1 Naloga

Dokazati moramo 1.) $\varphi(vektor1 + vektor2) = \varphi(vektor1) + \varphi(vektor2)$ in 2.)$\varphi(\alpha * vektor) = \alpha * \varphi(vektor)$

1.1 b)

Ker je $f(0) = 1$, ni linearna preslikava saj ne velja enakost $A(0) = 0$.

1.2 c)

1.2.1 1.

Prvi del aditivnosti:

$$\varphi{=}\left(\begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \end{pmatrix} \right) = \varphi\left(\begin{array}{c} x1 + y1 \\ x2 + y2 \\ x3 + y3 \end{array} \right)$$

$$= \left(\begin{array}{c} (x1 + y1) + 2(x2 + y2) \\ 0 \\ (x3 + y3) - (x1 + y1) \\ \frac{(x1+y1)+(x2+y2)}{2} + 2(x3 + y3) \end{array} \right)$$

Se drugi del aditivnosti:

$$\varphi\left(\begin{array}{c} x1 \\ x2 \\ x3 \end{array} \right) + \varphi\left(\begin{array}{c} y1 \\ y2 \\ y3 \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} x1 + 2x2 \\ 0 \\ x3 - x1 \\ \frac{x1+x2}{2} + 2x3 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} y1 + 2y2 \\ 0 \\ y3 - y1 \\ \frac{y1+y2}{2} + 2y3 \end{array} \right)$$

Prvi del == drugi del.

1.2.2 2.

Preverimo se drugo stvar ki mora veljat

$$\varphi\left(\alpha \begin{pmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \end{pmatrix} \right) = \varphi\left(\begin{array}{cc} \alpha & x1 \\ \alpha & x2 \\ \alpha & x3 \end{array} \right)$$

$$= \begin{pmatrix} \alpha x1 + 2\alpha x2 \\ 0 \\ \alpha x3 - \alpha x1 \\ \frac{\alpha x1 + \alpha x2}{2} + 2\alpha x3 \end{pmatrix}$$

Alfa lahko vrzemo spredaj in velja. Se pravi je linearna

2 Naloga

Mora veljati:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

V prostoru 'V' so vsi vektorji katerih vrednosti so resitve enacbe $x+2y-z = 0$.

Zaprta za sestevanje je ker:
$a * (b + c) = a * b + a * c$, kjer so a,b in c vektorji (recimo a je podan v nalogi, b in c pa sta poljubna vektorja iz prostora V). $a * (b + c) = 0 + 0$, ker pac drugace ne bi bil v prostoru V saj ne bi bil vektor pravokoten na podan vektor a, kar je pogoj za prostor V. Enako velja za $a * c$. Tako dobimo $a * (b + c) = 0$, kar pomeni da je tudi nov vektor $(b + c)$ v prostoru V, saj je pravokoten na a.

Zaprta za mnozenje je ker:
Veljati mora $(\alpha * b) * a = 0$. Ker je α skalar ga lahko izpostavimo iz vektorja in dobimo $\alpha * (b * a)$. Ker vemo da je 'b' v prostoru V, velja, da je $b * a = 0$ iz cesar dobimo $\alpha * 0 = 0$, kar velja za poljubno realno stevilo α.

3 Naloga

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Bazo slike sestavljajo stolpci, ki vsebujejo pivote po gausovi eliminaciji. Izvedemo gausovo eliminacijo, izvedemo uperacijo $[2] - 2 * [1]$ in imamo ze nicle v spodnjem trikotniku.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Pivota sta v prvem in drugem stolpcu se pravi baza slike zajema stolpec [1 2] in [0 1].

Za bazo jedra pa je potrebno resit $Ax = 0$ se pravi iscemo v tem primeru x, y, z da bo rezultat nicelni vektor. Vstavimo v matriko in ponovno izvedemo gausovo eliminacijo:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right] \tag{3}$$

prvi stolpec predstavlja x spremeljivko, drugi y, tretji z. Izracunamo vrednosti spremeljivk:
$z = prosta1 = 1$
$y = 2z = 2$
$x = -z = -1$

Ker je samo 1 prosta spremenljivka vsebuje baza samo 1 vektor. $[-1, 2, 1]$