linear operator on  $R^3$  defined by

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_1 - x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_3)$$

Determine the matrix  $T$  relative to ordered basis  $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$  where  $\alpha_1 = (1, 1, 1)$ ;  $\alpha_2 = (0, 1, 1)$  and  $\alpha_3 = (1, 0, 1)$ .

अथवा/or

माना कि  $R^3$  पर  $T$  एक रैखिक संकारक है जो कि मानक क्रमित आधार में आव्यूह  $A$  से प्रदर्शित किया जाता है, तो सिद्ध कीजिए कि  $T$  विकर्णीय है। जहाँ  $A = \dots\dots$

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 4 & 4 \\ -8 & 3 & 4 \\ -16 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$

Let  $T$  be a linear operator on  $R^3$  which is represented in the standard ordered basis by the matrix  $A$ . Prove that  $T$  is diagonalizable. Where  $A = \dots\dots$

$$A = \begin{bmatrix} -9 & 4 & 4 \\ -8 & 3 & 4 \\ -16 & 8 & 7 \end{bmatrix}$$

9. समीकरण  $2x^3 - 3x - 6 = 0$  के धनात्मक मूल की न्यूटन रैफसन विधि से गणना कीजिए।

Compute the positive root of the equation  $2x^3 - 3x - 6 = 0$  by Newton Raphson Method.

अथवा/or

न्यूटन के विभाजित अंतर सूत्र का उपयोग कर  $f(2)$ ,  $f(8)$  और  $f(15)$  का मान निम्न सारणी से ज्ञात कीजिए :

$x$	: 4	5	7	10	11	13
$f(x)$	: 48	100	294	900	1210	2028

Using Newton's divided difference formula, find the value of  $f(2)$ ,  $f(8)$  and  $f(15)$  given the following table :

$x$	: 4	5	7	10	11	13
$f(x)$	: 48	100	294	900	1210	2028

10. रेखिक समीकरणों के निकाय को चालेस्की विधि से हल कीजिए :

$$x + 2y + 3z = 5 \quad \text{http://www.onlinebu.com}$$

$$2x + 8y + 22z = 6$$

$$3x + 22y + 82z = -10$$

Solve the system of linear equations using Cholesky method :

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$2x + 8y + 22z = 6$$

$$3x + 22y + 82z = -10$$

http://www.onlinebu.com

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

जैकोबी पुनरावृत्ति विधि से हल कीजिए :

$$20x + y - 2z = 17$$

$$3x + 20y - z = -18$$

$$2x - 3y + 20z = 25$$

Solve by Jacobi iterative method :

$$20x + y - 2z = 17$$

$$3x + 20y - z = -18$$

$$2x - 3y + 20z = 25$$

11. 2 और 4 क्रम की रूंग-कुट्टा विधि द्वारा अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = y - x, y(0) = 2 \text{ के लिए } y(0.1) \text{ और } y(0.2)$$

का परिकलन कीजिए।

Using the Runge-Kutta method, of order 2 and 4, compute  $y(0.1)$  and  $y(0.2)$  for the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = y - x, y(0) = 2.$$

http://www.onlinebu.com

अथवा/or

समाकलन  $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$  का मूल्यांकन (i) सिम्पसन के  $\frac{1}{3}$  नियम

से (ii) सिम्पसन के  $\frac{3}{8}$  नियम से एवं (iii) वेडल नियम के प्रयोग से कीजिए।

Evaluate  $\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$  by using (i) Simpson's  $\frac{1}{3}$  rule,

(ii) Simpson's  $\frac{3}{8}$  rule and (iii) Weddle's rule.

<http://www.onlinebu.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से