

Matematika 2 - 1. vaje

Martin Vuk

6. 10. 2011

Naučili se bomo, kako reševati najrazličnejše sisteme linearnih enačb. Nato bomo pogledali nekaj problemov, ki jih je moč rešiti z linearnimi sistemi.

1. Reši sistem enačb

$$\begin{aligned}2x + y + z &= 3 \\ x + 2y + z &= 0 \\ x + y + 2z &= 9.\end{aligned}$$

2. Poišči vse rešitve sistema enačb

$$Ax = b$$

za naslednje pare A in b :

$$\begin{aligned}\text{(a)} \quad A &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ in } b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \text{(b)} \quad A &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ in } b = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ a \end{bmatrix}. \text{ Poišči } a, \text{ pri katerem je sistem rešljiv.} \\ \text{(c)} \quad A &= \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ in } b = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

3. Poišči enačbo ravnine skozi točke $A(1, 2, 3)$, $B(2, 3, 1)$ in $C(1, 0, 1)$. Zapiši sistem linearnih enačb za koeficiente a, b, c, d v splošni enačbi ravnine $ax + by + cz = d$. Koliko rešitev ima sistem? Ali je enačba ravnine enolična?
4. Prepričaj se, da lahko poljuben vektorj na ravnini $x - y + 2z = 0$ zapišemo kot linearno kombinacijo vektorjev

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ in } \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Zapiši vektor $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}^T$ kot linearno kombinacijo zgornjih dveh vektorjev.

5. Poišči presečišče ravnine $x + y + z = 1$ in premice $x + 1 = \frac{y-1}{2} = 1 - 2z$.
6. Kaj je presečišče ravnin $x - y + 2z = 0$ in $2x + y - z = 0$. Zapiši množico P vseh točk v \mathbb{R}^3 , ki leži na obeh ravninah. Ali je množica P vektorski podprostor v \mathbb{R}^3 ? Kako ga lahko opišemo z enim vektorjem?
7. Izraz $\sin(x + \frac{\pi}{3})$ je mogoče zapisati kot linearno kombinacijo $A \sin x + B \cos x$. Zapiši linearni sistem za A in B in ga reši.
8. Poišči polinom čim nižje stopnje $p(x)$, ki zadošča pogojem

$$\begin{aligned} p(0) &= 2 \\ p(1) &= 2 \\ p(2) &= -1 \\ p(3) &= 2. \end{aligned}$$

Kako problem prevedeš na reševanje sistema linearnih enačb? Kaj ti sistem enačb pove o številu rešitev?

9. Ulomek

$$\frac{1}{(x-1)(x+1)(x+2)}$$

razstavi na parcialne ulomke.

$$\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$$

Sistem linearnih enačb lahko dobiš na dva načina. Kako se sistema razlikujeta?